Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 1 (MRT1)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

25. März 2009

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	20	23	29	28	100
Note:	Ist:					

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche Eigenschaften hat ein Totzeitglied?
- ☐ Ein Totzeitglied ist ein nichtminimalphasiges Glied.
- ☐ Vereinfacht den Reglerentwurf, weil es die Phase anhebt und damit die Phasenreserve vergrößert.
- ☐ Erschwert den Reglerentwurf. Die Totzeit wirkt destabilisierend und begrenzt die Schnelligkeit des geschlossenen Regelkreises.

b) Ein PID-Regler...
- ☐ ... ist die Parallelschaltung eines P-, I- und D-Gliedes.
- ☐ ... hat globales D-Verhalten.
- ☐ ... hat globales I-Verhalten.

c) Wie bezeichnet man „Regelung“ in englischer Sprache?
- ☐ Feedforward control.
- ☐ Controlling.
- ☐ Feedback control.

d) Welche Aussagen treffen für das vereinfachte Nyquist-Kriterium zu?
- ☐ Zur Anwendung benötigt man den Frequenzgang des offenen Regelkreises.
- ☐ Zur Anwendung benötigt man den Frequenzgang des geschlossenen Regelkreises.
- ☐ Gilt auch für instabile Systeme.

e) Welche Systeme sind phasenminimal?

- [ ] Systeme die keine Totzeit und keine positive Nullstellen enthalten.
- [ ] Systeme bei denen vom Amplitudengang eindeutig auf den Phasengang geschlossen werden kann.
- [ ] Systeme die eine Phasenverschiebung von mehr als -360° aufweisen.

f) Bei dem Entwurf eines Kompensationsreglers ist zu beachten, dass...

- [ ] ...die Regelstrecke stabil sein muss.
- [ ] ...das gewünschte Führungsverhalten so gewählt wird, dass sich ein realisierbarer Regler ergibt.
- [ ] ...zunächst eine geeignete Reglerstruktur vorgegeben werden muss.

g) Die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{12}{s^2+s+4}$...

- [ ] ...hat eine Eigenkreisfrequenz von $\omega_0 = 4$.
- [ ] ...hat eine Dämpfung von $D = 1/4$ und ist somit schwingungsfähig.
- [ ] ...hat eine Sprungantwort mit dem stationären Endwert 3.

h) Ein geschlossener Regelkreis $G(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)}$ ist stabil, wenn...

- [ ] ...die Amplitudenreserve von $G_0(s)$ größer als 0 dB ist.
- [ ] ...die Realteile aller Nullstellen des Polynoms $1 + G_0(s)$ negativ sind.
- [ ] ...die Amplitudenreserve von $G_0(s)$ kleiner als 1 ist.

i) Wann ist ein dynamisches System grundsätzlich immer stabil?

- [ ] Wenn mindestens ein Pol der Übertragungsfunktion einen negativen Realteil hat.
- [ ] Wenn die Sprungantwort gegen einen konstanten Endwert strebt.
- [ ] Wenn alle Koeffizienten des Nennerpolynoms ein positives Vorzeichen haben.

j) Was versteht man unter einem zeitinvarianten System?

- [ ] Das System wird zu jedem Zeitpunkt durch die gleiche Übertragungsfunktion mit den gleichen Parametern beschrieben.
- [ ] Die Systemeigenschaften ändern sich mit der Zeit, z.B. durch Verschleiß.
- [ ] Zeitinvariant bedeutet, dass das System statisch ist, d.h. es wird nicht durch eine Differentialgleichung beschrieben.

k) Welche Eigenschaften hat die Wurzelortskurve?

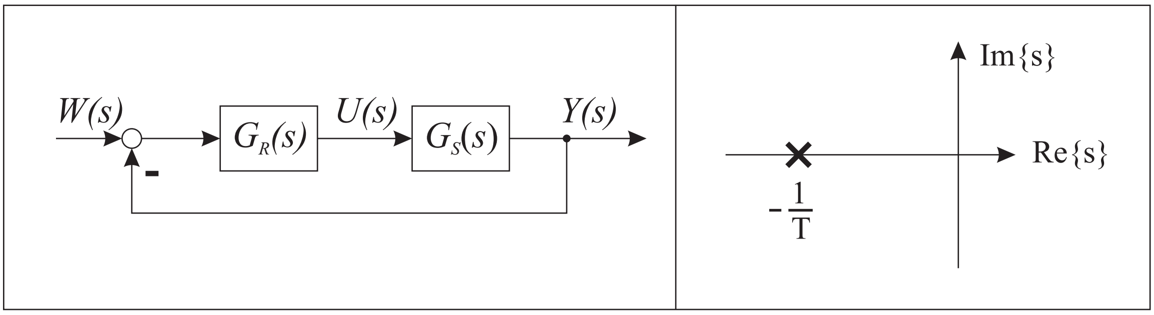
- [ ] Sie ist immer symmetrisch zur imaginären Achse.
- [ ] Pole wirken „abstoßend“ auf die Äste der WOK.
- [ ] Sie ist immer symmetrisch zur reellen Achse.

l) Welches sind gültige Konstruktionsregeln für die Wurzelortskurve?

- ☐ Befindet sich rechts von einem Punkt auf der reellen Achse eine ungerade Anzahl von Polen und Nullstellen, gehört dieser Punkt zur Wurzelortskurve.
- ☐ Die Wurzelortskurve beginnt in den Nullstellen des offenen Regelkreises.
- ☐ $n - m$ Äste der Wurzelortskurve streben ins Unendliche (n Anzahl der Pole, m Anzahl der Nullstellen).

Aufgabe 2: Kompensationsregler

Für den skizzierten Standard-Regelkreis ist ein Reglerentwurf im Bildbereich vorzunehmen.



a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ und stellen Sie anschließend diese Gleichung nach der Reglerübertragungsfunktion $G_R(s)$ in Abhängigkeit von $G_S(s)$ und $G_W(s)$ um.

b) Der geschlossene Regelkreis soll wunschgemäß ein PT_1-Verhalten aufweisen. Wie lautet die Reglerübertragungsfunktion $G_R(s)$, wenn das Wunschverhalten des geschlossenen Regelkreises gemäß oben dargestellter Pollage vorgegeben wird. Wie ist sinnvollerweise die Verstärkung von $G_W(s)$ zu wählen?

Hinweis: Für folgende Aufgabenteile gilt:

$$\boxed{G_R(s) = \frac{1}{G_S(s) \cdot T \cdot s}}$$

c) Es sind die folgenden Regelstrecken gegeben:

1) $G_{S1} = \frac{1}{s(1+T_1 s)}$
2) $G_{S2} = \frac{1}{1+T_2 s}$
3) $G_{S3} = \frac{1}{(1+T_3 s)^2}$

Berechnen Sie zu jeder Regelstrecke den passenden Kompensationsregler. Verwenden Sie dazu die vorgegebene Formel für $G_R(s)$.

d) Benennen Sie die sich ergebenden Reglerstrukturen.

e) Welche dieser Regler weisen einen I-Anteil auf und warum bzw. warum nicht?

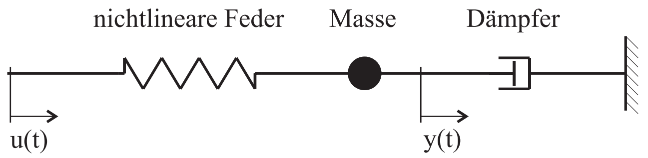
f) Welchen Einfluss hat die Zeitkonstante T in der gewünschten Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ auf die P-Anteile der zuvor berechneten Regler?

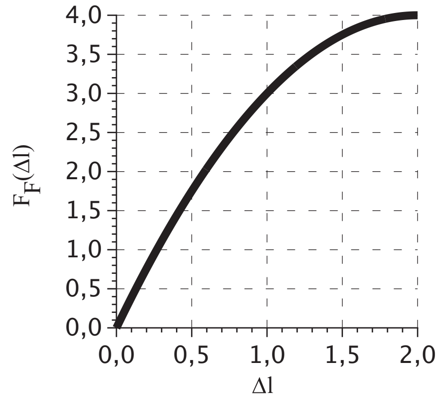
Aufgabe 3: Linearisierung und Laplace-Transformation

Gegeben ist ein Feder-Masse-Dämpfer System mit einer nichtlinearen Feder. Die Federkraft $F_F(\Delta l)$ ist eine Funktion der Längenänderung $\Delta l = y - u$. Die Differentialgleichung und die Federkennline $F_F(\Delta l)$ des Systems lauten:

$$\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + F_F(\Delta l) = 0, \quad \text{mit: } F_F(\Delta l) = 4(y(t) - u(t)) - (y(t) - u(t))^2$$

Das System und die Federkennline $F_F(\Delta l)$ sind nachfolgend dargestellt.





Anmerkung: Alle Aufgabenteile können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Setzen Sie $F_F(\Delta l)$ in die Differentialgleichung ein, und berechnen Sie die Stellgröße u_0, die nötig ist, damit das System stationär die Ausgangsgröße $y_0 = 1$ einnimmt ($\ddot{y}(t) = 0$, $\dot{y}(t) = 0$). Wählen Sie die Lösung mit $u_0 > 0$.

b) Linearisieren Sie die nichtlineare Differentialgleichung um den zuvor berechneten Betriebspunkt (u_0, y_0), und geben Sie die Übertragungsfunktion des linearisierten Sytems $G(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)}$ an.

Anmerkung: Wenn Sie a) nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den Variablen u_0, y_0 weiter.

c) Für die weitere Berechnung nehmen Sie folgende Übertragungsfunktion an:

$$G(s) = \frac{8}{s^2 + 3s + 2} \qquad \text{Anmerkung: Dies ist nicht die richtige Lösung aus b).}$$

Berechnen Sie die Sprungantwort des Systems ($U(s) = 1/s$) im Zeitbereich durch Partialbruchzerlegung und inverse Laplace-Transformation.

d) Berechnen Sie den Anfangs- und Endwert der Sprungantwort aus der Zeitfunktion aus Aufgabenteil c). Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf der Sprungantwort.

Anmerkung: Wenn Sie c) nicht gelöst haben, können Sie alternativ Anfangs- und Endwertsatz auf die Übertragungsfunktion aus c) anwenden.

e) Zeichnen Sie in die oben abgebildete Kennlinie $F_F(\Delta l)$ die Linearisierung an der Stelle $\Delta l = 1$ ein, Anmerkung: Dies entspricht nicht dem Betriebsspunkt aus a), und geben Sie die Steigung m und den Ordinatenabschnitt b der Geradengleichung $\tilde{F}_F(\Delta l) = m \cdot \Delta l + b$ an.

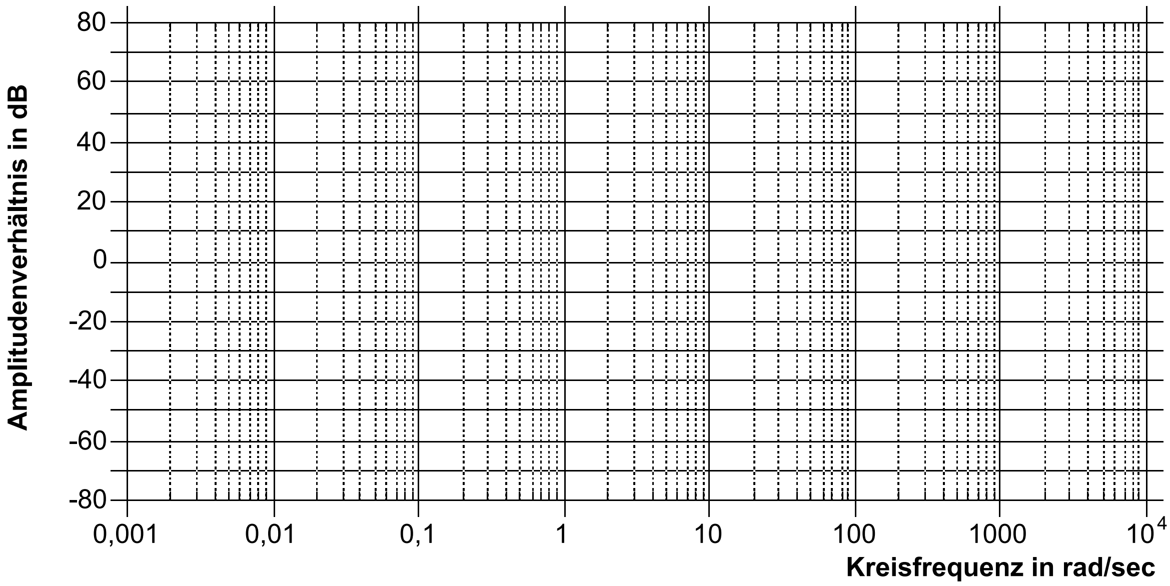
Aufgabe 4: Frequenzgang einer Übertragungsfunktion

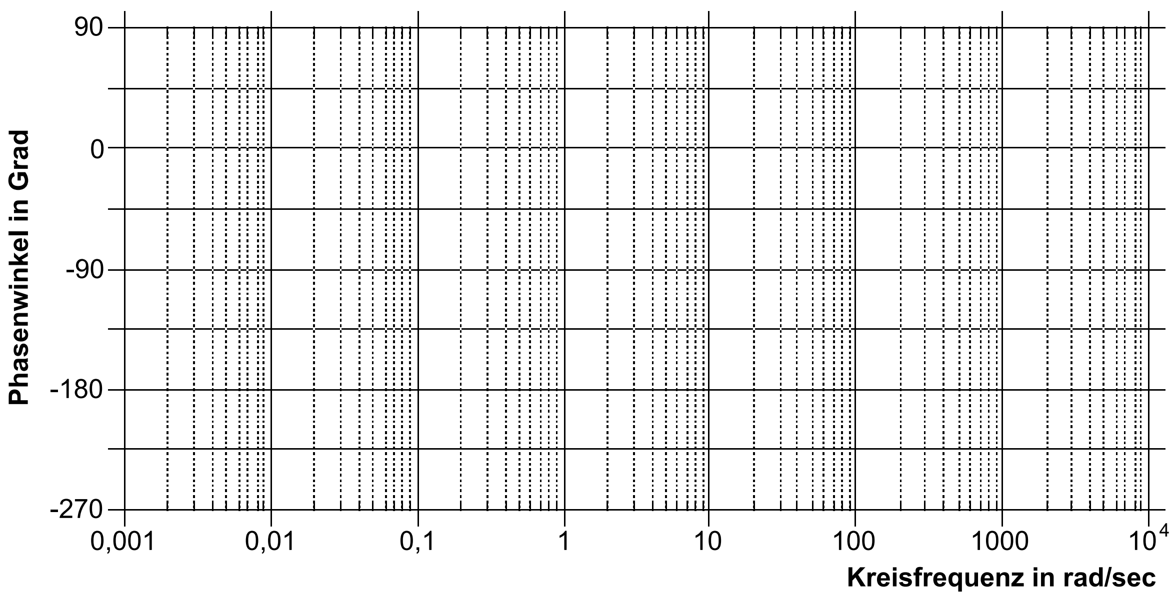
Gegeben ist die Übertragungsfunktion eines offenen Regelkreises:

$$G_0(s) = \frac{(1+10s)}{s\left(1+\frac{1}{20}s\right)^2\left(1+\frac{1}{200}s\right)}$$

a) Ermitteln Sie die Eckfrequenzen, Asymptotensteigungen, Phasenwinkel sowie die Verstärkung des Systems und benennen Sie die Teilglieder der Übertragungsfunktion $G_0(s)$.

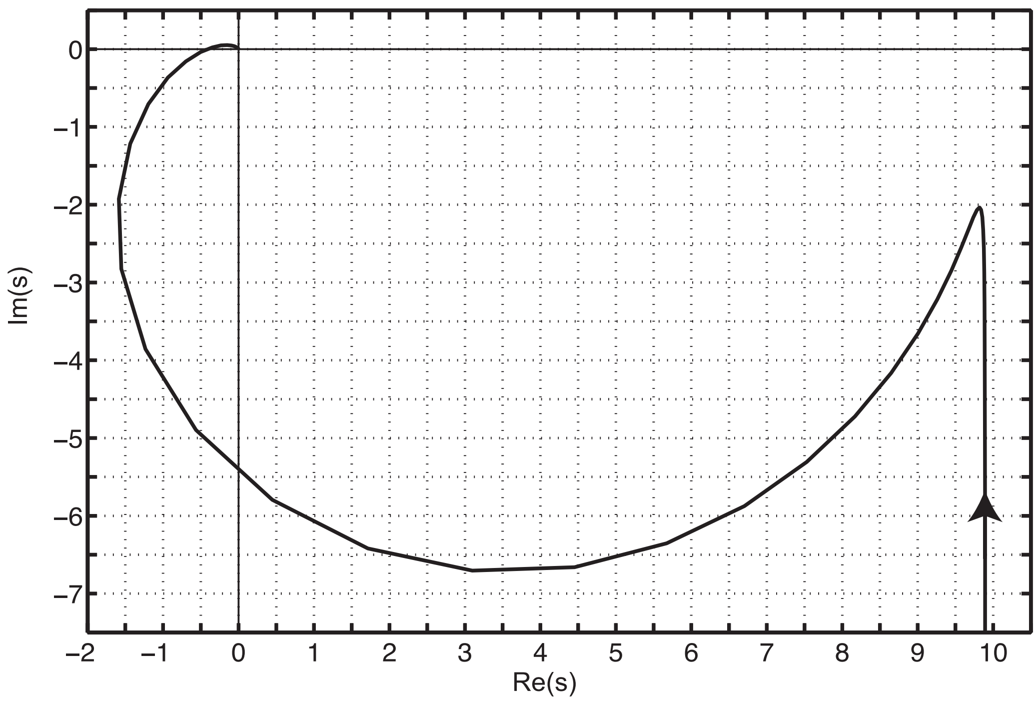
b) Zeichnen Sie den asymptotischen Amplituden- und Phasengang in das unten stehende Bodediagramm ein.





c) Bestimmen Sie in der nachstehenden Frequenzgangsortskurve von $G_0(s)$ die Amplitudenreserve k_R und beurteilen Sie die Stabilität des Systems. Wie groß darf die Verstärkung von $G_0(s)$ für den grenzstabilen Fall sein?

d) Nennen Sie 3 Merkmale, woran Sie erkennen, dass das System globales I-Verhalten hat (logarithmische Frequenzkennlinien, Frequenzgangsortskurve, Übertragungsfunktion).



Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche Eigenschaften hat ein Totzeitglied?

- [x] Ein Totzeitglied ist ein nichtminimalphasiges Glied.
- [ ] Vereinfacht den Reglerentwurf, weil es die Phase anhebt und damit die Phasenreserve vergrößert.
- [x] Erschwert den Reglerentwurf. Die Totzeit wirkt destabilisierend und begrenzt die Schnelligkeit des geschlossenen Regelkreises.

b) Ein PID-Regler...

- [x] ...ist die Parallelschaltung eines P-, I- und D-Gliedes.
- [ ] ...hat globales D-Verhalten.
- [x] ...hat globales I-Verhalten.

c) Wie bezeichnet man „Regelung“ in englischer Sprache?

- [ ] Feedforward control.
- [ ] Controlling.
- [x] Feedback control.

d) Welche Aussagen treffen für das vereinfachte Nyquist-Kriterium zu?

- [x] Zur Anwendung benötigt man den Frequenzgang des offenen Regelkreises.
- [ ] Zur Anwendung benötigt man den Frequenzgang des geschlossenen Regelkreises.
- [ ] Gilt auch für instabile Systeme.

e) Welche Systeme sind phasenminimal?

- [x] Systeme die keine Totzeit und keine positive Nullstellen enthalten.
- [x] Systeme bei denen vom Amplitudengang eindeutig auf den Phasengang geschlossen werden kann.
- [ ] Systeme die eine Phasenverschiebung von mehr als -360° aufweisen.

f) Bei dem Entwurf eines Kompensationsreglers ist zu beachten, dass...

- [x] ...die Regelstrecke stabil sein muss.
- [x] ...das gewünschte Führungsverhalten so gewählt wird, dass sich ein realisierbarer Regler ergibt.
- [ ] ...zunächst eine geeignete Reglerstruktur vorgegeben werden muss.

g) Die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{12}{s^2+s+4}\ldots$

- ☐ … hat eine Eigenkreisfrequenz von $\omega_0 = 4$.
- ■ … hat eine Dämpfung von $D = 1/4$ und ist somit schwingungsfähig.
- ■ … hat eine Sprungantwort mit dem stationären Endwert 3.

h) Ein geschlossener Regelkreis $G(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)}$ ist stabil, wenn…

- ■ … die Amplitudenreserve von $G_0(s)$ größer als 0 dB ist.
- ■ … die Realteile aller Nullstellen des Polynoms $1 + G_0(s)$ negativ sind.
- ☐ … die Amplitudenreserve von $G_0(s)$ kleiner als 1 ist.

i) Wann ist ein dynamisches System grundsätzlich immer stabil?

- ☐ Wenn mindestens ein Pol der Übertragungsfunktion einen negativen Realteil hat.
- ■ Wenn die Sprungantwort gegen einen konstanten Endwert strebt.
- ☐ Wenn alle Koeffizienten des Nennerpolynoms ein positives Vorzeichen haben.

j) Was versteht man unter einem zeitinvarianten System?

- ■ Das System wird zu jedem Zeitpunkt durch die gleiche Übertragungsfunktion mit den gleichen Parametern beschrieben.
- ☐ Die Systemeigenschaften ändern sich mit der Zeit, z.B. durch Verschleiß.
- ☐ Zeitinvariant bedeutet, dass das System statisch ist, d.h. es wird nicht durch eine Differentialgleichung beschrieben.

k) Welche Eigenschaften hat die Wurzelortskurve?

- ☐ Sie ist immer symmetrisch zur imaginären Achse.
- ■ Pole wirken „abstoßend“ auf die Äste der WOK.
- ■ Sie ist immer symmetrisch zur reellen Achse.

l) Welches sind gültige Konstruktionsregeln für die Wurzelortskurve?

- ■ Befindet sich rechts von einem Punkt auf der reellen Achse eine ungerade Anzahl von Polen und Nullstellen, gehört dieser Punkt zur Wurzelortskurve.
- ☐ Die Wurzelortskurve beginnt in den Nullstellen des offenen Regelkreises.
- ■ $n - m$ Äste der Wurzelortskurve streben ins Unendliche (n Anzahl der Pole, m Anzahl der Nullstellen).

$\boxed{\sum 20}$

Aufgabe 2: Kompensationsregler

a) Umformen der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises nach G_R:

$$G_W = \frac{G_R G_S}{1 + G_R G_S} \Leftrightarrow G_W + G_W G_R G_S = G_R G_S \Leftrightarrow G_W = G_R G_S (1 - G_W)$$ $\boxed{1}$

$\boxed{2}$

$$\Leftrightarrow \boxed{G_R = \frac{G_W}{G_S(1 - G_W)}}$$

b) Aus dem Polnullstellendiagramm folgt: $\boxed{2}$

$$G_W(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} \overset{!}{=} \frac{1}{1+Ts}$$

Die Verstärkung von $G_W(s)$ entspricht der Sprungantwort $h(t)$ für $t \to \infty$: $\boxed{1}$

$$h(t \to \infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot G_W(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + T \cdot 0} \Leftarrow \boxed{h(t \to \infty) = 1}$$

$G_W(s)$ einsetzen:

$$G_R(s) = \frac{\frac{1}{1+Ts}}{G_S(s)(1 - \frac{1}{1+Ts})} = \frac{1}{G_S(s)(1 + Ts - 1)} \Leftrightarrow \boxed{G_R(s) = \frac{1}{G_S(s) \cdot T \cdot s}}$$ $\boxed{2}$

c) Regler $G_{Ri}(s)$ für die gegebenen Stecken $G_{Si}(s)$ berechnen:

$$G_{R1}(s) = \frac{s(1+T_1 s)}{Ts} \Leftrightarrow \boxed{G_{R1}(s) = \frac{T_1}{T} \cdot s + \frac{1}{T}}$$

$$G_{R2}(s) = \frac{1+T_2 s}{Ts} \Leftrightarrow \boxed{G_{R2}(s) = \frac{T_2}{T} + \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{s}}$$ $\boxed{6}$

$$G_{R3}(s) = \frac{(1+T_3 s)^2}{Ts} = \frac{T_3^2 s^2 + 2T_3 s + 1}{Ts} \Leftrightarrow \boxed{G_{R2}(s) = \frac{2T_3}{T} + \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{s} + \frac{T_3^2}{T} \cdot s}$$

d) Damit ergeben sich folgende Regelerstrukturen:

$$G_{R1} \widehat{=} K_P + K_D \cdot s \Rightarrow \boxed{\text{PD-Regler (ideal)}}$$ $\boxed{3}$

$$G_{R2} \widehat{=} K_P + K_I \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow \boxed{\text{PI-Regler}}$$

$$G_{R3} \widehat{=} K_P + K_I \cdot \frac{1}{s} + K_D \cdot s \Rightarrow \boxed{\text{PID-Regler (ideal)}}$$

e) Damit der Regelfehler bei einer Sprungantwort verschwindet (Führungsverhalten hat die Verstärkung 1), muss der offene Regelkreis einen I-Anteil enthalten. G_{R1} hat keinen I-Anteil, da die Strecke G_{S1} bereits einen I-Anteil hat. Die Strecken G_{S2} und G_{S3} weisen keinen I-Anteil auf, daher müssen die Regler G_{R2} und G_{R3} einen I-Anteil haben. $\boxed{4}$

f) Für alle Regelkreise gilt: $K_P \sim \frac{1}{T}$, d.h. je schneller die Regelung sein soll ($T \to 0$), umso größer muss der Proportionalitätsfaktor sein ($K_P \to \infty$). $\boxed{2}$

$\boxed{\sum 23}$

Aufgabe 3: Linearisierung und Laplace-Transformation

a) Berechnung der Stellgröße u_0 für den stationären Betriebspunkt $y_0 = 1$:

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + 4(y-u) - (y-u)^2 = 0$$

Mit $\ddot{y} = \dot{y} = 0$:

$$4(y_0 - u_0) - (y_0 - u_0)^2 = 0 \Leftrightarrow (y_0 - u_0) \cdot (4 - (y_0 - u_0)) = 0$$ 1

$$\Leftrightarrow y_0 - u_0 = 0 \text{ und } 4 - y_0 + u_0 = 0 \Leftrightarrow u_0 = y_0 \text{ und } u_0 = y_0 - 4$$

Mit $y_0 = 1$:

$$\Rightarrow \boxed{u_0 = 1} \quad (\text{ und } u_0 = -3, \text{ entfällt} < 0)$$ 2

b) Die nichtlineare Differentialgleichung

$$F = \ddot{y} + 2\dot{y} + 4(y - u) - (y - u)^2 = 0$$

wird linearisiert durch

$$\left.\frac{\partial F}{\partial \ddot{y}}\right|_0 \Delta\ddot{y} + \left.\frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\right|_0 \Delta\dot{y} + \left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_0 \Delta y + \left.\frac{\partial F}{\partial u}\right|_0 \Delta u = 0$$

Berechnung der partiellen Ableitungen:

$$\left.\frac{\partial F}{\partial \ddot{y}}\right|_0 = 1, \quad \left.\frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\right|_0 = 2, \quad \left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_0 = 4 - 2(y_0 - u_0) = 4$$ 6

$$\left.\frac{\partial F}{\partial u}\right|_0 = -4 + 2(y_0 - u_0) = -4$$

Damit ergibt sich die linearisierte Differentialgleichung:

$$\Delta\ddot{y} + 2\Delta\dot{y} + 4\Delta y - 4\Delta u = 0 \Leftrightarrow \boxed{\Delta\ddot{y} + 2\Delta\dot{y} + 4\Delta y = 4\Delta u}$$ 1

Die Übertragungsfunktion lautet daher:

$$G(s) = \frac{4}{s^2 + 2s + 4}$$ 1

c) Berechnung der Partialbruchzerlegung (mit $s^2 + 3s + 2 = (s+1)(s+2)$):

$$Y(s) = G(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{8}{s(s^2 + 3s + 2)} = \frac{8}{s(s+1)(s+2)} = \frac{B_1}{s} + \frac{B_2}{s+1} + \frac{B_3}{s+2}$$ 1

Die Koeffizienten B_i berechnen sich mit den Polen p_i nach:

$$B_i = [Y(s) \cdot (s - p_i)]_{s=p_i}$$

$$B_1 = \left[s \cdot \frac{8}{s(s+1)(s+2)}\right]_{s=0} = \frac{8}{(0+1)(0+2)} \Rightarrow \boxed{B_1 = 4}$$ 1

$$B_2 = \left[(s+1) \cdot \frac{8}{s(s+1)(s+2)}\right]_{s=-1} = \frac{8}{(-1)(-1+2)} \Rightarrow \boxed{B_2 = -8}$$ 1

$$B_3 = \left[(s+2) \cdot \frac{8}{s(s+1)(s+2)}\right]_{s=-2} = \frac{8}{(-2)(-2+1)} \Rightarrow \boxed{B_2 = 4}$$ 1

Durch inverse Laplace-Transformation (Korrespondenztabelle) ergibt sich:

$$Y(s) = \frac{4}{s} - \frac{8}{s+1} + \frac{4}{s+2} \bullet\!\!-\!\!\circ \boxed{y(t) = \left(4 - 8e^{-t} + 4e^{-2t}\right) \cdot \sigma(t)}$$ 3

d) Für $t = 0$ und $t \to \infty$ ergeben sich aus dem unter c) ermittelten Zeitverlauf:

$$y(0) = 4 - 8e^0 + 4e^0 = 4 - 8 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{y(0) = 0}$$ 1

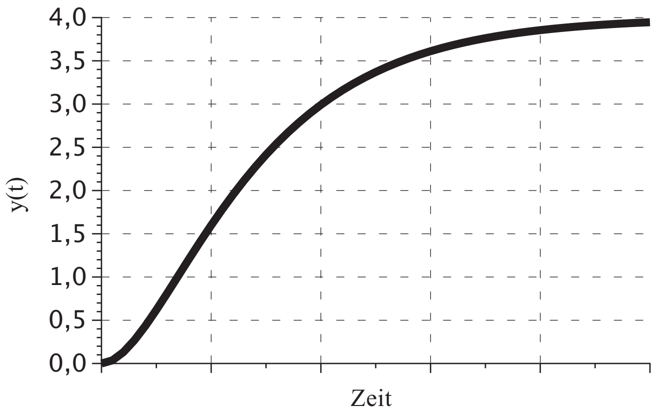
$$y(t \to \infty) = 4 - 8e^{-\infty} + 4e^{-\infty} = 4 - 8 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \Rightarrow \boxed{y(t \to \infty) = 4}$$ 1

Alternativ aus dem Anfangs- und Endwertsatz:

$$y(t = 0) = \lim_{s \to \infty} s \cdot G(s) \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \to \infty} \frac{8}{s^2 + 3s + 2} = \frac{8}{\infty} = 0$$

$$y(t \to \infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot G(s) \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \to 0} \frac{8}{s^2 + 3s + 2} = \frac{8}{0^2 + 3 \cdot 0 + 2} = \frac{8}{2} = 4$$

Anmerkungen zur Skizze der Sprungantwort: Die Sprungantwort beginnt bei 0 und nähert sich asymptotisch dem Wert 4. Da die Pole reell sind, treten keine Schwingungen auf. Da das System zweiter Ordnung ist, beginnt die Sprungantwort mit der Steigung Null (die Sprungantwort hat einen Wendepunkt):



3

e) Funktionswert und Steigung der Federkennlinie für $\Delta l = 1$

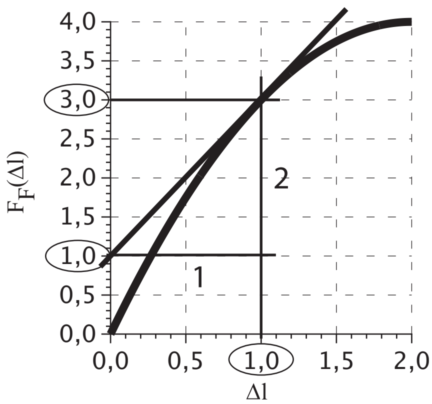
$$F_F(\Delta l) = 4\Delta l - \Delta l^2 \Rightarrow F_F(\Delta l = 1) = 4 \cdot 1 - 1^2 \Rightarrow \boxed{F_F(\Delta l = 1) = 3}$$

$$\frac{dF_F(\Delta l)}{d\Delta l} = 4 - 2\Delta l \Rightarrow m = \left.\frac{dF_F(\Delta l)}{d\Delta l}\right|_{\Delta l = 1} = 4 - 1^2 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{m = 2}$$ 2

Berechnung der Geradengleichung:

$$\tilde{F}_F(\Delta l) = m \cdot (\Delta l - 1) + F_F(\Delta l = 1)$$

$$\tilde{F}_F(\Delta l) = 2 \cdot (\Delta l - 1) + 3 = 2\Delta l - 2 + 3 \Rightarrow \boxed{\tilde{F}_F(\Delta l) = 2\Delta l + 1} \Rightarrow \boxed{b = 1}$$ 1



3

$\sum 29$

Aufgabe 4: Frequenzgang einer Übertragungsfunktion

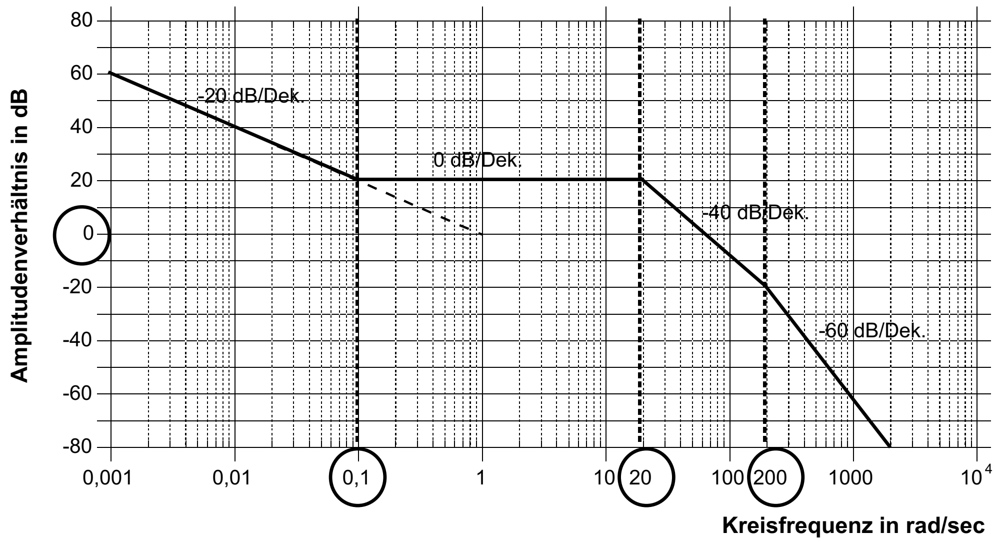
a) Da die Übertragungsfunktion globales I-Verhalten hat, trägt man die Verstärkung $k_{G_0(s)} = 1$ (entspricht 0 dB) für die Konstruktion des Amplitudengangs bei $\omega = 1\,sec^{-1}$ ein. Das Amplitudenverhältnis beginnt mit -20 dB/Dek. und das Phasenverhältnis bei $-90°$. Sortiert nach steigender Eckfrequenz ω_e lauten die Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktion: 2

$$G_0(s) = \frac{(1+10s)}{s\left(1+\frac{1}{20}s\right)^2\left(1+\frac{1}{200}s\right)}$$

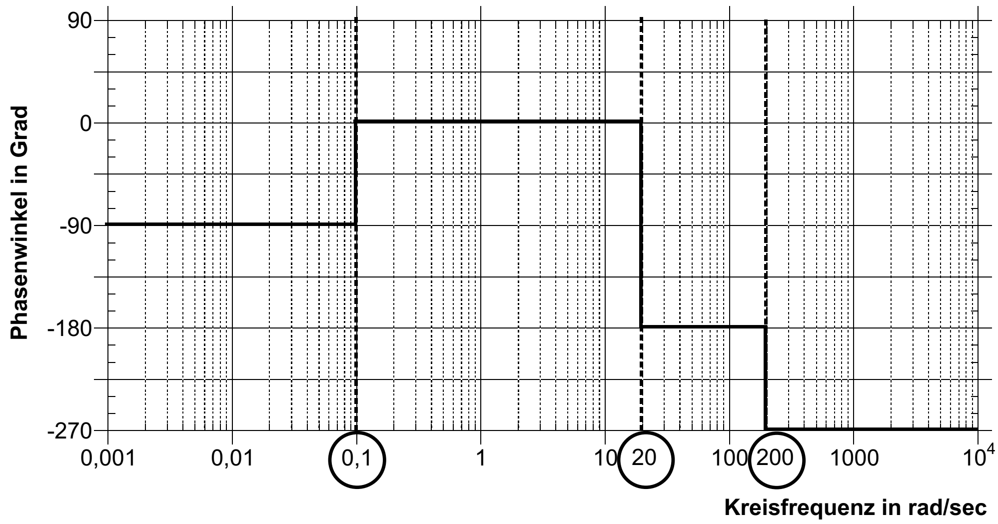
$\omega_{e1} = 0\,\mathrm{sec}^{-1}$	I-Glied	Polstelle bei s=0	-20 dB/Dek.	-90°
$\omega_{e2} = 0{,}1\,\mathrm{sec}^{-1}$	PD-Glied	Nullstelle bei s=-0,1	0 dB/Dek.	0°
$\omega_{e3,4} = 20\,\mathrm{sec}^{-1}$	PT_2-Glied	Doppelpolstelle bei s=-20	-40 dB/Dek.	-180°
$\omega_{e5} = 200\,\mathrm{sec}^{-1}$	PT_1-Glied	Polstelle bei s=-200	-60 dB/Dek.	-270°

3 3 3 3

b) Asymptotischer Amplituden- und Phasengang:



4



4

c) Amplitudenreserve k_R, Stabilität und Verstärkung für den grenzstabilen Fall:

$$k_R = \frac{1}{|G_0(i\omega_{-180^\circ})|} = \frac{1}{|-0{,}5|} = 2 > 1 \Rightarrow \text{stabil}$$ 1

$$k_{grenzstabil} = 2$$ 1

Für den grenzstabilen Fall mit der Verstärkung $k_{grenzstabil} = 2$ läuft die Frequenzgangortskurve genau durch den Punkt $(-1;0)$. Falls die Verstärkung größer als 2 wäre, würde der Punkt $(-1;0)$ umschlungen, da das System instabil wäre. 1

d) Das System hat globales I-Verhalten, weil:

- die logarithmische Frequenzkennlinien für $\omega \to 0$ eine Asymptotensteigung von $-20\,dB$ bzw. einen Phasenwinkel von -90° aufweisen. 1
- die Frequenzgangsortskurve im Unendlichen beginnt. 1
- in der Übertragungsfunktion eine Polstelle bei $s = 0$ existiert. 1

$\sum 28$