Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

29.02.2020

Name:	
Mat.-Nr.	
Note:	

Aufgabe:	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Ges.
Punkte:	19	16	17	18	19	15	16	120
Erreicht:								

Dauer der Klausur: 2 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner und 4-seitige Formelsammlung

Aufgabe 1: Verständnisfragen (19 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Was gilt für den Frequenzgang einer minimalphasigen Übertragungsfunktion $G(s)$?

- ☐ Die Differenz aus Nenner- und Zählerordnung von $G(s)$ bestimmt die Phasenverschiebung $\varphi(\omega \to \infty)$.
- ☐ Die Phasenverschiebung $\varphi(\omega \to \infty)$ von $G(s)$ wird ausschließlich durch die Nennerordnung bestimmt.
- ☐ Sind Nenner- und Zählerordnung gleich, endet die Frequenzgangsortskurve auf der reellen Achse.

b) Welche(s) dieser Systeme sind (ist) nichtlinear?

- ☐ $G(s) = \frac{2}{s+4} \cdot e^{-T_t \cdot s}$.
- ☐ $\ddot{y}(t) + 4 \cdot \dot{y}(t) \cdot y(t) + 2 \cdot y(t) = u(t)$.
- ☐ $\ddot{y}(t) + \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot y(t) = \left(\frac{1}{m}\right)^2 \cdot u(t)$.

c) Handelt es sich bei automatisch einschaltender Beleuchtung (Straße, Auto, etc.) um eine Regelung oder Steuerung?

- ☐ Wird ein Helligkeitssensor verwendet handelt es sich um eine Regelung, weil die Helligkeit durch den Sensor gemessen wird (Messglied).
- ☐ Wird ein Helligkeitssensor verwendet handelt es sich um eine Steuerung, weil nicht im Lichtkegel der Lampe gemessen wird (keine Rückkopplung).
- ☐ Wird eine Zeitschaltuhr verwendet, handelt es sich um eine Steuerung.

d) Zur Regelung eines langsamen Systems (näherungsweises Verhalten eines Integrators) wird ein Zweipunktregler mit Hysterese verwendet. Welche Aussagen sind richtig?

- ☐ Die Stellgröße kann innerhalb der Hysterese beliebige kontinuierliche Werte annehmen.
- ☐ Eine solche Regelung kommt häufig bei Temperaturregelungen zum Einsatz (z.B. Bügeleisen, Herd).
- ☐ Die Genauigkeit der Regelung ist von der Breite der Hysterese abhängig.

e) Welche Aussagen über bleibende Regelabweichungen sind richtig?

- ☐ Sie treten zum Beispiel bei sprungförmiger Führungsgröße auf, wenn weder die Regelstrecke noch der Regler einen I-Anteil aufweisen.
- ☐ Sie treten zum Beispiel bei rampenförmiger Führungsgröße auf, wenn die Regelstrecke und der Regler zusammen keinen doppelten I-Anteil aufweisen.
- ☐ Ein I-Anteil im Regler hat keinen Einfluss auf die bleibende Regelabweichung, sondern dient zur Verbesserung der Stabilität des Regelkreises.

f) Kann die Inverse der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s-1}{(s+5)(s+2)}$ in der Praxis zur Vorsteuerung verwendet werden?

- ☐ Ja, denn Zähler- und Nennerordnung sind gleich groß.
- ☐ Ja, wenn die Inverse um einen schnellen Pol ergänzt wird.
- ☐ Nein, die Inverse kann zwar um einen schnellen Pol ergänzt werden, um realisierbar zu sein, aber sie wäre instabil.

g) Die Sprungantwort der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{2s+1}{(s+5)^2}$ im Zeitbereich soll bestimmt werden. Welches Vorgehen ist möglich?

- ☐ Man berechnet die Sprungantwort im Zeitbereich getrennt für Zähler und Nenner von $G(s)$ und dividiert die Ergebnisse.
- ☐ Man bestimmt zunächst die Sprungantwort von $\frac{1}{(s+5)^2}$ im Zeitbereich, dann addiert man das Doppelte der Ableitung dieser Sprungantwort dazu.
- ☐ Man führt eine Partialbruchzerlegung durch, berechnet die Sprungantworten im Zeitbereich für die einzelnen Summanden und addiert diese.

h) Welche Eigenschaften hat eine Störgrößenaufschaltung?

- ☐ Eine Störung kann durch eine geeignete Aufschaltung immer vollständig kompensiert werden.
- ☐ Eine Störgrößenaufschaltung ist möglich, auch wenn die Störgröße nicht gemessen werden kann.
- ☐ Eine Störgrößenaufschaltung ist nur möglich, wenn die Störgröße gemessen werden kann.

i) Wie kann man den Frequenzgang eines dynamischen Systems bestimmen?

- ☐ Bei stabilen Systemen experimentell, indem man Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz als Eingang verwendet und die zugehörigen Ausgangssignale misst.
- ☐ Indem man die Pole der Übertragungsfunktion für verschiedene Reglerparameter berechnet und diese in ein Diagramm einzeichnet und mit einer Linie verbindet.
- ☐ Indem man in der Übertragungsfunktion des Systems $G(s)$ $s = i\omega$ setzt und den Betrag und das Argument (Phase) der resultierenden komplexen Zahl ausrechnet.

j) Wie sieht die Übertragungsfunktion eines realisierbaren PD-Reglers aus?

- ☐ $G_R(s) = K_P + K_D \cdot s$
- ☐ $G_R(s) = K_P + K_D \cdot \frac{s}{1+T_1 s}$
- ☐ $G_R(s) = \dfrac{K_P \cdot s + K_D}{s}$

Fortsetzung auf nächster Seite!

k) Ein Flüssigkeitsbehälter habe eine aktuelle Füllmenge $y(t)$ in m^3. In den Behälter fließt ein Volumenstrom $u(t)$ in m^3/sec, der durch eine Regelung um den Wert $k \cdot y(t)$ reduziert wird, d.h.: $\dot{y}(t) = u(t) - k \cdot y(t)$. Wie kann der Vorgang außerdem beschrieben werden (es gelte $y(0) = 0$)?

- ☐ $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{s}$
- ☐ $y(t) = \int_0^t (u(\tau) - k \cdot y(\tau))\, d\tau$
- ☐ $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s+k}$

l) Welchen Einfluss hat der Parameter k auf das System in der vorherigen Aufgabe?

- ☐ Wenn der Parameter $k = 0$ ist, kann der Behälter nie überlaufen.
- ☐ Der Parameter k bestimmt **ausschließlich** wie schnell sich der Behälter füllt.
- ☐ Der Parameter k bestimmt wie schnell sich der Behälter füllt **und** wie voll der Behälter maximal für $t \to \infty$ wird.

Aufgabe 2: Kaskadenregelung (16 Punkte)

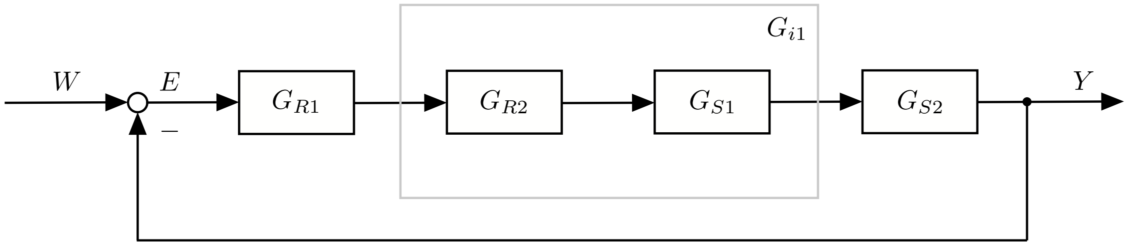


Bild 1: Blockschaltbild eines Regelkreises.

Gegeben ist der in Bild 1 gezeigte Regelkreis. Zusätzlich sind die folgenden Übertragungsfunktionen für Regler und Strecken gegeben:

$$G_{R1}(s) = K$$
$$G_{R2}(s) = 1$$
$$G_{S1}(s) = \frac{1}{s+1}$$
$$G_{S2}(s) = \frac{1}{s}$$

a) Weist der in Bild 1 gezeigte Regelkreis eine bleibende Regelabweichung für ein sprungförmiges Eingangssignal W auf? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Berechnen Sie G_{i1} aus Bild 1 und bestimmen Sie die Polstelle(n).

c) Der Regelkreis wird, wie in Bild 2 abgebildet, um eine innere Rückkopplung erweitert. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen inneren Regelkreises G_{i2}. Vergleichen Sie die Polstellen von G_{i1} und G_{i2}. Welches System besitzt die schnelleren Polstellen?

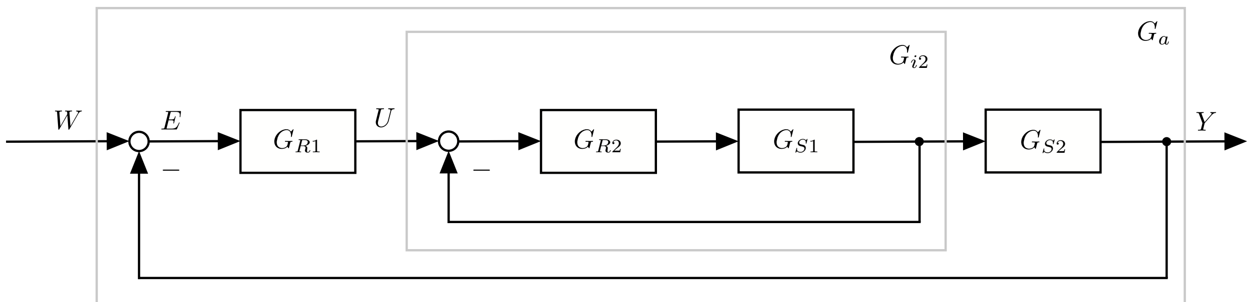


Bild 2: Blockschaltbild einer Kaskadenregelung.

d) Verschieben Sie die Rückkopplung des inneren Regelkreises in Bild 2 so, dass diese an den selben Stellen wie die äußere Rückkopplung wirkt. Wenden Sie dafür die bekannten Rechenregeln an, damit die Übertragungsfunktion $W \to Y$ erhalten bleibt. Zeichnen Sie das dazugehörige Blockschaltbild.

e) Stellen Sie für den gesamten Regelkreis aus Aufgabenteil d) sowie für den Regelkreis aus Bild 2 die Übertragungsfunktion $Y \to U$ (Regelgröße auf Stellgröße) auf und benennen Sie das Verhalten ($P, PI, PD, PT_1, ...$). Nehmen Sie vereinfachend an, dass die Führungsgröße $W = 0$ ist.

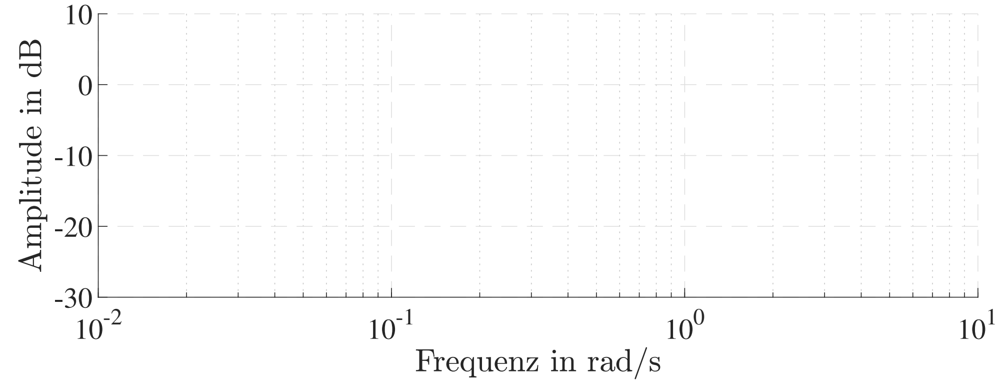
f) Das in Teil d) umgeformte Blockschaltbild und die Kaskadenregelung besitzen rechnerisch die exakt gleiche Übertragungsfunktion $W \to Y$. Welcher entscheidende Unterschied zwischen den beiden Darstellungsweisen ergibt sich bei der Verwendung am realen System?

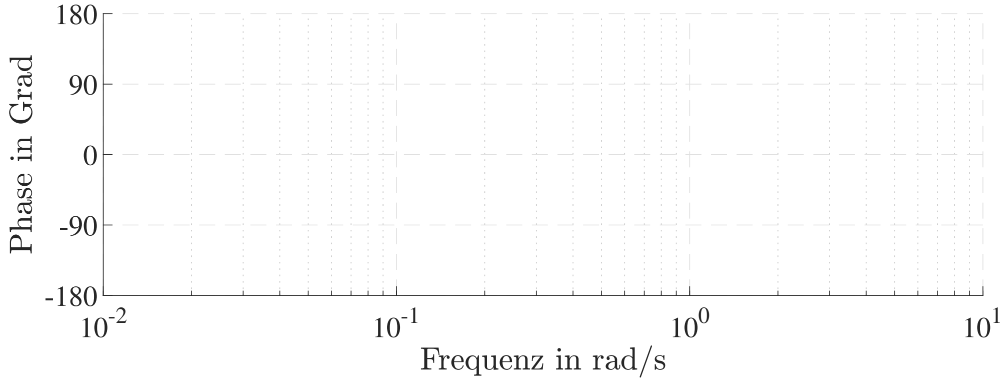
Aufgabe 3: Dynamische Systeme (17 Punkte)

Gegeben ist ein ideales D-Glied G_{R1} mit Vorhaltezeit $T_D = 1$.

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des Systems.

b) Skizzieren Sie den Frequenzgang des Systems in der dafür vorgesehene Abbildung. Kennzeichnen Sie die Linien so, dass diese Eindeutig zu diesem Aufgabenteil zuzuordnen sind.





c) Das gegebene System wird mit einem sinusförmigen Eingangssignal angeregt. Wie sieht das daraus resultierende Ausgangssignal aus?

d) Das gegebene System ist nicht realisierbar. Wie kann es realisierbar gemacht werden? Geben Sie die dazugehörige Formel an. Welche Bezeichnung hat dieses resultierende Übertragungsglied G_{R2}?

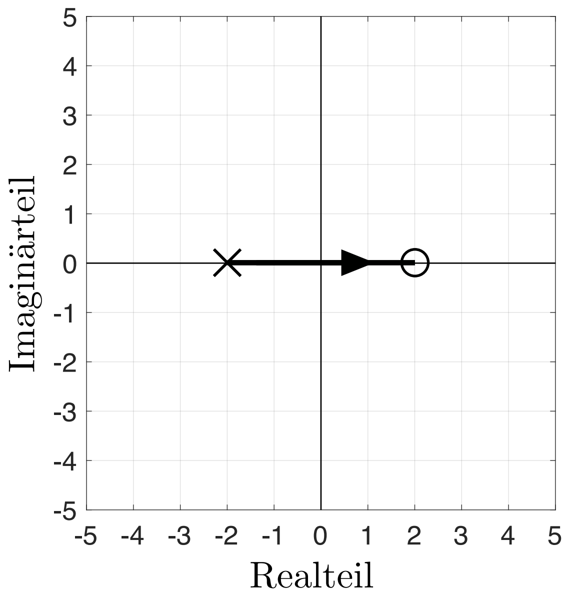
e) Skizzieren Sie den Frequenzgang des sich aus Aufgabenteil d) ergebenden Systems in der gegebenen Abbildung. Nehmen Sie für die Zeitkonstante $T = 0.5$ an. Beschreiben Sie den Einfluss der Wahl der Zeitkonstante auf die Geschwindigkeit des Systems.

f) Die Übertragungsfunktionen G_{R1} und G_{R2} sollen jetzt jeweils als Regler für die Strecke $G_s(s) = \frac{1}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$ mit $T_1 = 1$ und $T_2 = 2$ verwendet werden. Skizzieren Sie für beide Fälle die Wurzelortskurve.

g) Welcher entscheidende Unterschied ergibt sich unter Berücksichtigung der WOK aus Aufgabenteil f) für die Pole des geschlossenen Regelkreises für G_{R1} und G_{R2}?

Aufgabe 4: Wurzelortskurve (18 Punkte)

Gegeben ist die Wurzelortskurve (WOK) eines Regelkreises. Es wurde ein P-Regler verwendet.
Hinweis: Aufgabenteil e & f sind unabhängig von den vorherigen Aufgabenteilen lösbar.

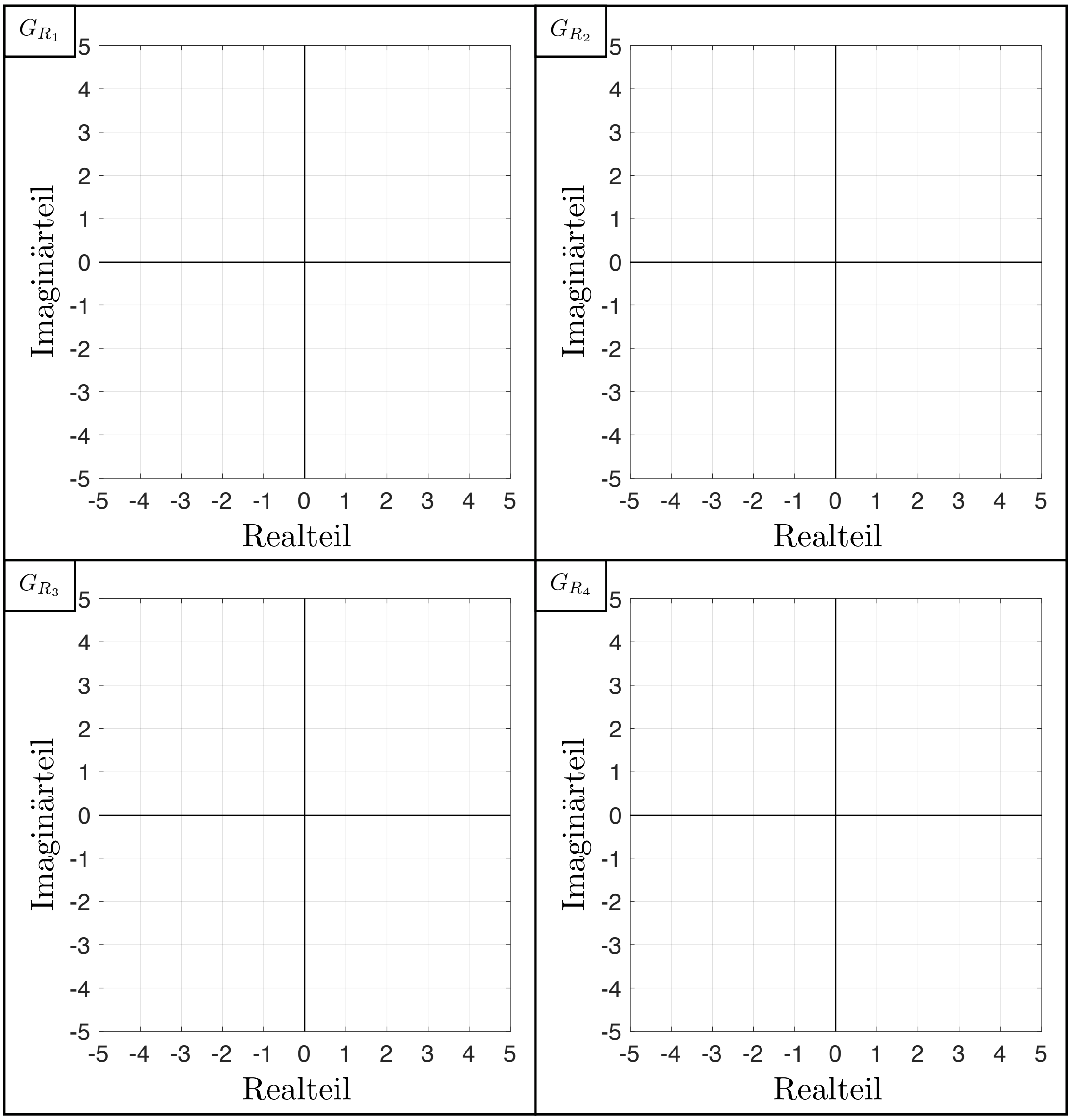


a) Wie lautet die Übertragungsfunktion für den offenen Regelkreis. Lesen Sie hierzu die Lage der Nullstellen und der Pole aus der WOK ab. Verwenden Sie K als Parameter, welcher die Verstärkung des Systems bestimmt.

b) Anstelle des P-Reglers sollen nun vier verschiedene Regler untersucht werden:

$$G_{R_1}(s) = \frac{K}{s} \quad ; \quad G_{R_2}(s) = \frac{Ks}{s+4} \quad ; \quad G_{R_3}(s) = \frac{K}{s+4} \quad ; \quad G_{R_4}(s) = \frac{K}{s-2}$$

Skizzieren Sie die zugehörigen Wurzelortskurven für $G_{R_1}, \ldots, G_{R_4}$ in das nachfolgende Diagramm. Eine Berechnung von Verzweigungs-, Vereinigungs- und Asymptotenschnittpunkten ist nicht notwendig. Bitte markieren Sie die Richtung in die die Äste der WOK verlaufen.



c) Mit welchem der Regler können sich schwingungsfähige geschlossene Regelkreise ergeben? Tragen Sie „Ja“ oder „Nein“ ein.

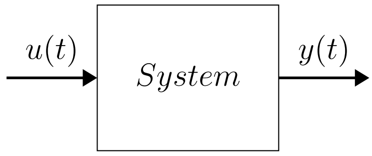
Regler	G_{R_1}	G_{R_2}	G_{R_3}	G_{R_4}
Sind schwingungsfähige Regelkreise möglich?				

d) Mit welchem der Regler können sich stabile geschlossene Regelkreise ergeben? Tragen Sie „Ja“ oder „Nein“ ein.

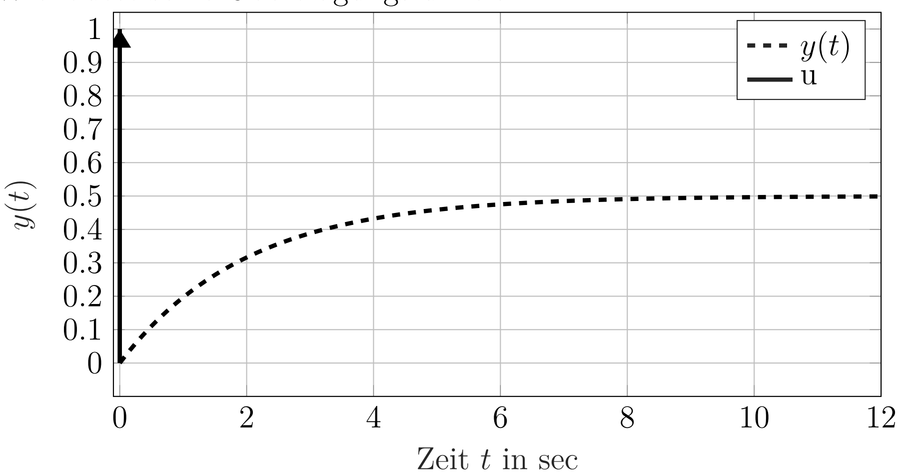
Regler	G_{R_1}	G_{R_2}	G_{R_3}	G_{R_4}
Sind stabile Regelkreise möglich?				

Aufgabe 5: Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgängen (19 Punkte)

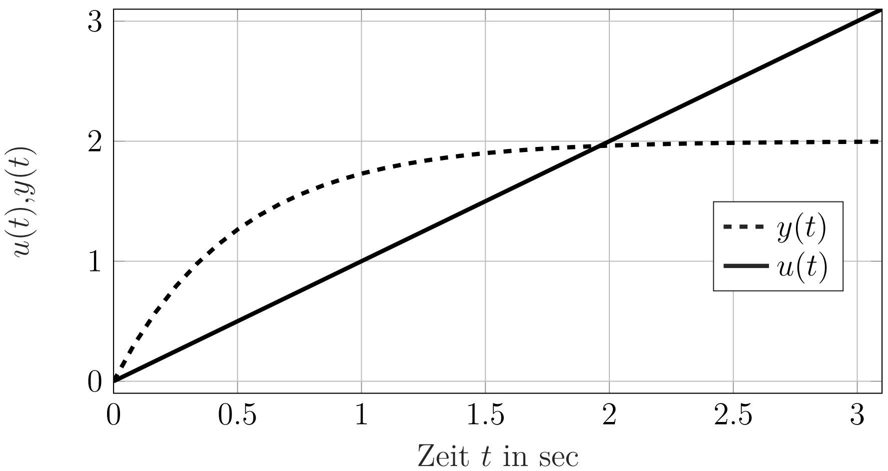
Die Übertragunsfunktion eines Systems soll den Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgang des Systems beschreiben. In den folgenden Aufgaben sollen Sie die Systeme beschreiben (P, PD, PI, PID, PT1, etc.) und deren Übertragungsfunktionen finden. Bestimmen Sie alle Zeitkonstanten und Verstärkungen (falls möglich).
Hinweis: Überlegen Sie sich den Zusammenhang zwischen Impuls-, Sprung und Rampenantwort eines Systemes.



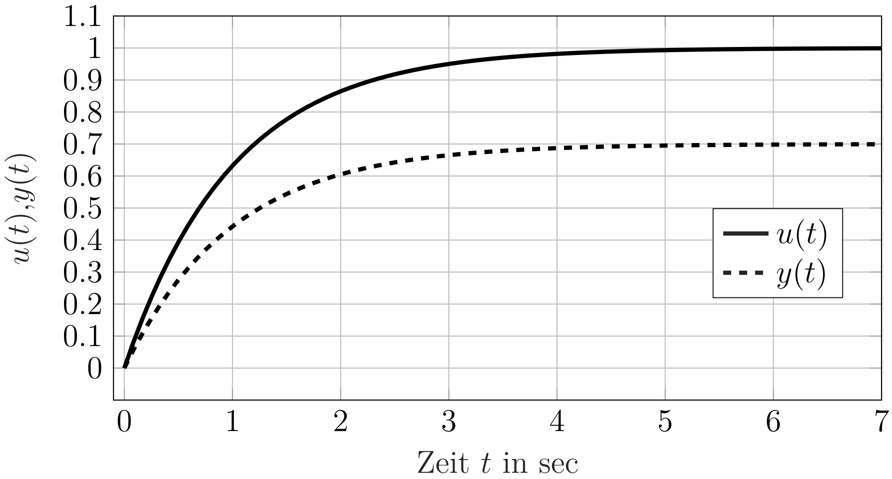
a) In der folgenden Grafik sehen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems auf einen **Impuls** $u(t) = \delta(t)$ bei t=0.
Wie wird ein solches System genannt?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?



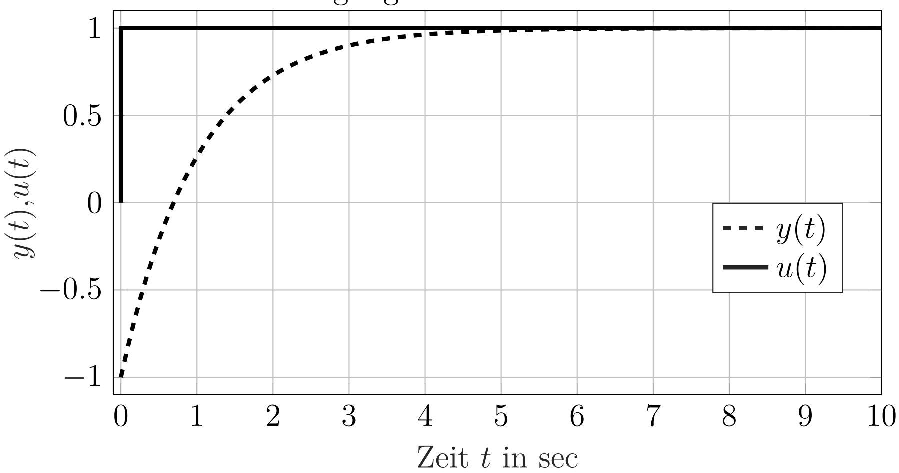
b) In der folgenden Grafik sehen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems auf ein **Rampensignal** als Eingang $u(t)$.
Wie wird ein solches System genannt?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?

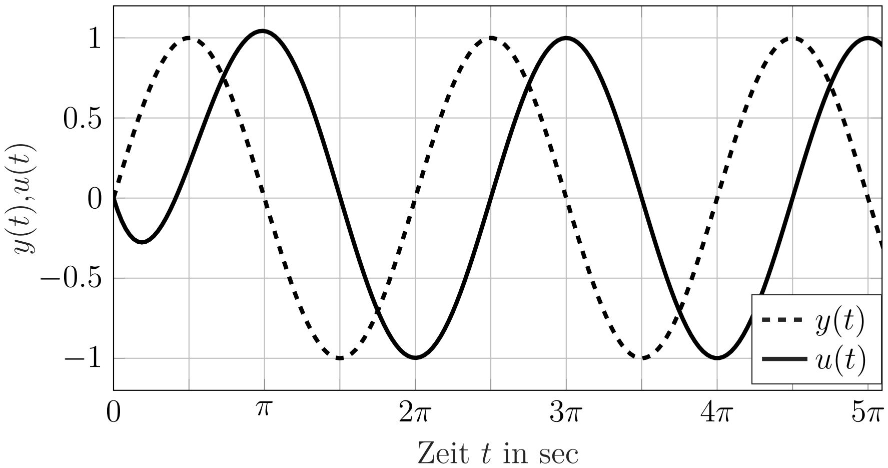


c) In der folgenden Grafik ist die Antwort eines Systemes $y(t)$ auf den Eingang $u(t)$ abgebildet. Wie wird ein solches System genannt?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?



d) In den folgenden Grafiken sind die Antworten eines Allpasses 1. Ordnung auf einen Einheitssprung und auf ein Sinussignal als Eingang gezeigt.
Wie wird ein solches System noch bezeichnet?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?





Aufgabe 6: Frequenzgänge (15 Punkte)

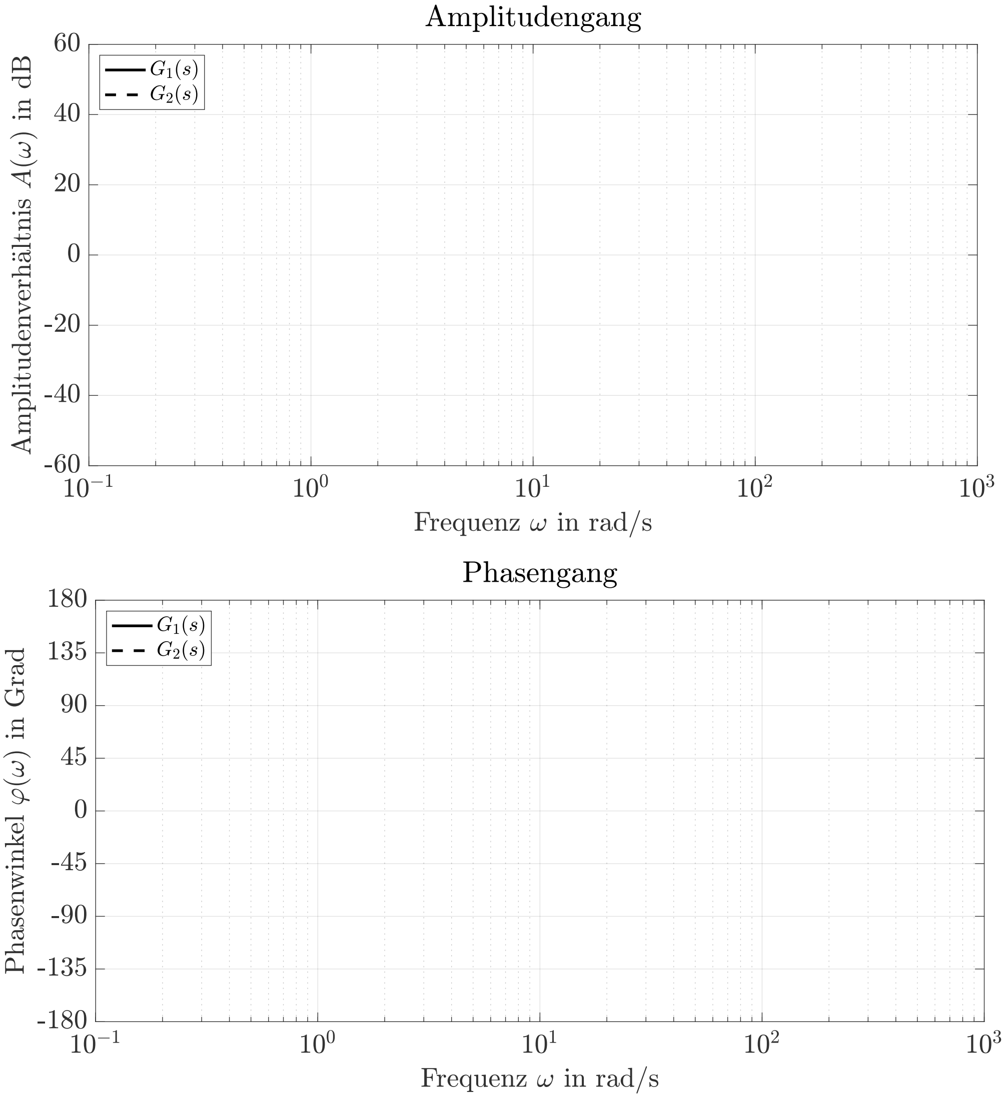
Gegeben sind die beiden Systeme:

$$G_1(s) = \frac{s + 0{,}2}{s + 2} \qquad G_2(s) = \frac{s(s + 50)}{s + 5}$$

a) Berechnen sie den Amplitudengang $A(\omega)$ und den Phasengang $\varphi(\omega)$ jeweils von $G_1(s)$ und $G_2(s)$.

b) Welchen Einfluss hat der Faktor s im Zähler von $G_2(s)$ auf den Phasengang im Vergleich zu $G_3(s) = \frac{s+50}{s+5}$?

c) Zeichnen Sie die asymptotischen Amplituden- und Phasengänge der Systeme $G_1(s)$ und $G_2(s)$ in das untenstehende Bode-Diagramm ein. Benutzen Sie bitte die in der Legende vorgegebenen Linienarten.



Aufgabe 7: Linearisierung (16 Punkte)

Ein System wird durch die nichtlineare Differentialgleichung

$$y(t) = (y(t)^2 - 1)\dot{y}(t) + u(t)$$

beschrieben.

a) Linierisieren Sie das System um die Gleichgewichtslage $y_a = 0.5, \dot{y}_a = 0, u_a = 0.5$ und bezeichnen Sie die Kleinsignalvariablen nach der Linearisierung mit y_l und u_l.

b) Transformieren Sie das System in den Laplace Bereich und treffen Sie eine Aussage zur Stabilität des Systems.

c) Linearisieren Sie das System nun für eine in Abhängigkeit der Variablen c gegebenen Gleichgewichtslage $y_b = c, \dot{y}_b = 0, u_b = c$.

d) Transformieren Sie auch dieses System in den Laplace Bereich.

e) Für welchen Bereich von $c > 0$ ist die Linearisierung des Systems stabil?

f) Kann ein lineares System, ebenso wie das oben beschriebene System, für bestimmte Anfangsbedingungen stabil und für andere instabil sein? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung:

Aufgabe 1: Verständnisfragen (19 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Was gilt für den Frequenzgang einer minimalphasigen Übertragungsfunktion $G(s)$?

- [x] Die Differenz aus Nenner- und Zählerordnung von $G(s)$ bestimmt die Phasenverschiebung $\varphi(\omega \to \infty)$.
- [ ] Die Phasenverschiebung $\varphi(\omega \to \infty)$ von $G(s)$ wird ausschließlich durch die Nennerordnung bestimmt.
- [x] Sind Nenner- und Zählerordnung gleich, endet die Frequenzgangsortskurve auf der reellen Achse.

b) Welche(s) dieser Systeme sind (ist) nichtlinear?

- [ ] $G(s) = \frac{2}{s+4} \cdot e^{-T_t \cdot s}$.
- [x] $\ddot{y}(t) + 4 \cdot \dot{y}(t) \cdot y(t) + 2 \cdot y(t) = u(t)$.
- [ ] $\ddot{y}(t) + \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot y(t) = \left(\frac{1}{m}\right)^2 \cdot u(t)$.

c) Handelt es sich bei automatisch einschaltender Beleuchtung (Straße, Auto, etc.) um eine Regelung oder Steuerung?

- [ ] Wird ein Helligkeitssensor verwendet handelt es sich um eine Regelung, weil die Helligkeit durch den Sensor gemessen wird (Messglied).
- [x] Wird ein Helligkeitssensor verwendet handelt es sich um eine Steuerung, weil nicht im Lichtkegel der Lampe gemessen wird (keine Rückkopplung).
- [x] Wird eine Zeitschaltuhr verwendet, handelt es sich um eine Steuerung.

d) Zur Regelung eines langsamen Systems (näherungsweises Verhalten eines Integrators) wird ein Zweipunktregler mit Hysterese verwendet. Welche Aussagen sind richtig?

- [ ] Die Stellgröße kann innerhalb der Hysterese beliebige kontinuierliche Werte annehmen.
- [x] Eine solche Regelung kommt häufig bei Temperaturregelungen zum Einsatz (z.B. Bügeleisen, Herd).
- [x] Die Genauigkeit der Regelung ist von der Breite der Hysterese abhängig.

e) Welche Aussagen über bleibende Regelabweichungen sind richtig?

- [x] Sie treten zum Beispiel bei sprungförmiger Führungsgröße auf, wenn weder die Regelstrecke noch der Regler einen I-Anteil aufweisen.
- [x] Sie treten zum Beispiel bei rampenförmiger Führungsgröße auf, wenn die Regelstrecke und der Regler zusammen keinen doppelten I-Anteil aufweisen.
- [ ] Ein I-Anteil im Regler hat keinen Einfluss auf die bleibende Regelabweichung, sondern dient zur Verbesserung der Stabilität des Regelkreises.

f) Kann die Inverse der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s-1}{(s+5)(s+2)}$ in der Praxis zur Vorsteuerung verwendet werden?

- ☐ Ja, denn Zähler- und Nennerordnung sind gleich groß.
- ☐ Ja, wenn die Inverse um einen schnellen Pol ergänzt wird.
- ■ Nein, die Inverse kann zwar um einen schnellen Pol ergänzt werden, um realisierbar zu sein, aber sie wäre instabil.

g) Die Sprungantwort der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{2s+1}{(s+5)^2}$ im Zeitbereich soll bestimmt werden. Welches Vorgehen ist möglich?

- ☐ Man berechnet die Sprungantwort im Zeitbereich getrennt für Zähler und Nenner von $G(s)$ und dividiert die Ergebnisse.
- ■ Man bestimmt zunächst die Sprungantwort von $\frac{1}{(s+5)^2}$ im Zeitbereich, dann addiert man das Doppelte der Ableitung dieser Sprungantwort dazu.
- ■ Man führt eine Partialbruchzerlegung durch, berechnet die Sprungantworten im Zeitbereich für die einzelnen Summanden und addiert diese.

h) Welche Eigenschaften hat eine Störgrößenaufschaltung?

- ☐ Eine Störung kann durch eine geeignete Aufschaltung immer vollständig kompensiert werden.
- ☐ Eine Störgrößenaufschaltung ist möglich, auch wenn die Störgröße nicht gemessen werden kann.
- ■ Eine Störgrößenaufschaltung ist nur möglich, wenn die Störgröße gemessen werden kann.

i) Wie kann man den Frequenzgang eines dynamischen Systems bestimmen?

- ■ Bei stabilen Systemen experimentell, indem man Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz als Eingang verwendet und die zugehörigen Ausgangssignale misst.
- ☐ Indem man die Pole der Übertragungsfunktion für verschiedene Reglerparameter berechnet und diese in ein Diagramm einzeichnet und mit einer Linie verbindet.
- ■ Indem man in der Übertragungsfunktion des Systems $G(s)$ $s = i\omega$ setzt und den Betrag und das Argument (Phase) der resultierenden komplexen Zahl ausrechnet.

j) Wie sieht die Übertragungsfunktion eines realisierbaren PD-Reglers aus?

- ☐ $G_R(s) = K_P + K_D \cdot s$
- ■ $G_R(s) = K_P + K_D \cdot \frac{s}{1+T_1 s}$
- ☐ $G_R(s) = \dfrac{K_P \cdot s + K_D}{s}$

Fortsetzung auf nächster Seite!

k) Ein Flüssigkeitsbehälter habe eine aktuelle Füllmenge $y(t)$ in m^3. In den Behälter fließt ein Volumenstrom $u(t)$ in m^3/sec, der durch eine Regelung um den Wert $k \cdot y(t)$ reduziert wird, d.h.: $\dot{y}(t) = u(t) - k \cdot y(t)$. Wie kann der Vorgang außerdem beschrieben werden (es gelte $y(0) = 0$)?

- ☐ $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{s}$
- ■ $y(t) = \int_0^t \left(u(\tau) - k \cdot y(\tau)\right) d\tau$
- ■ $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s+k}$

l) Welchen Einfluss hat der Parameter k auf das System in der vorherigen Aufgabe?

- ☐ Wenn der Parameter $k = 0$ ist, kann der Behälter nie überlaufen.
- ☐ Der Parameter k bestimmt **ausschließlich** wie schnell sich der Behälter füllt.
- ■ Der Parameter k bestimmt wie schnell sich der Behälter füllt **und** wie voll der Behälter maximal für $t \to \infty$ wird.

Aufgabe 2: Kaskadenregelung (16 Punkte)

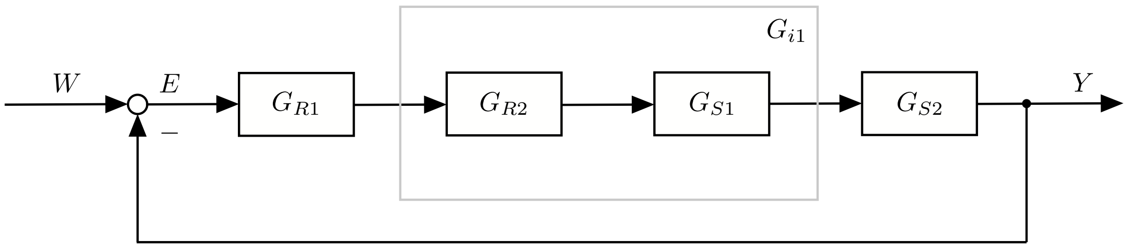


Bild 1: Blockschaltbild eines Regelkreises.

Gegeben ist der in Bild 1 gezeigte Regelkreis. Zusätzlich sind die folgenden Übertragungsfunktionen für Regler und Strecken gegeben:

$$G_{R1}(s) = K$$
$$G_{R2}(s) = 1$$
$$G_{S1}(s) = \frac{1}{s+1}$$
$$G_{S2}(s) = \frac{1}{s}$$

a) Weist der in Bild 1 gezeigte Regelkreis eine bleibende Regelabweichung für ein sprungförmiges Eingangssignal W auf? Begründen Sie Ihre Antwort. **Antwort**:

Die Strecke G_{S2} besitzt einen I-Anteil. Daher weist der Regelkreis bei sprungförmiger Anregung der Führungsgröße keine Regelabweichung auf.

Alternativ:

$$G_w = \frac{G_{R1}G_{R2}G_{S1}G_{S2}}{1 + G_{R1}G_{R2}G_{S1}G_{S2}} = \frac{K}{s(s+1)+K}$$
$$h(t \to \infty) = \lim_{s \to 0} s \frac{K}{s(s+1)+K} \frac{1}{s} = \frac{K}{K} = 1$$

Keine bleibende Regelabweichung!

2

b) Berechnen Sie G_{i1} aus Bild 1 und bestimmen Sie die Polstelle(n). **Antwort**:

$$G_{i1}(s) = G_{R2}G_{S1} = \frac{1}{s+1}$$
$$p_1 = -1$$

2

c) Der Regelkreis wird, wie in Bild 2 abgebildet, um eine innere Rückkopplung erweitert. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen inneren Regelkreises G_{i2}. Vergleichen Sie die Polstellen von G_{i1} und G_{i2}. Welches System besitzt die schnelleren Polstellen? **Antwort**:

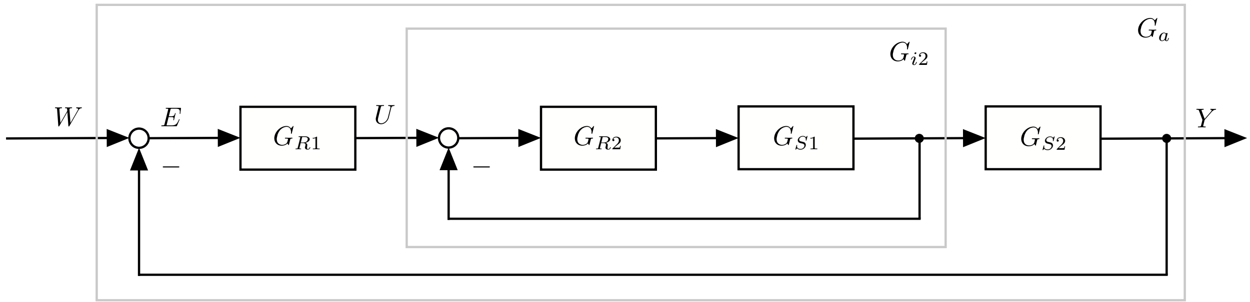


Bild 2: Blockschaltbild einer Kaskadenregelung.

$$G_0 = \frac{G_{R2}G_{S1}}{1+G_{R2}G_{S1}} = \frac{\frac{1}{s+1}}{1+\frac{1}{s+1}} = \frac{\frac{1}{s+1}}{1+\frac{1}{s+1}} = \frac{1}{s+2}$$

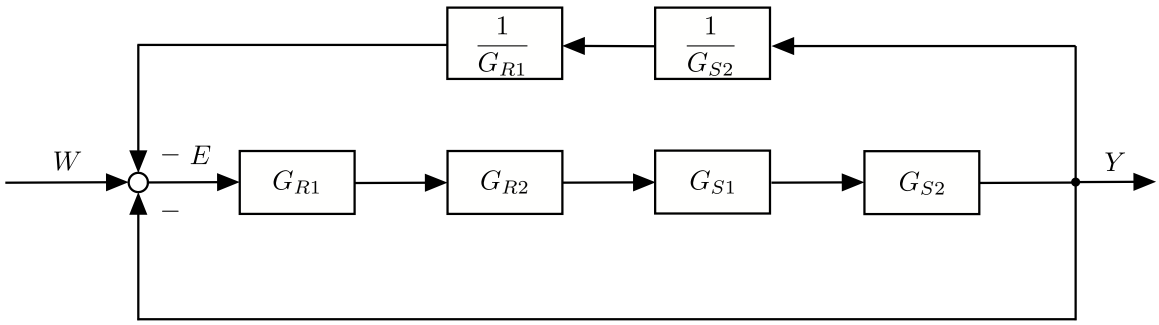
$$p_1 = -2$$

3

Die Übertragungsfunktion des geregelten Systems G_{i2} weist die um Faktor 2 schnellere Polstelle auf.

d) Verschieben Sie die Rückkopplung des inneren Regelkreises in Bild 2 so, dass diese an den selben Stellen wie die äußere Rückkopplung wirkt. Wenden Sie dafür die bekannten Rechenregeln an, damit die Übertragungsfunktion $W \to Y$ erhalten bleibt. Zeichnen Sie das dazugehörige Blockschaltbild.

<u>**Antwort**</u>:



3

e) Stellen Sie für den gesamten Regelkreis aus Aufgabenteil d) sowie für den Regelkreis aus Bild 2 die Übertragungsfunktion $Y \to U$ (Regelgröße auf Stellgröße) auf und benennen Sie das Verhalten ($P, PI, PD, PT_1, ...$). Nehmen Sie vereinfachend an, dass die Führungsgröße $W = 0$ ist.

Antwort:

Fall 1: Kaskade

$$U = G_{R1}E = -KY \ \ (P\text{-Verhalten})$$

mit $E = W - Y$

Fall 2: Umformung

$$U = G_{R1}E = -KY - sY \ \ (PD\text{-Verhalten})$$

mit $E = W - Y - Y\dfrac{1}{G_{R1}}\dfrac{1}{G_{S2}}$

$\boxed{6}$

f) Das in Teil d) umgeformte Blockschaltbild und die Kaskadenregelung besitzen rechnerisch die exakt gleiche Übertragungsfunktion $W \to Y$. Welcher entscheidende Unterschied zwischen den beiden Darstellungsweisen ergibt sich bei der Verwendung am realen System?

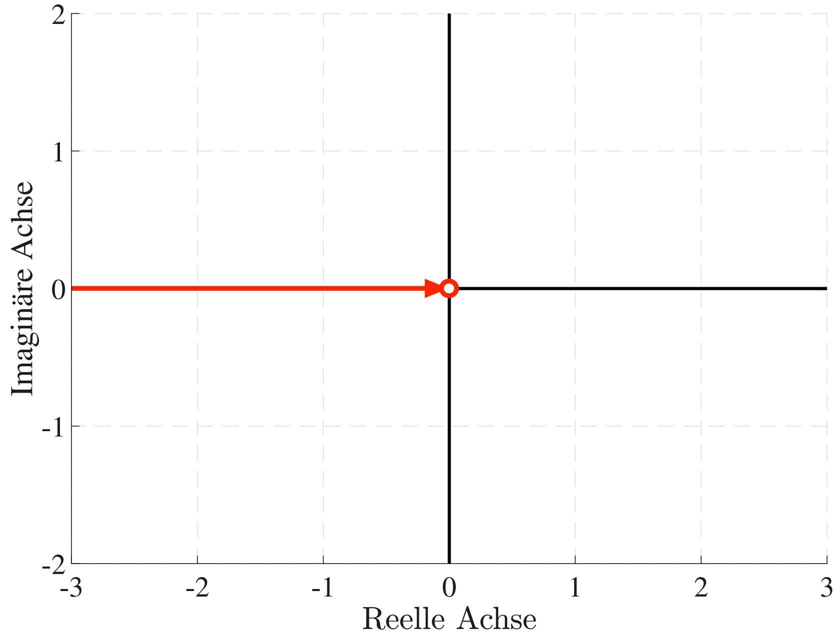
Antwort: Im Regelkreis aus Aufgabenteil d) wird die Regelgröße zurückgeführt und abgeleitet. Dadurch können hochfrequente Rauschanteile verstärkt werden. Der Kaskadenregelkreis führt den Eingang von G_{S2} und damit die gemessene Ableitung der Regelgröße zurück. Dadurch wird nicht direkt abgeleitet und hochfrequente Rauschanteile werden nicht verstärkt. $\boxed{2}$

$\boxed{\sum 16}$

Aufgabe 3: Dynamische Systeme (17 Punkte)

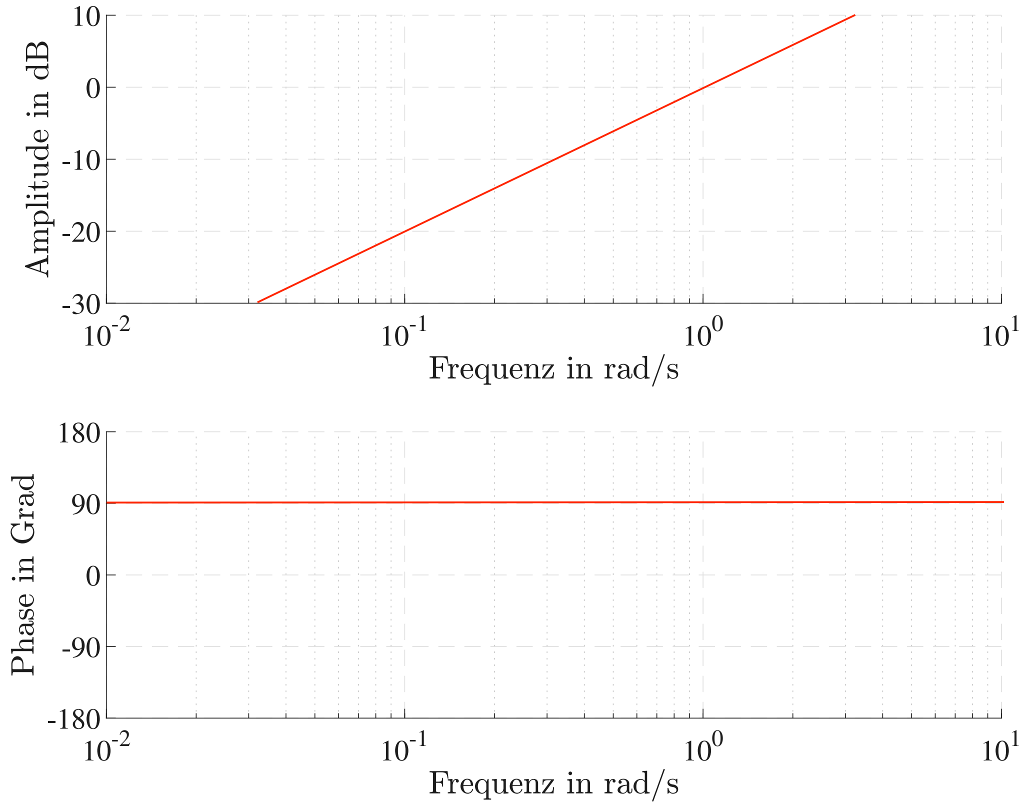
Gegeben ist ein ideales D-Glied G_{R1} mit Vorhaltezeit $T_D = 1$.

a) Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des Systems.



2

b) Skizzieren Sie den Frequenzgang des Systems in der dafür vorgesehene Abbildung. Kennzeichnen Sie die Linien so, dass diese Eindeutig zu diesem Aufgabenteil zuzuordnen sind.



2

c) Das gegebene System wird mit einem sinusförmigen Eingangssignal angeregt. Wie sieht das daraus resultierende Ausgangssignal aus?

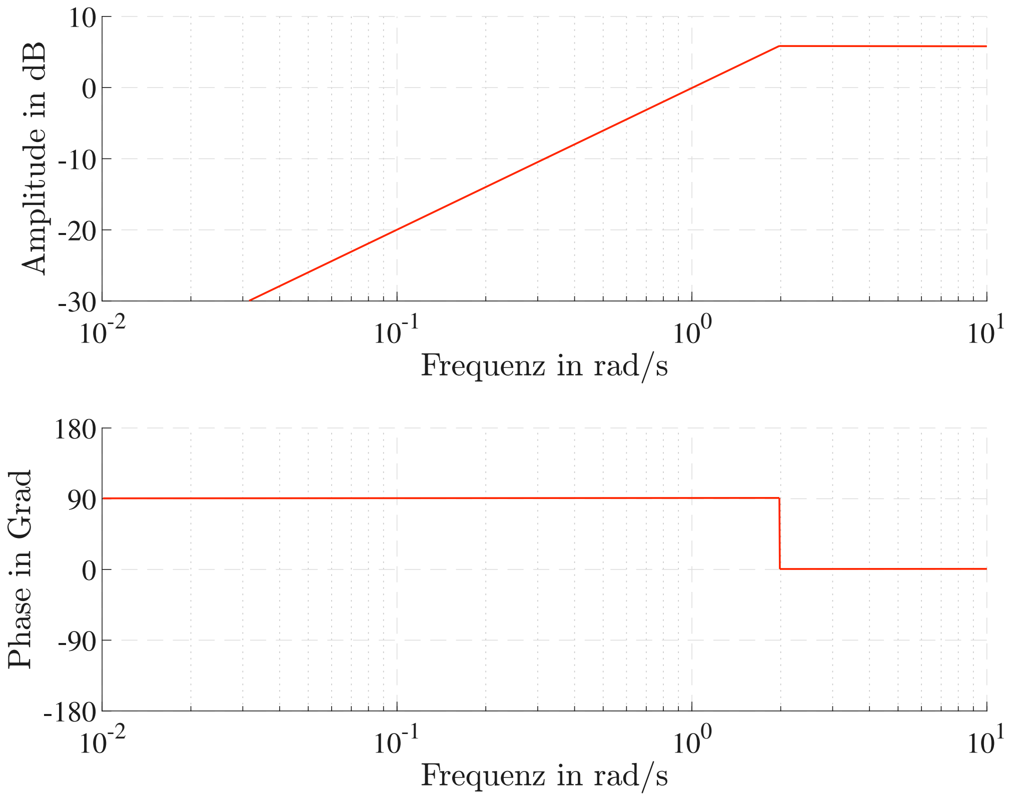
Das Ausgangssignal eines idealen D-Glieds ist die Ableitung des Eingangssignals. Daher wird bei einem sinusförmigen Eingangssignal das Ausgangssignal cosinusförmig sein. $\boxed{1}$

d) Das gegebene System ist nicht realisierbar. Wie kann es realisierbar gemacht werden? Geben Sie die dazugehörige Formel an. Welche Bezeichnung hat dieses resultierende Übertragungsglied G_{R2}?

Ein ideales D-Glied ist nicht realisierbar. Indem ein Verzögerungsglied ergänzt wird, erhält man ein realisierbares DT_1-Glied: $G_{R2}(s) = \frac{s}{1+Ts}$, mit kleinem T. $\boxed{2}$

e) Skizzieren Sie den Frequenzgang des sich aus Aufgabenteil d) ergebenden Systems in der gegebenen Abbildung. Nehmen Sie für die Zeitkonstante $T = 0.5$ an. Beschreiben Sie den Einfluss der Wahl der Zeitkonstante auf die Geschwindigkeit des Systems.

Je kleiner die Zeitkonstante des DT_1-Glieds, desto weiter links auf der reellen Achse liegt der resultierende Pol und desto schneller ist das System.



$\boxed{3}$

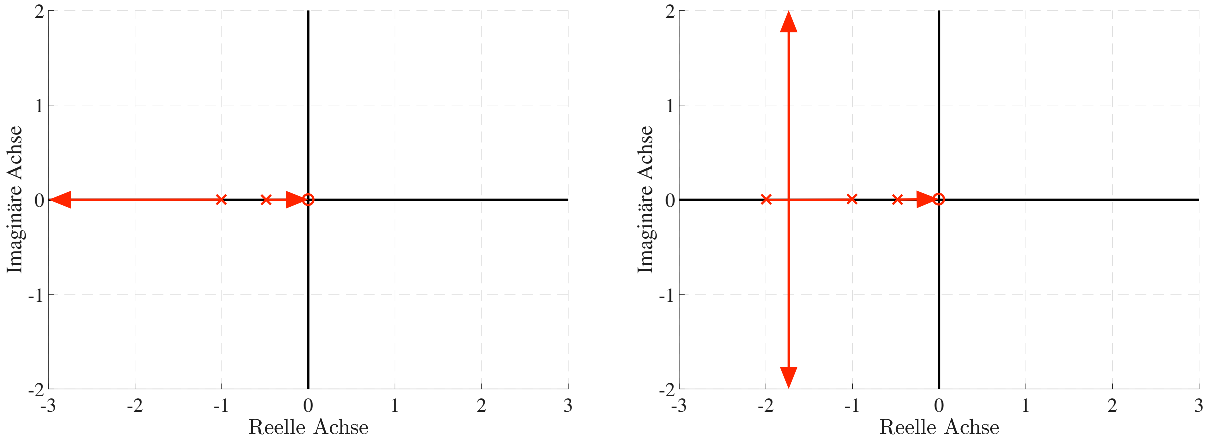
f) Die Übertragungsfunktionen G_{R1} und G_{R2} sollen jetzt jeweils als Regler für die Strecke $G_s(s) = \frac{1}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$ mit $T_1 = 1$ und $T_2 = 2$ verwendet werden. Skizzieren Sie für beide Fälle die Wurzelortskurve.

Fall 1: D-Regler

$$G_0(s) = s\frac{1}{(1+s)(1+2s)}$$
$$n_1 = 0$$
$$p_1 = -1$$
$$p_2 = -0.5$$

Fall 2: DT_1-Regler

$$G_0(s) = \frac{s}{1+0.5s}\frac{1}{(1+s)(1+2s)}$$
$$n_1 = 0$$
$$p_1 = -1$$
$$p_2 = -0.5$$
$$p_3 = -2$$



6

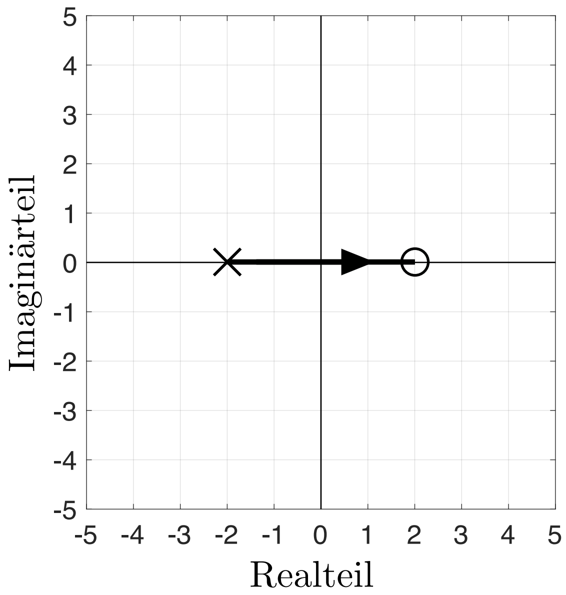
g) Welcher entscheidende Unterschied ergibt sich unter Berücksichtigung der WOK aus Aufgabenteil f) für die Pole des geschlossenen Regelkreises für G_{R1} und G_{R2}? 1

Der geschlossene Regelkreis wird bei Verwendung eines DT_1-Reglers für große K schwingungsfähig.

$\sum 17$

Aufgabe 4: Wurzelortskurve (18 Punkte)

Gegeben ist die Wurzelortskurve (WOK) eines Regelkreises. Es wurde ein P-Regler verwendet.
Hinweis: Aufgabenteil e & f sind unabhängig von den vorherigen Aufgabenteilen lösbar.



a) Wie lautet die Übertragungsfunktion für den offenen Regelkreis. Lesen Sie hierzu die Lage der Nullstellen und der Pole aus der WOK ab. Verwenden Sie K als Parameter, welcher die Verstärkung des Systems bestimmt.
Antwort:Die Null- und Polstellen kommen von dem System, da der Regler nur eine Verstärkungsglied ist. Die Verstärkung des Systems und des Reglers sind beide in K enthalten.

$$G_0(s) = K\frac{s-2}{s+2}$$

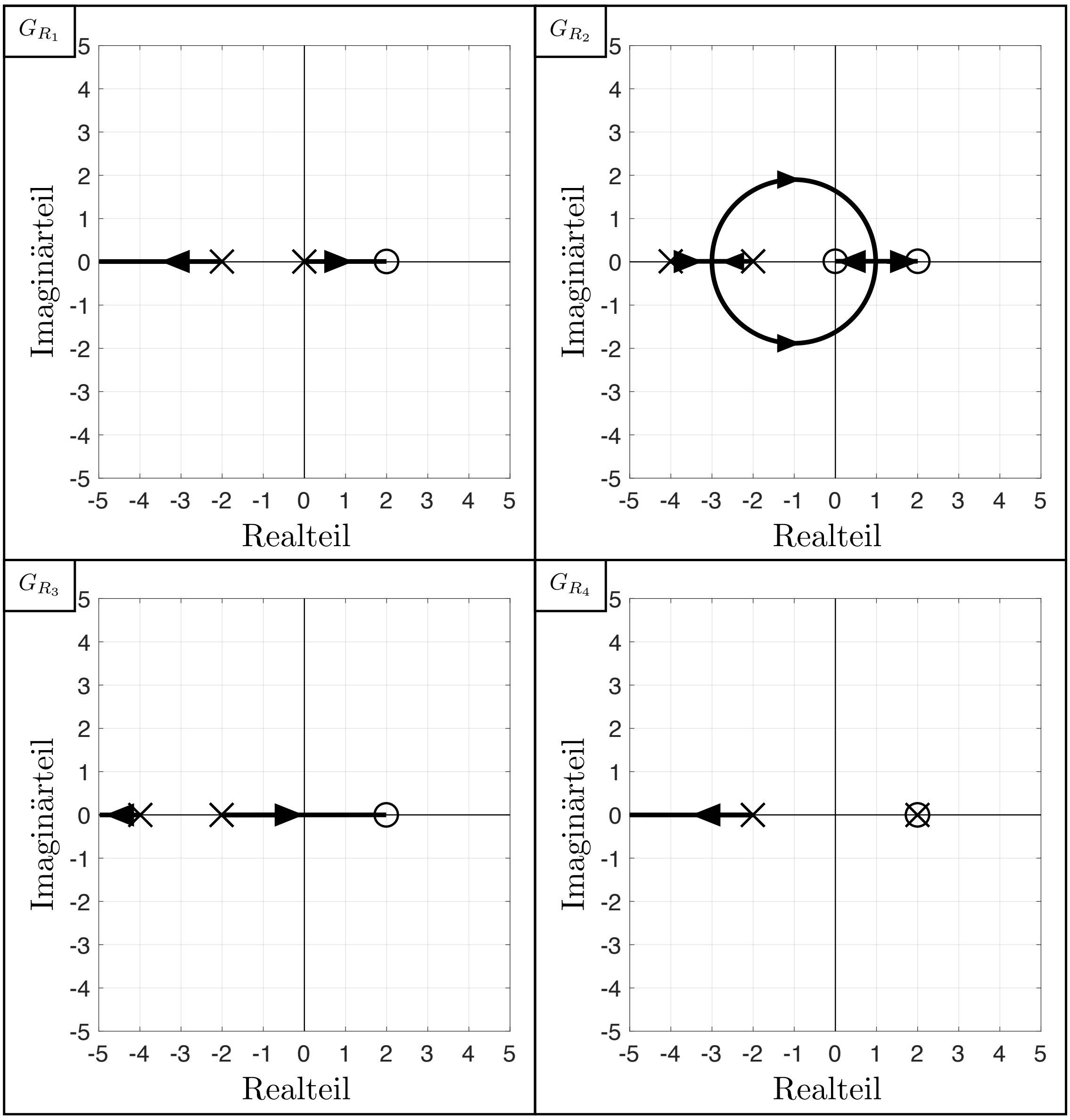
1

b) Anstelle des P-Reglers sollen nun vier verschiedene Regler untersucht werden:

$$G_{R_1}(s) = \frac{K}{s} \quad ; \quad G_{R_2}(s) = \frac{Ks}{s+4} \quad ; \quad G_{R_3}(s) = \frac{K}{s+4} \quad ; \quad G_{R_4}(s) = \frac{K}{s-2}$$

Skizzieren Sie die zugehörigen Wurzelortskurven für $G_{R_1}, \ldots, G_{R_4}$ in das nachfolgende Diagramm. Eine Berechnung von Verzweigungs-, Vereinigungs- und Asymptotenschnittpunkten ist nicht notwendig. Bitte markieren Sie die Richtung in die die Äste der WOK verlaufen.
Antwort:Es ergeben sich folgende offene Regelkreise (Berechnung nicht notwendig für Skizze):

$$G_{O_1}(s) = \frac{K}{s}\frac{(s-2)}{(s+2)} \quad ; \quad G_{O_2}(s) = \frac{Ks}{(s+4)}\frac{(s-2)}{(s+2)} \quad ;$$
$$G_{O_3}(s) = \frac{K}{(s+4)}\frac{(s-2)}{(s+2)} \quad ; \quad G_{O_4}(s) = \frac{K}{(s-2)}\frac{(s-2)}{(s+2)}$$



3+4

3+3

c) Mit welchem der Regler können sich schwingungsfähige geschlossene Regelkreise ergeben? Tragen Sie „Ja“ oder „Nein“ ein.

Regler	G_{R_1}	G_{R_2}	G_{R_3}	G_{R_4}
Sind schwingungsfähige Regelkreise möglich?	Nein	Ja	Nein	Nein

2

d) Mit welchem der Regler können sich stabile geschlossene Regelkreise ergeben? Tragen Sie „Ja“ oder „Nein“ ein.

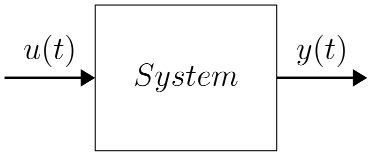
Regler	G_{R_1}	G_{R_2}	G_{R_3}	G_{R_4}
Sind stabile Regelkreise möglich?	Nein	Ja	Ja	Nein

2

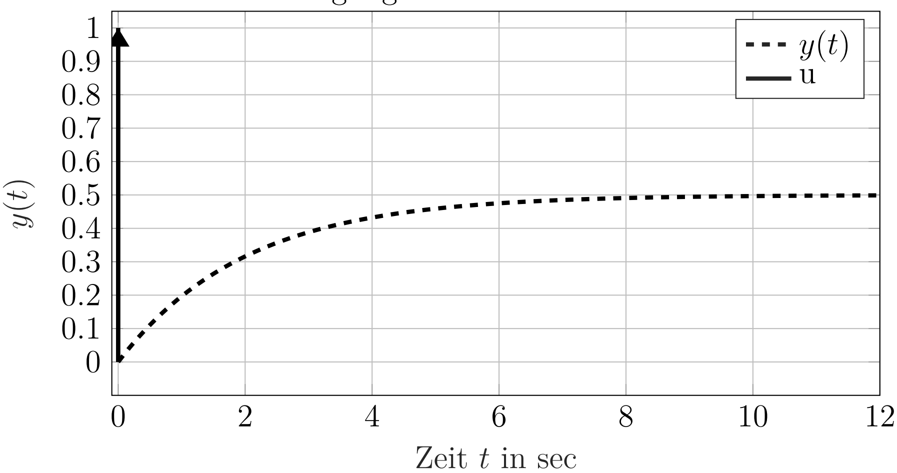
$\sum 18$

Aufgabe 5: Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgängen (19 Punkte)

Die Übertragunsfunktion eines Systems soll den Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgang des Systems beschreiben. In den folgenden Aufgaben sollen Sie die Systeme beschreiben (P, PD, PI, PID, PT1, etc.) und deren Übertragungsfunktionen finden. Bestimmen Sie alle Zeitkonstanten und Verstärkungen (falls möglich).
Hinweis:Überlegen Sie sich den Zusammenhang zwischen Impuls-, Sprung und Rampenantwort eines Systemes.



a) In der folgenden Grafik sehen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems auf einen **Impuls** $u(t) = \delta(t)$ bei t=0.
Wie wird ein solches System genannt?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?

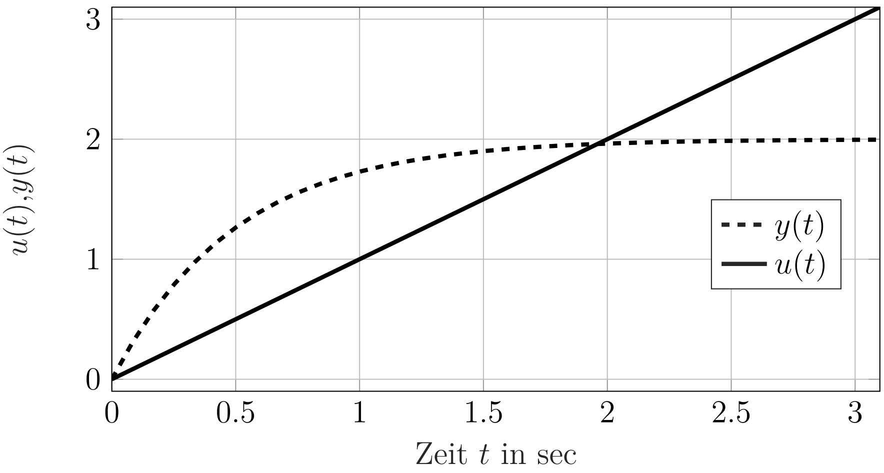


Antwort:
Es handelt sich um ein IT_1 System.
Allgemeine Form:

$$G(s) = \frac{K}{(1 + Ts)s}$$

Ein Sprung ist das Integral eines Impulses. Daher sieht der Ausgang des Systemes wie die Sprungantwort eines PT_1-Systems aus. Somit steckt ein integrierender Teil im System. $K = 0.5$ kann aus dem Endwert abgelesen werden. $T = 2$ kann aus dem Graphen abgelesen werden, da bei 6 sec $(3 \cdot T)$ ca. 95% des Endwertes erreicht ist. 5

b) In der folgenden Grafik sehen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems auf ein **Rampensignal** als Eingang $u(t)$.
Wie wird ein solches System genannt?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?

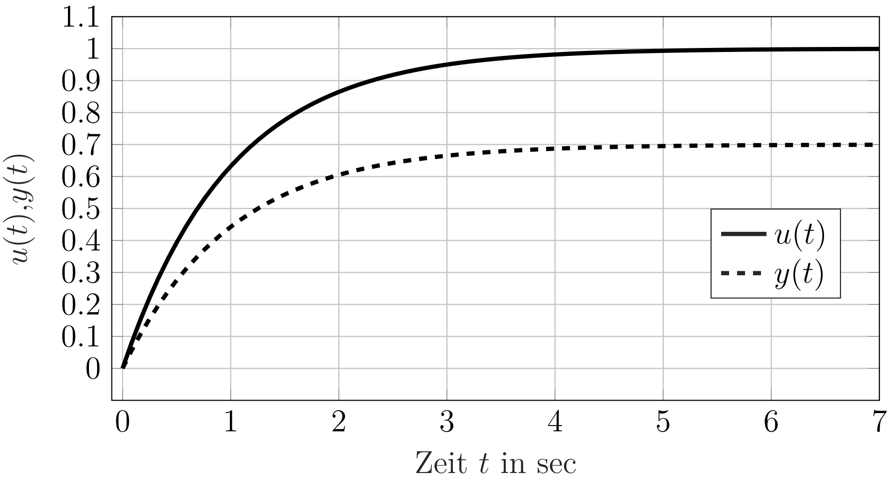


Antwort:
Es handelt sich um ein DT_1 System.
Allgemeine Form:

$$G(s) = \frac{Ks}{1 + Ts}$$

Ein Sprung kann auch als die Ableitung einer Rampe betrachtet werden. Daher sieht der Ausgang des Systemes wie die Sprungantwort eines PT_1-Systems aus. Somit steckt ein ableitender Teil im System. $K = 2$ kann aus dem Endwert abgelesen werden. $T = 0.5$ kann aus dem Graphen abgelesen werden, da bei 1.5 sec $(3 \cdot T)$ ca. 95% des Endwertes erreicht ist. 5

c) In der folgenden Grafik ist die Antwort eines Systemes $y(t)$ auf den Eingang $u(t)$ abgebildet. Wie wird ein solches System genannt?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?



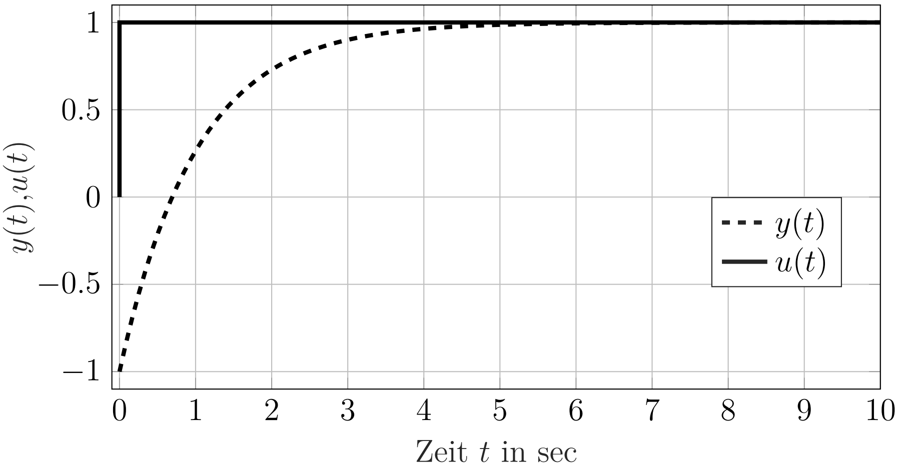
Antwort:
Es handelt sich um ein Proportionales System/ einen Faktor.
Allgemeine Form:

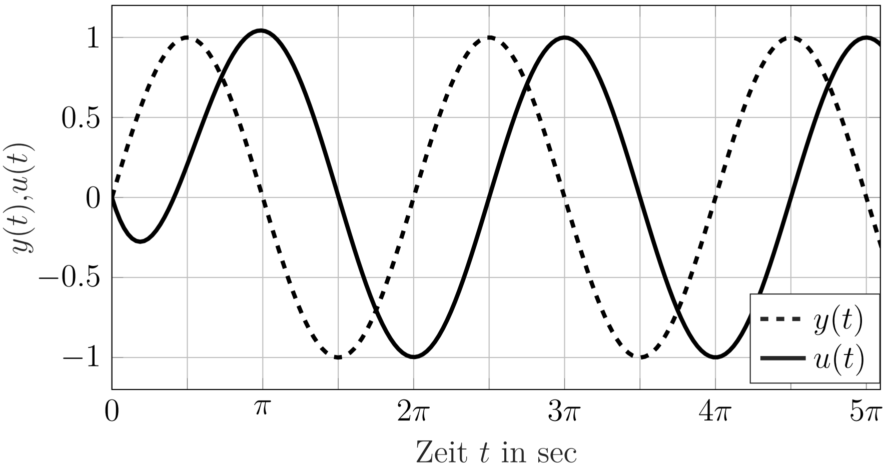
$$G(s) = K$$

$K = 0.7$ kann aus dem Endwert abgelesen werden. 3

d) In den folgenden Grafiken sind die Antworten eines Allpasses 1. Ordnung auf einen Einheitssprung und auf ein Sinussignal als Eingang gezeigt.

Wie wird ein solches System noch bezeichnet?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?





Antwort:
Es handelt sich bei einem Allpass 1. Ordnung um ein PDT_1-System.
Allgemeine Form:

$$G(s) = \frac{K(1 - Ts)}{1 + Ts}$$

$K = 1$ kann aus dem Endwert oder der gleichbleibenden Amplitude des Sinussignals abgelesen werden. Ein Allpass hat bei seiner Eckfrequenz ω_e -90° Phasenverschiebung. Bei einer Periodenlänge von 2π sec entspricht eine Verschiebung um -0.5π sec einer Phasenverschiebung von -90°. Eine Frequenz $f = \frac{1}{2\pi \text{sec}}$ entspricht einer Kreisfrequenz $\omega = f \cdot 2\pi = \frac{1\text{rad}}{\text{sec}}$. Die Zeitkonstante lässt sich aus dem inversen der Eckfrequenz $T = \frac{1}{\omega_e} = 1$ berechnen.

6

$\sum 19$

Aufgabe 6: Frequenzgänge (15 Punkte)

Gegeben sind die beiden Systeme:

$$G_1(s) = \frac{s+0{,}2}{s+2} \qquad G_2(s) = \frac{s(s+50)}{s+5}$$

a) Berechnen sie den Amplitudengang $A(\omega)$ und den Phasengang $\varphi(\omega)$ jeweils von $G_1(s)$ und $G_2(s)$.

$\rightarrow G_1(s)$:

$$A_1(\omega) = |G_1(s)| = |G_1(i\omega)| = \frac{|i\omega + 0{,}2|}{|i\omega + 2|} = \frac{\sqrt{0{,}04+\omega^2}}{\sqrt{4+\omega^2}}$$ 2

$$\varphi_1(\omega) = \arg(G_1(s)) = \arg(G_1(i\omega)) = \arg(i\omega + 0{,}2) - \arg(i\omega + 2)$$
$$= \arctan\left(\frac{\omega}{0{,}2}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{2}\right)$$ 2

$\rightarrow G_2(s)$:

$$A_2(\omega) = |G_2(s)| = |G_2(i\omega)| = \frac{|i\omega| \cdot |i\omega + 50|}{|i\omega + 5|} = \frac{\omega \cdot \sqrt{2500+\omega^2}}{\sqrt{25+\omega^2}}$$ 2

$$\varphi_2(\omega) = \arg(G_2(s)) = \arg(G_2(i\omega)) = \arg(i\omega) + \arg(i\omega + 50) - \arg(i\omega + 5)$$
$$= \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{\omega}{50}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{5}\right)$$ 2

b) Welchen Einfluss hat der Faktor s im Zähler von $G_2(s)$ auf den Phasengang im Vergleich zu $G_3(s) = \frac{s+50}{s+5}$?

$\rightarrow$ Der Faktor s im Zähler (D-Glied) von $G_2(s)$ verschiebt die Phase des Systems um $+\frac{\pi}{2}$ rad/s $= +90$ Grad im Vergleich zu $G_3(s)$. 2

c) Zeichnen Sie die asymptotischen Amplituden- und Phasengänge der Systeme $G_1(s)$ und $G_2(s)$ in das untenstehende Bode-Diagramm ein. Benutzen Sie bitte die in der Legende vorgegebenen Linienarten.

$\rightarrow$ Sortieren der Pol- und Nullstellen nach aufsteigendem Betrag

$G_1(s)$:

Verstärkung: $K_1 = \lim\limits_{s\to 0} G_1(s) = \frac{1}{10} = 20\log(\frac{1}{10})$ dB $= -20$ dB

$n_1 = |-0{,}2| \quad \rightarrow A(\omega)$: Knick $+$ 20db/Dekade $\quad \varphi(\omega)$: Hebung $+$ 90 Grad
$p_1 = |-2| \quad \rightarrow A(\omega)$: Knick $-$ 20db/Dekade $\quad \varphi(\omega)$: Senkung $-$ 90 Grad 2

$G_2(s)$:

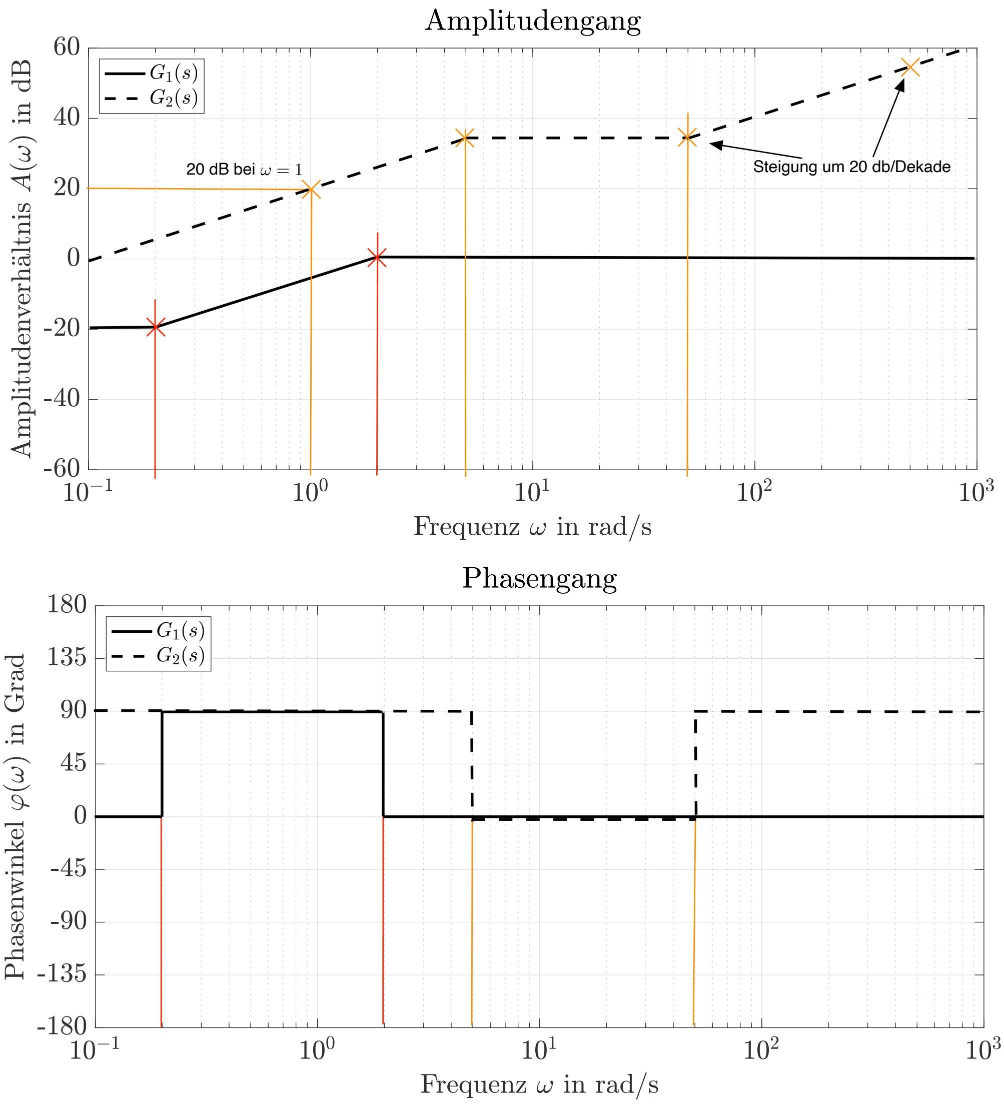
Verstärkung: $K_2 = \lim\limits_{s\to 0} G_2(s) = 10 = 20\log(10)$ dB $= 20$ dB (Vernachlässigung von Nullstelle bei $s = 0$ bei Berechnung von K_2. An der Stelle $\omega = 1$ rad/sec hat die Amplitude den Wert K_2.) 3

$n_1 = 0 \quad \rightarrow A(\omega) : \text{Knick} + 20\text{db/Dekade} \quad \varphi(\omega) : \text{Hebung} + 90 \text{ Grad}$

(Siehe Erklärung oben)

$p_1 = |-5| \quad \rightarrow A(\omega) : \text{Knick} - 20\text{db/Dekade} \quad \varphi(\omega) : \text{Senkung} - 90 \text{ Grad}$

$n_2 = |-50| \quad \rightarrow A(\omega) : \text{Knick} + 20\text{db/Dekade} \quad \varphi(\omega) : \text{Hebung} + 90 \text{ Grad}$



$\boxed{\sum 15}$

Aufgabe 7: Linearisierung (16 Punkte)

Ein System wird durch die nichtlineare Differentialgleichung

$$y(t) = (y(t)^2 - 1)\dot{y}(t) + u(t)$$

beschrieben.

a) Linierisieren Sie das System um die Gleichgewichtslage $y_a = 0.5, \dot{y}_a = 0, u_a = 0.5$ und bezeichnen Sie die Kleinsignalvariablen nach der Linearisierung mit y_l und u_l.

$$F = y(t) - (y(t)^2 - 1)\dot{y}(t) - u(t) = 0 \tag{1}$$

Die partiellen Ableitungen lauten (die Abhängigkeit von t wird nicht explizit aufgeführt)

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 1 - 2y\dot{y} \qquad \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} = -y^2 + 1 \qquad \frac{\partial F}{\partial u} = -1 \tag{2}$$

Das linearisierte System ist daher

$$\dot{y}_l(-y_a^2 + 1) + y_l\,(1 - 2y_a\dot{y}_a) - u_l = 0 \tag{3}$$

Einsetzen der Gleichgewichtslage liefert

$$0.75\dot{y}_l + y_l = u_l. \tag{4}$$

$\boxed{5}$

b) Transformieren Sie das System in den Laplace Bereich und treffen Sie eine Aussage zur Stabilität des Systems.

$$0.75Y_l(s)s + Y_l(s) = U_l(s) \tag{5}$$

Damit errechnet sich die Übertragungsfunktion zu

$$\frac{Y_l(s)}{U_l(s)} = \frac{0.75}{0.75s + 1} \tag{6}$$

Der Pol des Systems ist $p_1 = -0.75$. Da der Pol einen negativen Realteil hat, ist das System stabil.

$\boxed{2}$

c) Linearisieren Sie das System nun für eine in Abhängigkeit der Variablen c gegebenen Gleichgewichtslage $y_b = c, \dot{y}_b = 0, u_b = c$.

Einsetzen in die Zwischenlösung aus a) ergibt)

$$(1 - c^2)\dot{y}_l + y_l = u_l \tag{7}$$

$\boxed{3}$

d) Transformieren Sie auch dieses System in den Laplace Bereich.

Nach Transformation ergibt sich die Übertragungsfunktion

$$\frac{Y_l}{U_l} = \frac{1}{(1-c^2)s+1} \tag{8}$$

1

e) Für welchen Bereich von $c > 0$ ist die Linearisierung des Systems stabil? Für die Stabilität muss der Koeffizient vor s nach Hurwitz positiv sein

$$(1-c^2) \geq 0 \rightarrow c \leq 1 \tag{9}$$

Das linearisierte System ist für alle $0 < c < 1$ stabil und für alle $c > 1$ instabil. 3

f) Kann ein lineares System, ebenso wie das oben beschriebene System, für bestimmte Anfangsbedingungen stabil und für andere instabil sein? Begründen Sie Ihre Antwort.

Das ist nicht möglich. Bei einem linearen System wird die Stabilität allein durch die Pole beschrieben. Diese beschreiben die Stabilitätseigenschaften unabhängig von Anfangsbedingungen und Eingangssignal. 2

$\sum 16$