Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

15.08.2020

Name:	
Mat.-Nr.	
Note:	

Aufgabe:	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Ges.
Punkte:	18	21	9	17	19	18	18	120
Erreicht:								

Dauer der Klausur: 2 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner und 4-seitige Formelsammlung

Aufgabe 1: Verständnisfragen (18 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Woran erkennt man, ob ein System globales D-Verhalten hat?

- ☐ Im Zähler der Übertragungsfunktion lässt sich s ausklammern.
- ☐ Der Amplitudengang strebt für $\omega \to 0$ gegen ∞ dB.
- ☐ Die Sprungantwort klingt für $t \to \infty$ auf 0 ab.

b) Was gilt für den Frequenzgang einer minimalphasigen Übertragungsfunktion $G(s)$?

- ☐ Die Differenz aus Nenner- und Zählerordnung von $G(s)$ bestimmt die Phasenverschiebung $\varphi(\omega \to \infty)$.
- ☐ Es besteht ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Amplituden- und Phasengang.
- ☐ Die Phasenverschiebung $\varphi(\omega \to \infty)$ von $G(s)$ wird ausschließlich durch die Nennerordnung bestimmt.

c) Welche(s) dieser Systeme sind (ist) nichtlinear?

- ☐ $G(s) = \frac{2}{s+4} \cdot e^{-T_t \cdot s}$.
- ☐ $\ddot{y}(t) + 2D\omega_0\dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = K\omega_0^2 u(t)$.
- ☐ $\ddot{y}(t) + \dot{y}(t)u(t) + 2y(t) = u(t)$.

d) G_1 sei ein Verzögerungsglied erster Ordnung, G_2 dessen Ableitung. Welches Verhalten hat das System $G_2 - G_1$?

- ☐ Instabiles Verhalten.
- ☐ Nichtphasenminimales Verhalten.
- ☐ Integrierendes Verhalten.

e) Welche Aussagen über bleibende Regelabweichungen sind richtig?

- ☐ Unabhängig von Reglertyp und Strecke, lässt sich eine bleibende Regelabweichung immer durch geeignete Wahl der Reglerparameter verhindern.
- ☐ Sie treten zum Beispiel bei rampenförmiger Führungsgröße auf, wenn die Regelstrecke und der Regler zusammen keinen doppelten I-Anteil aufweisen.
- ☐ Ein I-Anteil im Regler hat keinen Einfluss auf die bleibende Regelabweichung, sondern dient zur Verbesserung der Stabilität des Regelkreises.

f) Was gilt für den Kompensationsregler?

- ☐ Er kann auch bei instabilen Regelstrecken verwendet werden.
- ☐ Für den Entwurf gibt man das gewünschte Führungsverhalten G_W vor.
- ☐ Das Führungsverhalten kann beliebig gewählt werden.

g) Die Sprungantwort der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{2s+1}{(s+5)^2}$ im Zeitbereich soll bestimmt werden. Welches Vorgehen ist möglich?

- ☐ Man berechnet die Sprungantwort im Zeitbereich getrennt für Zähler und Nenner von $G(s)$ und dividiert die Ergebnisse.
- ☐ Man bestimmt zunächst die Sprungantwort von $\frac{1}{(s+5)^2}$ im Zeitbereich, dann addiert man das Doppelte der Ableitung dieser Sprungantwort dazu.
- ☐ Man führt eine Partialbruchzerlegung durch, berechnet die Sprungantworten im Zeitbereich für die einzelnen Summanden und addiert diese.

h) Welche Eigenschaften hat eine Störgrößenaufschaltung?

- ☐ Eine Störung kann durch eine geeignete Aufschaltung immer vollständig kompensiert werden.
- ☐ Eine Störgrößenaufschaltung ist möglich, auch wenn die Störgröße nicht gemessen werden kann.
- ☐ Eine Störgrößenaufschaltung ist nur möglich, wenn die Störgröße gemessen werden kann.

i) Wie sieht die Übertragungsfunktion eines realisierbaren PD-Reglers aus?

- ☐ $G_R(s) = K_P + K_D \cdot s$
- ☐ $G_R(s) = K_P + K_D \cdot \frac{s}{1+T_1 s}$
- ☐ $G_R(s) = \dfrac{K_P \cdot s + K_D}{s}$

j) Die Bewegung eines Fahrzeuges (Masse m) mit der Position $y(t)$, das mit der Kraft $u(t)$ angetrieben wird und einem geschwindigkeitsproportionalen Rollwiderstand $k_{RW} \cdot \dot{y}(t)$ unterliegt, wird wie folgt beschrieben:

$$G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{1}{ms^2 + k_{RW}s}$$

Was gilt für eine konstante Antriebskraft $u(t) = u_0$?

- ☐ Die Position $y(t)$ und die Geschwindigkeit $\dot{y}(t)$ gehen für $t \to \infty$ gegen Unendlich.
- ☐ Die Position $y(t)$ geht für $t \to \infty$ gegen Unendlich, die Geschwindigkeit $\dot{y}(t)$ auf einen konstanten Endwert.
- ☐ Die Endgeschwindigkeit für $t \to \infty$ ist nicht von der Masse m sondern nur von k_{RW} abhängig.

k) Die Regelung von Strecken mit Totzeiten...

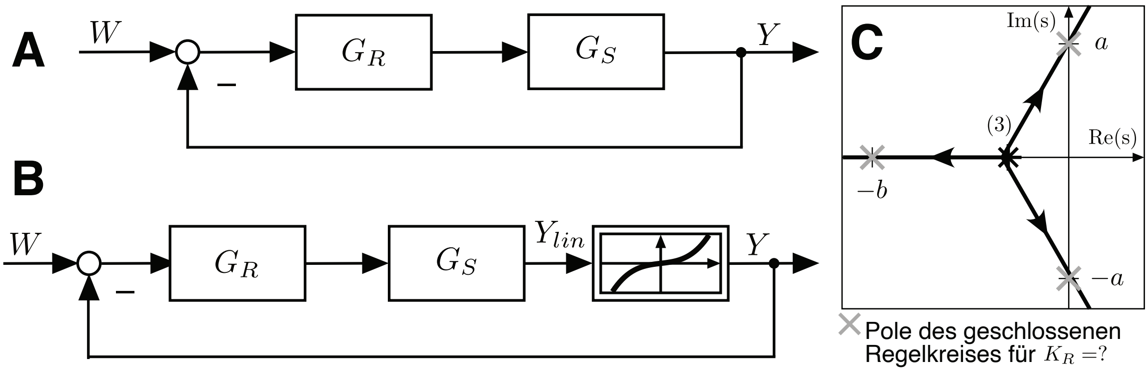
- ☐ ist problematisch, da Totzeiten die Phase im Frequenzgang absenken.
- ☐ ist unproblematisch, da Totzeiten für eine Stabilisierung des geschlossenen Regelkreises sorgen.
- ☐ ist problematisch, da sich viele regelungstechnische Methoden, z.B. das Hurwitz-Kriterium oder der Polvorgabe-Regler, nicht oder nicht direkt anwenden lassen.

Fortsetzung auf nächster Seite!

l) Wie kann man den Frequenzgang eines dynamischen Systems bestimmen?

- [ ] Bei stabilen Systemen experimentell, indem man Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz als Eingang verwendet und die zugehörigen Ausgangssignale misst.
- [ ] Indem man die Pole der Übertragungsfunktion für verschiedene Reglerparameter berechnet und diese in ein Diagramm einzeichnet und mit einer Linie verbindet.
- [ ] Indem man in der Übertragungsfunktion des Systems $G(s)$ $s = i\omega$ setzt und den Betrag und das Argument (Phase) der resultierenden komplexen Zahl ausrechnet.

Aufgabe 2: Regelkreis mit Nichtlinearität (21 Punkte)



Gegeben sind obige Regelkreise, die untersucht werden sollen. Regelkreis B unterscheidet sich von A lediglich durch die zusätzliche Nichtlinearität im Ausgang der Streckenübertragungsfunktion G_S (Wiener-System). Der Regler G_R sei ein einfacher P-Regler mit Reglerverstärkung K_R. Gegeben seien folgende Übertragungsfunktionen und Nichtlinearität:

$$G_S(s) = \frac{0{,}5}{(1+3s)^3}, \quad G_R = K_R, \quad y(t) = y_{lin} + y_{lin}^3$$

a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises für Regelkreis A und ermitteln Sie mit Hilfe des Hurwitz-Kriteriums, für welchen Wertebereich von K_R, der Regelkreis stabil ist.

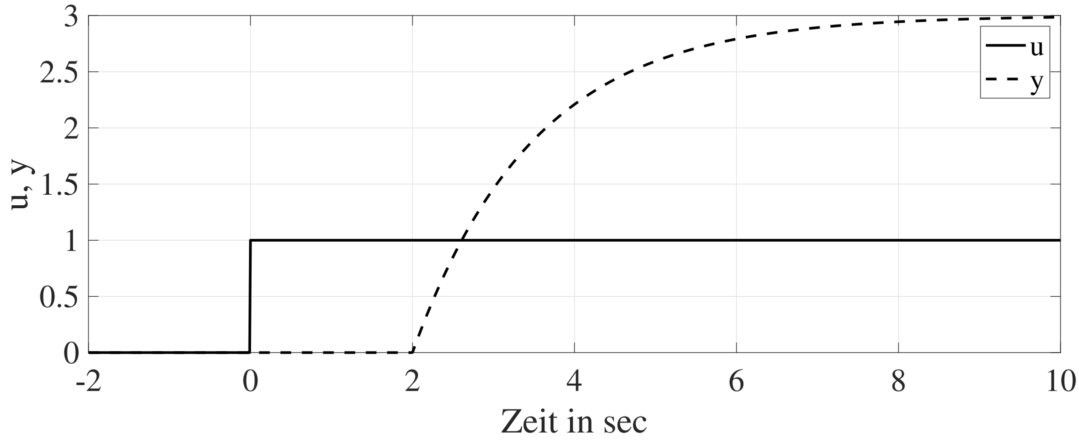
b) Oben in Diagramm C ist die Wurzelortskurve für Regelkreis A und die Pollage für eine besondere Situation dargestellt (3 graue Kreuze). Wie nennt man diese Situation? Benennen Sie den zugehörigen Wert von K_R. Berechnen Sie die Werte der Pole für diese Situation $p_1 = -b$, $p_{2,3} = \pm a \cdot i$ durch Koeffizientenvergleich des Nennerpolynoms von G_W mit dem Polynom $(s+b)(s+a \cdot i)(s-a \cdot i)$.

c) Berechnen Sie den stationären Endwert der Regelgröße $y(t \to \infty)$ bei einem Sprung der Führungsgröße $w(t) = \sigma(t)$ in Abhängigkeit von K_R.

d) Bestimmen Sie mit dem Ergebnis der vorherigen Teilaufgabe, welchen Wert K_R haben muss, damit der stationäre Endwert $y(t \to \infty) = 0{,}8$ beträgt (bleibender Regelfehler von 20%). Ist der Regelkreis bei dieser Reglerverstärkung noch stabil?

e) Linearisieren Sie die Nichtlinearität um den Betriebspunkt $y_{lin} = 1$. Sie erhalten ein einfaches P-Glied $y(t) = K_{NL} \cdot y_{lin}(t)$. Wäre der Regelkreis B mit der in der vorherigen Teilaufgabe berechneten Reglerverstärkung K_R noch stabil?

Aufgabe 3: Reglerentwurf mittels Einstellregeln (9 Punkte)



Gegeben ist die Sprungantwort eines Systems.

a) Bestimmen Sie grafisch mithilfe der Sprungantwort die Totzeit T_t, die Zeitkonstante T und die statische Verstärkung K_s des gegebenen Systems.

b) Wie lautet die Übertragungsfunktion des Systems? Wie wird das System bezeichnet? (P, I, D, DT_1...)

c) Welche Eigenschaften muss eine Regelstrecke haben, damit das erste Verfahren nach Ziegler-Nichols gut funktioniert?

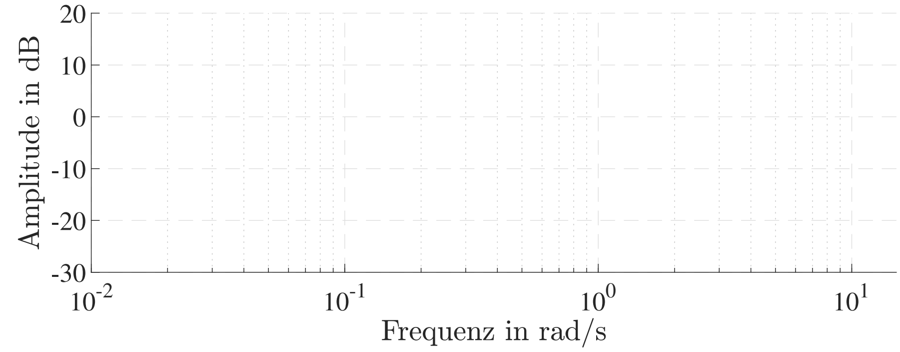
d) Beschreiben Sie die Vorgehensweise, wie man mit der Einstellregel 2 nach Ziegler-Nichols einen Regler auslegt. Welche Voraussetzungen müssen gegeben sein, um die Regel anwenden zu können?

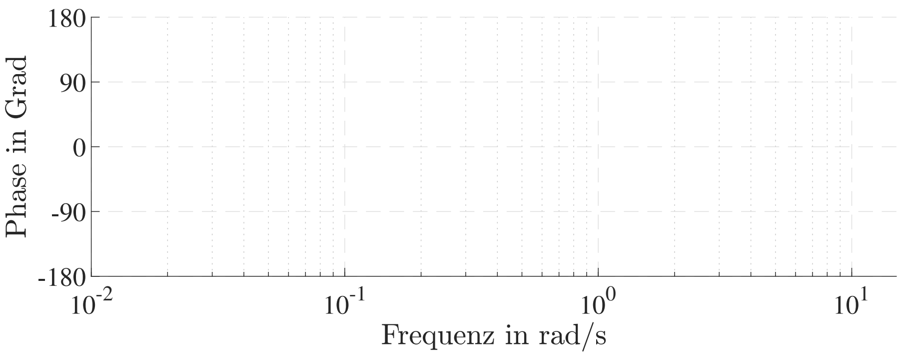
Aufgabe 4: Dynamische Systeme (17 Punkte)

Gegeben ist ein ideales D-Glied G_{R1} mit Vorhaltezeit $T_D = 1$ sec.

a) Dieses ideale D-Glied G_{R1} wird als Regler für eine Strecke verwendet, die mit 1 angenähert werden kann. Skizzieren Sie für den resultierenden Regelkreis die Wurzelortskurve.

b) Skizzieren Sie den Frequenzgang von G_{R1} in der dafür vorgesehene Abbildung. Kennzeichnen Sie die Linien so, dass diese eindeutig zu diesem Aufgabenteil zuzuordnen sind.





c) G_{R1} wird mit einem sinusförmigen Eingangssignal angeregt. Wie sieht das daraus resultierende Ausgangssignal nach Abklingen der Anfangsbedingung aus?

d) Das ideale D-Glied G_{R1} ist nicht realisierbar. Es soll durch Verwendung einer Zeitkonstante T realisierbar gemacht werden. Geben Sie die dazugehörige Formel an. Welche Bezeichnung hat dieses resultierende Übertragungsglied G_{R2}?

e) Skizzieren Sie den Frequenzgang von G_{R2} in der gegebenen Abbildung. Nehmen Sie für die Zeitkonstante $T = 0.2$ sec an. Beschreiben Sie den Einfluss der Wahl der Zeitkonstante auf die Geschwindigkeit des Systems.

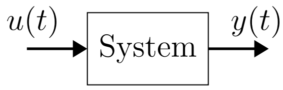
f) Die Übertragungsfunktionen G_{R1} und G_{R2} sollen jetzt jeweils als Regler für die Strecke $G_s(s) = \frac{1}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$ mit $T_1 = 1$ sec und $T_2 = 2$ sec verwendet werden. Skizzieren

Sie für beide Fälle die Wurzelortskurven der resultierenden Regelkreise.

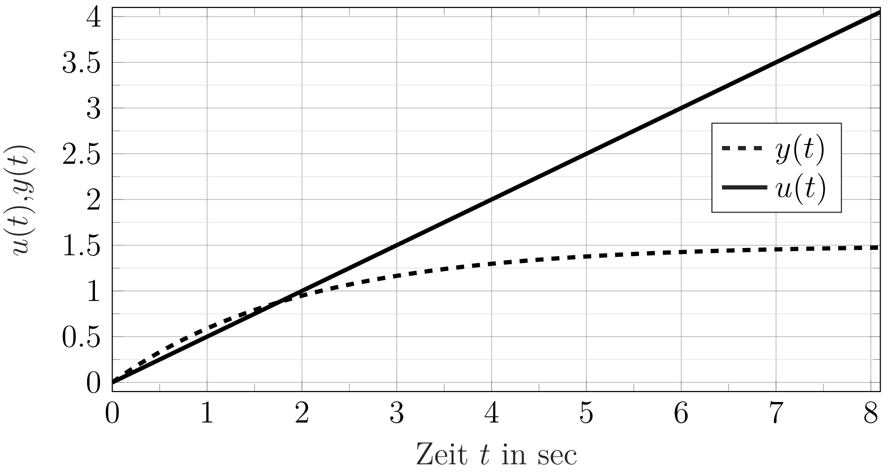
g) Welcher entscheidende Unterschied ergibt sich unter Berücksichtigung der Wurzelortskurven aus Aufgabenteil f) für die Pole der geschlossenen Regelkreise?

Aufgabe 5: Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgängen (19 Punkte)

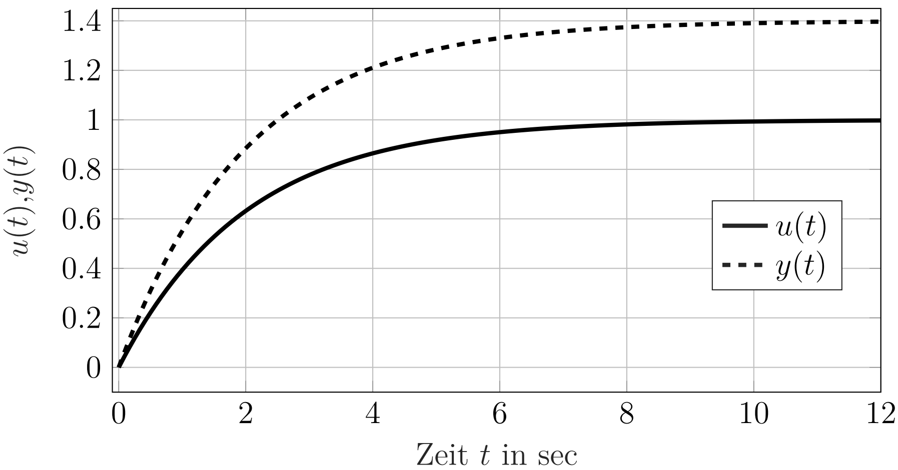
Die Übertragunsfunktion eines Systems soll den Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgang des Systems beschreiben. In den folgenden Aufgaben sollen Sie die Systeme beschreiben (P, PD, PI, PID, PT_1, etc.) und deren Übertragungsfunktionen finden. Bestimmen Sie alle Zeitkonstanten und Verstärkungen (falls möglich).
Hinweis:Überlegen Sie sich den Zusammenhang zwischen Impuls-, Sprung und Rampenantwort eines Systemes.



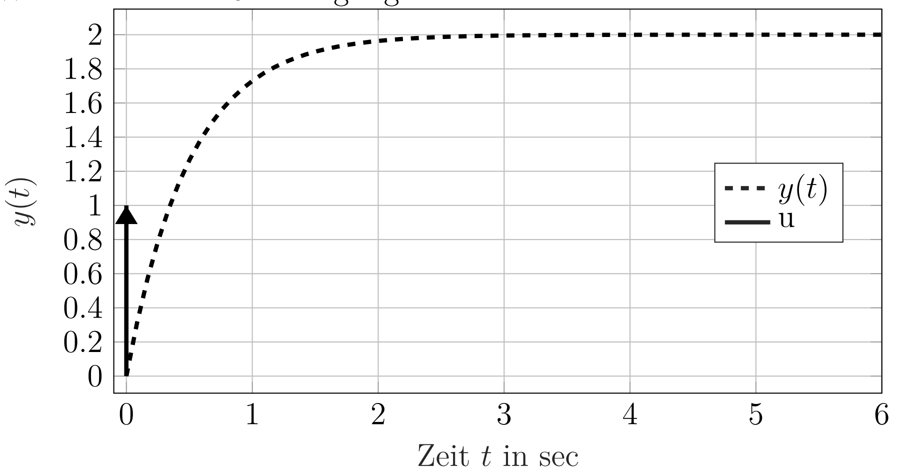
a) In der folgenden Grafik sehen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems auf ein **Rampensignal** als Eingang $u(t)$.
Wie wird ein solches System genannt?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?
Hinweis:Überlegen Sie, welche Übertragungsfunktionzu einer Antwort $y(t) = 1.5\sigma(t)$ *führen würde. Im 2. Schritt können Sie das Verzögerungsverhalten berücksichtigen.*



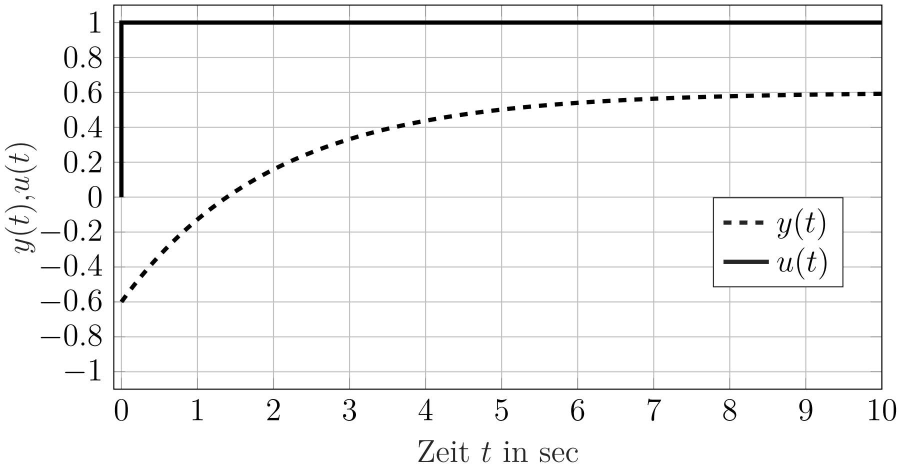
b) In der folgenden Grafik ist die Antwort eines Systemes $y(t)$ auf den Eingang $u(t)$ abgebildet.
Wie wird ein solches System genannt?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?

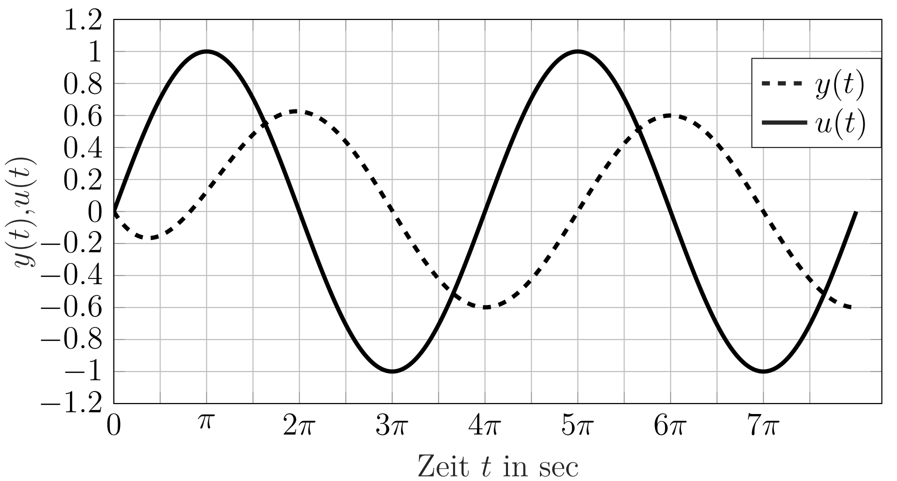


c) In der folgenden Grafik sehen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems auf einen **Impuls** $u(t) = \delta(t)$ bei t=0.
Wie wird ein solches System genannt?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?



d) In den folgenden Grafiken sind die Antworten eines Allpasses 1. Ordnung auf einen Einheitssprung und auf ein Sinussignal als Eingang gezeigt.
Wie wird ein solches System noch bezeichnet?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?



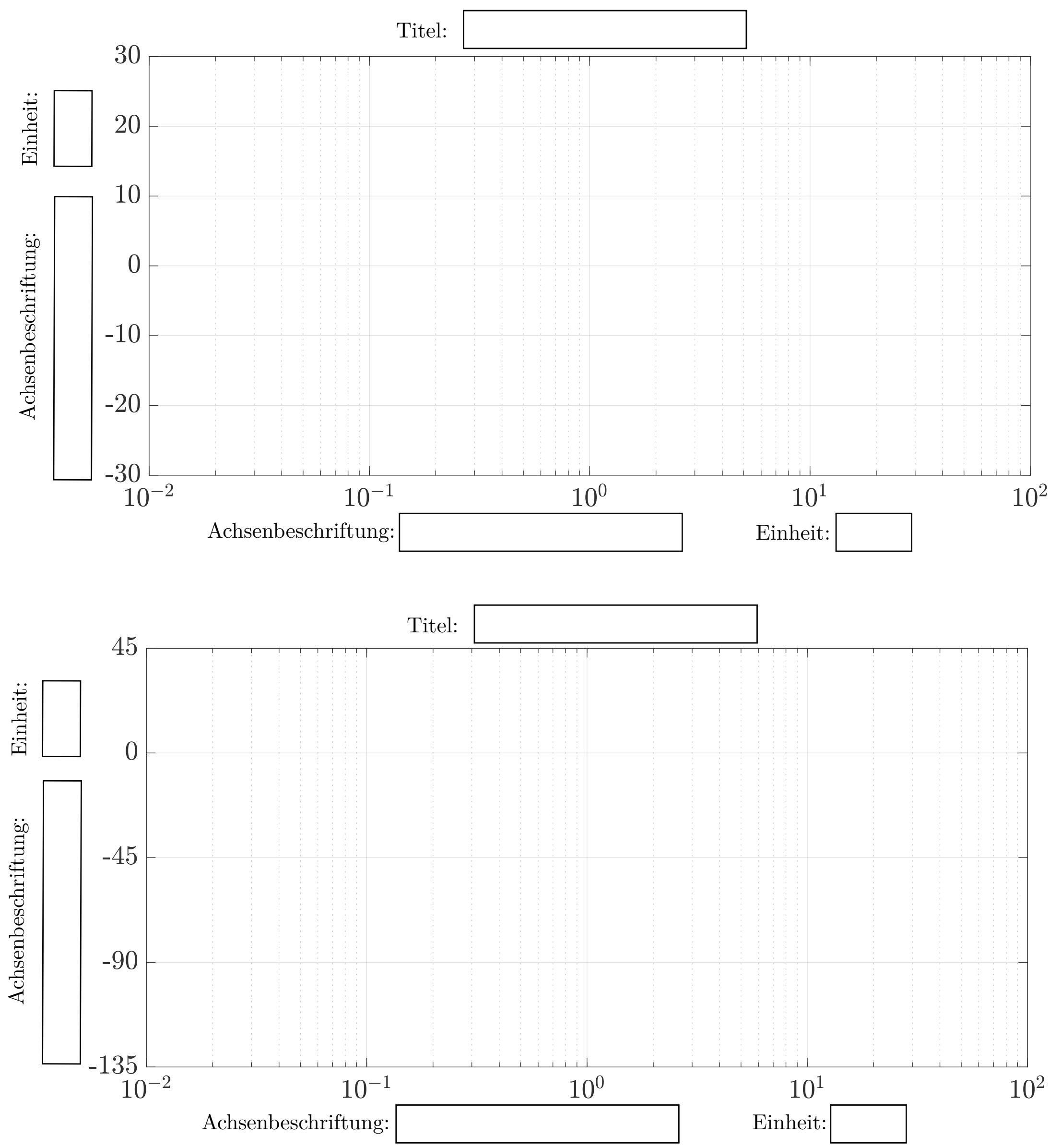


Aufgabe 6: Frequenzgänge (18 Punkte)

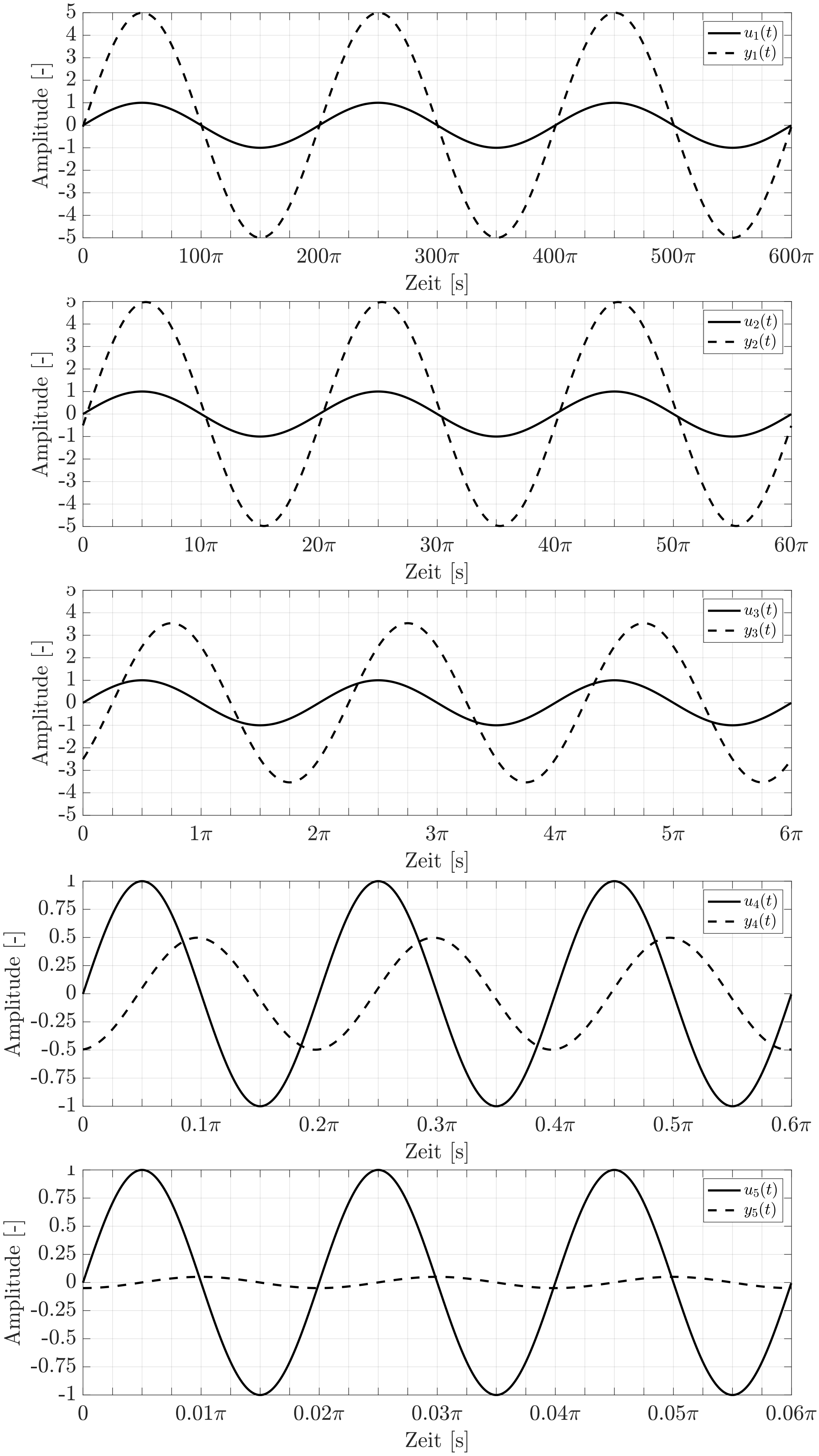
An einem linear dynamischen System werden fünf Experimente durchgeführt. Pro Experiment wird das System mit einem Sinus-Signal (Eingangssignal) $u_i(t)$ angeregt und das dazugehörige Ausgangssignal $y_i(t)$ wird gemessen (für $i = 1, \ldots, 5$). **Die Ein- und Ausgangssignale für den eingeschwungenen Zustand der fünf Experimente sind am Ende der Aufgabe abgebildet.**

Ermitteln Sie aus den Experimenten fünf Stützpunkte für das Bode-Diagramm des dynamischen Systems und tragen sie diese in das vorgefertigte Bode-Diagramm ein. Tragen Sie außerdem die richtigen Achsenbeschriftungen und Einheiten an den Achsen ein.

Bode-Diagramm

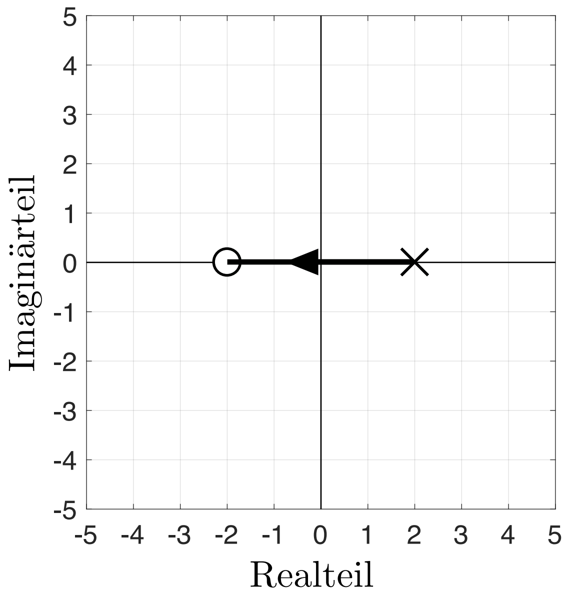


Ein- und Ausgangssignale der fünf Experimente:



Aufgabe 7: Wurzelortskurve (18 Punkte)

Gegeben ist die Wurzelortskurve (WOK) eines Regelkreises. Es wurde ein P-Regler verwendet.

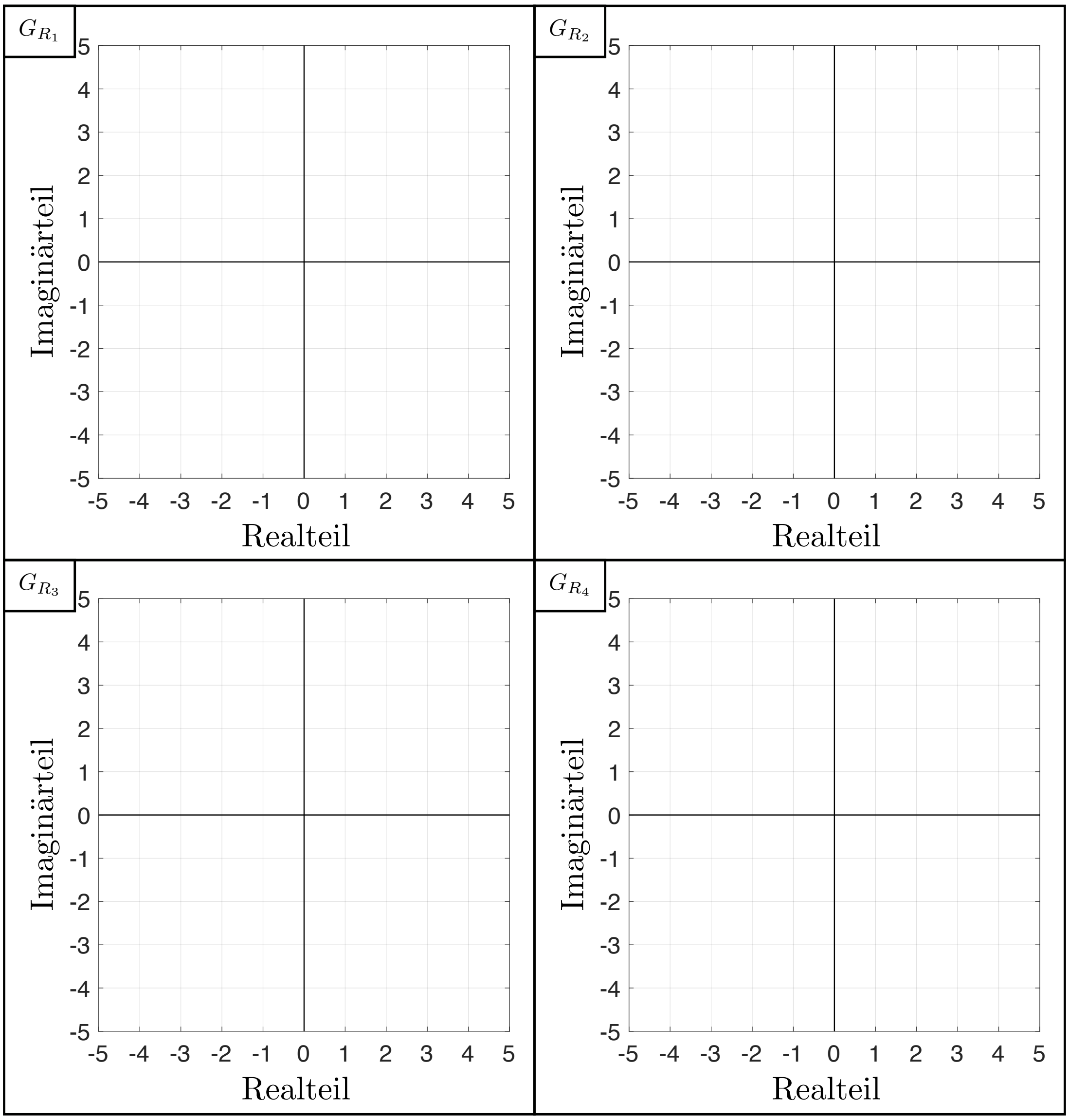


a) Wie lauten die Übertragungsfunktionen für den offenen **und** den geschlossenen Regelkreis. Lesen Sie hierzu die Lage der Nullstellen und der Pole aus der WOK ab. Verwenden Sie K als Parameter, welcher die Verstärkung bestimmt.

b) Anstelle des P-Reglers sollen nun vier verschiedene Regler untersucht werden:

$$G_{R_1}(s) = \frac{K}{s} \quad ; \quad G_{R_2}(s) = \frac{K(s+1)}{s+4} \quad ; \quad G_{R_3}(s) = \frac{K}{s+4} \quad ; \quad G_{R_4}(s) = \frac{K(s-2)}{s+4}$$

Skizzieren Sie die zugehörigen Wurzelortskurven für die Systeme mit den Reglern $G_{R_1}, \ldots, G_{R_4}$ in das nachfolgende Diagramm. Eine Berechnung von Verzweigungs-, Vereinigungs- und Asymptotenschnittpunkten ist nicht notwendig. Bitte markieren Sie die Richtung in die die Äste der WOK verlaufen.



c) Mit welchem der Regler können sich schwingungsfähige geschlossene Regelkreise ergeben? Tragen Sie „Ja“ oder „Nein“ ein.

Regler	G_{R_1}	G_{R_2}	G_{R_3}	G_{R_4}
Sind schwingungsfähige Regelkreise möglich?				

d) Mit welchem der Regler können sich stabile geschlossene Regelkreise ergeben? Tragen Sie „Ja“ oder „Nein“ ein.

Regler	G_{R_1}	G_{R_2}	G_{R_3}	G_{R_4}
Sind stabile Regelkreise möglich?				

Lösung:

Aufgabe 1: Verständnisfragen (18 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Woran erkennt man, ob ein System globales D-Verhalten hat?

- [x] Im Zähler der Übertragungsfunktion lässt sich s ausklammern.
- [ ] Der Amplitudengang strebt für $\omega \to 0$ gegen ∞ dB.
- [x] Die Sprungantwort klingt für $t \to \infty$ auf 0 ab.

b) Was gilt für den Frequenzgang einer minimalphasigen Übertragungsfunktion $G(s)$?

- [x] Die Differenz aus Nenner- und Zählerordnung von $G(s)$ bestimmt die Phasenverschiebung $\varphi(\omega \to \infty)$.
- [x] Es besteht ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Amplituden- und Phasengang.
- [ ] Die Phasenverschiebung $\varphi(\omega \to \infty)$ von $G(s)$ wird ausschließlich durch die Nennerordnung bestimmt.

c) Welche(s) dieser Systeme sind (ist) nichtlinear?

- [ ] $G(s) = \frac{2}{s+4} \cdot e^{-T_t \cdot s}$.
- [ ] $\ddot{y}(t) + 2D\omega_0\dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = K\omega_0^2 u(t)$.
- [x] $\ddot{y}(t) + \dot{y}(t)u(t) + 2y(t) = u(t)$.

d) G_1 sei ein Verzögerungsglied erster Ordnung, G_2 dessen Ableitung. Welches Verhalten hat das System $G_2 - G_1$?

- [ ] Instabiles Verhalten.
- [x] Nichtphasenminimales Verhalten.
- [ ] Integrierendes Verhalten.

e) Welche Aussagen über bleibende Regelabweichungen sind richtig?

- [ ] Unabhängig von Reglertyp und Strecke, lässt sich eine bleibende Regelabweichung immer durch geeignete Wahl der Reglerparameter verhindern.
- [x] Sie treten zum Beispiel bei rampenförmiger Führungsgröße auf, wenn die Regelstrecke und der Regler zusammen keinen doppelten I-Anteil aufweisen.
- [ ] Ein I-Anteil im Regler hat keinen Einfluss auf die bleibende Regelabweichung, sondern dient zur Verbesserung der Stabilität des Regelkreises.

f) Was gilt für den Kompensationsregler?

- [ ] Er kann auch bei instabilen Regelstrecken verwendet werden.
- [x] Für den Entwurf gibt man das gewünschte Führungsverhalten G_W vor.
- [ ] Das Führungsverhalten kann beliebig gewählt werden.

g) Die Sprungantwort der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{2s+1}{(s+5)^2}$ im Zeitbereich soll bestimmt werden. Welches Vorgehen ist möglich?

☐ Man berechnet die Sprungantwort im Zeitbereich getrennt für Zähler und Nenner von $G(s)$ und dividiert die Ergebnisse.

■ Man bestimmt zunächst die Sprungantwort von $\frac{1}{(s+5)^2}$ im Zeitbereich, dann addiert man das Doppelte der Ableitung dieser Sprungantwort dazu.

■ Man führt eine Partialbruchzerlegung durch, berechnet die Sprungantworten im Zeitbereich für die einzelnen Summanden und addiert diese.

h) Welche Eigenschaften hat eine Störgrößenaufschaltung?

☐ Eine Störung kann durch eine geeignete Aufschaltung immer vollständig kompensiert werden.

☐ Eine Störgrößenaufschaltung ist möglich, auch wenn die Störgröße nicht gemessen werden kann.

■ Eine Störgrößenaufschaltung ist nur möglich, wenn die Störgröße gemessen werden kann.

i) Wie sieht die Übertragungsfunktion eines realisierbaren PD-Reglers aus?

☐ $G_R(s) = K_P + K_D \cdot s$

■ $G_R(s) = K_P + K_D \cdot \frac{s}{1+T_1 s}$

☐ $G_R(s) = \dfrac{K_P \cdot s + K_D}{s}$

j) Die Bewegung eines Fahrzeuges (Masse m) mit der Position $y(t)$, das mit der Kraft $u(t)$ angetrieben wird und einem geschwindigkeitsproportionalen Rollwiderstand $k_{RW} \cdot \dot{y}(t)$ unterliegt, wird wie folgt beschrieben:

$$G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{1}{ms^2 + k_{RW}s}$$

Was gilt für eine konstante Antriebskraft $u(t) = u_0$?

☐ Die Position $y(t)$ und die Geschwindigkeit $\dot{y}(t)$ gehen für $t \to \infty$ gegen Unendlich.

■ Die Position $y(t)$ geht für $t \to \infty$ gegen Unendlich, die Geschwindigkeit $\dot{y}(t)$ auf einen konstanten Endwert.

■ Die Endgeschwindigkeit für $t \to \infty$ ist nicht von der Masse m sondern nur von k_{RW} abhängig.

k) Die Regelung von Strecken mit Totzeiten…

■ ist problematisch, da Totzeiten die Phase im Frequenzgang absenken.

☐ ist unproblematisch, da Totzeiten für eine Stabilisierung des geschlossenen Regelkreises sorgen.

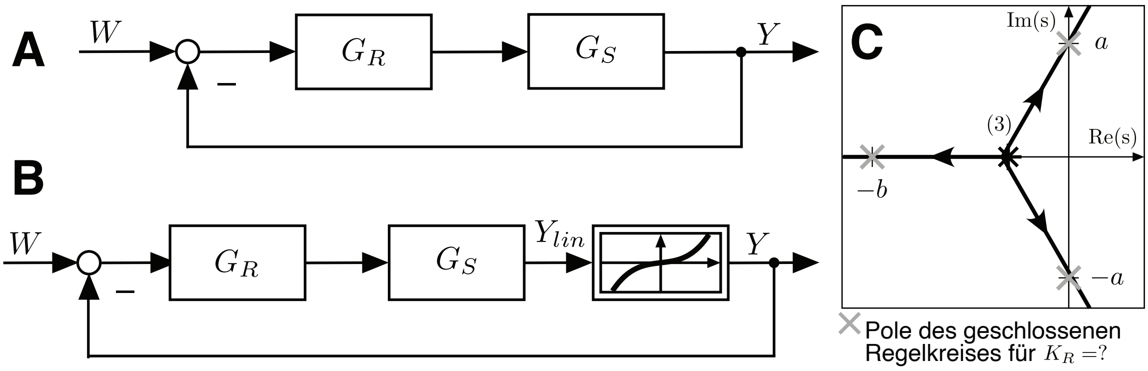
■ ist problematisch, da sich viele regelungstechnische Methoden, z.B. das Hurwitz-Kriterium oder der Polvorgabe-Regler, nicht oder nicht direkt anwenden lassen.

Fortsetzung auf nächster Seite!

l) Wie kann man den Frequenzgang eines dynamischen Systems bestimmen?

- ■ Bei stabilen Systemen experimentell, indem man Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz als Eingang verwendet und die zugehörigen Ausgangssignale misst.
- □ Indem man die Pole der Übertragungsfunktion für verschiedene Reglerparameter berechnet und diese in ein Diagramm einzeichnet und mit einer Linie verbindet.
- ■ Indem man in der Übertragungsfunktion des Systems $G(s)$ $s = i\omega$ setzt und den Betrag und das Argument (Phase) der resultierenden komplexen Zahl ausrechnet.

Aufgabe 2: Regelkreis mit Nichtlinearität (21 Punkte)



Gegeben sind obige Regelkreise, die untersucht werden sollen. Regelkreis B unterscheidet sich von A lediglich durch die zusätzliche Nichtlinearität im Ausgang der Streckenübertragungsfunktion G_S (Wiener-System). Der Regler G_R sei ein einfacher P-Regler mit Reglerverstärkung K_R. Gegeben seien folgende Übertragungsfunktionen und Nichtlinearität:

$$G_S(s) = \frac{0{,}5}{(1+3s)^3}, \quad G_R = K_R, \quad y(t) = y_{lin} + y_{lin}^3$$

a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises für Regelkreis A und ermitteln Sie mit Hilfe des Hurwitz-Kriteriums, für welchen Wertebereich von K_R, der Regelkreis stabil ist.
Antwort:

$$G_0 = G_R \cdot G_S = \frac{Z_0}{N_0} = \frac{0{,}5K_R}{27s^3 + 27s^2 + 9s + 1}$$

$$\boxed{G_W = \frac{Z_0}{N_0 + Z_0} = \frac{0{,}5K_R}{27s^3 + 27s^2 + 9s + 1 + 0{,}5K_R}}$$

Notwendige Hurwitz-Bedingung:

$$a_i > 0 \Leftrightarrow 1 + 0{,}5K_R > 0 \Leftrightarrow \boxed{K_R > -2}$$

Hinreichende Hurwitz-Bedingung (für $n = 3$):

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \Leftrightarrow 9 \cdot 27 - (1 + 0{,}5K_R) \cdot 27 > 0 \Leftrightarrow \boxed{K_R < 16}$$

5

b) Oben in Diagramm C ist die Wurzelortskurve für Regelkreis A und die Pollage für eine besondere Situation dargestellt (3 graue Kreuze). Wie nennt man diese Situation? Benennen Sie den zugehörigen Wert von K_R. Berechnen Sie die Werte der Pole für diese Situation $p_1 = -b$, $p_{2,3} = \pm a \cdot i$ durch Koeffizientenvergleich des Nennerpolynoms von G_W mit dem Polynom $(s+b)(s+a\cdot i)(s-a\cdot i)$.
Antwort:
Die Situation ist der **grenzstabile Fall**. K_R entspricht dem maximal zulässigen Wert aus der vorherigen Teilaufgabe $\boxed{K_R = 16}$. Koeffizientenvergleich:

$$(s+b)(s+a\cdot i)(s-a\cdot i) = s^3 + bs^2 + a^2 s + ba^2 = s^3 + s^2 + \frac{1}{3}s + \frac{1+0{,}5K_R}{27}$$

$$\Rightarrow \boxed{b=1}, \quad \boxed{a=\sqrt{\frac{1}{3}}}, \quad ba^2 = \frac{1+0{,}5K_R}{27} \Rightarrow \boxed{K_R = 16}$$

5

c) Berechnen Sie den stationären Endwert der Regelgröße $y(t \to \infty)$ bei einem Sprung der Führungsgröße $w(t) = \sigma(t)$ in Abhängigkeit von K_R.
Antwort:

$$y(t \to \infty) = \lim_{s\to 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot G_W \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s\to 0} G_W = \boxed{\frac{0{,}5K_R}{1+0{,}5K_R}}$$

3

d) Bestimmen Sie mit dem Ergebnis der vorherigen Teilaufgabe, welchen Wert K_R haben muss, damit der stationäre Endwert $y(t \to \infty) = 0{,}8$ beträgt (bleibender Regelfehler von 20%). Ist der Regelkreis bei dieser Reglerverstärkung noch stabil?
Antwort:

$$y(t \to \infty) = 0{,}8 = \frac{0{,}5K_R}{1+0{,}5K_R} \Leftrightarrow \boxed{K_R = 8}$$

Es gilt für Stabilität: $-2 < K_R < 16$. Damit liegt $K_R = 8$ im $\boxed{\text{stabilen Bereich}}$. 3

e) Linearisieren Sie die Nichtlinearität um den Betriebspunkt $y_{lin} = 1$. Sie erhalten ein einfaches P-Glied $y(t) = K_{NL} \cdot y_{lin}(t)$. Wäre der Regelkreis B mit der in der vorherigen Teilaufgabe berechneten Reglerverstärkung K_R noch stabil?
Antwort:

$$K_{NL} = \left.\frac{dy}{dy_{lin}}\right|_{y_{lin}=1} = \left.\frac{d(y_{lin} + y_{lin}^3)}{dy_{lin}}\right|_{y_{lin}=1} = \left[1 + 3y_{lin}^2\right]_{y_{lin}=1} \Rightarrow \boxed{K_{NL} = 4}$$

Durch das zusätzliche P-Glied wird im offenen Regelkreis K_R ersetzt durch $K_R \cdot K_{NL}$. Damit vervierfacht sich die Verstärkung des offen Regelkreises und es ergibt sich $K_R \cdot 4 = 8 \cdot 4 = 32 > 16$. Der Regelkreis wäre $\boxed{\text{instabil}}$. **Alternativ:** Notwendige Hurwitz-Bedingung:

$$a_i > 0 \Leftrightarrow 1 + 0{,}5K_RK_{NL} > 0 \Leftrightarrow K_R > \frac{-2}{K_{NL}} \Rightarrow \boxed{K_R > -0{,}5}$$

Hinreichende Hurwitz-Bedingung (für $n = 3$):

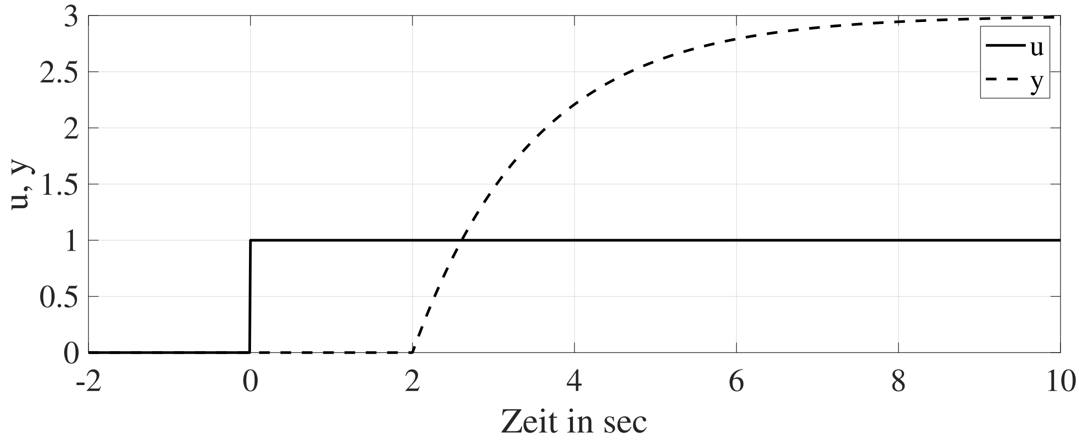
$$a_1a_2 - a_0a_3 > 0 \Leftrightarrow 9 \cdot 27 - (1 + 0{,}5K_RK_{NL}) \cdot 27 > 0 \Leftrightarrow K_R < \frac{16}{K_{NL}} \Leftrightarrow \boxed{K_R < 4}$$

Mit $K_R = 8 > 4$ ist $\boxed{\text{keine Stabilität}}$ mehr gegeben.

5

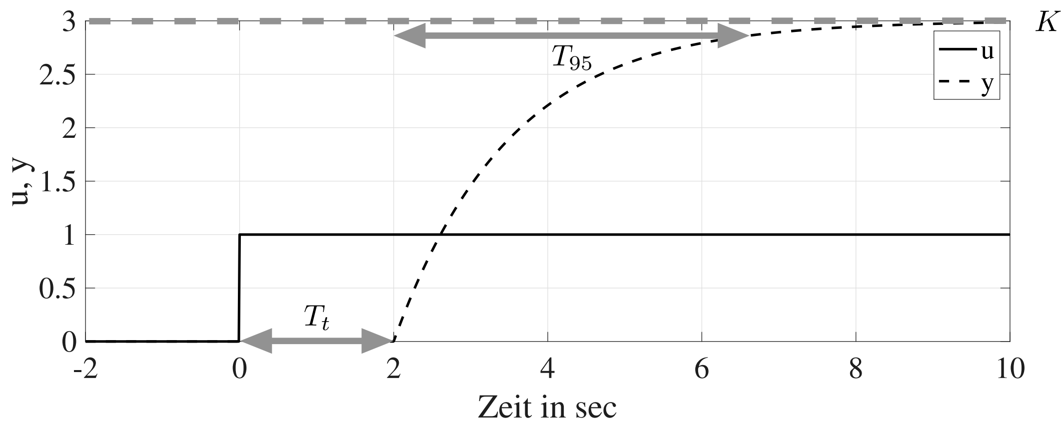
$\sum 21$

Aufgabe 3: **Reglerentwurf mittels Einstellregeln (9 Punkte)**



Gegeben ist die Sprungantwort eines Systems.

a) Bestimmen Sie grafisch mithilfe der Sprungantwort die Totzeit T_t, die Zeitkonstante T und die statische Verstärkung K_s des gegebenen Systems.
Antwort:



$$T \approx \frac{T_{95}}{3} = 1.5 \text{ sec mit } T_{95} = 4.5 \text{ sec}$$
$$T_t = 2 \text{ sec}$$
$$K_s = 3$$

3

b) Wie lautet die Übertragungsfunktion des Systems? Wie wird das System bezeichnet? (P, I, D, DT_1...)
Antwort:

$$G(s) = \frac{K}{1+Ts}e^{-T_t s} = \frac{3}{1+1.5s}e^{-2s}$$

2

c) Welche Eigenschaften muss eine Regelstrecke haben, damit das erste Verfahren nach Ziegler-Nichols gut funktioniert?
Antwort:
Das erste Kriterium nach Ziegler-Nichols funktioniert für Systeme, die näherungsweise aperiodisches (nicht oder nur sehr schwach oszillatorisches) Verhalten aufweisen. 1

d) Beschreiben Sie die Vorgehensweise, wie man mit der Einstellregel 2 nach Ziegler-Nichols einen Regler auslegt. Welche Voraussetzungen müssen gegeben sein, um die Regel anwenden zu können?
Antwort:
Um die Einstellregel 2 nach Ziegler-Nichols anwenden zu können, muss die untersuchte Regelstrecke stabil sein und darf bei einem Dauerschwingversuch an die Stabilitätsgrenze gebracht werden. 2

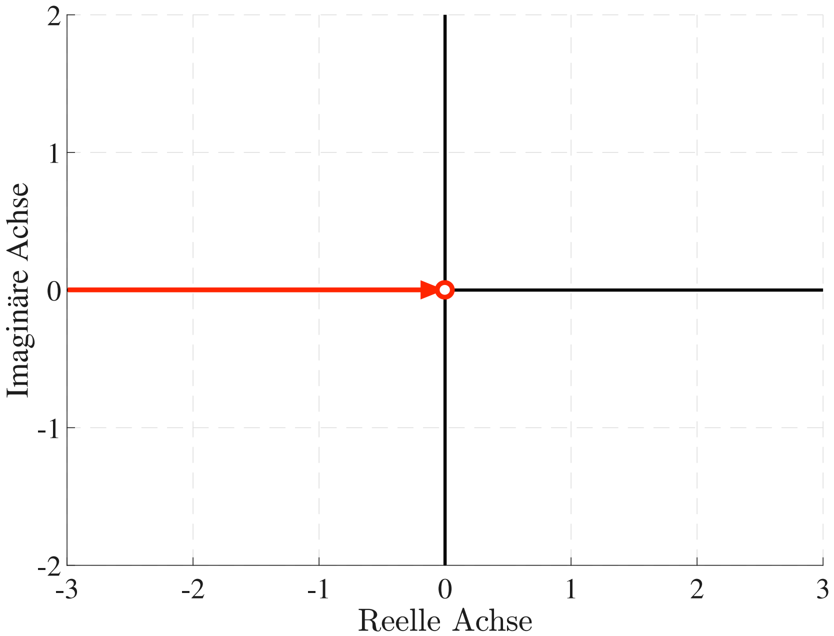
Die Strecke wird zuerst mit einem P-Regler geregelt. Die Verstärkung des P-Reglers wird so lange erhöht, bis die Stabilitätsgrenze erreicht ist. 1

$\sum 9$

Aufgabe 4: Dynamische Systeme (17 Punkte)

Gegeben ist ein ideales D-Glied G_{R1} mit Vorhaltezeit $T_D = 1$ sec.

a) Dieses ideale D-Glied G_{R1} wird als Regler für eine Strecke verwendet, die mit 1 angenähert werden kann. Skizzieren Sie für den resultierenden Regelkreis die Wurzelortskurve.
Antwort:



2

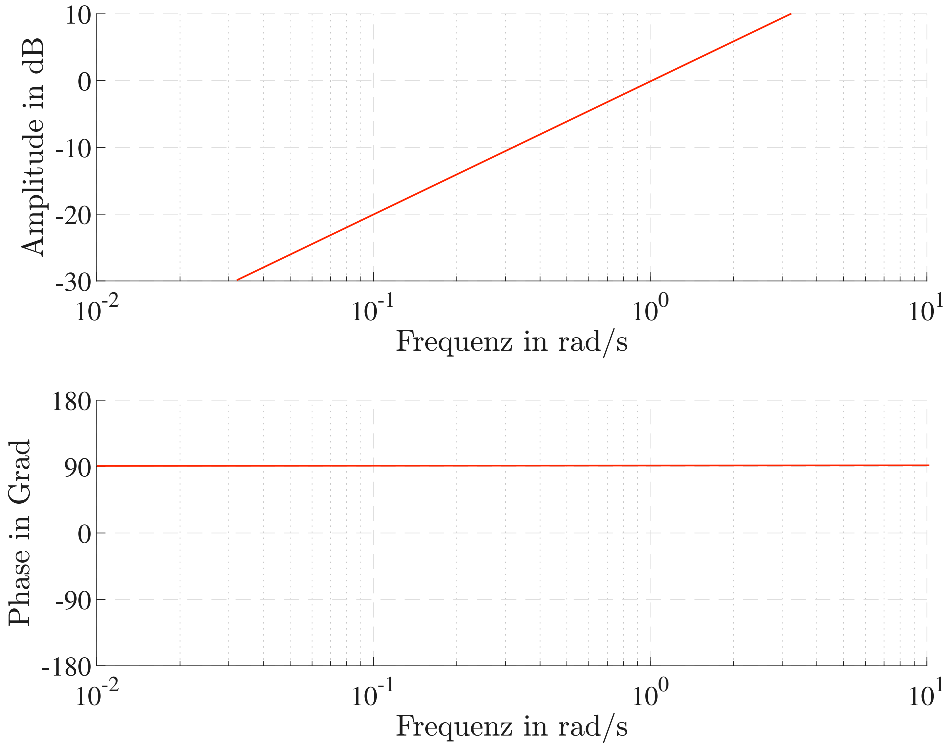
b) Skizzieren Sie den Frequenzgang von G_{R1} in der dafür vorgesehene Abbildung. Kennzeichnen Sie die Linien so, dass diese eindeutig zu diesem Aufgabenteil zuzuordnen sind. 2

Antwort: Siehe Abbildung.

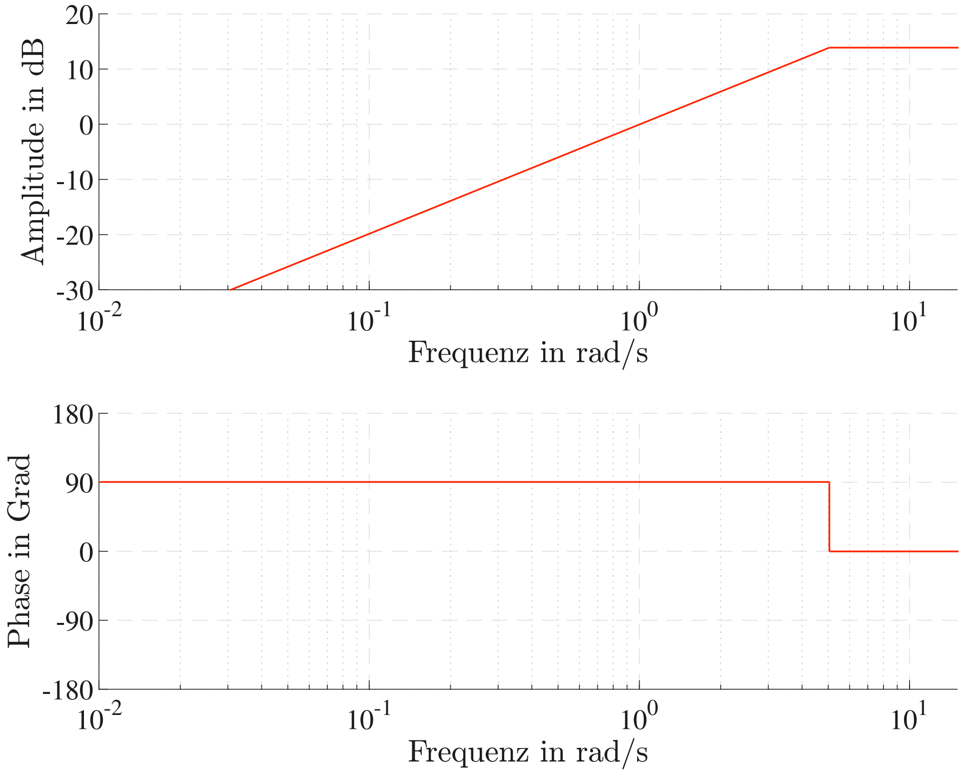
c) G_{R1} wird mit einem sinusförmigen Eingangssignal angeregt. Wie sieht das daraus resultierende Ausgangssignal nach Abklingen der Anfangsbedingung aus?
Antwort:
Das Ausgangssignal eines idealen D-Glieds ist die Ableitung des Eingangssignals. 1
Daher wird bei einem sinusförmigen Eingangssignal das Ausgangssignal cosinusförmig sein.

d) Das ideale D-Glied G_{R1} ist nicht realisierbar. Es soll durch Verwendung einer Zeitkonstante T realisierbar gemacht werden. Geben Sie die dazugehörige Formel an. Welche Bezeichnung hat dieses resultierende Übertragungsglied G_{R2}?
Antwort: 2
Ein ideales D-Glied ist nicht realisierbar. Indem ein Verzögerungsglied ergänzt wird, erhält man ein realisierbares DT_1-Glied: $G_{R2}(s) = \frac{s}{1+Ts}$, mit kleinem T.

e) Skizzieren Sie den Frequenzgang von G_{R2} in der gegebenen Abbildung. Nehmen Sie für die Zeitkonstante $T = 0.2$ sec an. Beschreiben Sie den Einfluss der Wahl der Zeitkonstante auf die Geschwindigkeit des Systems.
Antwort: Siehe Abbildung.



Je kleiner die Zeitkonstante des DT_1-Glieds, desto weiter links auf der reellen Achse liegt der resultierende Pol und desto schneller ist das System.



3

f) Die Übertragungsfunktionen G_{R1} und G_{R2} sollen jetzt jeweils als Regler für die Strecke $G_s(s) = \frac{1}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)}$ mit $T_1 = 1$ sec und $T_2 = 2$ sec verwendet werden. Skizzieren Sie für beide Fälle die Wurzelortskurven der resultierenden Regelkreise.

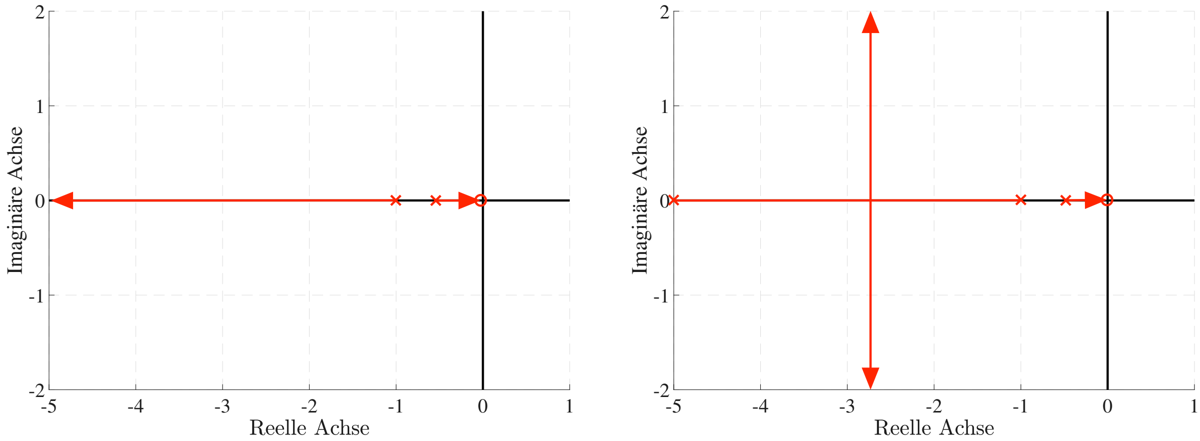
Antwort:

Fall 1: D-Regler

$$G_0(s) = s\frac{1}{(1+s)(1+2s)}$$
$$n_1 = 0$$
$$p_1 = -1$$
$$p_2 = -0.5$$

Fall 2: DT_1-Regler

$$G_0(s) = \frac{s}{1+0.2s}\frac{1}{(1+s)(1+2s)}$$
$$n_1 = 0$$
$$p_1 = -1$$
$$p_2 = -0.5$$
$$p_3 = -5$$



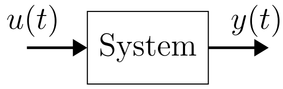
6

g) Welcher entscheidende Unterschied ergibt sich unter Berücksichtigung der Wurzelortskurven aus Aufgabenteil f) für die Pole der geschlossenen Regelkreise?
Antwort:
Der geschlossene Regelkreis wird bei Verwendung eines DT_1-Reglers für große K schwingungsfähig, während für den idealen D-Regler keine Schwingungen auftreten. 1

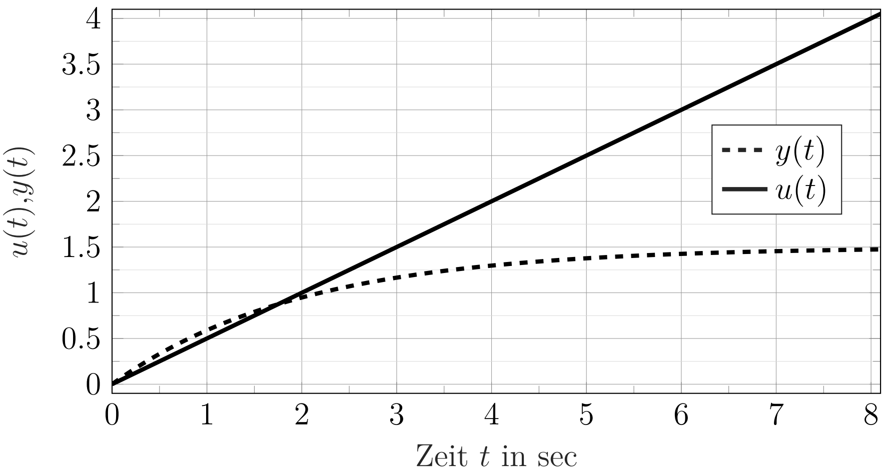
$\sum 17$

Aufgabe 5: Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgängen (19 Punkte)

Die Übertragunsfunktion eines Systems soll den Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgang des Systems beschreiben. In den folgenden Aufgaben sollen Sie die Systeme beschreiben (P, PD, PI, PID, PT_1, etc.) und deren Übertragungsfunktionen finden. Bestimmen Sie alle Zeitkonstanten und Verstärkungen (falls möglich).
Hinweis: Überlegen Sie sich den Zusammenhang zwischen Impuls-, Sprung und Rampenantwort eines Systemes.



a) In der folgenden Grafik sehen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems auf ein **Rampensignal** als Eingang $u(t)$.
Wie wird ein solches System genannt?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?
Hinweis: Überlegen Sie, welche Übertragungsfunktionzu einer Antwort $y(t) = 1.5\sigma(t)$ führen würde. Im 2. Schritt können Sie das Verzögerungsverhalten berücksichtigen.

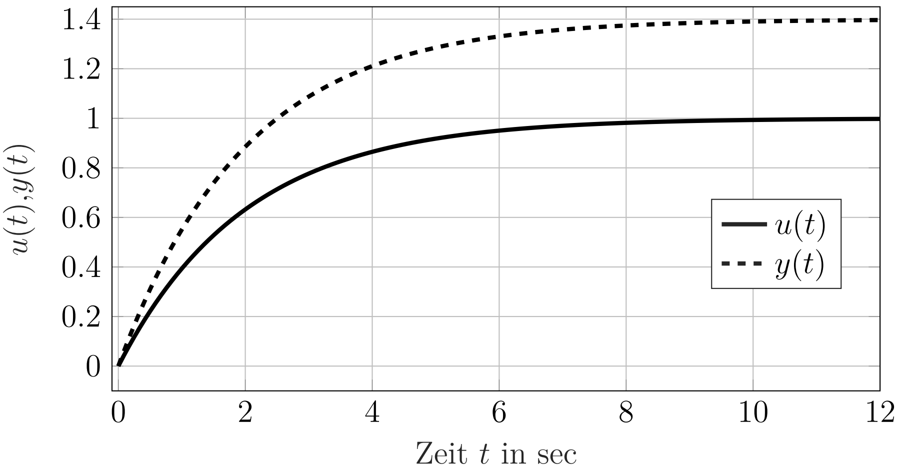


Antwort:
Es handelt sich um ein DT_1 System.
Allgemeine Form:

$$G(s) = \frac{Ks}{1 + Ts}$$

Ein Sprung kann auch als die Ableitung einer Rampe betrachtet werden. Daher sieht der Ausgang des Systemes wie die Sprungantwort eines PT_1-Systems aus. Somit steckt ein ableitender Teil im System. $K = 3$ kann aus dem Endwert $(0.5 \cdot 3 = 1.5)$ abgelesen werden. $T = 2$ sec kann aus dem Graphen abgelesen werden, da bei 6 sec $(3 \cdot T)$ ca. 95% des Endwertes erreicht ist. 5

b) In der folgenden Grafik ist die Antwort eines Systemes $y(t)$ auf den Eingang $u(t)$ abgebildet.
Wie wird ein solches System genannt?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?

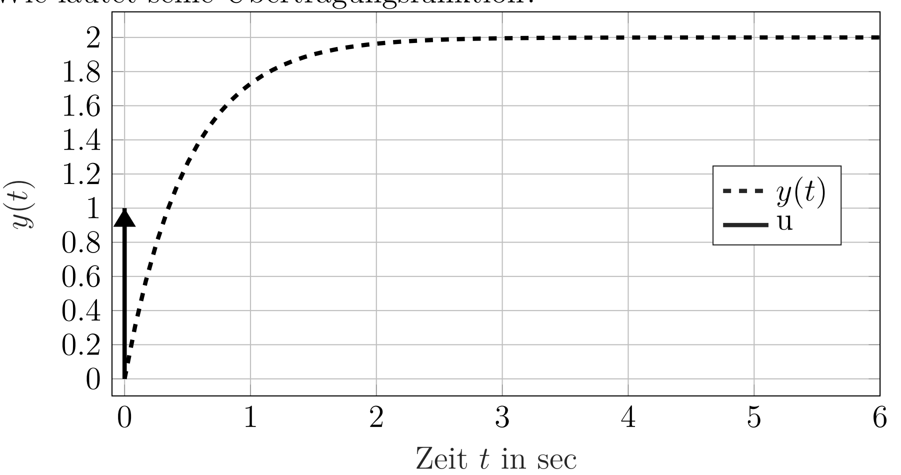


Antwort:
Es handelt sich um ein Proportionales System/ einen Faktor. Allgemeine Form:

$$G(s) = K$$

$K = 1.4$ kann aus dem Endwert abgelesen werden. 3

c) In der folgenden Grafik sehen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems auf einen **Impuls** $u(t) = \delta(t)$ bei t=0.
Wie wird ein solches System genannt?
Wie lautet seine Übertragungsfunktion?



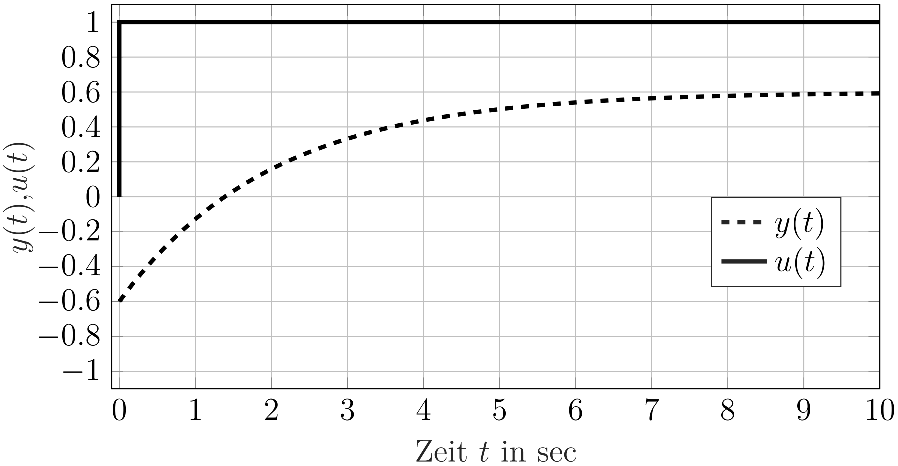
Antwort:
Es handelt sich um ein IT_1 System.
Allgemeine Form:

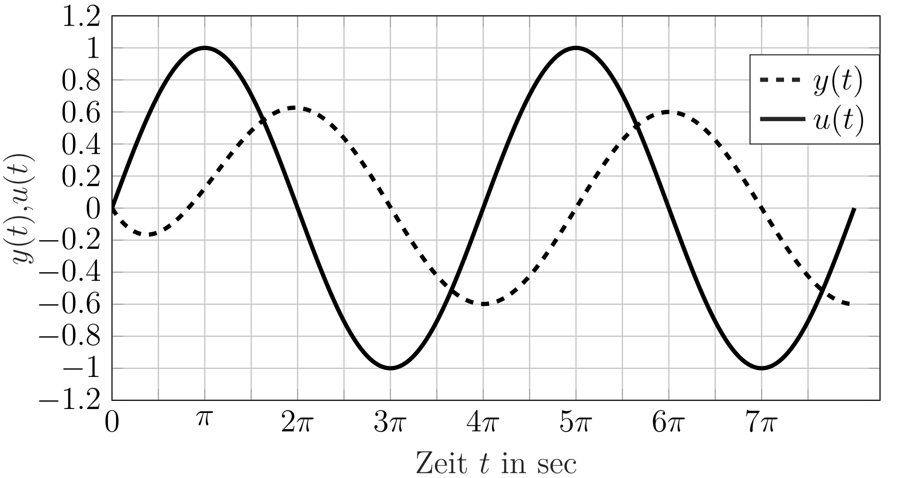
$$G(s) = \frac{K}{(1 + Ts)s}$$

Ein Sprung ist das Integral eines Impulses. Daher sieht der Ausgang des Systemes wie die Sprungantwort eines PT_1-Systems aus. Somit steckt ein integrierender Teil im System. $K = 2$ kann aus dem Endwert abgelesen werden. $T = 0.5$ sec kann aus dem Graphen abgelesen werden, da bei 1.5 sec $(3 \cdot T)$ ca. 95% des Endwertes erreicht ist. 5

d) In den folgenden Grafiken sind die Antworten eines Allpasses 1. Ordnung auf einen Einheitssprung und auf ein Sinussignal als Eingang gezeigt.
Wie wird ein solches System noch bezeichnet?

Wie lautet seine Übertragungsfunktion?





Antwort:
Es handelt sich bei einem Allpass 1. Ordnung um ein PDT_1-System.
Allgemeine Form:

$$G(s) = \frac{K(1 - Ts)}{1 + Ts}$$

$K = 0.6$ kann aus dem Endwert oder der gleichbleibenden Amplitude des Sinussignals abgelesen werden. Ein Allpass hat bei seiner Eckfrequenz ω_e -90° Phasenverschiebung. Bei einer Periodenlänge von 4π sec entspricht eine Verschiebung um -1π sec einer Phasenverschiebung von -90°. Eine Frequenz $f = \frac{1}{4\pi\text{sec}}$ entspricht einer Kreisfrequenz $\omega = f \cdot 2\pi = \frac{0.5\text{rad}}{\text{sec}}$. Die Zeitkonstante lässt sich aus dem inversen der Eckfrequenz $T = \frac{1}{\omega_e} = 2$ sec berechnen.

6

$\sum$ 19

Aufgabe 6: Frequenzgänge (18 Punkte)

An einem linear dynamischen System werden fünf Experimente durchgeführt. Pro Experiment wird das System mit einem Sinus-Signal (Eingangssignal) $u_i(t)$ angeregt und das dazugehörige Ausgangssignal $y_i(t)$ wird gemessen (für $i = 1, \ldots, 5$). **Die Ein- und Ausgangssignale für den eingeschwungenen Zustand der fünf Experimente sind am Ende der Aufgabe abgebildet.**

Ermitteln Sie aus den Experimenten fünf Stützpunkte für das Bode-Diagramm des dynamischen Systems und tragen sie diese in das vorgefertigte Bode-Diagramm ein. Tragen Sie außerdem die richtigen Achsenbeschriftungen und Einheiten an den Achsen ein.

Antwort:

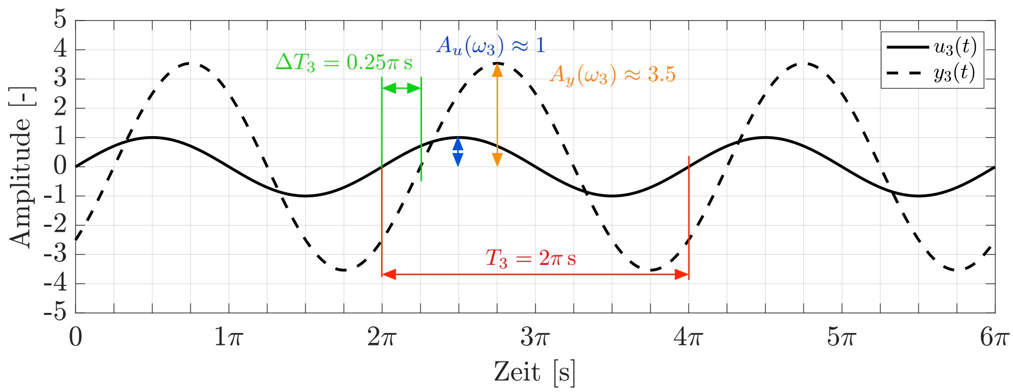
Amplitudengang

$$A(\omega) = |G(i\omega)|_{\mathrm{dB}} = 20 \cdot \log |G(i\omega)| = 20 \cdot \log \left(\frac{A_y(\omega)}{A_u(\omega)} \right)$$

Phasengang

$$\varphi(\omega) = 360ř \cdot \left(-\frac{\Delta T}{T} \right)$$

Beispielrechnung an Experiment 3:



$$T_3 = 2\pi\,\mathrm{s} \qquad \Delta T_3 \approx 0.25\pi\,\mathrm{s}$$

$$\omega_3 = 2\pi f_3\,\mathrm{rad} = 2\pi \frac{1}{T_3}\,\mathrm{rad} = \frac{\cancel{2\pi}\,\mathrm{rad}}{\cancel{2\pi}\,\mathrm{s}} = 10^0\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$A_y(\omega_3) \approx 3.5 \qquad A_u(\omega_3) \approx 1 \qquad \rightarrow A(\omega_3) \approx 10.88\,\mathrm{dB}$$

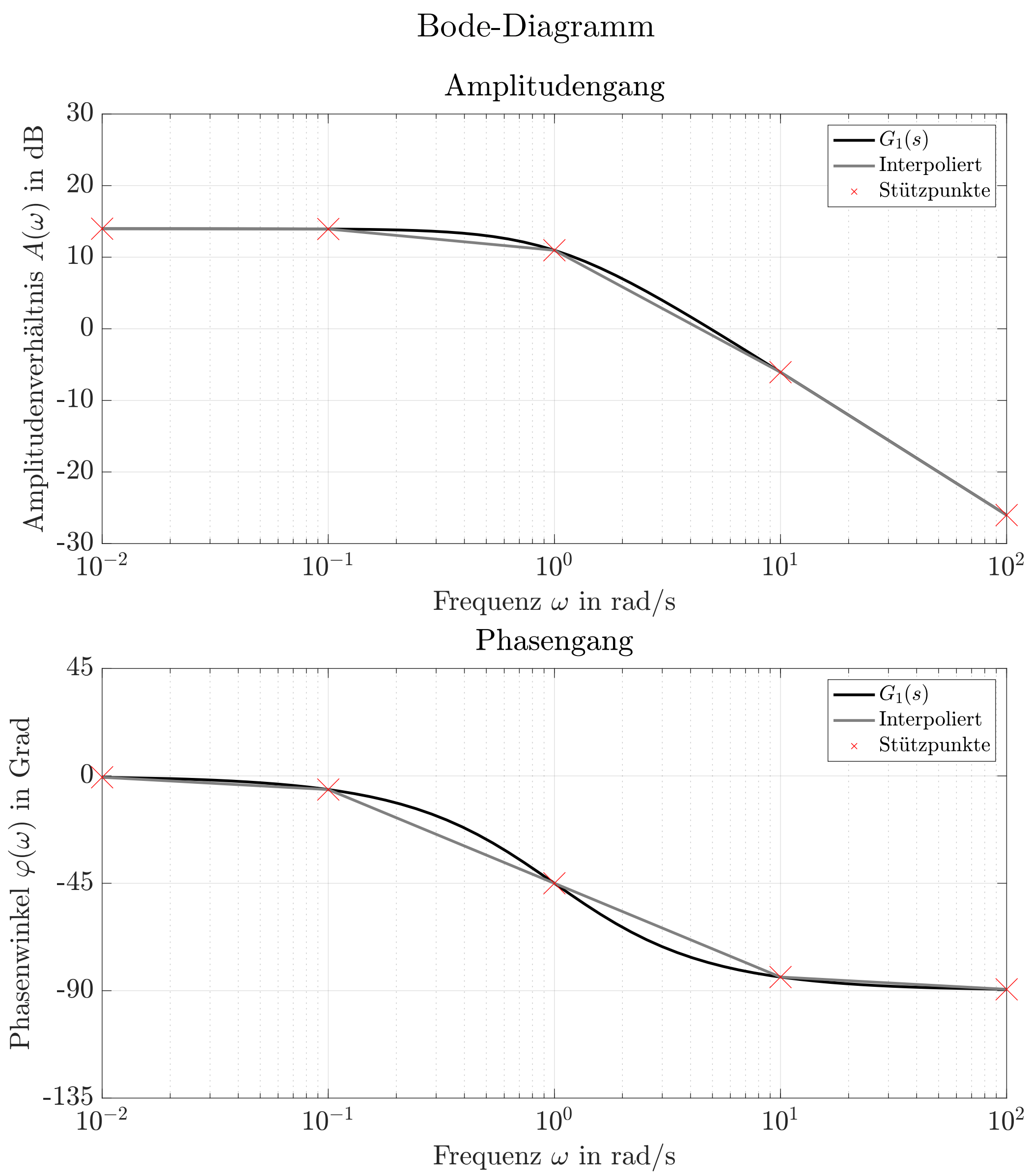
$$\varphi(\omega_3) \approx 360ř \cdot \left(-\frac{0.25\pi\,\mathrm{s}}{2\pi\,\mathrm{s}} \right) \approx -45ř$$ 3

Berechnung der anderen Experimente wie 3:

Exp. i /Größe	T_i [s]	ΔT_i [s]	ω_i $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$	$A_y(\omega_i)$ $[-]$	$A_u(\omega_i)$ $[-]$	$A(\omega_i)$ [dB]	$\varphi(\omega_i)$ [ř]
1	200π	0π	10^{-2}	5	1	13.98	0
2	20π	0.5π	10^{-1}	5	1	13.98	-9
3	20π	0.25π	10^{0}	3.5	1	10.88	-45
4	0.2π	0.045π	10^{1}	0.5	1	-6.02	-81
5	0.02π	0.005π	10^{2}	0.05	1	-26.02	-90

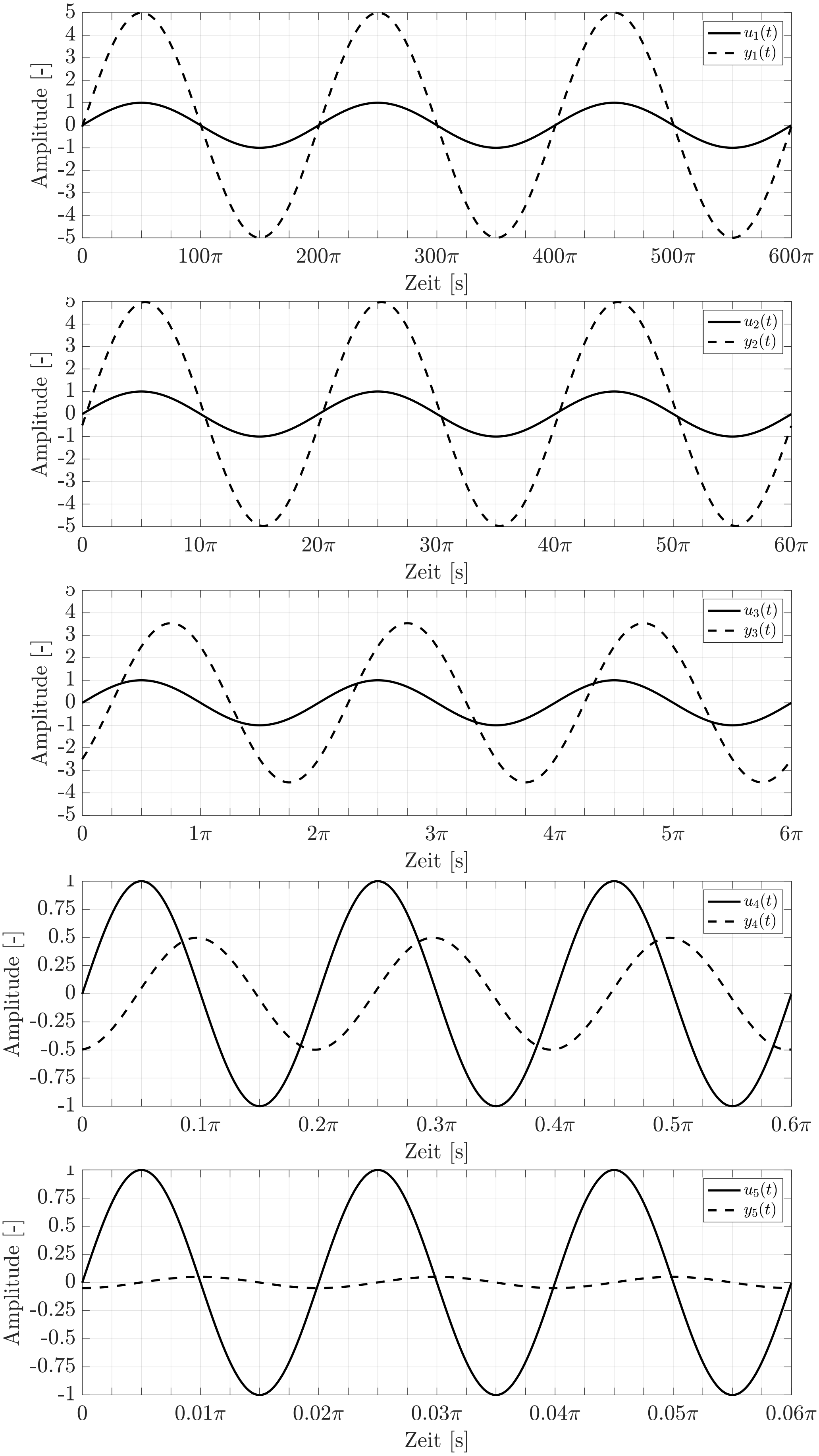
12

Einzeichnen in Diagramm:



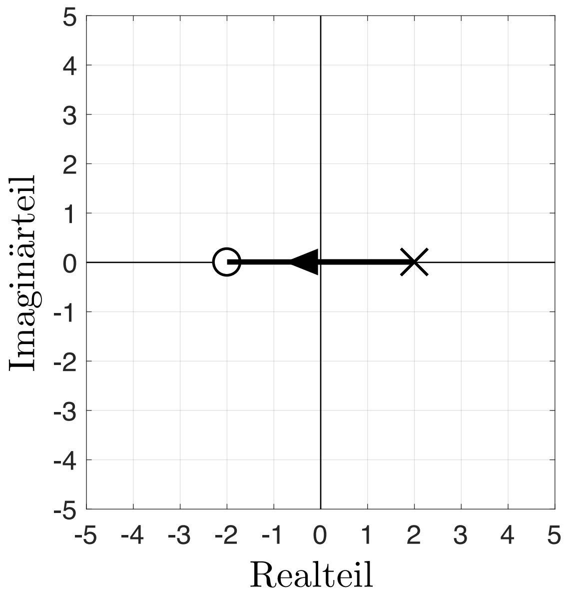
3

Ein- und Ausgangssignale der fünf Experimente:



Aufgabe 7: Wurzelortskurve (18 Punkte)

Gegeben ist die Wurzelortskurve (WOK) eines Regelkreises. Es wurde ein P-Regler verwendet.



a) Wie lauten die Übertragungsfunktionen für den offenen **und** den geschlossenen Regelkreis. Lesen Sie hierzu die Lage der Nullstellen und der Pole aus der WOK ab. Verwenden Sie K als Parameter, welcher die Verstärkung bestimmt.
Antwort:Der P-Regler hat die Übertragungsfunktion K, die Null- und Polstellen kommen somit von dem System.

$$G_0(s) = K\frac{s+2}{s-2}$$

1

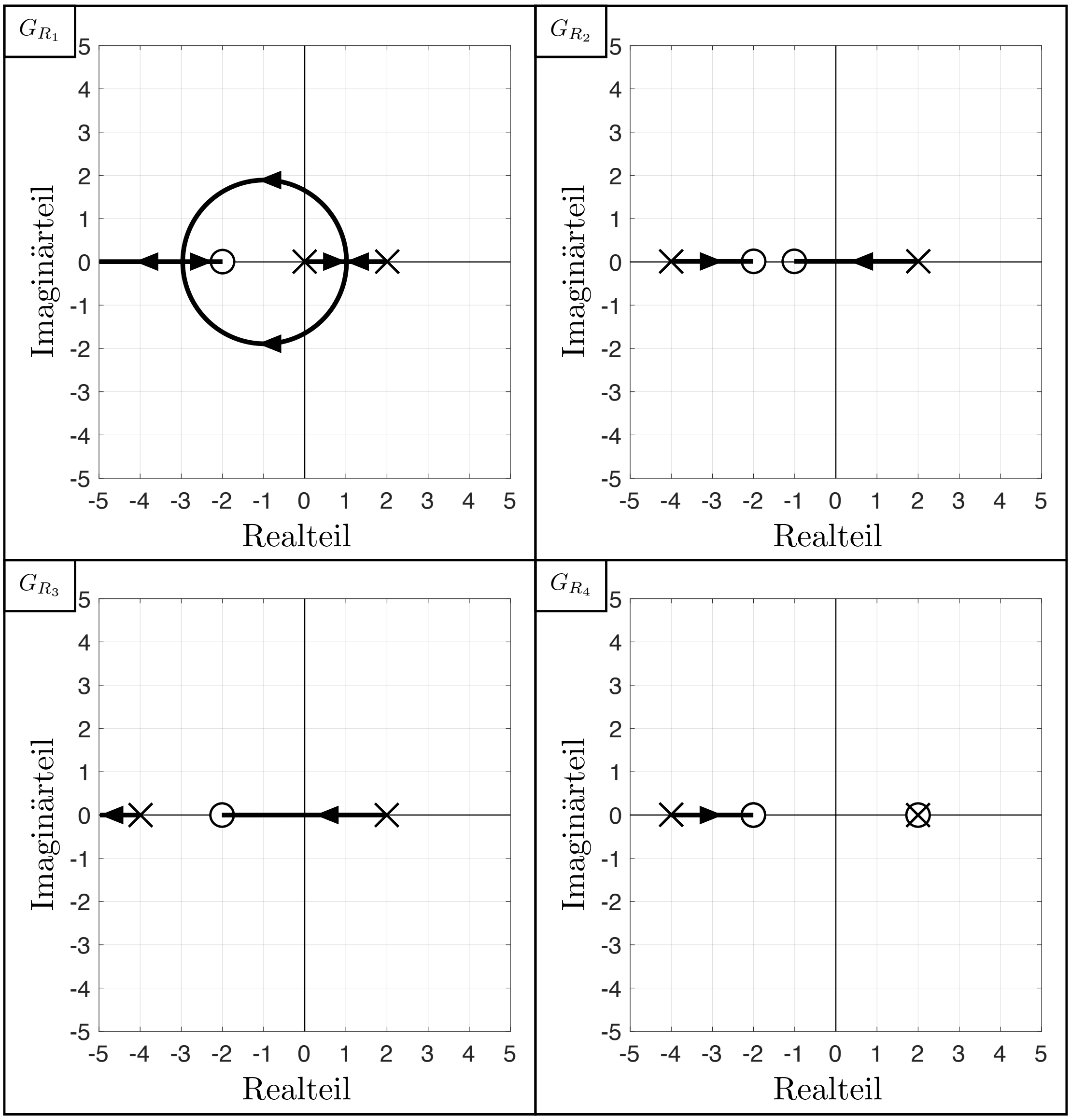
b) Anstelle des P-Reglers sollen nun vier verschiedene Regler untersucht werden:

$$G_{R_1}(s) = \frac{K}{s} \quad ; \quad G_{R_2}(s) = \frac{K(s+1)}{s+4} \quad ; \quad G_{R_3}(s) = \frac{K}{s+4} \quad ; \quad G_{R_4}(s) = \frac{K(s-2)}{s+4}$$

Skizzieren Sie die zugehörigen Wurzelortskurven für die Systeme mit den Reglern $G_{R_1}, \ldots, G_{R_4}$ in das nachfolgende Diagramm. Eine Berechnung von Verzweigungs-, Vereinigungs- und Asymptotenschnittpunkten ist nicht notwendig. Bitte markieren Sie die Richtung in die die Äste der WOK verlaufen.
Antwort:Es ergeben sich folgende offene Regelkreise (Berechnung nicht notwendig für Skizze):

$$G_{O_1}(s) = \frac{K}{s}\frac{(s+2)}{(s-2)} \quad ; \quad G_{O_2}(s) = \frac{K(s+1)}{(s+4)}\frac{(s+2)}{(s-2)} \quad ;$$

$$G_{O_3}(s) = \frac{K}{(s+4)}\frac{(s+2)}{(s-2)} \quad ; \quad G_{O_4}(s) = \frac{K(s-2)}{(s+4)}\frac{(s+2)}{(s-2)}$$



3+4

3+3

c) Mit welchem der Regler können sich schwingungsfähige geschlossene Regelkreise ergeben? Tragen Sie „Ja“ oder „Nein“ ein.

Regler	G_{R_1}	G_{R_2}	G_{R_3}	G_{R_4}
Sind schwingungsfähige Regelkreise möglich?	Ja	Nein	Nein	Nein

2

d) Mit welchem der Regler können sich stabile geschlossene Regelkreise ergeben? Tragen Sie „Ja“ oder „Nein“ ein.

Regler	G_{R_1}	G_{R_2}	G_{R_3}	G_{R_4}
Sind stabile Regelkreise möglich?	Ja	Ja	Ja	Nein

2

$\sum 18$