Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

14. August 2019

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	17	22	14	21	22	15	9	120
Note:	Ist:								

Dauer der Klausur: 2 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner und 4-seitige Formelsammlung

Aufgabe 1: Verständnisfragen (17 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche(s) dieser Systeme sind (ist) linear?

- ☐ $G(s) = e^{-T_t \cdot s}$ (Totzeitglied).
- ☐ $\ddot{y}(t) + 4 \cdot \dot{y}(t) + \sqrt{y(t)} = u(t)$.
- ☐ $\ddot{y}(t) + \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot y(t) = \frac{1}{m} \cdot u(t)$.

b) Handelt es sich bei automatisch einschaltender Beleuchtung (Straße, Auto, etc.) um eine Regelung oder Steuerung?

- ☐ Wird ein Helligkeitssensor verwendet handelt es sich um eine Regelung, weil die Helligkeit durch den Sensor gemessen wird (Messglied).
- ☐ Wird ein Helligkeitssensor verwendet handelt es sich um eine Steuerung, weil nicht unter der Lampe gemessen wird (keine Rückkopplung).
- ☐ Wird eine Zeitschaltuhr verwendet, handelt es sich um eine Steuerung.

c) Kann die Inverse der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s-1}{(s+5)(s+2)}$ in der Praxis zur Vorsteuerung verwendet werden?

- ☐ Ja, denn Zähler- und Nennerordnung sind gleich groß.
- ☐ Ja, wenn wenn die Inverse um einen schnellen Pol ergänzt wird.
- ☐ Nein, die Inverse kann zwar um einen schnellen Pol ergänzt werden, um realisierbar zu sein, aber sie wäre instabil.

d) Was ist der Unterschied zwischen einem Kompensationsregler und einem Polvorgaberegler?

- ☐ Es gibt keinen Unterschied, beide Begriffe bezeichnen den gleichen Reglertyp.
- ☐ Kompensationsregler kann man im Unterschied zu Polvorgabereglern nicht bei instabilen Regelstrecken verwenden.
- ☐ Beim Kompensationsregler werden nur die Pole des geschlossenen Regelkreises, beim Polvorgaberegler auch die Nullstellen vorgeben.

e) Der Smith-Prädiktor wird angewendet, um ...

- ☐ ... die Totzeit der Regelstrecke aus dem Reglerentwurf rauszurechnen.
- ☐ ... zu ermöglichen, dass auch bei Systemen mit Totzeit stets die Regelgröße der Führungsgröße ohne Zeitverschiebung folgt.
- ☐ ... PT_2 Systeme mit großer Zeitkonstante besser zu regeln.

f) Welche Eigenschaften hat eine Störgrößenaufschaltung?

- [ ] Eine Störung kann durch eine geeignete Aufschaltung immer vollständig kompensiert werden.
- [ ] Eine Störgrößenaufschaltung ist möglich, auch wenn die Störgröße nicht gemessen werden kann.
- [ ] Eine Störgrößenaufschaltung ist nur möglich, wenn die Störgröße gemessen werden kann.

g) Welche Aussagen gelten allgemein für Übertragungsfunktionen?

- [ ] Wenn sie konjugiert komplexe Pole haben, können Schwingungen auftreten.
- [ ] Wenn alle Nullstellen einen negativen Realteil haben, egal ob reell oder konjugiert komplex, sind sie stabil.
- [ ] Wenn sie Nullstellen mit positivem Realteil haben, sind sie instabil.

h) Wie kann man den Frequenzgang eines dynamischen Systems bestimmen?

- [ ] Bei stabilen Systemen experimentell, indem man Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz als Eingang verwendet und die zugehörigen Ausgangssignale misst.
- [ ] Indem man die Pole der Übertragungsfunktion für verschiedene Reglerparameter berechnet und diese in ein Diagramm einzeichnet und mit einer Linie verbindet
- [ ] Indem man in der Übertragungsfunktion des Systems $G(s)$ $s = i\omega$ setzt und den Betrag und das Argument (Phase) der resultierenden komplexen Zahl ausrechnet.

i) Wie sieht die Übertragungsfunktion eines (idealen) PID-Reglers aus?

- [ ] $G_R(s) = K_P + K_I \cdot \frac{1}{s} + K_D \cdot s$
- [ ] $G_R(s) = K_P + K_I \cdot \frac{1}{s} + K_D \cdot \frac{1}{s^2}$
- [ ] $G_R(s) = \dfrac{K_P \cdot s + K_I + K_D \cdot s^2}{s}$

j) Zur Regelung eines langsamen Systems (näherungsweises Verhalten eines Integrators) wird ein Zweipunktregler mit Hysterese verwendet. Welche Aussagen sind richtig?

- [ ] Bei gutem Reglerentwurf schwingt die Regelgröße asymptotisch auf den Sollwert ein.
- [ ] Die Schalthäufigkeit des Reglers wird durch die Hysteresebreite beeinflusst.
- [ ] Die Regelgröße schwingt auch bei gutem Entwurf des Reglers dauerhaft um den Sollwert.

k) Welche gemeinsamen Eigenschaften haben Allpass und Totzeit?

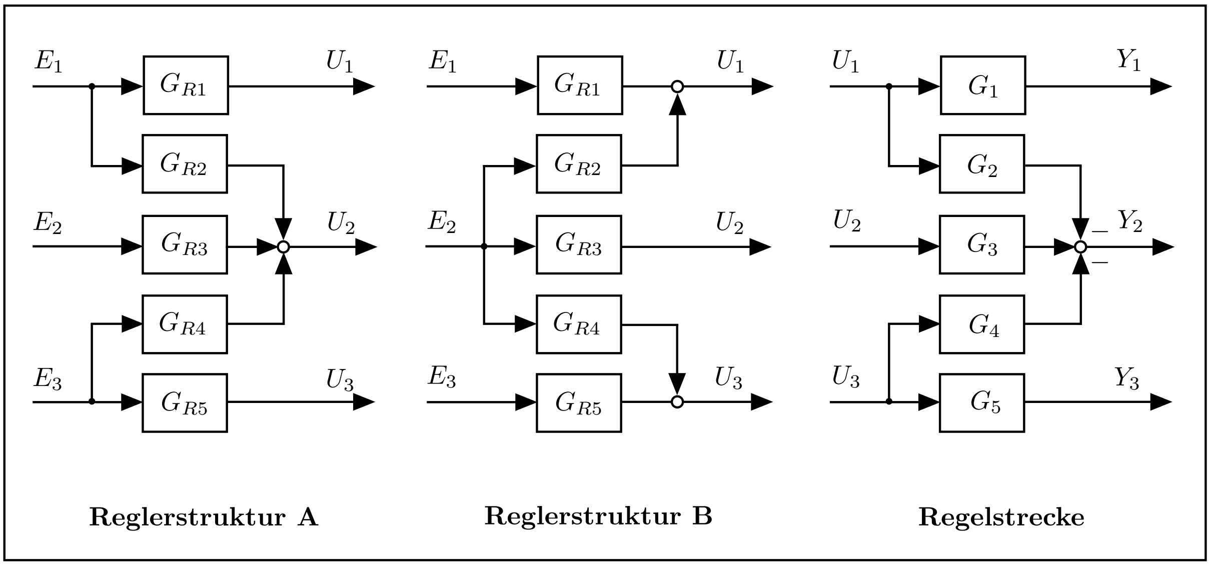
- [ ] Sie sind beide phasenminimal.
- [ ] Ihre Phasengänge streben für $\omega \to \infty$ gegen $-\infty$.
- [ ] Ihre Amplitudengänge sind für alle Frequenzen gleich 0 dB.

l) Welche Aussagen über bleibende Regelabweichungen sind richtig?

- ☐ Sie treten zum Beispiel bei sprungförmiger Führungsgröße auf, wenn weder die Regelstrecke noch der Regler einen I-Anteil aufweisen.
- ☐ Durch einen I-Anteil im Regler lässt sich ein bleibender Regelfehler unabhängig von der Führungsgröße und der Streckenübertragungsfunktion vermeiden.
- ☐ Ein I-Anteil im Regler verhindert keine bleibende Regelabweichung bei einer sprungförmigen Störung der Regelgröße

Aufgabe 2: Mehrgrößenregelung (22 Punkte)

Gegeben ist die unten abgebildete Regelstrecke mit jeweils drei Ein- und Ausgängen sowie zwei Regler mit unterschiedlichen Strukturen.



a) Strecke und Regler können mit den Vektorgleichungen $\underline{Y}(s) = \underline{G}_S(s) \cdot \underline{U}(s)$ und $\underline{U}(s) = \underline{G}_R(s) \cdot \underline{E}(s)$ beschrieben werden. Ermitteln Sie die Übertragungsmatrix der Regelstrecke $\underline{G}_S(s)$ und der beiden Regler $\underline{G}_R(s)$.

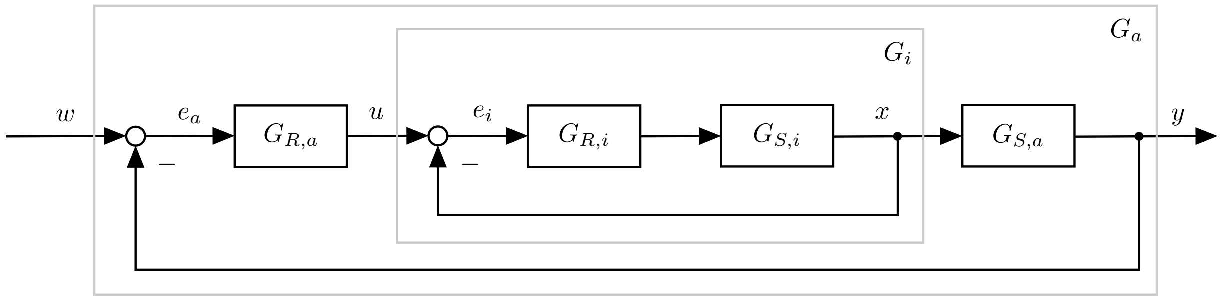
b) Berechnen Sie für beide Reglervarianten die Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises $\underline{G}_0(s) = \underline{G}_S(s) \cdot \underline{G}_R(s)$.

c) Zeigen Sie an einer aus $\underline{G}_0(s)$ ermittelten Entkopplungsbedingung, dass eine Entkopplung der Regelkreise mit der Reglerstruktur B **nicht** möglich ist, geben Sie zusätzlich eine Begründung an. Gehen Sie davon aus, dass alle Streckenübertragungsfunktionen ungleich Null sind.

d) Berechnen Sie aus $\underline{G}_0(s)$ die Entkopplungsbedingungen für Reglerstruktur A und bestimmen Sie daraus die Übertragungsfunktionen $\underline{G}_{R2}(s)$ und $\underline{G}_{R4}(s)$.

Aufgabe 3: Kaskadenregelung (14 Punkte)

Gegeben ist der abgebildete Regelkreis mit innerer und äußerer Rückkopplung:



Die Übertragungsfunktionen der Regler und Strecken sind gegeben mit:

$$G_{S,i}(s) = \frac{1}{(1+5s)(1+10s)}$$
$$G_{R,i}(s) = K_P$$
$$G_{S,a}(s) = \frac{1}{1+s}$$

a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen, inneren Regelkreises. Wie wird das System bezeichnet $(P, PI, PD, PT_1, \ldots)$?

b) Betrachten Sie zunächst lediglich den inneren Regelkreis $G_i(s)$. Berechnen Sie, ob bei einem Sprung der Größe u eine bleibende Regelabweichung e_i auftritt.

c) Wählen Sie einen der beiden folgenden Regler für den äußeren Regelkreis. Begründen Sie Ihre Wahl.

$$G_{R,a1}(s) = K \cdot \frac{1+T_I s}{T_I s}$$
$$G_{R,a2}(s) = K \cdot \frac{1+T_D s}{1+Ts}$$

Für die folgenden Aufgabenteile sei $T_I = T_D = T = 1$ gegeben.

d) Berechnen Sie den offenen Regelkreis $G_0(s)$ für die gesamte Kaskadenregelung $w \to y$.

e) Berechnen Sie, ob bei einem Sprung der Führungsgröße w eine bleibende Regelabweichung e_a im äußeren Regelkreis auftritt.

f) Nehmen Sie an, dass der innere Regelkreis den Strom und der äußere Regelkreis die Position einer elektrischen Maschine regelt. Darf eine bleibende Regelabweichung für den inneren oder den äußeren Regelkreis auftreten?

Aufgabe 4: RL-Schaltkreis (21 Punkte)

Gegeben ist ein RL-Schaltkreis. Ein Widerstand $R = 50\Omega$ und eine Spule $L = 10\text{H}$ sind in Reihe geschaltet. Ein Transistor T ermöglicht die Spannungsquelle von Widerstand und Spule zu trennen und eine Diode ermöglicht dem Strom weiterhin zu fließen. Die Spannungsquelle versorgt die Schaltung mit $U_q = 10V$.
Fall 1 T_{aus}:
Ist der Transistor ausgeschaltet, fließt der Strom von der Spannungsquelle durch den Widerstand und die Spule.
Fall 2 T_{an}:
Wird der Transistor geschaltet, fließt kein Strom mehr von der Quelle durch die Bauteile, sondern der vorhandene Strom fließt durch die Diode innerhalb des Schaltkreises.

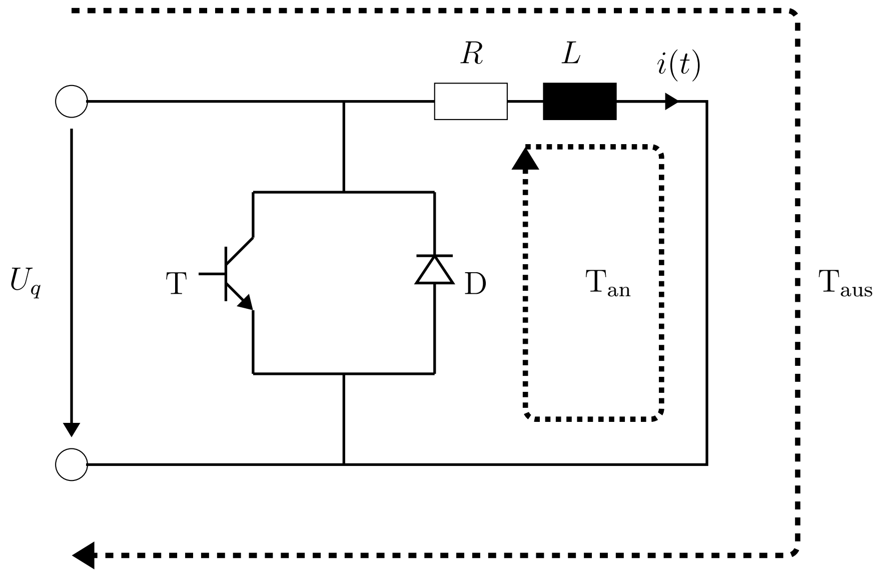


Bild 1: RL-Schaltbild

Das Schaltbild aus Bild 1 lässt sich in folgendem Blockschaltbild zusammenfassen.

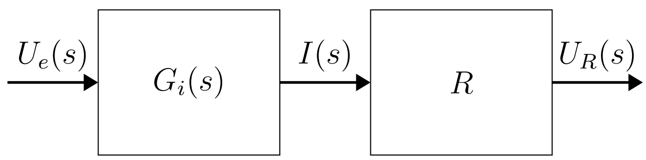


Bild 2: RL-Blockschaltbild

Die Gleichung für das Verhältnis zwischen $i(t)$ und $u_e(t)$ lässt sich mit

Fall 1: T_{aus}
$u_e(t) = U_q$

Fall 2: T_{an}
$u_e(t) = 0$

wie folgt darstellen:

$$u_e(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} \tag{1}$$

a) Nutzen Sie die Gleichung (1), um die Übertragungsfunktion $G_i(s) = \dfrac{I(s)}{U_e(s)}$ aufzustellen. Geben Sie die Zeitkonstante τ_i und Verstärkung K_i des Systems an.

b) Geben Sie die Übertragungsfunktion $G_{uR}(s) = \dfrac{U_R(s)}{U_e(s)}$ für die Spannung am Widerstand an. Wie ändern sich die Zeitkonstante τ_{uR} und die Verstärkung K_{uR} im Vergleich zu den Werten für $G_i(s)$?
Hinweis:

$$u_R(t) = i(t)\,R$$

c) Stellen Sie die Gleichung für $u_R(t)$ bei sprungförmigem Eingang $u_e(t)$ auf. Sie können die Transformation

$$\frac{1}{s(s+a)} \bullet\!\!-\!\!\circ \frac{1}{a}\left(1 - e^{-at}\right)$$

dafür nutzen. Berechnen Sie die Werte für $u_R(t)$ bei $u_e(t) = U_Q = 10V$ zu den geforderten Zeitpunkten und tragen Sie diese in die folgende Tabelle ein:

t [s]	$u_R(t)$ [V]
0.1	
0.25	
0.5	

Zeichnen Sie den Verlauf der Spannung $u_R(t)$, wenn die Spannungsquelle $U_q = 10V$ eingeschaltet wird in Bild 3 ein.

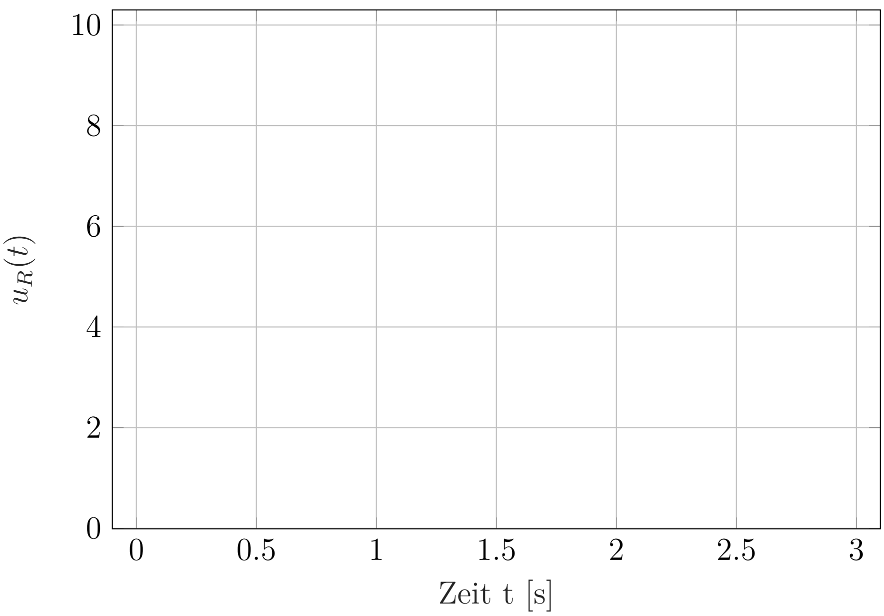


Bild 3: Verlauf des Stromes $i(t)$ über die Zeit beim für sprungförmigen Spannungseingang

d) Nun wird der Transistor mit einem PWM (Pulsweitenmodulation) Signal geschaltet. Das bedeutet, er wird an und ausgeschaltet (je 0.5 Sekunden). In Bild 4 bedeutet $S = 1$, dass $U_q = 10V$ anliegt und $S = 0$, dass $0V$ anliegt. Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der Spannung $u_R(t)$ am Widerstand in das selbe Bild ein. Was ist der Mittelwert der Spannung $\bar{u}_R(t)$ im eingeschwungenen Zustand?

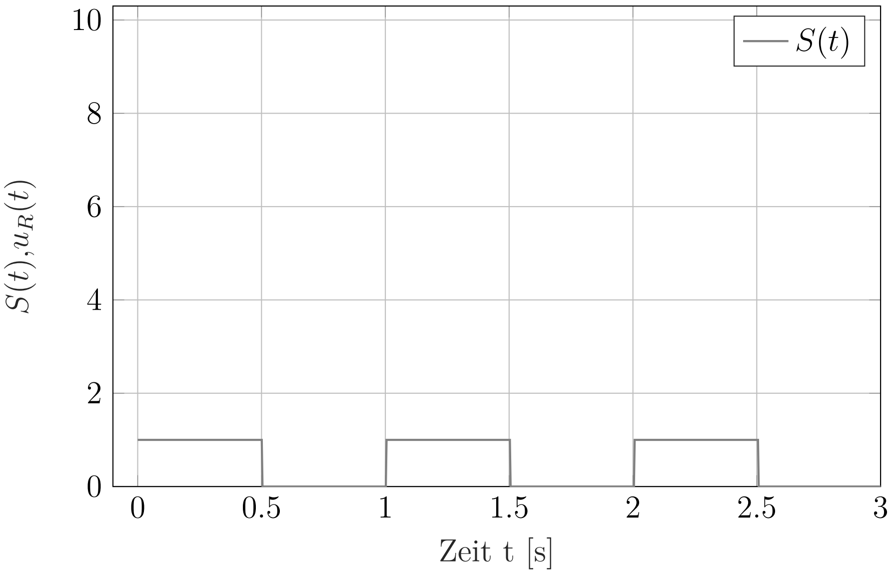


Bild 4: Verlauf der Spannung $u_R(t)$ über die Zeit bei langsamer PWM

e) Der Transistor wird mit höherer Frequenz geschaltet, zudem wird das Verhältnis geändert. Für 0.05 Sekunden liegt die Spannung $U_q = 10V$ an, für 0.2 Sekunden liegt keine Spannung an. Dieser Schaltvorgang wird in Bild 5 dargestellt. Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der Spannung $u_R(t)$ am Widerstand in das selbe Bild ein. Was ist der Mittelwert der Spannung $\bar{u}_R(t)$ im eingeschwungenen Zustand?

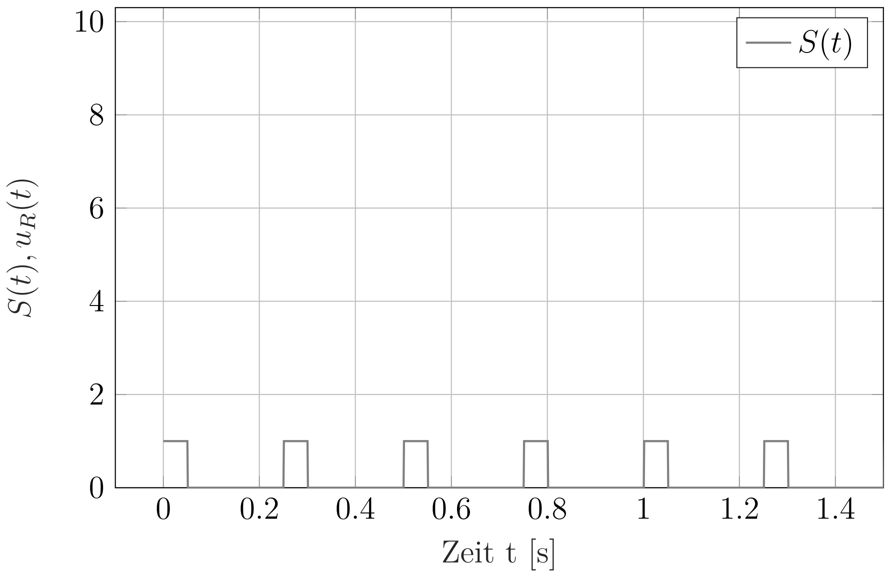
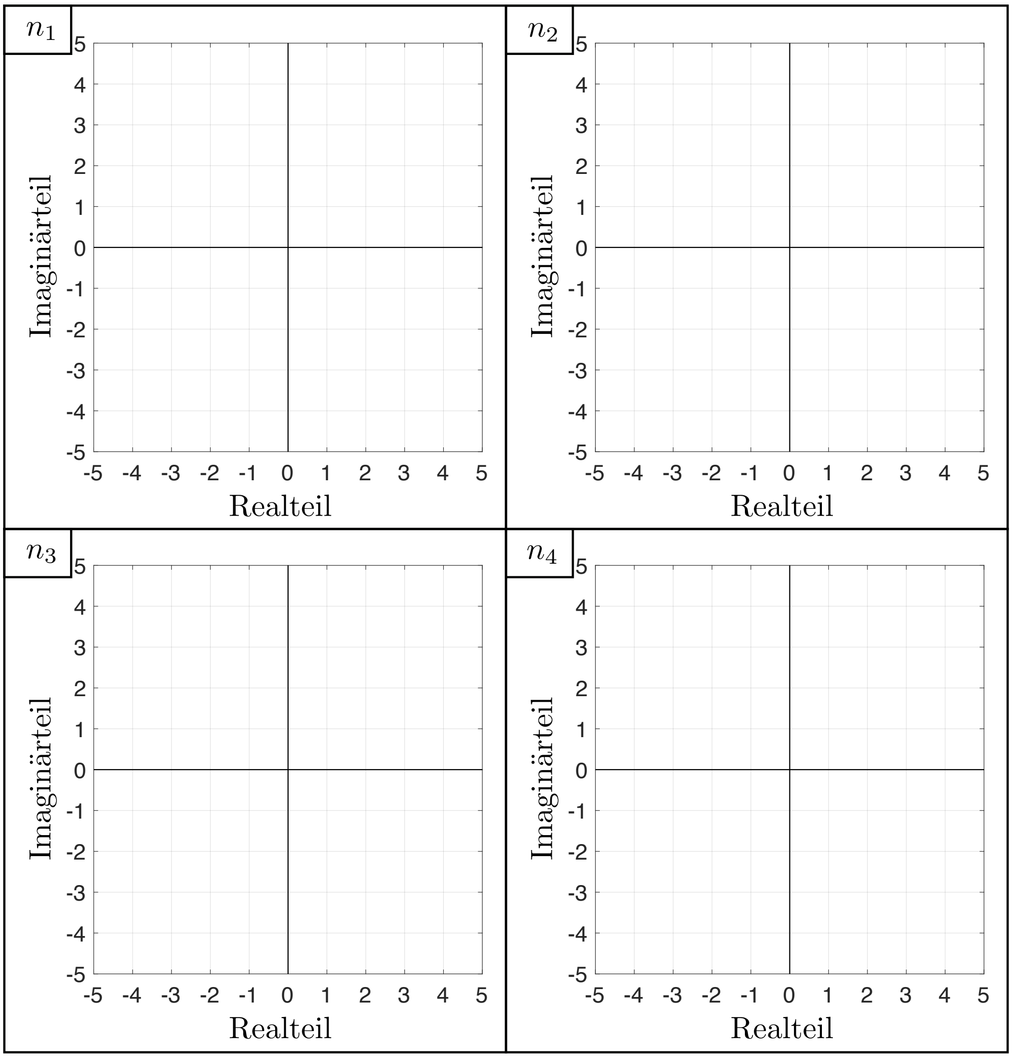


Bild 5: Verlauf der Spannung $u_R(t)$ über die Zeit bei schneller PWM

Aufgabe 5: Wurzelortskurve (22 Punkte)

Gegeben ist der offene Regelkreis mit $G_0(s) = K\frac{s-n}{s-p}$. Der Pol ist gegeben mit $p_1 = -2$. Die Nullstelle n wird aus folgenden Werten gewählt: $n_1 = -3$, $n_2 = -1$, $n_3 = 1$, $n_4 = 3$.

a) Zeichnen Sie für alle n_i mit $i = 1, 2, 3, 4$ die zugehörigen Wurzelortskurven in das nachfolgende Diagramm. Zeichnen Sie die Richtung der Äste mit ein.



b) Markieren Sie in der WOK für $n_4 = 3$ die Pole des geschlossenen Regelkreises für (i) kleine K (markieren Sie es mit K_k) und (ii) große K (markieren Sie es mit K_g).

c) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_w(s)$.

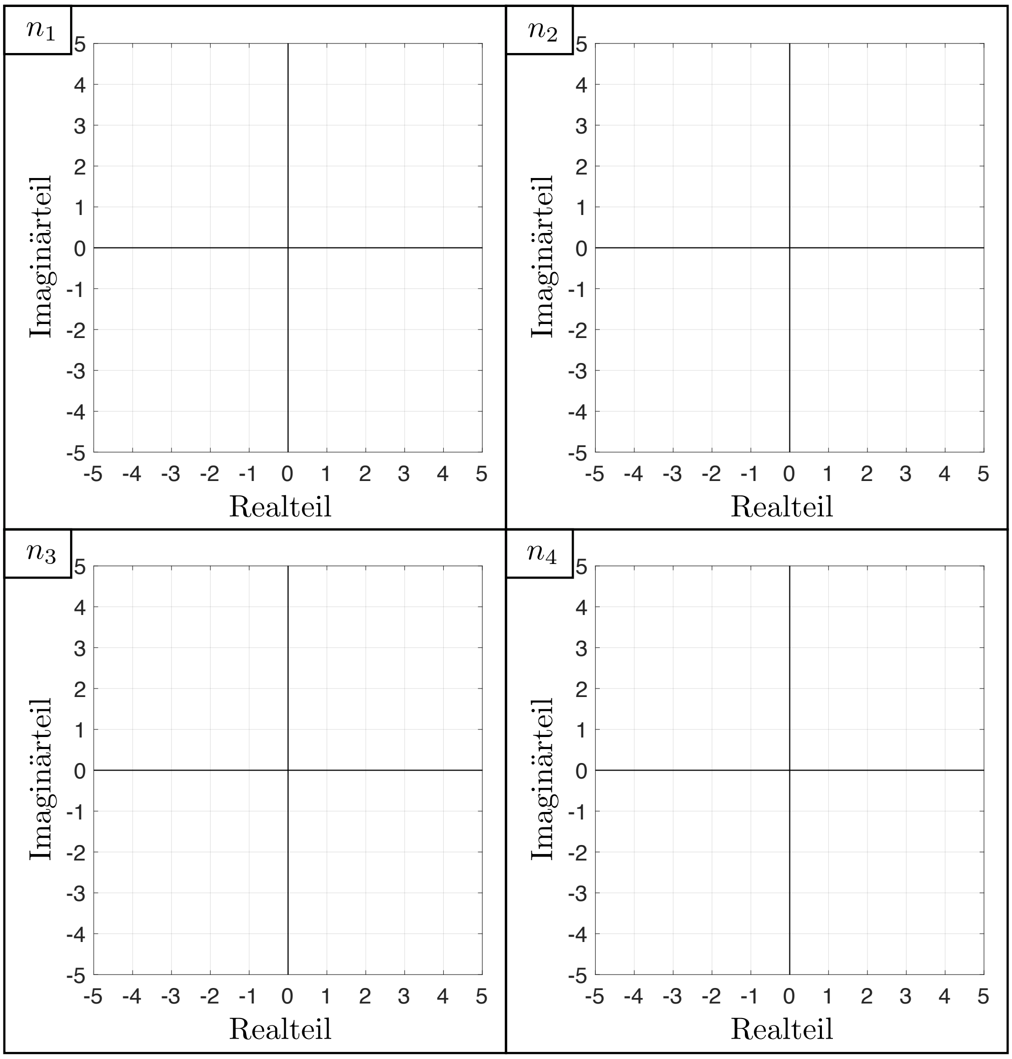
d) Bestimmen Sie den Bereich $K_\mathrm{min} \leq K \leq K_\mathrm{max}$ in dem der geschlossene Regelkreis stabil ist ($K_\mathrm{min} \geq 0$) und tragen Sie die Werte in die Tabelle ein. Streichen sie die Felder durch, bei denen das System nicht stabilisierbar ist. Tipp: Eine Rechnung ist nicht immer erforderlich!

Pol	Nullstelle	$K_{\min}$	$K_{\max}$
p_1	n_1		
p_1	n_2		
p_1	n_3		
p_1	n_4		

e) Wie muss K für $n_1 = -3$ gewählt werden, damit der Endwert des Regelfehlers für einen Sollgrößensprung gegen Null geht? Notieren Sie den Wert in dem vorbereiteten Feld:

K:	

f) Im Folgenden liegt der Pol von $G_0(s)$ bei $p_2 = 2$. Zeichnen Sie für alle n_i mit $i = 1, 2, 3, 4$ die zugehörigen Wurzelortskurven in das nachfolgende Diagramm. Zeichnen Sie die Richtung der Äste mit ein.



g) Bestimmen sie für alle n_i mit $i = 1, 2, 3, 4$ den Bereich $K_{\min} \leq K \leq K_{\max}$ in dem der Regelkreis stabil ist ($K_{\min} > 0$) und tragen Sie die Werte in die Tabelle ein. Streichen sie die Felder durch, bei denen das System nicht stabilisierbar ist. Tipp:

Eine Rechnung ist nicht immer erforderlich!

Pol	Nullstelle	K_{min}	K_{max}
p_2	n_1		
p_2	n_2		
p_2	n_3		
p_2	n_4		

Aufgabe 6: Frequenzgänge (15 Punkte)

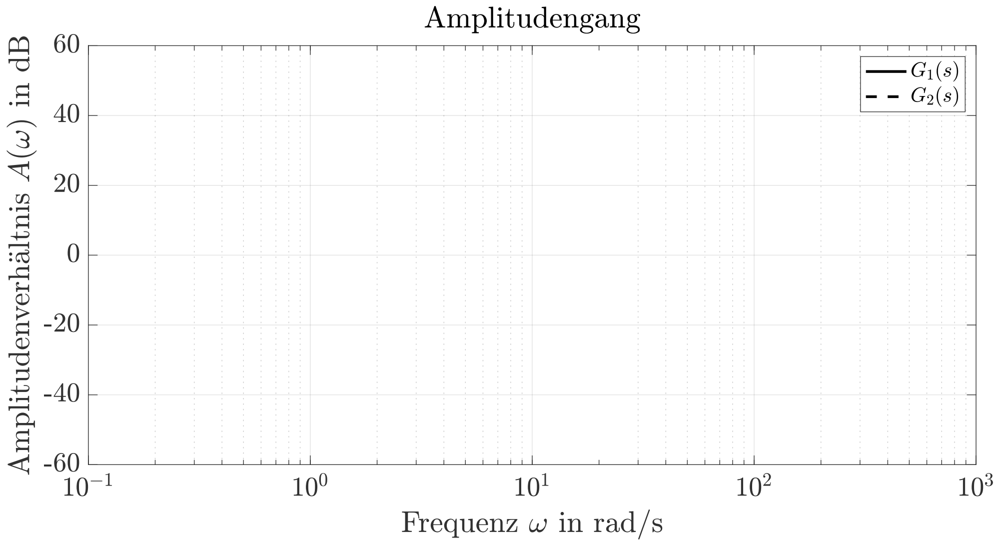
Gegeben sind die beiden Systeme:

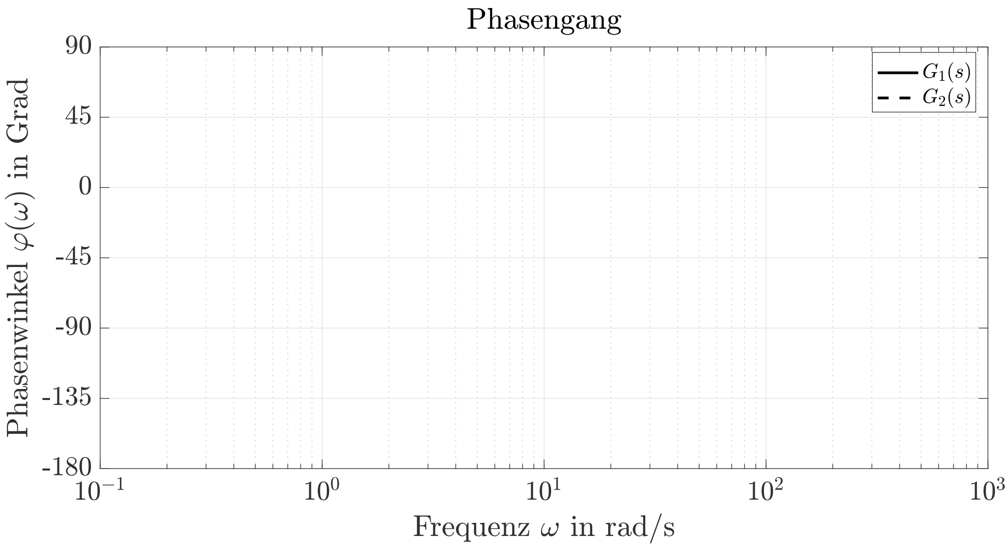
$$G_1(s) = \frac{s+2}{s+20} \qquad G_2(s) = \frac{s+20}{s(s+2)}$$

a) Berechnen sie den Amplitudengang $A(\omega)$ und den Phasengang $\varphi(\omega)$ jeweils von $G_1(s)$ und $G_2(s)$.

b) Welchen Einfluss hat der Faktor s im Nenner von $G_2(s)$ auf den Phasengang im Vergleich zu $G_3(s) = \frac{s+20}{s+2}$?

c) Zeichnen Sie die asymptotischen Amplituden- und Phasengänge der Systeme $G_1(s)$ und $G_2(s)$ in das untenstehende Bode-Diagramm ein. Benutzen Sie bitte die in der Legende vorgegebenen Linienarten.





Aufgabe 7: Linearisierung (9 Punkte)

Die Differenzialgleichung $4\,\ddot{y}(t) + \sqrt{\dot{y}(t)} - \cos(y(t)) = u(t)$ ist gegeben.

a) Linearisieren Sie die Gleichung um einen beliebigen stationären Arbeitspunkt (u_0, y_0) und geben Sie die linearisierte Gleichung relativ zum Arbeitspunkt an $f(\Delta\ddot{y}(t), \Delta\dot{y}(t), \Delta y(t), y_0) = \Delta u(t)$.

b) Transformieren Sie die linearisierte Differenzialgleichung in den Laplace-Bereich und stellen Sie die Übertragungsfunktion auf.

Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen (17 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche(s) dieser Systeme sind (ist) linear?

■ $G(s) = e^{-T_t \cdot s}$ (Totzeitglied).

□ $\ddot{y}(t) + 4 \cdot \dot{y}(t) + \sqrt{y(t)} = u(t)$.

■ $\ddot{y}(t) + \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot y(t) = \frac{1}{m} \cdot u(t)$.

b) Handelt es sich bei automatisch einschaltender Beleuchtung (Straße, Auto, etc.) um eine Regelung oder Steuerung?

□ Wird ein Helligkeitssensor verwendet handelt es sich um eine Regelung, weil die Helligkeit durch den Sensor gemessen wird (Messglied).

■ Wird ein Helligkeitssensor verwendet handelt es sich um eine Steuerung, weil nicht unter der Lampe gemessen wird (keine Rückkopplung).

■ Wird eine Zeitschaltuhr verwendet, handelt es sich um eine Steuerung.

c) Kann die Inverse der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s-1}{(s+5)(s+2)}$ in der Praxis zur Vorsteuerung verwendet werden?

□ Ja, denn Zähler- und Nennerordnung sind gleich groß.

□ Ja, wenn wenn die Inverse um einen schnellen Pol ergänzt wird.

■ Nein, die Inverse kann zwar um einen schnellen Pol ergänzt werden, um realisierbar zu sein, aber sie wäre instabil.

d) Was ist der Unterschied zwischen einem Kompensationsregler und einem Polvorgaberegler?

□ Es gibt keinen Unterschied, beide Begriffe bezeichnen den gleichen Reglertyp.

■ Kompensationsregler kann man im Unterschied zu Polvorgabereglern nicht bei instabilen Regelstrecken verwenden.

□ Beim Kompensationsregler werden nur die Pole des geschlossenen Regelkreises, beim Polvorgaberegler auch die Nullstellen vorgeben.

e) Der Smith-Prädiktor wird angewendet, um ...

■ ... die Totzeit der Regelstrecke aus dem Reglerentwurf rauszurechnen.

□ ... zu ermöglichen, dass auch bei Systemen mit Totzeit stets die Regelgröße der Führungsgröße ohne Zeitverschiebung folgt.

□ ... PT_2 Systeme mit großer Zeitkonstante besser zu regeln.

f) Welche Eigenschaften hat eine Störgrößenaufschaltung?

□ Eine Störung kann durch eine geeignete Aufschaltung immer vollständig kompensiert werden.

□ Eine Störgrößenaufschaltung ist möglich, auch wenn die Störgröße nicht gemessen werden kann.

■ Eine Störgrößenaufschaltung ist nur möglich, wenn die Störgröße gemessen werden kann.

g) Welche Aussagen gelten allgemein für Übertragungsfunktionen?

■ Wenn sie konjugiert komplexe Pole haben, können Schwingungen auftreten.

□ Wenn alle Nullstellen einen negativen Realteil haben, egal ob reell oder konjugiert komplex, sind sie stabil.

□ Wenn sie Nullstellen mit positivem Realteil haben, sind sie instabil.

h) Wie kann man den Frequenzgang eines dynamischen Systems bestimmen?

■ Bei stabilen Systemen experimentell, indem man Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz als Eingang verwendet und die zugehörigen Ausgangssignale misst.

□ Indem man die Pole der Übertragungsfunktion für verschiedene Reglerparameter berechnet und diese in ein Diagramm einzeichnet und mit einer Linie verbindet

■ Indem man in der Übertragungsfunktion des Systems $G(s)$ $s = i\omega$ setzt und den Betrag und das Argument (Phase) der resultierenden komplexen Zahl ausrechnet.

i) Wie sieht die Übertragungsfunktion eines (idealen) PID-Reglers aus?

■ $G_R(s) = K_P + K_I \cdot \frac{1}{s} + K_D \cdot s$

□ $G_R(s) = K_P + K_I \cdot \frac{1}{s} + K_D \cdot \frac{1}{s^2}$

■ $G_R(s) = \dfrac{K_P \cdot s + K_I + K_D \cdot s^2}{s}$

j) Zur Regelung eines langsamen Systems (näherungsweises Verhalten eines Integrators) wird ein Zweipunktregler mit Hysterese verwendet. Welche Aussagen sind richtig?

□ Bei gutem Reglerentwurf schwingt die Regelgröße asymptotisch auf den Sollwert ein.

■ Die Schalthäufigkeit des Reglers wird durch die Hysteresebreite beeinflusst.

■ Die Regelgröße schwingt auch bei gutem Entwurf des Reglers dauerhaft um den Sollwert.

k) Welche gemeinsamen Eigenschaften haben Allpass und Totzeit?

□ Sie sind beide phasenminimal.

□ Ihre Phasengänge streben für $\omega \to \infty$ gegen $-\infty$.

■ Ihre Amplitudengänge sind für alle Frequenzen gleich 0 dB.

l) Welche Aussagen über bleibende Regelabweichungen sind richtig?

■ Sie treten zum Beispiel bei sprungförmiger Führungsgröße auf, wenn weder die Regelstrecke noch der Regler einen I-Anteil aufweisen.

□ Durch einen I-Anteil im Regler lässt sich ein bleibender Regelfehler unabhängig von der Führungsgröße und der Streckenübertragungsfunktion vermeiden.

□ Ein I-Anteil im Regler verhindert keine bleibende Regelabweichung bei einer sprungförmigen Störung der Regelgröße

$\boxed{\sum 17}$

<u>Aufgabe 2:</u> Mehrgrößenregelung (22 Punkte)

a) Übertragungsmatrix der Regelstrecke $\underline{G}_S(s)$:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 \\ -G_2 & G_3 & -G_4 \\ 0 & 0 & G_5 \end{bmatrix}}_{\underline{G}_S(s)} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$ $\boxed{3}$

Übertragungsmatrizen der Regler $\underline{G}_R(s)$:

$$\textbf{A:} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_{R1} & 0 & 0 \\ G_{R2} & G_{R3} & G_{R4} \\ 0 & 0 & G_{R5} \end{bmatrix}}_{\underline{G}_R(s)} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}, \quad \textbf{B:}\ \underline{G}_R(s) = \begin{bmatrix} G_{R1} & G_{R2} & 0 \\ 0 & G_{R3} & 0 \\ 0 & G_{R4} & G_{R5} \end{bmatrix}$$ $\boxed{6}$

b) Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises $\underline{G}_0(s) = \underline{G}_S(s) \cdot \underline{G}_R(s)$ für Struktur **A**:

$$\underline{G}_{0,A}(s) = \begin{bmatrix} G_1 G_{R1} & 0 & 0 \\ -G_2 G_{R1} + G_3 G_{R2} & G_3 G_{R3} & G_3 G_{R4} - G_4 G_{R5} \\ 0 & 0 & G_5 G_{R5} \end{bmatrix}$$ $\boxed{3}$

Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises $\underline{G}_0(s) = \underline{G}_S(s) \cdot \underline{G}_R(s)$ für Struktur **B**:

$$\underline{G}_{0,B} = \begin{bmatrix} G_1 G_{R1} & G_1 G_{R2} & 0 \\ -G_2 G_{R1} & -G_2 G_{R2} + G_3 G_{R3} - G_4 G_{R4} & -G_4 G_{R5} \\ 0 & G_5 G_{R4} & G_5 G_{R5} \end{bmatrix}$$ $\boxed{3}$

c) Für eine vollständige Entkopplung des Regelkreises, müssen alle Nebendiagonalelemente von $\underline{G}_0(s)$ gleich Null werden. Beispielsweise gilt für das Element in der 2. Zeile und 1. Spalte von $\underline{G}_{0,B}(s)$ von Struktur B: $\boxed{1}$

$$-G_2 G_{R1} = 0 \Rightarrow \boxed{G_{R1} = 0}$$ $\boxed{1}$

Damit ist eine Entkopplung nur möglich, wenn die erste Regelgröße überhaupt nicht geregelt würde! Alternativ kann man an Hand des Blockschaltbildes erkennen, dass die Strecke den 1. Eingang mit dem 2. Ausgang koppelt, der Regler aber nicht den 1. Regelfehler mit der 2. Stellgröße, sondern umgekehrt. Durch die unterschiedliche Struktur ist die Entkopplung nicht möglich. $\boxed{1}$

d) Entkopplungsbedingungen für Struktur A (alle Nebendiagonalelemente von $\underline{G}_{0,A}(s)$ gleich Null):

$$-G_{R1} G_2 + G_3 G_{R2} = 0 \Rightarrow \boxed{G_{R2} = \frac{G_{R1} G_2}{G_3}}$$ $\boxed{2}$

$$G_3 G_{R4} - G_4 G_{R5} \Rightarrow \boxed{G_{R4} = \frac{G_4 G_{R5}}{G_3}}$$ $\boxed{2}$

Aufgabe 3: Kaskadenregelung (14 Punkte)

a) Die Übertragungsfunktion des geschlossenen inneren Regelkreises lautet

$$G_i(s) = \frac{X(s)}{U(S)} = \frac{G_{R,i}(s)\,G_{S\,i}(s)}{1 + G_{R,i}(s)\,G_{S,i}(s)} = \frac{K_P}{K_P + 50s^2 + 15s + 1}$$ 2

Es handelt sich um ein PT_2-System. 1

b)

$$\begin{aligned}
E_i &= S_i \cdot U \\
E_i &= \frac{1}{1 + G_{R,i}\,G_{S,i}} \cdot U \;\Rightarrow\; E_i = \frac{1}{1 + \frac{K_P}{50s^2+15s+1}} \cdot \frac{1}{s} \\
E_i &= \frac{50s^2 + 15s + 1}{K_P + 50s^2 + 15s + 1} \cdot \frac{1}{s} \\
e_i(t \to \infty) &= \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{50s^2 + 15s + 1}{K_P + 50s^2 + 15s + 1} \cdot \frac{1}{\cancel{s}} \\
&= \frac{1}{1 + K_P} \neq 0 \text{ bleibende Regelabweichung!}
\end{aligned}$$ 3

c) Für den äußeren Regelkreis sollte ein Regler mit I-Anteil gewählt werden, um bleibende Regelabweichungen zu vermeiden. Da es sich bei dem ersten Regler um einen PI-Regler handelt, ist dieser die richtige Wahl. Der zweite Regler (PD-T_1) besitzt keinen I-Anteil und sollte daher nicht verwendet werden. 1

d) Die Übertragungsfunktion $G_0(s)$ des offenen Gesamtregelkreises mit aktiver, innerer Rückkopplung lautet

$$G_0(s) = G_{R,a}(s) \cdot G_i(s) \cdot G_{S,a}(s) = K_I \cdot \frac{s+1}{s} \cdot \frac{K_P}{K_P + 50s^2 + 15s + 1} \cdot \frac{1}{1+s}$$

$$\Leftrightarrow G_0(s) = \frac{K_I\,K_P}{s \cdot [50s^2 + 15s + 1 + K_P]}$$ 2

e) Berechnung des Regelfehlers $e_a(t \to \infty)$ für einen Führungssprung:

$$\begin{aligned}
E_a &= S_a \cdot W \\
E_a &= \frac{1}{1 + G_0(s)} \cdot W \;\Rightarrow\; E = \frac{1}{1 + \frac{K_I\,K_P}{s\cdot[50s^2+15s+1+K_P]}} \cdot \frac{1}{s} \\
E_a &= \frac{s \cdot [50s^2 + 15s + 1]}{K_I K_P + s \cdot [50s^2 + 15s + 1 + K_P]} \cdot \frac{1}{s} \\
e_a(t \to \infty) &= \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{s \cdot [50s^2 + 15s + 1]}{K_I K_P + s \cdot [50s^2 + 15s + 1 + K_P]} \cdot \frac{1}{\cancel{s}} = \frac{0}{K_I K_P} = 0
\end{aligned}$$ 3

f) Für das beschriebene Problem darf der innere Regler eine bleibende Regelabweichung. Der Endwert des Motorstroms ist für die Güte der Regelung irrelevant. 1

Im äußeren Regelkreis wird die Position zurückgeführt, die die eigentliche Regelgröße darstellt. Hier ist natürlich keine bleibende Regelabweichung gewünscht. Der Positionssollwert sollte so gut wie möglich erreicht werden 1

$\sum$ 14

Aufgabe 4: RL-Schaltkreis (21 Punkte)

Gegeben ist ein RL-Schaltkreis. Ein Widerstand $R = 50\Omega$ und eine Spule $L = 10\text{H}$ sind in Reihe geschaltet. Ein Transistor T ermöglicht die Spannungsquelle von Widerstand und Spule zu trennen und eine Diode ermöglicht dem Strom weiterhin zu fließen. Die Spannungsquelle versorgt die Schaltung mit $U_q = 10V$.
Fall 1 T_{aus}:
Ist der Transistor ausgeschaltet, fließt der Strom von der Spannungsquelle durch den Widerstand und die Spule.
Fall 2 T_{an}:
Wird der Transistor geschaltet, fließt kein Strom mehr von der Quelle durch die Bauteile, sondern der vorhandene Strom fließt durch die Diode innerhalb des Schaltkreises.

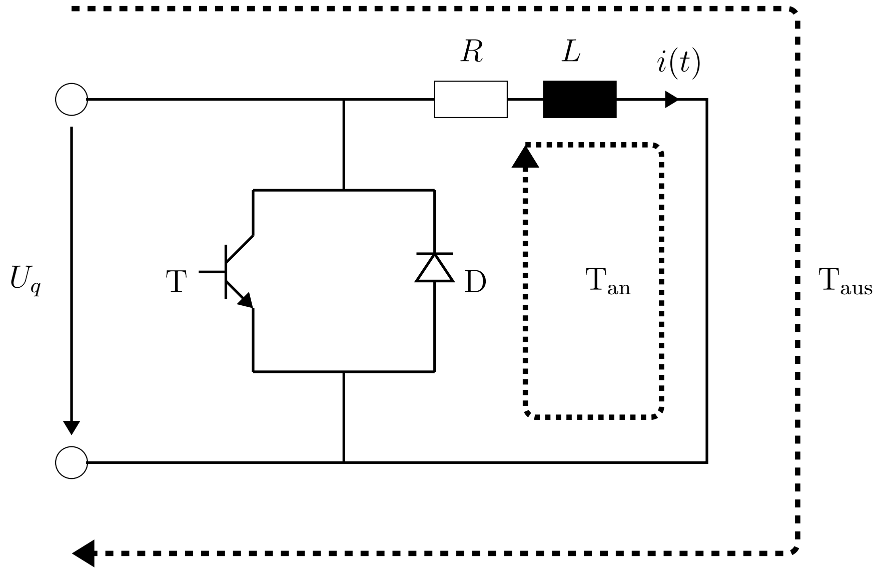


Bild 6: RL-Schaltbild

Das Schaltbild aus Bild 6 lässt sich in folgendem Blockschaltbild zusammenfassen.

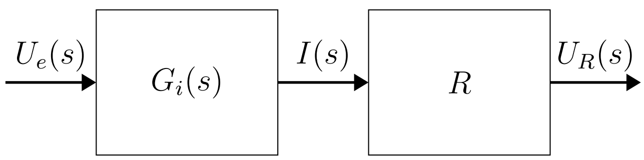


Bild 7: RL-Blockschaltbild

Die Gleichung für das Verhältnis zwischen $i(t)$ und $u_e(t)$ lässt sich mit

Fall 1: T_{aus}
$u_e(t) = U_q$

Fall 2: T_{an}
$u_e(t) = 0$

wie folgt darstellen:

$$u_e\left(t\right) = Ri\left(t\right) + L\frac{di\left(t\right)}{dt} \tag{2}$$

a) Nutzen Sie die Gleichung (2), um die Übertragungsfunktion $G_i(s) = \frac{I(s)}{U_e(s)}$ aufzustellen. Geben Sie die Zeitkonstante τ_i und Verstärkung K_i des Systems an.
Antwort:

$$u_e(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}$$
$$U_e(s) = RI(s) + LI(s)s$$
$$\frac{I(s)}{U_e(s)} = \frac{1}{R+Ls} = G_i(s)$$
$$G_i(s) = \frac{\frac{1}{R}}{1+\frac{L}{R}s}$$
$$\tau_i = \frac{L}{R}; K_i = \frac{1}{R}$$

4

b) Geben Sie die Übertragungsfunktion $G_{uR}(s) = \frac{U_R(s)}{U_e(s)}$ für die Spannung am Widerstand an. Wie ändern sich die Zeitkonstante τ_{uR} und die Verstärkung K_{uR} im Vergleich zu den Werten für $G_i(s)$?
Hinweis:

$$u_R(t) = i(t)R$$

Antwort:

$$G_{uR}(s) = G_i(s)R$$
$$\frac{\frac{1}{R}}{1+\frac{L}{R}s}R = \frac{1}{1+\frac{L}{R}s}$$

Nur die Verstärkung K_{uR} ändert sich um den Faktor R. 2

$$K_{uR} = K_iR = 1$$ 1

c) Stellen Sie die Gleichung für $u_R(t)$ bei sprungförmigem Eingang $u_e(t)$ auf. Sie können die Transformation

$$\frac{1}{s(s+a)} \bullet\!\!-\!\!\circ \frac{1}{a}\left(1-e^{-at}\right)$$

dafür nutzen. Berechnen Sie die Werte für $u_R(t)$ bei $u_e(t) = U_Q = 10V$ zu den geforderten Zeitpunkten und tragen Sie diese in die folgende Tabelle ein:

3

t [s]	$u_R(t)$ [V]
0.1	3.935
0.25	7.135
0.5	9.179

Zeichnen Sie den Verlauf der Spannung $u_R(t)$, wenn die Spannungsquelle $U_q = 10V$ eingeschaltet wird in Bild 8 ein.

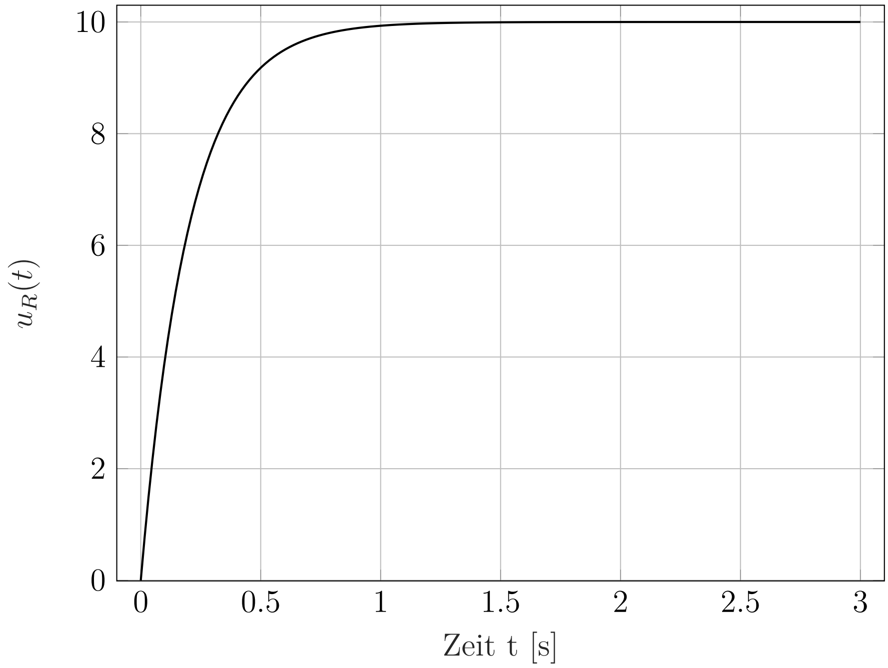


Bild 8: Verlauf des Stromes $i(t)$ über die Zeit beim für sprungförmigen Spannungseingang

$\boxed{2}$

Antwort:

Sprung: $\frac{1}{s}$

$$\frac{1}{1+\frac{L}{R}s} = \frac{R}{R+L} = \frac{\frac{R}{L}}{\frac{R}{L}+s} = G_{uR}(s)$$

$$G_{uR}(s)\,\frac{1}{s} = \frac{\frac{R}{L}}{s\left(\frac{R}{L}+s\right)} \;\bullet\!\!-\!\!\!\circ\; \frac{L}{R}\frac{R}{L}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$\boxed{3}$

d) Nun wird der Transistor mit einem PWM (Pulsweitenmodulation) Signal geschaltet. Das bedeutet, er wird an und ausgeschaltet (je 0.5 Sekunden). In Bild 9 bedeutet $S = 1$, dass $U_q = 10V$ anliegt und $S = 0$, dass $0V$ anliegt. Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der Spannung $u_R(t)$ am Widerstand in das selbe Bild ein. Was ist der Mittelwert der Spannung $\bar{u}_R(t)$ im eingeschwungenen Zustand?

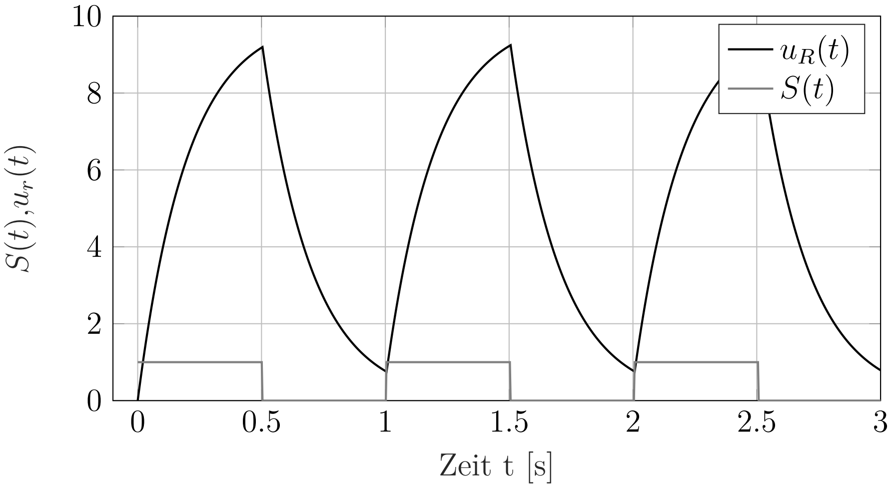


Bild 9: Verlauf der Spannung $u_R(t)$ über die Zeit bei langsamer PWM

2

Antwort:$\bar{u}_r(t) = 5V$ 1

e) Der Transistor wird mit höherer Frequenz geschaltet, zudem wird das Verhältnis geändert. Für 0.05 Sekunden liegt die Spannung $U_q = 10V$ an, für 0.2 Sekunden liegt keine Spannung an. Dieser Schaltvorgang wird in Bild 5 dargestellt. Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf der Spannung $u_R(t)$ am Widerstand in das selbe Bild ein. Was ist der Mittelwert der Spannung $\bar{u}_R(t)$ im eingeschwungenen Zustand?

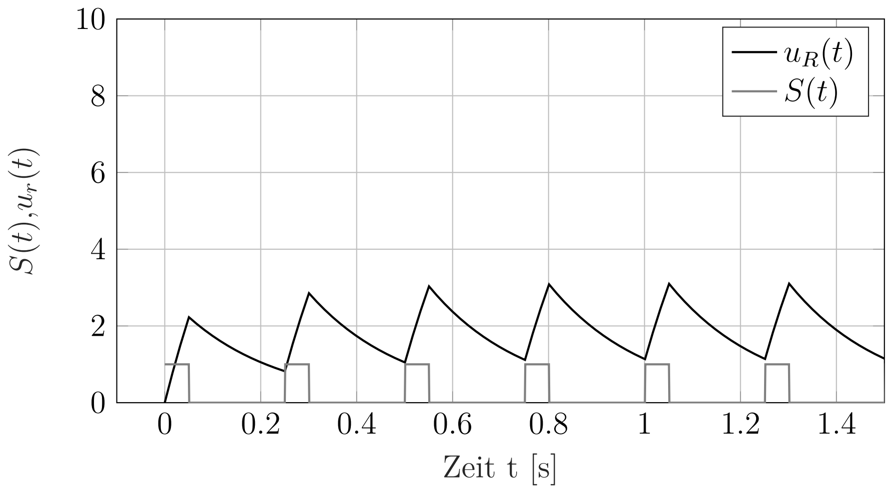


Bild 10: Verlauf der Spannung $u_R(t)$ über die Zeit bei schneller PWM

2

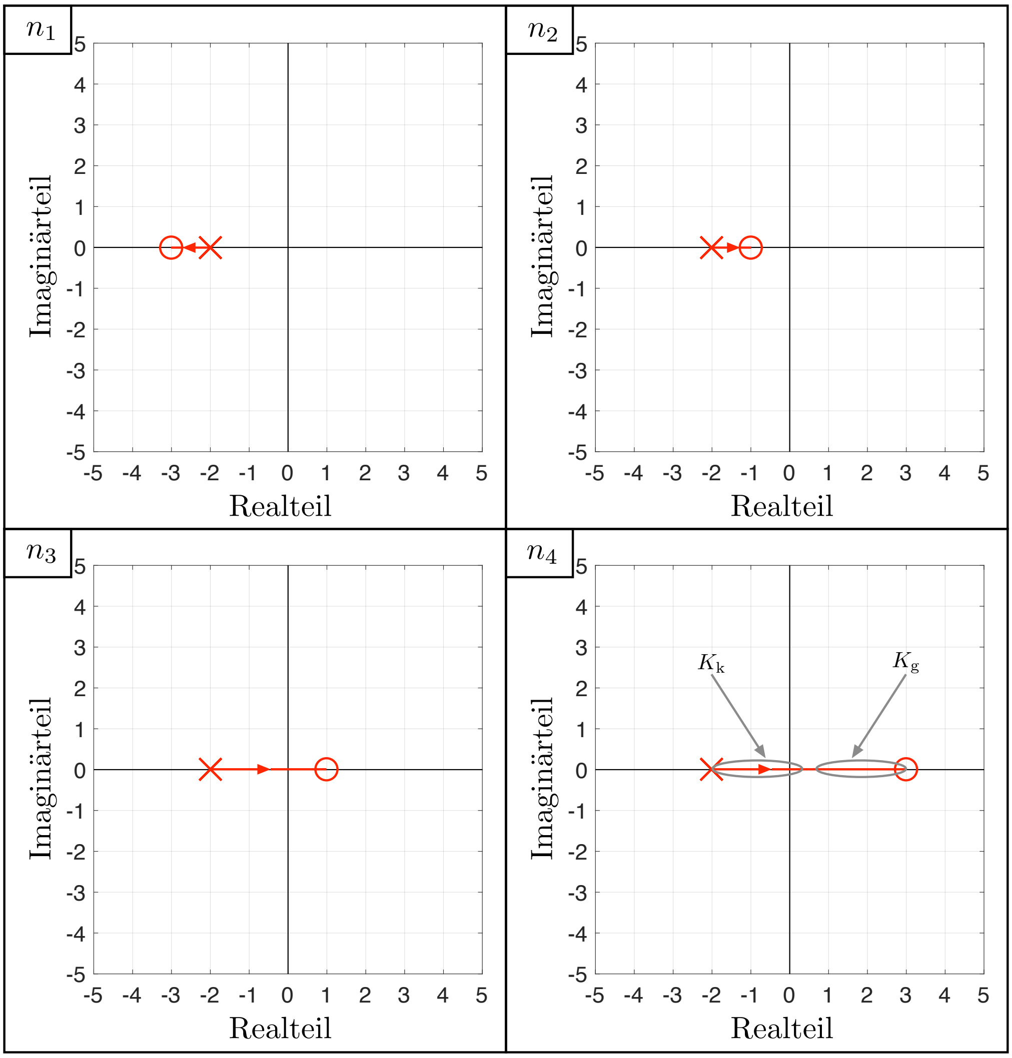
Antwort:$\bar{u}_r(t) = 2V$ 1

$\sum 21$

Aufgabe 5: Wurzelortskurve (22 Punkte)

Gegeben ist der offene Regelkreis mit $G_0(s) = K\frac{s-n}{s-p}$. Der Pol ist gegeben mit $p_1 = -2$. Die Nullstelle n wird aus folgenden Werten gewählt: $n_1 = -3$, $n_2 = -1$, $n_3 = 1$, $n_4 = 3$.

a) Zeichnen Sie für alle n_i mit $i = 1, 2, 3, 4$ die zugehörigen Wurzelortskurven in das nachfolgende Diagramm. Achten Sie darauf die Richtung der Äste einzuzeichnen



4

b) Markieren Sie in der WOK für $n_4 = 3$ die Pole des geschlossenen Regelkreises für (i) kleine K (markieren Sie es mit K_k) und (ii) große K (markieren Sie es mit K_g).

2

c) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_w(s)$.

$$G_w(s) = \frac{K(s-n)}{Ks - Kn + s - p}$$

2

d) Bestimmen sie für alle n_i mit $i = 1, 2, 3, 4$ den Bereich $K_{\text{min}} \leq K \leq K_{\text{max}}$ in dem der Regelkreis stabil ist ($K_{\text{min}} > 0$) und tragen Sie die Werte in die Tabelle ein. Streichen sie die Felder durch, bei denen das System nicht stabilisierbar ist. Tipp: Eine Rechnung ist nicht immer erforderlich!

Pol	Nullstelle	K_{min}	K_{max}
p_1	n_1	0	$+\infty$
p_1	n_2	0	$+\infty$
p_1	n_3	0	2
p_1	n_4	0	2/3

Strukturstabil für n_1 und n_2.
Kritische Verstärkung für n_3 und n_4: Pole des geschlossenen Regelkreises: Nenner gleich Null setzen.

$$Ks - Kn + s - p = 0$$
$$s = \frac{Kn + p}{K + 1}$$

Grenzstabile Pole für $s = 0$:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{Kn + p}{K + 1} \\ 0 &= Kn + p \\ K &= -\frac{p}{n} \end{aligned} \tag{3}$$

Pol wandert von der linken s-Halbebene in die rechte s-Halbebene. Kritische (maximale) Verstärkung für n_3 und n_4:

$$n_3: \quad K_{\text{max}} = -\frac{-2}{1} = 2$$
$$n_4: \quad K_{\text{max}} = -\frac{-2}{3} = 2/3$$

4

e) Wie muss K für $n_1 = -3$ gewählt werden, damit der Endwert des Regelfehlers für einen Sollgrößensprung gegen Null geht? Notieren Sie den Wert in dem vorbereiteten Feld:

$$G_w(s) = \frac{K(s - n)}{Ks - Kn + s - p}$$

Endwert der Sprungantwort:

$$\lim_{s \to 0} s \frac{K(s - n)}{Ks - Kn + s - p} \frac{1}{s}$$
$$\lim_{s \to 0} \frac{K(s - n)}{Ks - Kn + s - p} = \frac{-Kn}{-Kn - p}$$

Forderung: Endwert der Sprungantwort gleich 1!

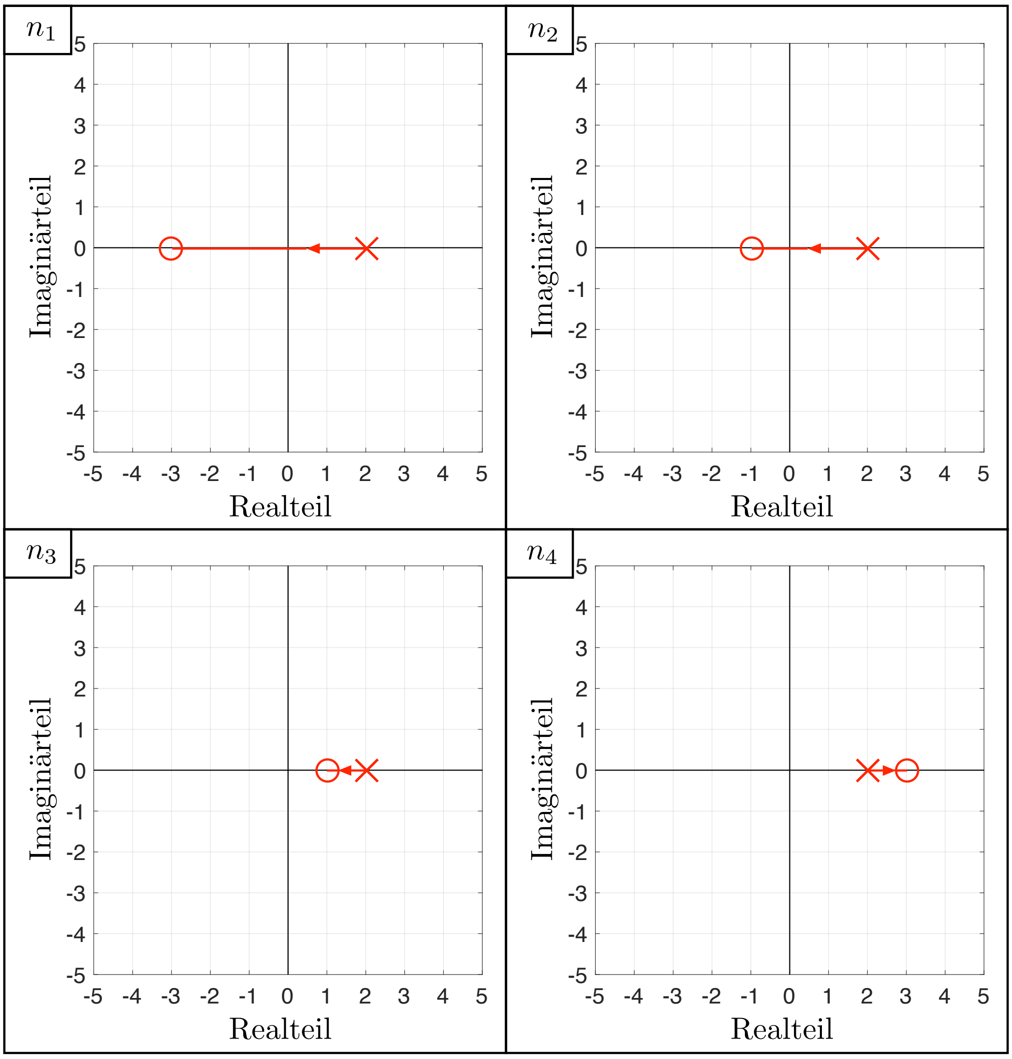
$$\frac{-Kn}{-Kn - p} = 1$$

Daraus lässt sich erkennen, das $K \to \infty$ gehen muss.

K:	$\to \infty$

2

f) Im Folgenden liegt der Pol von $G_0(s)$ bei $p_2 = 2$. Zeichnen Sie für alle n_i mit $i = 1, 2, 3, 4$ die zugehörigen Wurzelortskurven in das nachfolgende Diagramm.



4

g) Bestimmen sie für alle n_i mit $i = 1, 2, 3, 4$ den Bereich $K_{\min} \leq K \leq K_{\max}$ in dem der Regelkreis stabil ist ($K_{\min} > 0$) und tragen Sie die Werte in die Tabelle ein. Streichen sie die Felder durch, bei denen das System nicht stabilisierbar ist. Tipp: Eine Rechnung ist nicht immer erforderlich!

Pol	Nullstelle	$K_{\min}$	$K_{\max}$
p_2	n_1	$2/3$	$+\infty$
p_2	n_2	2	$+\infty$
p_2	n_3	instabil	instabil
p_2	n_4	instabil	instabil

Strukturinstabil für n_3 und n_4.

Pol wandert von der rechten s-Halbebene in die linke s-Halbebene. Aus Gleichung (3) ergeben sich die kritischen (minimalen) Verstärkungen für n_1 und n_2 damit der

Pol in die linke s-Halbebene geht:

$$n_1: \quad K_{\min} = -\frac{2}{-3} = 2/3$$

$$n_2: \quad K_{\min} = -\frac{2}{-1} = 2$$

$\boxed{4}$

Aufgabe 6: Frequenzgänge (15 Punkte)

Gegeben sind die beiden Systeme:

$$G_1(s) = \frac{s+2}{s+20} \qquad G_2(s) = \frac{s+20}{s(s+2)}$$

a) Berechnen sie den Amplitudengang $A(\omega)$ und den Phasengang $\varphi(\omega)$ jeweils von $G_1(s)$ und $G_2(s)$.

$\rightarrow G_1(s)$:

$$A_1(\omega) = |G_1(s)| = |G_1(i\omega)| = \frac{|i\omega+2|}{|i\omega+20|} = \frac{\sqrt{4+\omega^2}}{\sqrt{400+\omega^2}} \quad \boxed{2}$$

$$\varphi_1(\omega) = \arg(G_1(s)) = \arg(G_1(i\omega)) = \arg(i\omega+2) - \arg(i\omega+20)$$
$$= \arctan\left(\frac{\omega}{2}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{20}\right) \quad \boxed{2}$$

$\rightarrow G_2(s)$:

$$A_2(\omega) = |G_2(s)| = |G_2(i\omega)| = \frac{|i\omega+20|}{|i\omega|\cdot|i\omega+2|} = \frac{\sqrt{400+\omega^2}}{\omega\cdot\sqrt{4+\omega^2}} \quad \boxed{2}$$

$$\varphi_2(\omega) = \arg(G_2(s)) = \arg(G_2(i\omega)) = \arg(i\omega+20) - (\arg(i\omega) + \arg(i\omega+2))$$
$$= \arctan\left(\frac{\omega}{20}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega}{2}\right) \quad \boxed{2}$$

b) Welchen Einfluss hat der Faktor s im Nenner von $G_2(s)$ auf den Phasengang im Vergleich zu $G_3(s) = \frac{s+20}{s+2}$?

$\rightarrow$ Der Faktor s im Nenner (Integrator) von $G_2(s)$ verschiebt die Phase des Systems um $-\frac{\pi}{2}$ rad/s $= -90$ Grad im Vergleich zu $G_3(s)$. $\boxed{2}$

c) Zeichnen Sie die asymptotischen Amplituden- und Phasengänge der Systeme $G_1(s)$ und $G_2(s)$ in das untenstehende Bode-Diagramm ein.

$\rightarrow$ Sortieren der Pol- und Nullstellen nach aufsteigendem Betrag

$G_1(s)$:

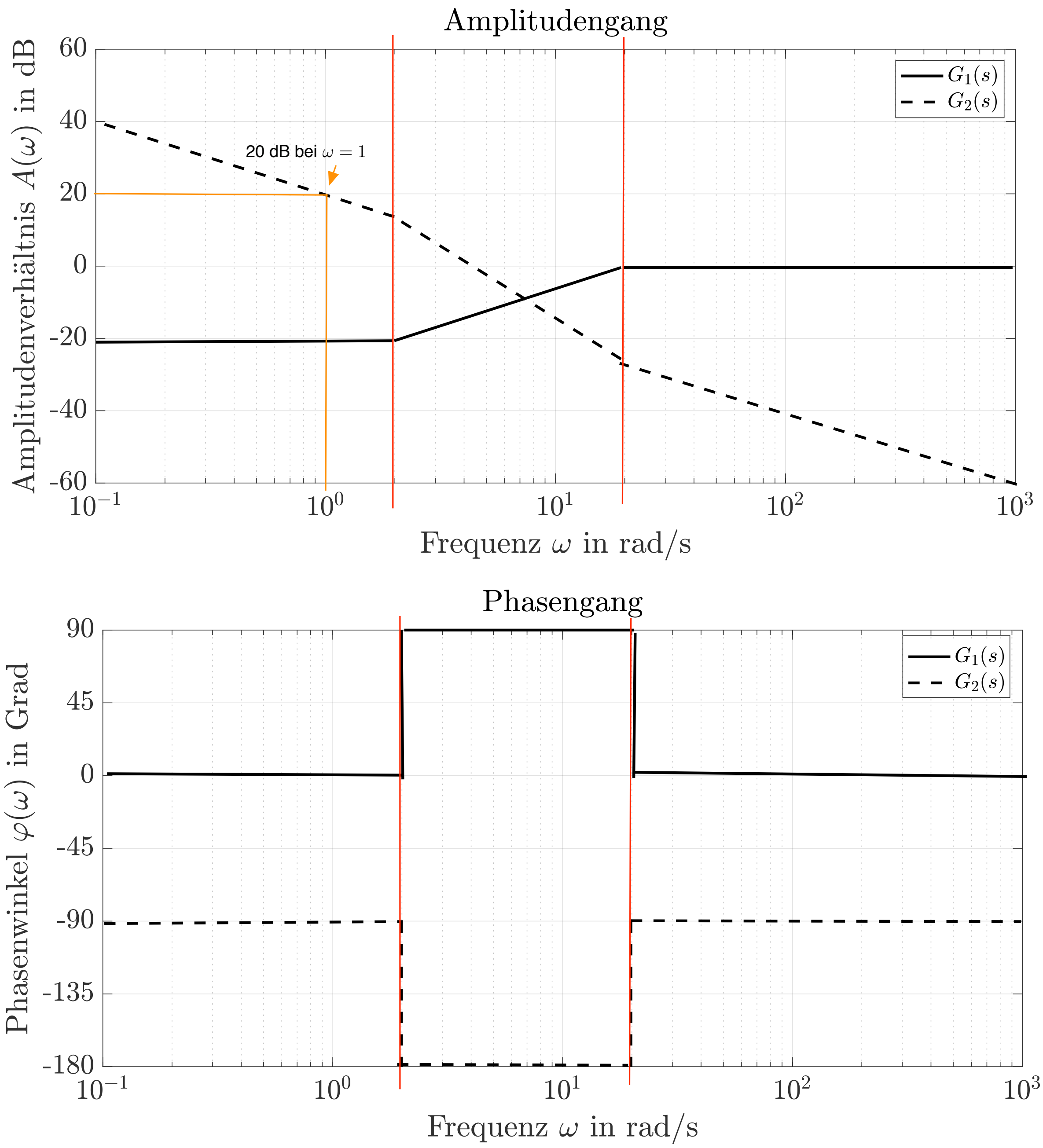
Verstärkung: $K_1 = \lim_{s\to 0} G_1(s) = \frac{1}{10} = 20\log(\frac{1}{10})$ dB $= -20$ dB

$$n_1 = |-2| \qquad \rightarrow A(\omega): \text{Knick} + 20\text{db/Dekade} \quad \varphi(\omega): \text{Hebung} + 90 \text{ Grad}$$
$$p_1 = |-20| \qquad \rightarrow A(\omega): \text{Knick} - 20\text{db/Dekade} \quad \varphi(\omega): \text{Senkung} - 90 \text{ Grad} \quad \boxed{2}$$

$G_2(s)$:

Verstärkung: $K_2 = \lim_{s\to 0} G_2(s) = 10 = 20\log(10)$ dB $= 20$ dB (Vernachlässigung von Pol bei $s = 0$ bei Berechnung von K_2. An der Stelle $\omega = 1$ rad/sec hat die Amplitude den Wert K_2.) $\boxed{3}$

$$p_1 = 0 \qquad \rightarrow A(\omega): \text{Knick} - 20\text{db/Dekade} \quad \varphi(\omega): \text{Senkung} - 90 \text{ Grad}$$
(Siehe Erklärung oben)
$$p_2 = |-2| \qquad \rightarrow A(\omega): \text{Knick} - 20\text{db/Dekade} \quad \varphi(\omega): \text{Senkung} - 90 \text{ Grad}$$
$$n_1 = |-20| \qquad \rightarrow A(\omega): \text{Knick} + 20\text{db/Dekade} \quad \varphi(\omega): \text{Hebung} + 90 \text{ Grad} \quad \boxed{\textstyle\sum 15}$$



Amplitudengang
Amplitudenverhältnis $A(\omega)$ in dB
60
40
20
0
-20
-40
-60
20 dB bei $\omega = 1$
$G_1(s)$
$G_2(s)$
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequenz ω in rad/s
Phasengang
Phasenwinkel $\varphi(\omega)$ in Grad
90
45
0
-45
-90
-135
-180
$G_1(s)$
$G_2(s)$
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequenz ω in rad/s

Aufgabe 7: Linearisierung (9 Punkte)

Die Differenzialgleichung $4\,\ddot{y}(t) + \sqrt{\dot{y}(t)} - \cos(y(t)) = u(t)$ ist gegeben.

a) Linearisieren Sie die Gleichung um einen beliebigen stationären Arbeitspunkt (u_0, y_0) und geben Sie die linearisierte Gleichung relativ zum Arbeitspunkt an $f(\Delta\ddot{y}(t), \Delta\dot{y}(t), \Delta y(t), y_0) = \Delta u(t)$.

$$f = 4\ddot{y}(t) + \sqrt{\dot{y}(t)} - \cos(y(t)) - u(t) \tag{4}$$

Für die Linearisierung ergibt sich

$$\begin{aligned} f_{\text{lin}} &= \left.\frac{\partial f}{\partial \ddot{y}(t)}\right|_{\text{AP}} (\ddot{y}(t) - \ddot{y}_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial \dot{y}(t)}\right|_{\text{AP}} (\dot{y}(t) - \dot{y}_0) \\ &+ \left.\frac{\partial f}{\partial y(t)}\right|_{\text{AP}} (y(t) - y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial u(t)}\right|_{\text{AP}} (u(t) - u_0) \end{aligned} \tag{5}$$

Für die einzelnen partiellen Ableitungen erhält man

$$\left.\frac{\partial f}{\partial \ddot{y}(t)}\right|_{\text{AP}} = 4 \qquad \left.\frac{\partial f}{\partial \dot{y}(t)}\right|_{\text{AP}} = \left.\frac{1}{2}\dot{y}(t)^{-\frac{1}{2}}\right|_{\text{AP}} = \frac{1}{2}\dot{y}_0^{-\frac{1}{2}} \tag{6}$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial y(t)}\right|_{\text{AP}} = \sin(y(t))|_{\text{AP}} = \sin(y_0) \qquad \left.\frac{\partial f}{\partial u(t)}\right|_{\text{AP}} = -1 \tag{7}$$

Für den Arbeitspunkt ergibt sich

$$-\cos(y_0) = u_0 \qquad y_0 = \cos^{-1}(-u_0) \tag{8}$$

Die lineare DGL im Kleinsignalbereich lautet nun

$$4\Delta\ddot{y}(t) + \frac{1}{2}\dot{y}_0^{-\frac{1}{2}}\Delta\dot{y}(t) + sin(y_0)\Delta y(t) = \Delta u(t) \tag{9}$$

7

b) Transformieren Sie die linearisierte Differenzialgleichung in den Laplace-Bereich und stellen Sie die Übertragungsfunktion auf.

$$4s^2\Delta Y(s) + \frac{1}{2}\dot{y}_0^{-\frac{1}{2}} s\Delta Y(s) + sin(y_0)\Delta Y(s) \;=\; \Delta U(s) \tag{10}$$

Damit ergibt sich für die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)} = \frac{1}{4s^2 + \frac{1}{2}\dot{y}_0^{-\frac{1}{2}} s + \sin(y_0)} \tag{11}$$

2

$\sum 9$