Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 2 (MRT2)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

9. Oktober 2006

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	14	30	12	17	27	100
Note:	Ist:						

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) In welcher Reihenfolge erfolgt der Reglerentwurf bei der Kaskadenregelung?
- ☐ Vom äußersten Regelkreis nach innen.
- ☐ Vom innersten Regelkreis nach außen.
- ☐ Die Reihenfolge ist egal.

b) Was ist die Methode von Ljapunow?
- ☐ Ein Verfahren für den Stabilitätsnachweis bei nichtlinearen Systemen.
- ☐ Eine Methode zur Berechnung der Pole einer Übertragungsfunktion.
- ☐ Ein numerisches Verfahren zur Matrixinversion.

c) Welche Aussagen sind für die zeitoptimale Regelung eines nichtlinearen Systems gültig?
- ☐ Die Stellgröße nimmt ausschließlich die Extremwerte u_{max} und u_{min} an und schaltet zwischen diesen um.
- ☐ Ziel der Regelung ist das Erreichen des gewünschten Endzustandes in geringst möglicher Zeit.
- ☐ Bei einem System mit n-Zuständen sind mindestens n Umschaltvorgänge der Stellgröße nötig, um den Endwert zu erreichen.

d) Was ist typisch für Regelungen mit einem Zweipunktregler mit Hysterese?

- [ ] Der stationäre Regelfehler $e(t \to \infty)$ strebt asymptotisch gegen Null.
- [ ] Die Regelgröße führt auch im stationären Zustand stets Dauerschwingungen aus.
- [ ] Durch die Verringerung der Hysteresebreite erhöht sich die Schalthäufigkeit des Reglers, aber der Regelfehler nimmt ab.

e) Was versteht man unter der Dualität von Zustandsregler und Zustandsbeobachter?

- [ ] Es werden jeweils zwei Zustandsregler, bzw. -beobachter verwendet.
- [ ] Tritt auf, wenn Zustandsregler und -beobachter identisch sind.
- [ ] Durch diese besondere Eigenschaft können für den Regler- und Beobachterentwurf die gleichen Verfahren verwendet werden.

f) Was ist die Matrix-Riccati-Gleichung?

- [ ] Eine andere Bezeichnung für Zustandsgleichung.
- [ ] Matrixgleichung, die bei einem optimalen Zustandsreglerentwurf gelöst werden muss.
- [ ] Matrixgleichung, die bei einem optimalen Zustandsbeobachterentwurf gelöst werden muss.

g) Welche Aussagen gelten für die Empfindlichkeitsfunktion?

- [ ] Die Empfindlichkeitsfunktion entspricht der Störübertragungsfunktion.
- [ ] Empfindlichkeitsfunktionen werden bei Neuronalen Netzen und Fuzzy Systemen verwendet.
- [ ] Die Summe aus Empfindlichkeitsfunktion und komplementärer Empfindlichkeitsfunktion ist immer gleich 1.

h) Welche Aussagen zu Internal Model Control (IMC) sind richtig?

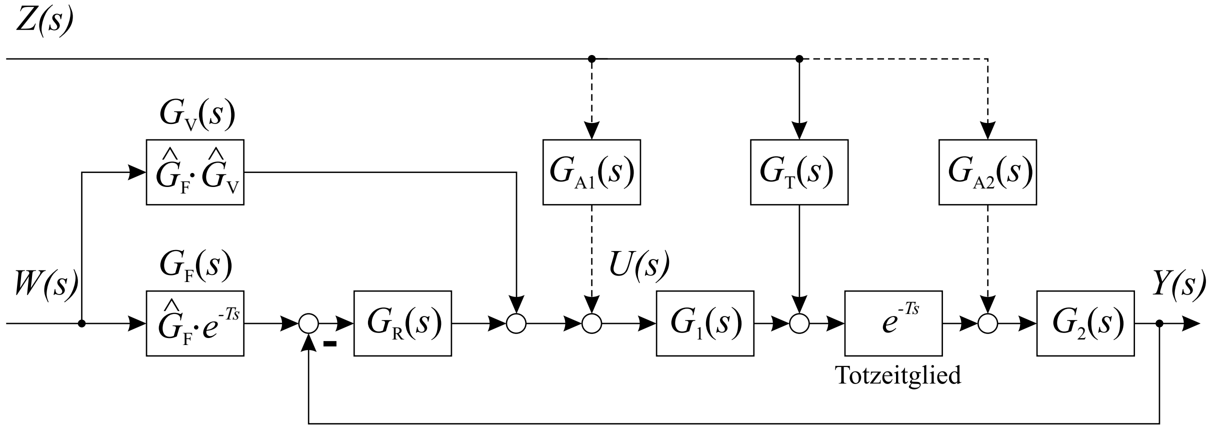
- [ ] IMC wird nur bei nichtlinearen Regelstrecken verwendet.
- [ ] Sind die Regelstrecke und der IMC-Regler stabil, dann ist auch der geschlossene Regelkreis stabil.
- [ ] Sind Modell und Strecke identisch, wird die Regelung zur Steuerung. Die Rückführung wird nur noch zur Ausregelung von Störgrößen aktiv.

i) Welche Vorteile bzw. Nachteile hat die Transformation der Zustandsgleichungen der Regelstrecke in die Regelungsnormalform?

- [ ] Bei einer Polvorgabe können die benötigten Reglerparameter effektiv mit numerischen Methoden ermittelt werden.
- [ ] Die Transformation kann auch bei vielen Zuständen sehr leicht von Hand durchgeführt werden.
- [ ] Nicht alle vollständig zustandssteuerbaren Systeme mit einem Ein- und einem Ausgang lassen sich in Regelungsnormalform bringen.

Aufgabe 2: Störgößenaufschaltung und Vorsteuerung

Gegeben ist folgender Regelkreis mit Störgrößenaufschaltung $G_A(s)$ und Vorsteuerung $G_V(s)$. Die Regelstrecke weist eine Totzeit T auf. Über die Funktion $G_T(s)$ wirkt eine messbare Störung $Z(s)$ auf das System.



$G_F(s)$ bezeichnet das gewünschte Führungsverhalten des Regelkreises und ist gleichzeitig der Führungsgrößenfilter. Da die Totzeit in der Regelstrecke durch eine Vorsteuerung in der Regel nicht kompensiert werden kann, muss diese Totzeit auch in das gewünschte Führungsverhalten aufgenommen werden ($G_W(s) = G_F(s) = \hat{G}_F(s) \cdot e^{-Ts}$).

a) Warum sollte bei dieser Regelstrecke unbedingt eine Störgrößenaufschaltung verwendet werden?

b) Bei der vorliegenden Regelstrecke ist es möglich, eine Störgrößenaufschaltung vor der Teilstecke $G_1(s)$ oder nach dem Totzeitglied zu realisieren. Lesen Sie für die beiden Fälle aus dem Signalflussbild die Übertragungsfunktion $G_{A1}(s)$ bzw. $G_{A2}(s)$ ab. Dazu benötigen Sie folgende Übertragungsfunktionen:

$$G_1(s) = \frac{10}{s^2 + 2s + 25} \qquad G_2(s) = \frac{5}{s + 0.5} \qquad G_T(s) = \frac{1}{s + 1}$$

Welche der beiden Möglichkeiten sollte verwendet werden, wenn die Totzeit T genau bekannt ist?

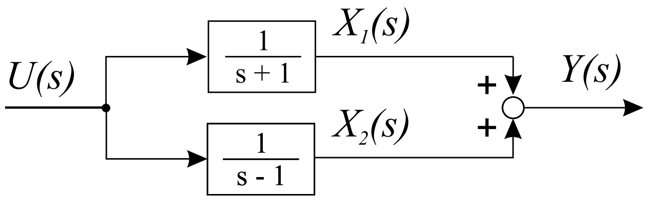
c) Berechnen Sie allgemein (ohne $G_1(s)$ und $G_2(s)$ einzusetzen) die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises $G_W(s)$. Hierfür können Sie den Störgrößeneinfluss vernachlässigen ($Z(s) = 0$).

d) Wie muss $\hat{G}_V(s)$ gewählt werden, damit das System das gewünschte Führungsübertragungsverhalten $G_W(s) = \hat{G}_F(s) \cdot e^{-Ts}$ hat. Benutzen Sie hierfür $G_1(s)$ und $G_2(s)$ aus b).

e) Schlagen Sie ein geeignetes $\hat{G}_F(s)$ vor, damit die Vorsteuerung $G_V(s) = \hat{G}_F(s) \cdot \hat{G}_V(s)$ realisierbar ist.

Aufgabe 3: Zustandsebene

Gegeben ist das folgende Blockschaltbild einer Regelstrecke im Bildbereich.



a) Stellen Sie die Zustandsgleichungen im Zeitbereich auf. Ermitteln Sie $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}^T$ und d.

b) Ermitteln Sie die Pole des Systems. Ist das System stabil?

Aufgabe 4: Zustandsregelung

Gegeben ist folgende Regelstrecke in Zustandsform:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

a) Ist die Regelstrecke vollständig zustandssteuerbar?

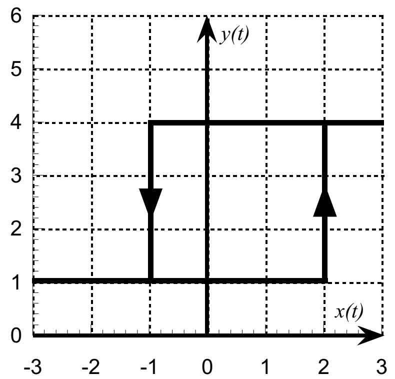
b) Ist die Regelstrecke vollständig zustandsbeobachtbar?

c) Entwerfen Sie eine Zustandsrückführung so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei -2 und -4 liegen.

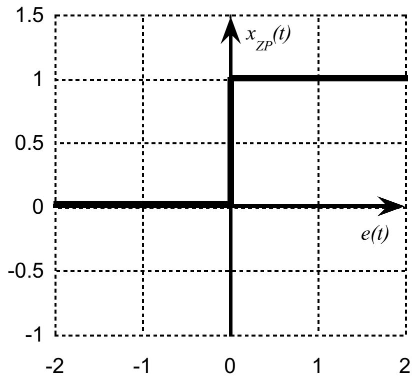
Aufgabe 5: Nichtlinearer Regelkreis

Zeichnen Sie den Verlauf der **Regelgröße** $x(t)$ und der **Messgröße** $y(t)$ für die folgenden **zwei** nichtlinearen Regelkreise jeweils in das entsprechende vorbereitete Diagramm. Die Führungsgröße beträgt in beiden Fällen $w(t) = 2$.
Die nichtlinearen Regelkreisglieder $N_1(x)$ und $N_2(e)$ entnehmen Sie der nachfolgenden Abbildung:

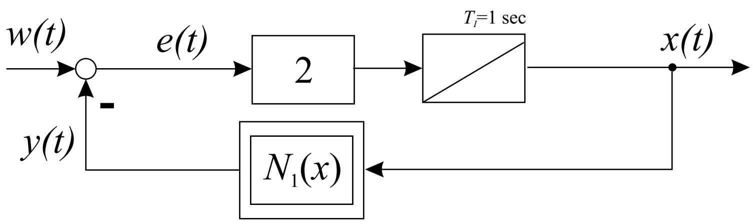
Nichtlineares Glied $N_1(x)$:

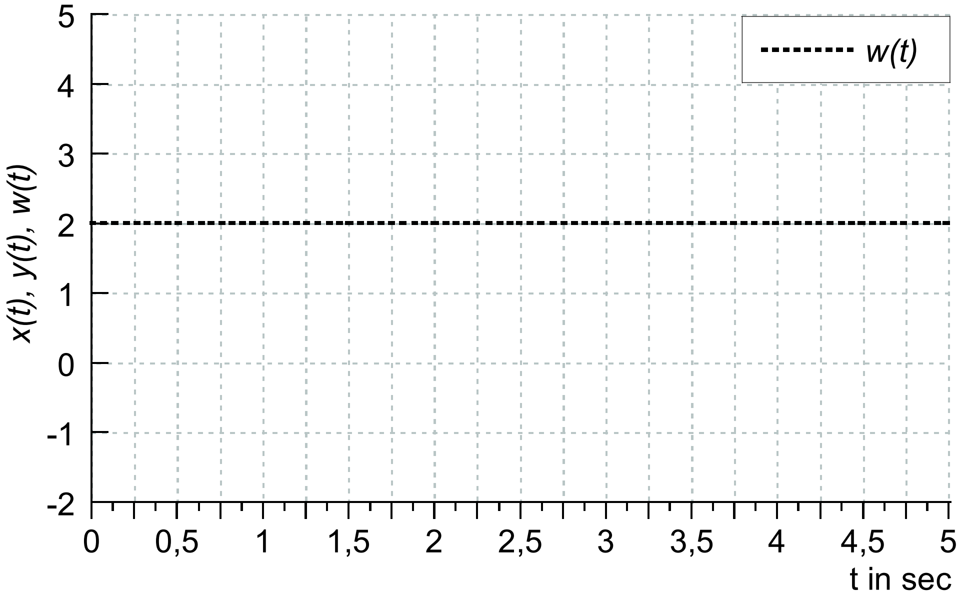


Nichtlineares Glied $N_2(e)$:

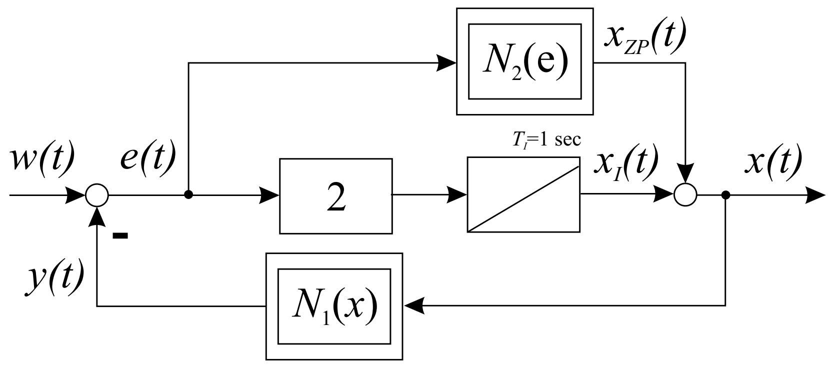


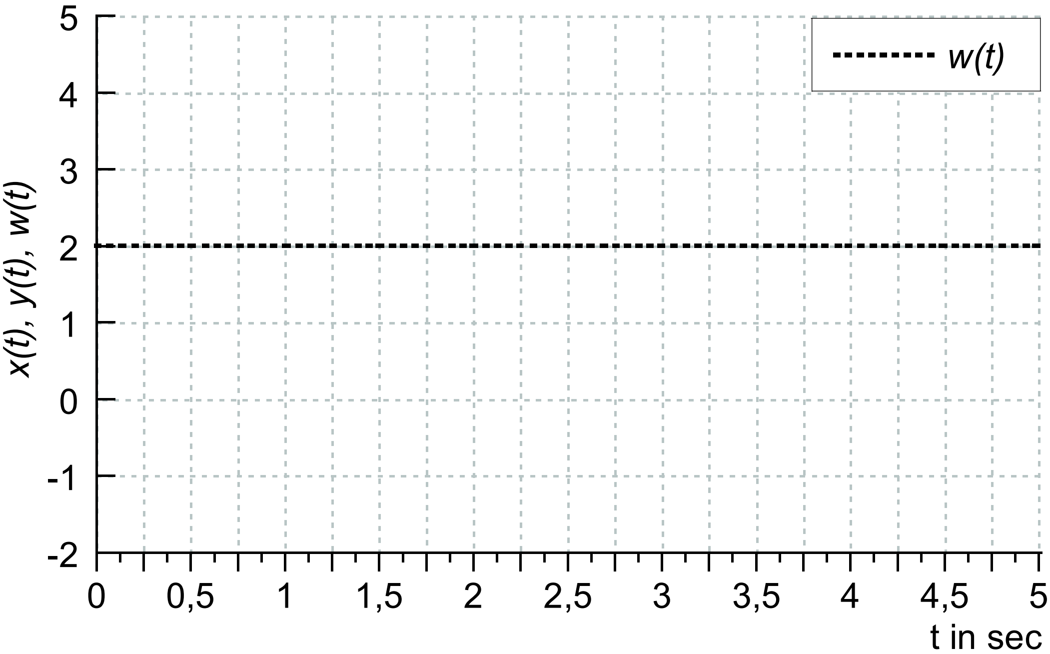
a) Nichtlineares Messglied:
Beachten Sie die **Anfangsbedingungen** des Integrators $x(0) = 0$ und der Nichtlinearität N_1 $y(0) = 1$.





b) Zusätzliche parallele Nichtlinearität in der Regelstrecke:
Beachten Sie die **Anfangsbedingungen** des Integrators $x_I(0) = 0$ und der Nichtlinearität N_1 $y(0) = 1$.





Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

a) In welcher Reihenfolge erfolgt der Reglerentwurf bei der Kaskadenregelung?

- [ ] Vom äußersten Regelkreis nach innen.
- [x] Vom innersten Regelkreis nach außen.
- [ ] Die Reihenfolge ist egal.

b) Was ist die Methode von Ljapunow?

- [x] Ein Verfahren für den Stabilitätsnachweis bei nichtlinearen Systemen.
- [ ] Eine Methode zur Berechnung der Pole einer Übertragungsfunktion.
- [ ] Ein numerisches Verfahren zur Matrixinversion.

c) Welche Aussagen sind für die zeitoptimale Regelung eines nichtlinearen Systems gültig?

- [x] Die Stellgröße nimmt ausschließlich die Extremwerte u_{max} und u_{min} an und schaltet zwischen diesen um.
- [x] Ziel der Regelung ist das Erreichen des gewünschten Endzustandes in geringst möglicher Zeit.
- [ ] Bei einem System mit n-Zuständen sind mindestens n Umschaltvorgänge der Stellgröße nötig, um den Endwert zu erreichen.

d) Was ist typisch für Regelungen mit einem Zweipunktregler mit Hysterese?

- [ ] Der stationäre Regelfehler $e(t \to \infty)$ strebt asymptotisch gegen Null.
- [x] Die Regelgröße führt auch im stationären Zustand stets Dauerschwingungen aus.
- [x] Durch die Verringerung der Hysteresebreite erhöht sich die Schalthäufigkeit des Reglers, aber der Regelfehler nimmt ab.

e) Was versteht man unter der Dualität von Zustandsregler und Zustandsbeobachter?

- [ ] Es werden jeweils zwei Zustandsregler, bzw. -beobachter verwendet.
- [ ] Tritt auf, wenn Zustandsregler und -beobachter identisch sind.
- [x] Durch diese besondere Eigenschaft können für den Regler- und Beobachterentwurf die gleichen Verfahren verwendet werden.

f) Was ist die Matrix-Riccati-Gleichung?

- [ ] Eine andere Bezeichnung für Zustandsgleichung.
- [x] Matrixgleichung, die bei einem optimalen Zustandsreglerentwurf gelöst werden muss.
- [x] Matrixgleichung, die bei einem optimalen Zustandsbeobachterentwurf gelöst werden muss.

g) Welche Aussagen gelten für die Empfindlichkeitsfunktion?

- [x] Die Empfindlichkeitsfunktion entspricht der Störübertragungsfunktion.
- [ ] Empfindlichkeitsfunktionen werden bei Neuronalen Netzen und Fuzzy Systemen verwendet.
- [x] Die Summe aus Empfindlichkeitsfunktion und komplementärer Empfindlichkeitsfunktion ist immer gleich 1.

h) Welche Aussagen zu Internal Model Control (IMC) sind richtig?

- [ ] IMC wird nur bei nichtlinearen Regelstrecken verwendet.
- [x] Sind die Regelstrecke und der IMC-Regler stabil, dann ist auch der geschlossene Regelkreis stabil.
- [x] Sind Modell und Strecke identisch, wird die Regelung zur Steuerung. Die Rückführung wird nur noch zur Ausregelung von Störgrößen aktiv.

i) Welche Vorteile bzw. Nachteile hat die Transformation der Zustandsgleichungen der Regelstrecke in die Regelungsnormalform?

- [x] Bei einer Polvorgabe können die benötigten Reglerparameter effektiv mit numerischen Methoden ermittelt werden.
- [ ] Die Transformation kann auch bei vielen Zuständen sehr leicht von Hand durchgeführt werden.
- [ ] Nicht alle vollständig zustandssteuerbaren Systeme mit einem Ein- und einem Ausgang lassen sich in Regelungsnormalform bringen.

$\boxed{\sum 14}$

Aufgabe 2: Störgößenaufschaltung und Vorsteuerung

a) Da die Störung vor dem Totzeitglied auf das System wirkt, ist sie erst nach Ablauf der Totzeit in der Messgröße $Y(s)$ und somit in der Rückführung wirksam. Die Regelung reagiert zu spät, es kommt daher zu einem hohen Regelfehler. $\boxed{2}$

b) Aus dem Blockschaltbild liest man ab (Summe aus Störgrößenwirkung und Aufschaltung gleich Null setzen):

$$G_{A1} \cdot G_1 \cdot Z + G_T \cdot Z = 0 \Leftrightarrow G_{A1} = -\frac{G_T}{G_1} \Rightarrow \boxed{G_{A1} = -\frac{s^2 + 2s + 25}{10(s+1)}} \qquad \boxed{3}$$

$$G_{A2} \cdot Z + G_T \cdot e^{-Ts} \cdot Z = 0 \Leftrightarrow G_{A1} = -G_T \cdot e^{-Ts} \Rightarrow \boxed{G_{A2} = -\frac{1}{s+1} \cdot e^{-Ts}} \qquad \boxed{3}$$

Die Aufschaltung G_{A1} ist nicht realisierbar (Zählergrad größer Nennergrad) und kann nur näherungsweise realisiert werden. G_{A2} ist hingegen exakt realisierbar und sollte daher auch verwendet werden. $\boxed{2}$

c) Aus dem Blockschaltbild liest man ab:

$$\left(\left(\hat{G}_F \cdot e^{-Ts} \cdot W - Y\right) G_R + \hat{G}_F \hat{G}_V \cdot W\right) G_1 \cdot e^{-Ts} \cdot G_2 = Y \qquad \boxed{6}$$

$$\Leftrightarrow \left(G_R G_1 G_2 \cdot e^{-Ts} + \hat{G}_V G_1 G_2\right) \hat{G}_F \cdot e^{-Ts} \cdot W + G_R G_1 G_2 \cdot e^{-Ts} \cdot Y = Y$$

$$\Leftrightarrow \boxed{G_W = \frac{Y}{W} = \frac{\left(\hat{G}_V G_1 G_2 + G_R G_1 G_2 \cdot e^{-Ts}\right) \hat{G}_F \cdot e^{-Ts}}{1 + G_R G_1 G_2 \cdot e^{-Ts}}}$$ 4

d) Um das gewünschte Führungsverhalten $G_W = \hat{G}_F \cdot e^{-Ts}$ zu erreichen, gilt:

$$\hat{G}_F \cdot e^{-Ts} = \frac{\left(\hat{G}_V G_1 G_2 + G_R G_1 G_2 \cdot e^{-Ts}\right) \hat{G}_F \cdot e^{-Ts}}{1 + G_R G_1 G_2 \cdot e^{-Ts}}$$ 4

$$\Leftrightarrow \frac{\left(G_V G_1 G_2 + G_R G_1 G_2 \cdot e^{-Ts}\right)}{1 + G_R G_1 G_2 \cdot e^{-Ts}} = 1 \Leftrightarrow \boxed{\hat{G}_V = \frac{1}{G_1 G_2}}$$

Einsetzen von $G_1 = \frac{10}{s^2+2s+25}$ und $G_2 = \frac{5}{s+0{,}5}$ ergibt: 2

$$G_V = \hat{G}_F \hat{G}_V \Leftrightarrow \boxed{G_V = \hat{G}_F \frac{(s^2+2s+25)(s+0{,}5)}{50}}$$

e) Damit G_V realisierbar ist (Zählergrad kleiner gleich Nennergrad) muss mindestens ein Nennerpolynom 3. Grades hinzugefügt werden. Es empfiehlt sich z.B. ein PT3-Glied (Dreifachpol) mit einer möglichst kleinen Zeitkonstante T_1 und der Verstärkung 1: 4

$$\boxed{\hat{G}_F = \frac{1}{(1+T_1 s)^3}} \Rightarrow G_V = \frac{(s^2+2s+25)(s+0{,}5)}{50(1+T_1 s)^3}$$

$\sum 30$

Aufgabe 3: Zustandsebene

a) Zustandsgleichungen im Bildbereich:

$$X_1(s) = \frac{1}{s+1} U(s) \quad \Leftrightarrow \quad \underline{s X_1(s) + X_1(s) = U(s)}$$ 1

$$X_2(s) = \frac{1}{s-1} U(s) \quad \Leftrightarrow \quad \underline{s X_2(s) - X_2(s) = U(s)}$$ 1

$$\underline{Y(s) = X_1(s) + X_2(s)}$$ 1

Zustandsgleichungen im Zeitbereich:

$$\dot{x}_1(t) = u(t) - x_1(t)$$ 1

$$\dot{x}_2(t) = u(t) + x_2(t)$$ 1

$$y(t) = x_1(t) + x_2(t)$$ 1

$$\boxed{\dot{\mathbf{x}}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} u(t), \qquad \mathbf{y}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}^T} \mathbf{x}(t)}$$ 3

b) Stabilität:

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}] = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} s+1 & 0 \\ 0 & s-1 \end{bmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \underline{(s+1)(s-1) = 0}$$ 1

Pole: $s_1 = -1; \quad s_2 = +1$ 1

Das System ist instabil, da der Pol $s_2 = +1$ in der rechten Halbebene liegt. 1

$\sum 12$

Aufgabe 4: Zustandsregelung

a) Zustandssteuerbarkeit:

Steuerbarkeitsmatrix $\mathbf{S}_S = [\mathbf{b} \;\; \mathbf{Ab}], \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\mathbf{S}_S = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \det[\mathbf{S}_S] = -1 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Rang}[\mathbf{S}_S] = 2$$ 3

Das System ist **vollständig zustandssteuerbar**. 1

b) Zustandsbeobachtbarkeit:

Beobachtbarkeitsmatrix $\mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T \\ \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^T = [1 \;\; 0]$

$$\mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \det[\mathbf{S}_B] = 1 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Rang}[\mathbf{S}_B] = 2$$ 3

Das System ist **vollständig zustandsbeobachtbar**. 1

c) Zustandsrückführung $u(t) = -\mathbf{k^T x}(t) \Rightarrow u(t) = -[k_1 \quad k_2]\mathbf{x}$: 1

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{bk^T}) = \det\left(\begin{bmatrix} s & -1 \\ -2 & s-4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix}\right) = 0$$ 3

$$\begin{vmatrix} s & -1 \\ -2+k_1 & s-4+k_2 \end{vmatrix} = s^2 + (k_2 - 4)s + k_1 - 2 = 0$$ 1

Mit dem Sollpolynom $(s+2)(s+4) = s^2 + 6s + 8$ ergibt sich: 1

$k_1 - 2 = 8 \Rightarrow \boxed{k_1 = 10}$ 1

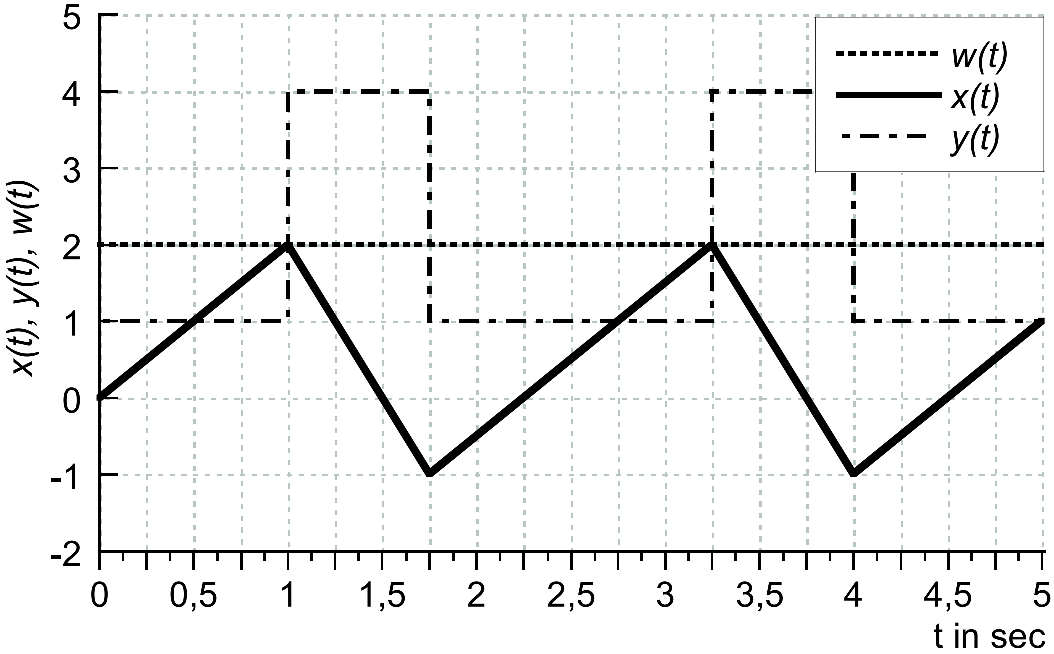
$k_2 - 4 = 6 \Rightarrow \boxed{k_2 = 10}$ 1

Man erhält die Rückführung $\mathbf{k^T} = [10 \quad 10]$. 1

$\sum 17$

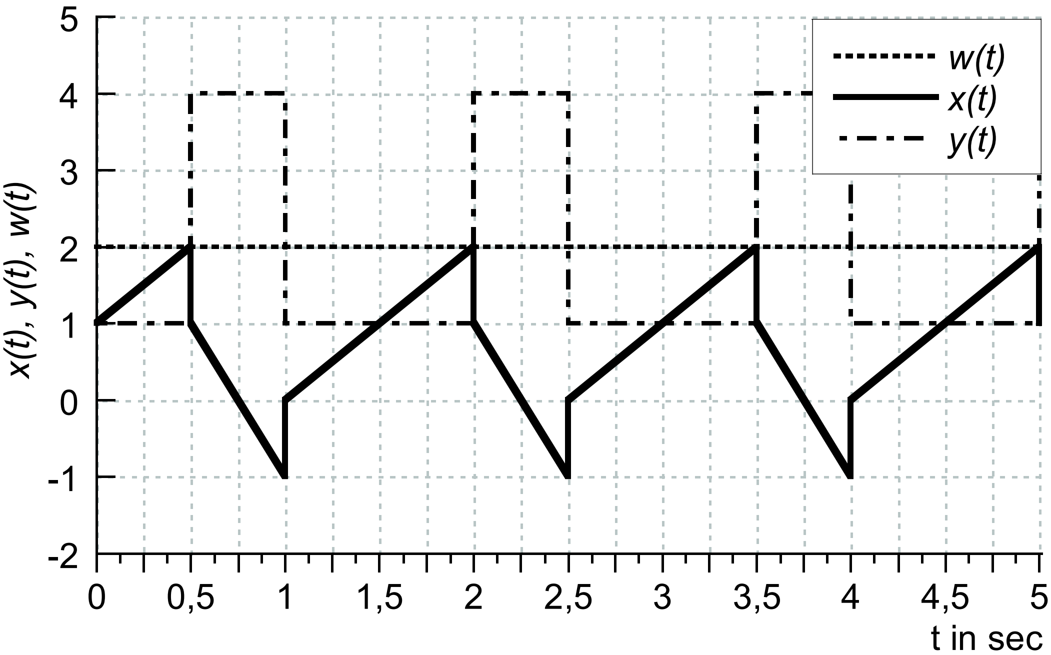
Aufgabe 5: Nichtlinearer Regelkreis

a) Nichtlineares Messglied:



Weil $y(t)$ nur die Werte 1 oder 4 annehmen kann, ergibt sich $e(t) = 1$ bzw. $e(t) = -2$. Durch die Multiplikation mit 2 bekommt man am Eingang des Integrators die Werte 2 bzw. -4. Somit erhält man am Integratorausgang $x(t)$ Geraden mit der Steigung 2 bzw. -4. Je nachdem ob $x(t) = 2$ oder $x(t) = -1$ erreicht wird, schaltet das Zweipunktglied mit Hysterese N_1 zwischen 4 und 1 um und bewirkt somit ein Abfallen bzw. Ansteigen von $x(t)$. $\boxed{17}$

b) Zusätzliche parallele Nichtlinearität in der Regelstrecke:



Durch das Zweipunktglied N_2 wird $x_{ZP} = 1$ (falls $e(t) = 1$) oder $x_{ZP} = 0$ (falls $e(t) = -2$) zu $x_I(t)$ hinzu addiert. Es ergeben sich Sprünge mit einer Höhe von 1 im Zeitverlauf. Die Umschaltpunkte der Hysterese werden schneller erreicht, d.h. $x(t)$ weist eine höhere Frequenz auf als in Aufgabe a). $\boxed{10}$

$\boxed{\sum 27}$