Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

27. Februar 2013

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	12	15	19	14	12	17	16	15	120
Note:	Ist:									

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche Systeme sind nichtphasenminimal?
   - ☐ Systeme, die eine Totzeit enthalten.
   - ☐ Systeme, die positive Nullstellen aufweisen.
   - ☐ Alle schwingungsfähigen Systeme.

b) Warum wird der Amplitudenverlauf im Bodediagramm doppelt logarithmisch aufgetragen?
   - ☐ Weil der Verlauf dann näherungsweise mit linearen Asymptoten dargestellt werden kann.
   - ☐ Weil die Reihenschaltung mehrerer Übertragungsglieder einer einfachen Multiplikation der Amplitudengänge entspricht.
   - ☐ Weil die Reihenschaltung mehrerer Übertragungsglieder einer einfachen Addition der Amplitudengänge entspricht.

c) Was versteht man unter einem **zeitvarianten** System?
   - ☐ Die Eigenschaften des Systems bleiben über der Zeit unverändert.
   - ☐ Die Systemeigenschaften, bzw. die Parameter der Differenzialgleichung, ändern sich mit der Zeit, z.B. durch Verschleiß.
   - ☐ Zeitvariant bedeutet, dass das System dynamisch ist, d.h. es wird durch eine Differenzialgleichung beschrieben.

d) Was gilt für Polstellen einer Übertragungsfunktion?

- ☐ Die Lage der Polstellen bestimmt, ob ein System phasenminimal ist.
- ☐ Die Lage der Polstellen bestimmt, ob ein System schwingungsfähig ist.
- ☐ Die Lage der Polstellen ist entscheidend für die Stabilität der Übertragungsfunktion.

e) Wann ist ein System stabil?:

- ☐ Wenn die Sprungantwort für $t \to \infty$ auf einem endlichen Wert verharrt.
- ☐ Wenn alle Pole einen positiven Realteil haben.
- ☐ Wenn die Impulsantwort (Gewichtsfunktion) für $t \to \infty$ auf einem endlichen Wert verharrt.

f) Bei einer Steuerung…

- ☐ …benötigt man immer eine Messeinrichtung.
- ☐ …ist keine Rückkopplung vorhanden.
- ☐ …werden nicht messbare Störungen kompensiert.

g) Was bedeutet Rückkopplung in der Regelungstechnik?

- ☐ Wirkung der Stellgröße auf die Regelgröße.
- ☐ Wirkung der Regelgröße auf die Stellgröße.
- ☐ Wirkung der Stellgröße auf die Störgröße.

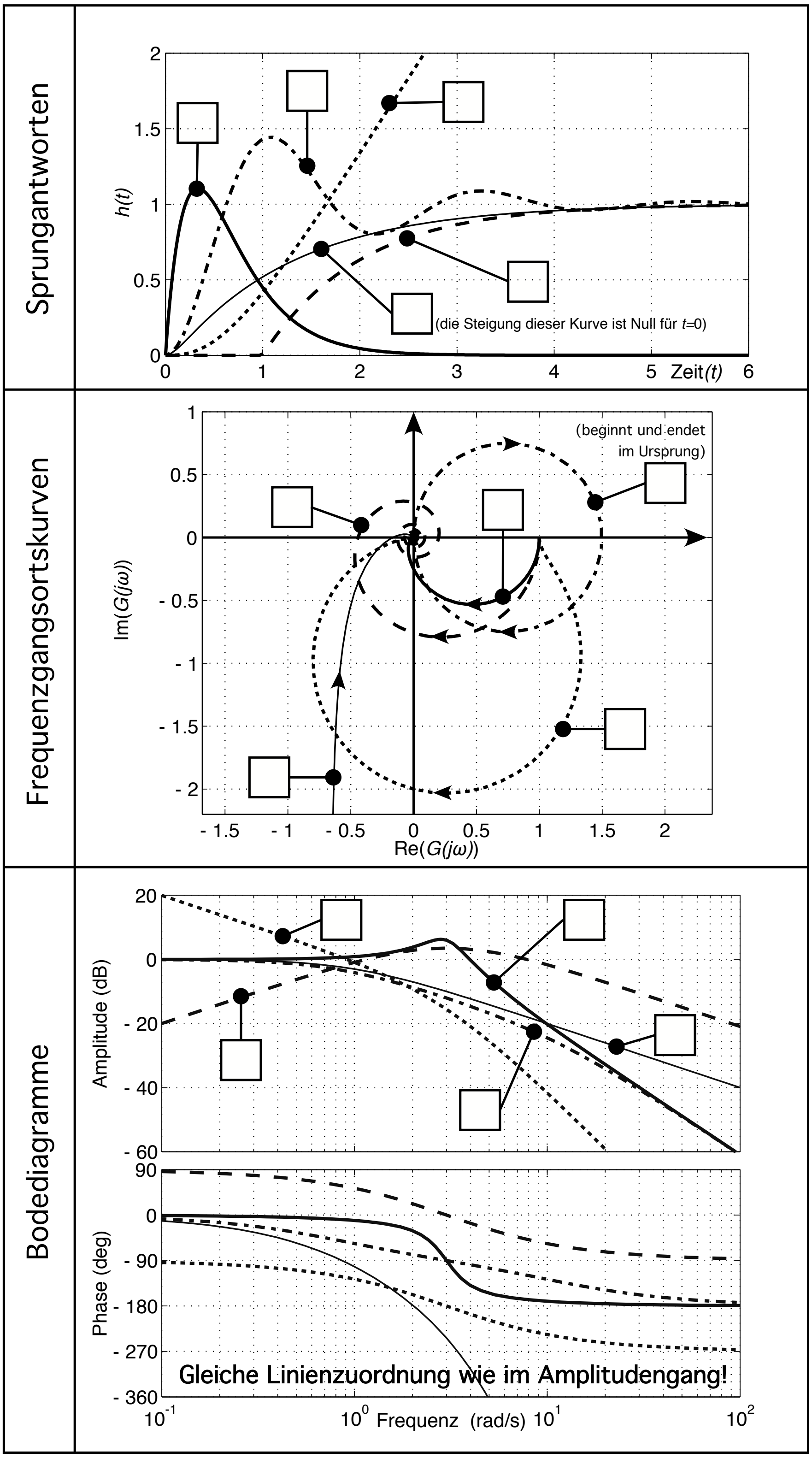
h) Für ein System 2. Ordnung mit der Dämpfung D gilt:

- ☐ Für $D < 1$ ist das System nicht schwingungsfähig.
- ☐ Für $D > 1$ hat das System zwei **verschiedene** reelle Pole.
- ☐ Für $D < 1/\sqrt{2}$ zeigt der Amplitudengang eine Resonanzüberhöhung.

Aufgabe 2: Dynamische Systeme

Ordnen Sie die Kurven in den Diagrammen diesen Systemen zu (kurze Begründung):

A) $\frac{9}{s^2+1{,}5s+9}$ B) $\frac{9}{s^2+12s+9}$ C) $\frac{9}{s(s^2+6s+9)}$ D) $\frac{9s}{s^2+6s+9}$ E) $\frac{1}{s+1}\cdot e^{-s}$



Aufgabe 3: Laplace-Transformation und Stabilität

Gegeben ist ein Standardregelkreis, bestehend aus einem Regler und einer Regelstrecke. Die Regelstrecke mit dem Eingang u und dem Ausgang y wird näherungsweise durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{y}(t) - 4\,y(t) = \dot{u}(t) + u(t)$$

a) Wie lautet die Übertragungsfunktion der Strecke im Bildbereich? Wie lauten die Nullstellen und Pole? (Nehmen sie alle Anfangsbedingungen =0 an)

b) Das Verhalten des geschlossenen Regelkreises mit dem Regler

$$G_{R1} = K$$

soll untersucht werden. Wie nennt man diesen Reglertyp? Für welche Werte der Verstärkung K ist der geschlossene Regelkreis unter Verwendung von G_{R1} stabil?

c) Der geschlossene Regelkreis soll durch einen Sprung angeregt werden. Tritt bei Verwendung von G_{R1} eine bleibende Regelabweichung auf?

Hinweis: Belegen sie ihre Lösung wahlweise durch eine kurze Begründung **oder** durch eine Berechnung.

d) Alternativ soll folgender Regler genutzt werden:

$$G_R = 2 \cdot \left(1 + \frac{2}{s}\right)$$

Wie nennt man diesen Reglertyp? Berechnen sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises wenn G_{R2} verwendet wird.

e) Beschreiben sie den zeitlichen Verlauf der Impulsantwort des geschlossenen Regelkreises unter Verwendung von G_{R2}

Hinweis: Sie können ihre Lösung wahlweise anhand der Übertragungsfunktion begründen **oder** oder im Zeitbereich berechnen.

$$\frac{s}{s+\omega_0^2} \quad \bullet\!\!-\!\!\circ \quad \cos\omega_0\, t$$

$$\frac{\omega_0}{s+\omega_0^2} \quad \bullet\!\!-\!\!\circ \quad \sin\omega_0\, t$$

$$a \cdot \sin\omega_0 + b \cdot \cos\omega_0 = \sqrt{a^2+b^2} \cdot \sin\left(\omega_0\, t + \arctan\frac{b}{a}\right)$$

Aufgabe 4: Wurzelortskurve

Gegeben ist ein Regelkreis, bestehend aus einem Regler G_R und einer Regelstecke G_S, die Verstärkung des Reglers sei immer positiv. Skizzieren sie jeweils die Wurzelortskurve. Eine ausführliche Berechnung von Verzweigungspunkten oder Asymptoten ist nicht notwendig.

a) Mit

$$G_R(s) = K \quad \text{und} \quad G_S(s) = \frac{1}{(s+2)\,(s+6)}.$$

b) Mit

$$G_R(s) = K \quad \text{und} \quad G_S(s) = \frac{(s+4)}{(s+2)\,(s+6)}.$$

c) Mit

$$G_R(s) = K \quad \text{und} \quad G_S(s) = \frac{(s-2)}{(s+2)\,(s+6)}.$$

d) Woran ist in einer Wurzelortskurve erkennbar, dass ein geschlossener Regelkreis schwingungsfähig ist? Für welche der Fälle a) bis c) trifft das zu? Berechnen sie für jedes oben genannte System, das schwingungsfähig ist, den Wertebereich von K in dem Schwingungungen auftreten können.

e) Woran ist in einer Wurzelortskurve erkennbar, dass ein geschlossener Regelkreis stabil ist? Für welche der Fälle a) bis c) trifft das zu? Berechnen sie für jedes oben genannte System, das nicht immer stabil ist, den Wertebereich von K in dem es instabil ist.

Aufgabe 5: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Die Hauptidee eines Entkopplungsregler ist es, den Einfluss der

- ☐ zugeordneten Stellgröße auf die zugeordnete Regelgröße zu eliminieren.
- ☐ zugeordneten Störung auf die zugeordnete Regelgröße zu eliminieren.
- ☐ anderen Stellgrößen auf die zugeordnete Regelgröße zu eliminieren.

b) Welche Aussagen zur Kaskadenregelung sind zutreffend?

- ☐ Eine Kaskadenregelung besteht aus der Parallelschaltung mehrerer unabhängiger Regelkreise.
- ☐ Alle Entwurfsmethoden für Standardregelkreise können auch für die Kaskadenregelung verwendet werden.
- ☐ Nur der äußerste Regelkreis sollte eine bleibende Regelabweichung vermeiden, innere Regelkreise müssen dieses Ziel nicht erfüllen.

c) Das Ziel einer Störgrößenaufschaltung ist es

- ☐ den Einfluss anderen Stellgrößen auf die jeweilige Regelgröße zu eliminieren.
- ☐ eine nicht messbare Störung durch ein inneres Model zu kompensieren.
- ☐ eine messbare Störung durch eine Art Vorsteuerung zu kompensieren.

d) Das Gleichgewichtstheorem von Bode ...

- ☐ besagt, dass der Gegenkopplungsbereich nicht über alle für die Regelung relevanten Frequenzen ausgedehnt werden kann.
- ☐ beschreibt den Wasserbett-Effekt.
- ☐ besagt, dass eine bessere Störunterdrückung im Gegenkopplungsbereich zwangsläufig zu einer Störverstärkung im Mitkopplungsbereich führt.

e) In welchem Bereich ist die Regelung wirksam?

- ☐ Unempfindlichkeitsbereich
- ☐ Mitkopplungsbereich
- ☐ Gegenkopplungsbereich

f) Die Empfindlichkeitsfunktion beschreibt...

- ☐ den Einfluss des Reglers auf die Strecke
- ☐ wie stark sich eine Änderung der Strecke auf den geschlossenen Regelkreis auswirkt.
- ☐ wie stark sich eine Änderung der Strecke auf den offenen Regelkreis auswirkt.

g) Die Zustandsebene ...

- [ ] ...ist nur für lineare Systeme relevant.
- [ ] ...ist für den Entwurf zeitoptimaler Regelungen geeignet.
- [ ] ...eignet sich für die Analyse und Reglersynthese bei nichtlinearen Systemen 2. Ordnung.

h) Die Zustandsebene ...

- [ ] ermöglicht die Analyse der Zustandstrajektoren.
- [ ] kann nur verwendet werden, wenn die Zustände Weg und Geschwindigkeit eines Systems entsprechen.
- [ ] stellt einen zweidimensionalen Zustandsraum grafisch dar.

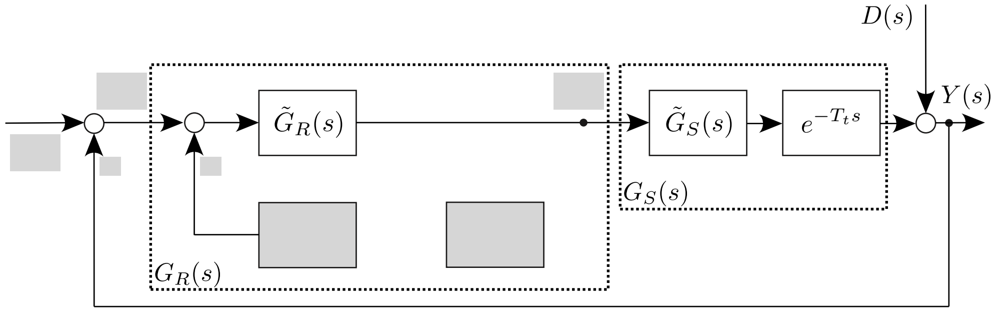
Aufgabe 6: Smith-Prädiktor

Zur Regelung von Systemen mit Totzeit wird vorzugsweise ein sogenannter Smithprädiktor eingesetzt. Der Regelkreis mit Smithprädiktor kann in einen Standardregelkreis umgeformt werden, dabei erhält man folgende Übertragungsfunktion für den Regler:

$$G_R = \frac{\tilde{G}_R}{1 + \tilde{G}_R \tilde{G}_S (1 - e^{-T_t s})}$$

Hierbei ist $\tilde{G}_R$ der Regler der schließlich entworfen werden muss und $\tilde{G}_S$ das Modell der Regelstrecke ohne Totzeit.

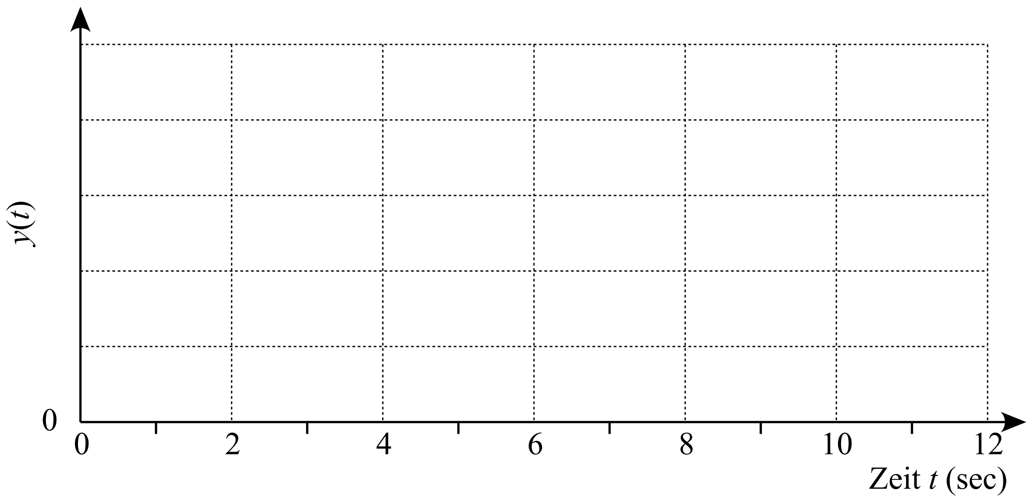
a) Vervollständigen Sie das unten abgebildete Blockschaltbild zu einem Regelkreis mit Smith-Prädiktor (Übertragungsfunktionen, Signalpfeile, Signalbezeichnungen).



b) Ermitteln Sie die Störübertragungsfunktion $G_D(s) = \frac{Y(s)}{D(s)}$ für den Standardregelkreis (Störung am Ausgang) mit der oben angegebenen Gleichung für G_R und einer noch unbekannten Regelstrecke G_S. Nehmen Sie hierfür an, der phasenminimale der Teil Regelstecke würde exakt dem Modell ohne Totzeit entsprechen, d.h. $G_S = \tilde{G}_S \cdot e^{-T_t s}$.

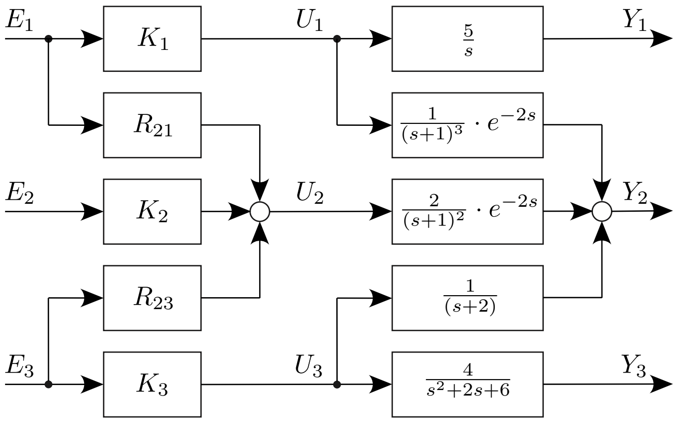
c) Die Regelstrecke hat die Übertragungsfunktion $G_S = \frac{1}{s+0{,}2} \cdot e^{-2s}$ und es soll ein PI-Regler $\tilde{G}_R = K_R \left[\frac{s + \frac{1}{T_n}}{s} \right]$ verwendet werden. Bestimmen Sie die Reglerparameter so, dass sich folgendes Störverhalten ergibt: $G_D = 1 - \frac{2}{s+2} \cdot e^{-2s}$.

d) Skizzieren Sie die Antwort des Regelkreises auf einen Störsprung $d(t) = \sigma(t)$ in das unten dargestellte Diagramm. Verwenden Sie die Tangente der Anfangssteigung als Konstruktionshilfe. **Unabhängig von c) mit dem dort angegeben G_D lösbar!**



Aufgabe 7: Mehrgrößenregelung

Gegeben ist ein Regler **R** und eine Strecke **S** mit jeweils 3 Eingängen (E_i bzw. U_i) und 3 Ausgängen (U_i bzw. Y_i) gemäß der nachfolgenden Abbildung. Der Regler beinhaltet 3 P-Regler K_1, K_2 und K_3 sowie 2 Regler mit noch unbekannter Struktur R_{21}, R_{23}.



a) Bestimmen Sie die Regler- (**R**) und die Streckenübertragungsmatrix (**S**):

$$\underbrace{\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{U}} = \mathbf{R} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}}, \qquad \underbrace{\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Y}} = \mathbf{S} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{U}}$$

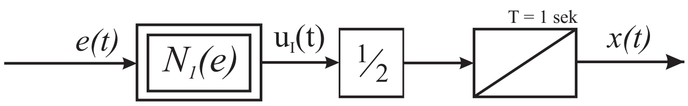
b) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises $\mathbf{G_0} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{R}$

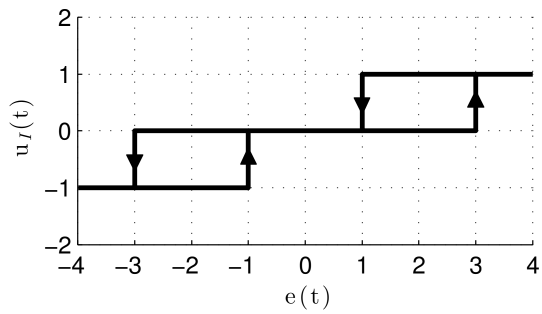
c) Bestimmen Sie aus $\mathbf{G_0}$ die Reglerübertragungsfunktionen R_{21} und R_{23} so, dass die 3 Regelkreise entkoppelt werden.

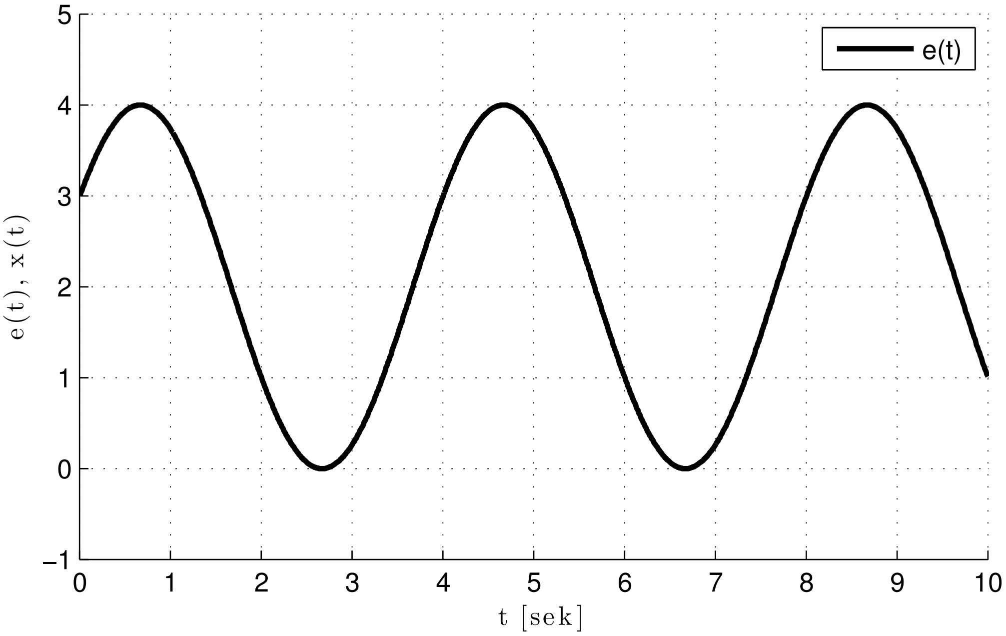
d) Eines der Entkopplungsglieder ist realisierbar, das andere nicht. Begründen Sie jeweils warum das so ist und schlagen Sie eine näherungsweise Entkopplung für den nichtrealisierbaren Fall vor.

Aufgabe 8: Nichtlinearer Regelkreis

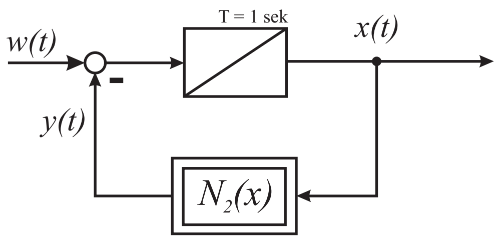
a) Gegeben ist das unten dargestellte Blockschaltbild. Zeichnen sie den Verlauf für $x(t)$ und $u_I(t)$ in den gegebenen Zeitverlauf ein (Anfangsbedingung $x(0) = 0$).

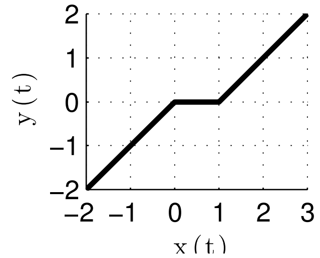




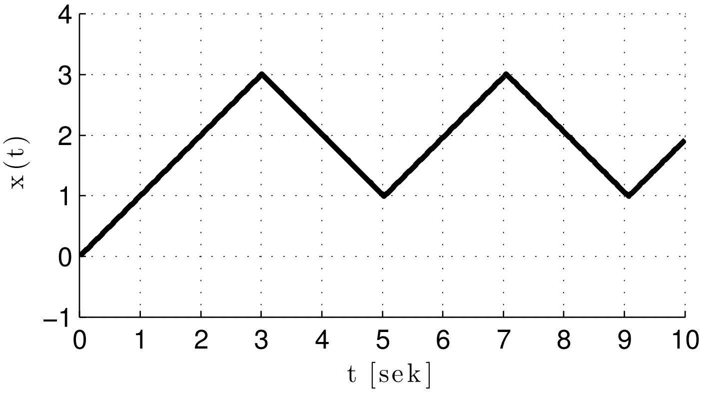


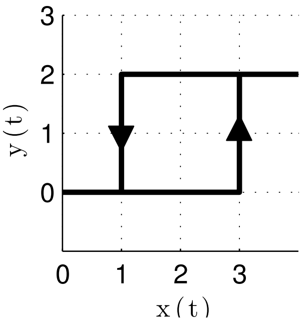
b) Gegeben ist das unten dargestellte Blockschaltbild eines Regelkreises, der mit einem Sprung angeregt wird. Ordnen sie die nichtlinearen Übertragungsfunktionen den jeweiligen Zeitverläufen zu.



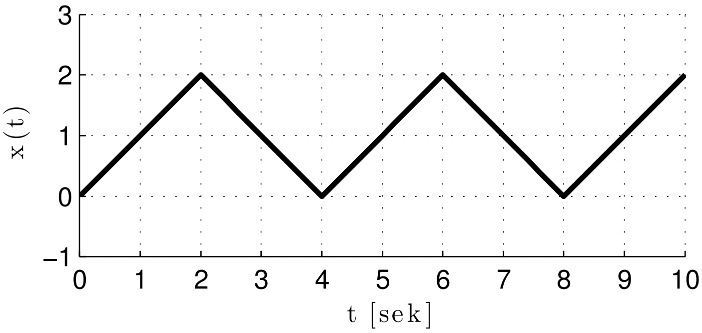

2
1
0
−1
−2
y(t)
−2 −1 0 1 2 3
x(t)

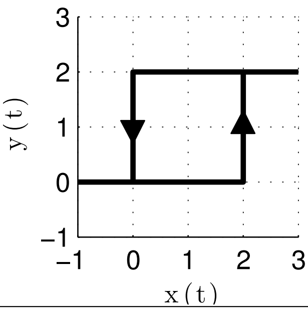
A


4
3
2
1
0
−1
x(t)
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
t [sek]

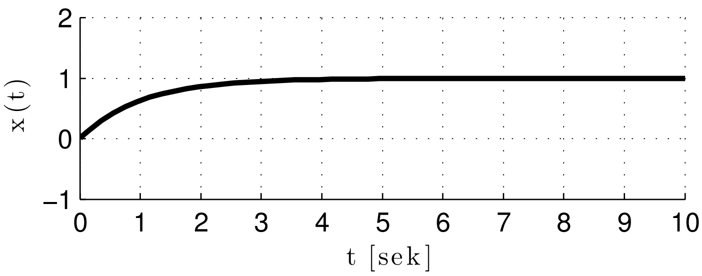

3
2
1
0
y(t)
0 1 2 3
x(t)

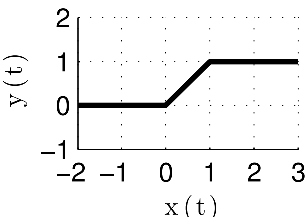
B


3
2
1
0
−1
x(t)
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
t [sek]

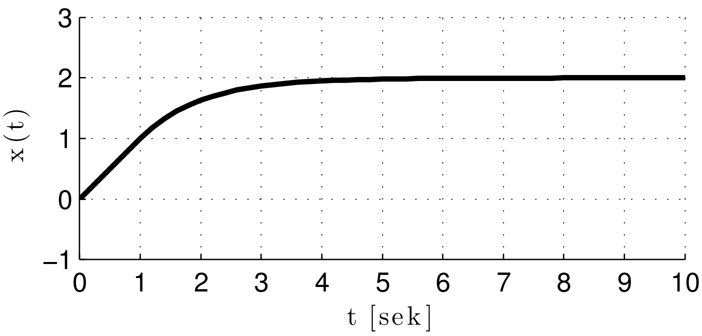

3
2
1
0
−1
y(t)
−1 0 1 2 3
x(t)

C


2
1
0
−1
x(t)
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
t [sek]


2
1
0
−1
y(t)
−2 −1 0 1 2 3
x(t)

D


3
2
1
0
−1
x(t)
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
t [sek]

Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche Systeme sind nichtphasenminimal?

- [x] Systeme, die eine Totzeit enthalten.
- [x] Systeme, die positive Nullstellen aufweisen.
- [ ] Alle schwingungsfähigen Systeme.

b) Warum wird der Amplitudenverlauf im Bodediagramm doppelt logarithmisch aufgetragen?

- [x] Weil der Verlauf dann näherungsweise mit linearen Asymptoten dargestellt werden kann.
- [ ] Weil die Reihenschaltung mehrerer Übertragungsglieder einer einfachen Multiplikation der Amplitudengänge entspricht.
- [x] Weil die Reihenschaltung mehrerer Übertragungsglieder einer einfachen Addition der Amplitudengänge entspricht.

c) Was versteht man unter einem **zeitvarianten** System?

- [ ] Die Eigenschaften des Systems bleiben über der Zeit unverändert.
- [x] Die Systemeigenschaften, bzw. die Parameter der Differenzialgleichung, ändern sich mit der Zeit, z.B. durch Verschleiß.
- [ ] Zeitvariant bedeutet, dass das System dynamisch ist, d.h. es wird durch eine Differenzialgleichung beschrieben.

d) Was gilt für Polstellen einer Übertragungsfunktion?

- [ ] Die Lage der Polstellen bestimmt, ob ein System phasenminimal ist.
- [x] Die Lage der Polstellen bestimmt, ob ein System schwingungsfähig ist.
- [x] Die Lage der Polstellen ist entscheidend für die Stabilität der Übertragungsfunktion.

e) Wann ist ein System stabil?:

- [x] Wenn die Sprungantwort für $t \to \infty$ auf einem endlichen Wert verharrt.
- [ ] Wenn alle Pole einen positiven Realteil haben.
- [ ] Wenn die Impulsantwort (Gewichtsfunktion) für $t \to \infty$ auf einem endlichen Wert verharrt.

f) Bei einer Steuerung...

- [ ] ... benötigt man immer eine Messeinrichtung.
- [x] ... ist keine Rückkopplung vorhanden.
- [ ] ... werden nicht messbare Störungen kompensiert.

g) Was bedeutet Rückkopplung in der Regelungstechnik?

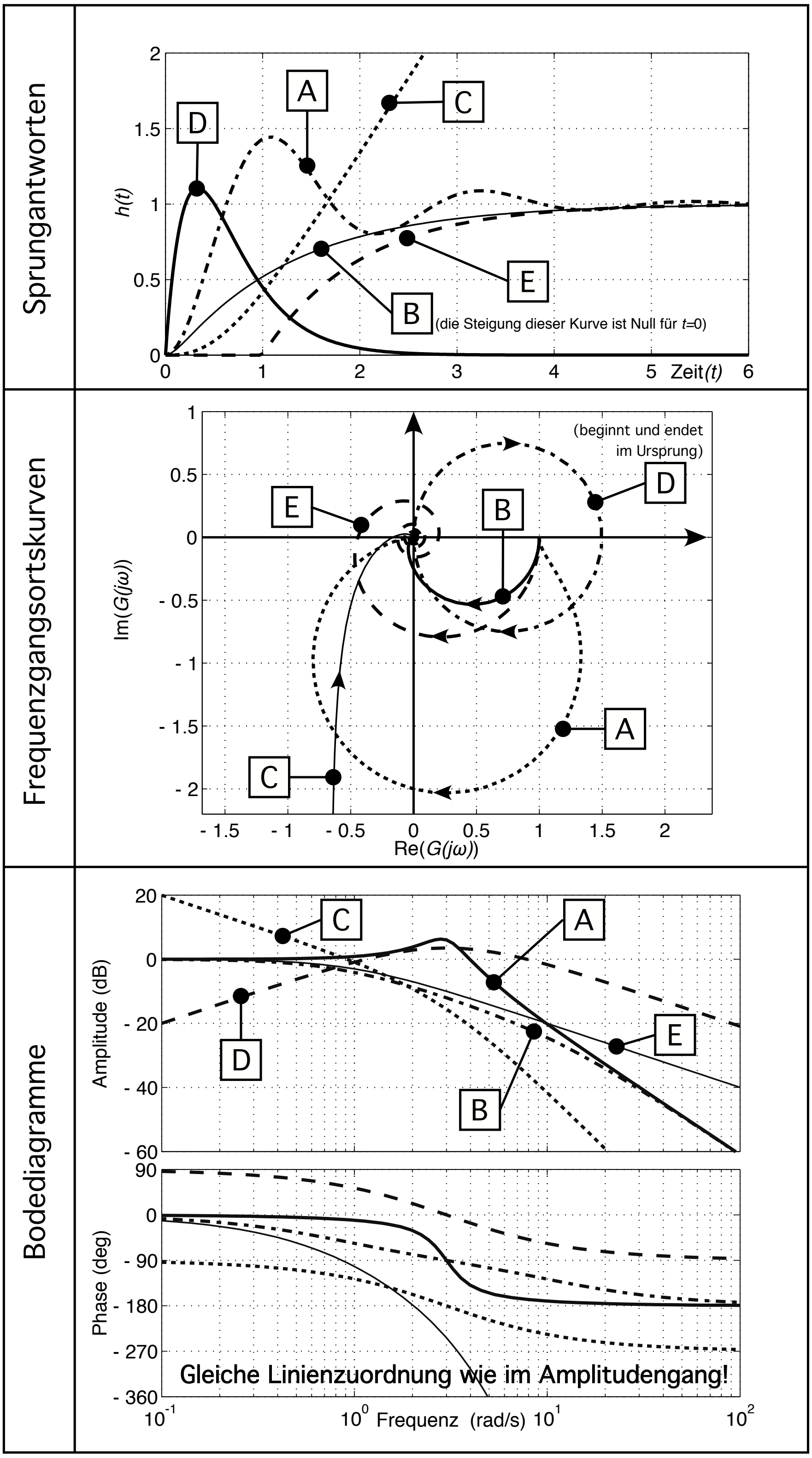
- ☐ Wirkung der Stellgröße auf die Regelgröße.
- ■ Wirkung der Regelgröße auf die Stellgröße.
- ☐ Wirkung der Stellgröße auf die Störgröße.

h) Für ein System 2. Ordnung mit der Dämpfung D gilt:

- ☐ Für $D < 1$ ist das System nicht schwingungsfähig.
- ■ Für $D > 1$ hat das System zwei **verschiedene** reelle Pole.
- ■ Für $D < 1/\sqrt{2}$ zeigt der Amplitudengang eine Resonanzüberhöhung.

$\boxed{\sum 12}$

Aufgabe 2: Dynamische Systeme



5

5

5

Die nachfolgenden Begründungen sind als Beispiele zu verstehen. Andere Begründungen sind ebenfalls möglich.

Begründungen:

A) $\frac{9}{s^2+1{,}5s+9}$:

$\omega_0^2 = 9$, $2D\omega_0 = 1{,}5 \Rightarrow D = 0{,}25 < 1$: Schwach gedämpftes schwingungsfähiges System 2. Ordnung. Schwingungen in Sprungantwort, Resonanzüberhöhung Amplitudengang, Ortskurve von 0 bis -180° mit Zeigerlängen >1.

B) $\frac{9}{s^2+12s+9}$:
$\omega_0^2 = 9$, $2D\omega_0 = 12 \Rightarrow D = 2 > 1$: Nicht schwingungsfähiges System 2. Ordnung. Schwingungsfreier Anstieg von 0 bei $T = 0$ auf den asymptotischen Endwert 1. Amplitudengang von 0dB/Dek. auf -40dB/Dek. ohne Resonanzüberhöhung. Ortskurve von 0 bis -180° mit kleinerer Zeigerlänge als A.

C) $\frac{9}{s(s^2+6s+9)}$:
System mit I-Verhalten (Faktor s im Nenner). Sprungantwort strebt für $t \to \infty$ gegen ∞. Amplitudengang beginnt mit negativer Steigung (-20dB/Dek.), bzw. negativer Phase (-90°). Ortskurve beginnt im Unendlichen mit -90° und endet im Ursprung mit -270°.

D) $\frac{9s}{s^2+6s+9}$:
System mit D-Verhalten (Faktor s im Zähler). Sprungantwort klingt für $t \to \infty$ auf Null ab. Amplitudengang beginnt mit positiver Steigung (20dB/Dek.), bzw. positiver Phase (+90°). Ortskurve beginnt im Usprung mit +90° und endet im Ursprung mit -90°.

E) $\frac{1}{s+1} \cdot e^{-s}$:
System erster Ordnung mit einer Totzeit von 1 sec. Sprungantwort beginnt erst bei $t = 1$. Phasengang strebt für $t \to \infty$ gegen ∞. Ortskurve zeigt aufgrund der der starken Phasenverschiebung den typischen spiralförmigen Verlauf. $\boxed{\sum 15}$

Aufgabe 3: Laplace-Transformation und Stabilität

Gegeben ist ein Standardregelkreis, bestehend aus einem Regler und einer Regelstrecke. Die Regelstrecke mit dem Eingang u und dem Ausgang y wird näherungsweise durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{y}(t) - 4\,y(t) = \dot{u}(t) + u(t)$$

a) Wie lautet die Übertragungsfunktion der Strecke im Bildbereich? Wie lauten die Nullstellen und Pole?

$$\ddot{y}(t) - 4\,y(t) = \dot{u}(t) + u(t)$$

$$\circ\!\!-\!\!\bullet$$

$$\begin{aligned} s^2\,Y(s) - 4\,Y(s) &= s\,U(s) + U(s) \\ (s^2 - 4)\,Y(s) &= (s+1)\,U(s) \\ G_S = \frac{Y(s)}{U(s)} &= \frac{s+1}{s^2-4} \end{aligned}$$ $\boxed{1}$

Die Pole und Nullstellen lauten:

$$n_1 = -1 \quad p_1 = -2 \quad p_2 = 2$$ $\boxed{2}$

b) Das Verhalten des geschlossenen Regelkreises mit dem Regler

$$G_{R1} = K$$

soll untersucht werden. Wie nennt man diesen Reglertyp? Für welche Werte der Verstärkung K ist der geschlossene Regelkreis unter Verwendung von G_{R1} stabil?

Der gewählte Regler ist ein P-Regler $\boxed{1}$

$$G_0 = G_{R1} \cdot G_S = \frac{K\,(s+1)}{s^2-4} = \frac{Z_0}{N_0}$$

$$G_W = \frac{Z_0}{Z_0 + N_0} = \frac{K\,(s+1)}{K\,(s+1) + s^2 - 4}$$

Charakteristische Gleichung:

$$\begin{aligned} &Ks + K + s^2 - 4 = 0 \\ &s^2 + Ks + K - 4 = 0 \end{aligned}$$

Anwendung des Hurwitz-Kriteriums:

$$\begin{aligned} c_2 :&\quad 1 > 0 \quad \text{ok!} \\ c_1 :&\quad K > 0 \\ c_0 :&\quad K - 4 > 0 \quad \Rrightarrow K > 4 \end{aligned}$$

Der Regelkreis ist für alle $K > 4$ stabil. $\boxed{3}$

c) Das System soll durch einen Sprung angeregt werden. Tritt bei Verwendung von G_{R1} eine bleibende Regelabweichung auf?

Hinweis: Belegen sie ihre Lösung wahlweise durch eine kurze Begründung **oder** durch eine Berechnung.

- Lösung 1: Es muss eine bleibende Regelabweichung verbleiben, da kein I-Anteil im offenen Regelkreis vorhanden ist. Der Endwert der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises muss also $\neq 1$ sein. $\boxed{a4}$
- Lösung 2: Endwert berechnen:

$$\begin{aligned} h(t \to \infty) &= \lim_{s\to 0} s \cdot W(s) \cdot G_W(s) \\ &= \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{K\,(s+1)}{s^2 + Ks + K - 4} \\ &= \frac{K}{K-4} \neq 1! \end{aligned}$$

Endwert der Sprungantwort geht gegen $\frac{K}{K-4} \neq 1!$, d.h. es verbleibt ein Regelfehler! $\boxed{b4}$

d) Alternativ soll folgender Regler genutzt werden:

$$G_{R2} = 2 \cdot \left(1 + \frac{2}{s}\right)$$

Wie nennt man diesen Reglertyp? Berechnen sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises wenn G_{R2} verwendet wird.

Der gewählte Regler ist ein PI-Regler $\boxed{1}$

$$G_{R2} = 2 \cdot \left(1 + \frac{2}{s}\right) = \frac{2\,(s+2)}{s}$$

$$\begin{aligned} G_0 = G_{R2} \cdot G_S &= \frac{2\,(s+2)}{s} \cdot \frac{s+1}{s^2-4} = \frac{2\,\cancel{(s+2)}}{s} \cdot \frac{s+1}{\cancel{(s+2)}\,(s-2)} \\ &= \frac{2\,(s+1)}{s\,(s-2)} = \frac{Z_0}{N_0} \end{aligned}$$

$$G_W = \frac{Z_0}{Z_0 + N_0} = \frac{2\,(s+1)}{2\,(s+1) + s\,(s-2)} = \frac{2\,(s+1)}{s^2+2} \qquad \boxed{2}$$

e) Beschreiben sie die Impulsantwort des geschlossenen Regelkreises unter Verwendung von G_{R2}

Hinweis: Sie können ihre Lösung wahlweise anhand der Übertragungsfunktion begründen **oder** oder im Zeitbereich berechnen.

$$\frac{s}{s+\omega_0^2} \quad \bullet\!\!-\!\!\circ \quad \cos\omega_0\, t$$

$$\frac{\omega_0}{s+\omega_0^2} \quad \bullet\!\!-\!\!\circ \quad \sin\omega_0\, t$$

$$a \cdot \sin\omega_0 + b \cdot \cos\omega_0 = \sqrt{a^2+b^2} \cdot \sin\left(\omega_0\, t + \arctan\frac{b}{a}\right)$$

- Lösung 1: Die Pole des geschlossenen Regelkreises lauten $p_1 = \sqrt{2}\,i$ und $p_2 = -\sqrt{2}\,i$. Die Pole des geschlossenen Regelkreises bilden also ein konj. komplexes Polpaar ohne Realteil, d.h. ohne Dämpfung! Das System muss also auf eine Anregung mit einer ungedämpften Dauerschwingung reagieren. $\boxed{a5}$

- Lösung 2: Berechnen der Impulsantwort im Zeitbereich:

$$G_W(s) = \frac{2\,(s+1)}{s^2+2}$$

$$Y(s) = W(s) \cdot G_W(s) = 1 \cdot \frac{2\,(s+1)}{s^2+2} = \frac{2\,s}{s^2+2} + \frac{2}{s^2+2}$$

Rücktransformationen:

$$\mathcal{L}^{-1}\left(2 \cdot \frac{s}{s^2+2}\right) = 2 \cdot \cos\sqrt{2}t$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{s^2+2}\right) = \sqrt{2} \cdot \sin\sqrt{2}t$$

Für das Zeitsignal $y(t > 0)$ gilt also

$$\begin{aligned} y(t) &= 2 \cdot \cos\sqrt{2}t + \sqrt{2} \cdot \sin\sqrt{2}t \\ &= \sqrt{2+4} \cdot \sin\left(\sqrt{2}t + \arctan\frac{2}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \sqrt{6} \cdot \sin\left(\sqrt{2}t + \arctan\sqrt{2}\right) \end{aligned}$$

Wie aus der Gleichung für $y(t)$ ersichtlich ist, handelt es sich um eine ungedämpfte Dauerschwingung mit einer Phasenverschiebung. $\boxed{b5}$

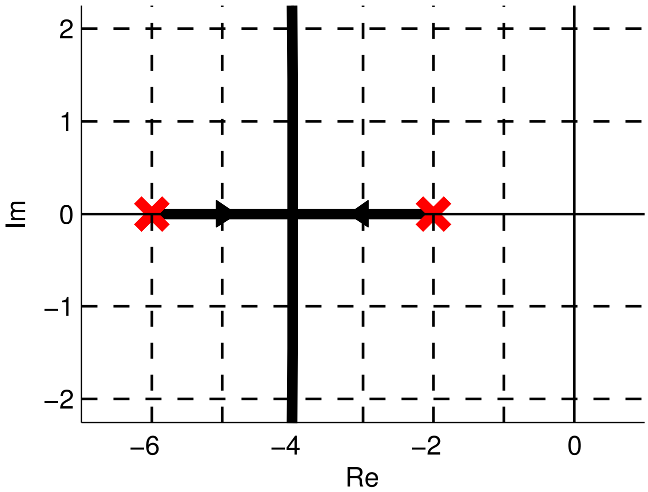
$\boxed{\sum 19}$

Aufgabe 4: Wurzelortskurve

Gegeben ist ein Regelkreis, bestehend aus einem Regler G_R und einer Regelstecke G_S, die Verstärkung des Reglers sei immer positiv. Skizzieren sie jeweils die Wurzelortskurve. Eine ausführliche Berechnung von Verzweigungspunkten oder Asymptoten ist nicht notwendig.

a) Mit

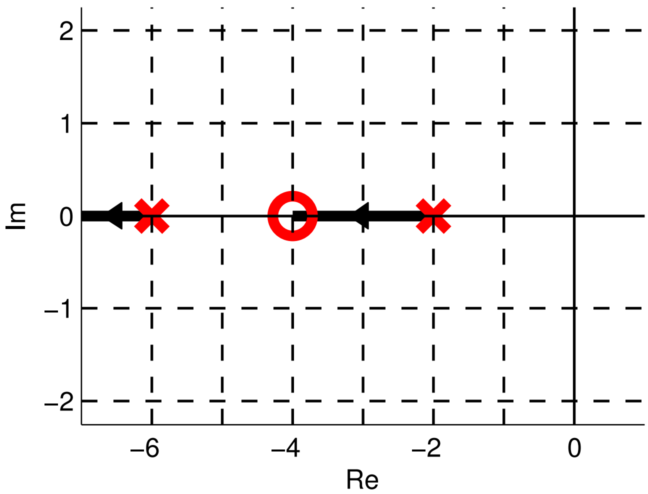
$$G_R(s) = K \quad \text{und} \quad G_S(s) = \frac{1}{(s+2)\,(s+6)}.$$



2

b) Mit

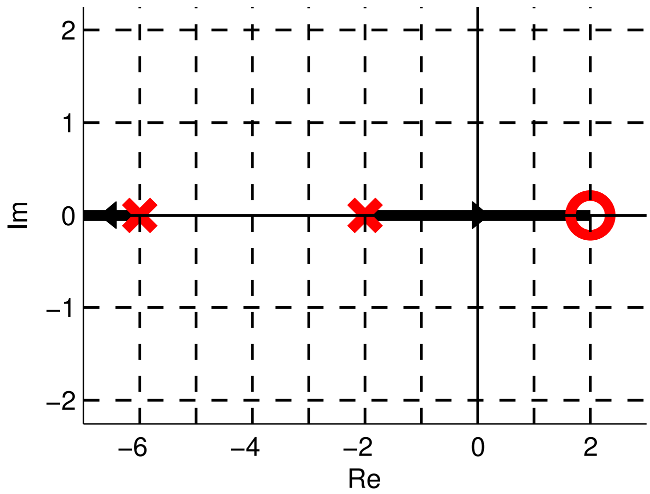
$$G_R(s) = K \quad \text{und} \quad G_S(s) = \frac{(s+4)}{(s+2)\,(s+6)}.$$



2

c) Mit

$$G_R(s) = K \quad \text{und} \quad G_S(s) = \frac{(s-2)}{(s+2)\,(s+6)}.$$



2

d) Woran ist in einer Wurzelortskurve erkennbar, dass ein geschlossener Regelkreis schwingungsfähig ist? Für welche der Fälle a) bis c) trifft das zu? Berechnen sie für jedes oben genannte System, das schwingungsfähig ist, den Wertebereich von K in dem Schwingungungen auftreten können.

Ein geschlossener Regelkreis ist schwingungsfähig, wenn mindestens ein konj. komplexes Polpaar im geschlossenen Regelkreis auftritt bzw. die Äste der WOK die reelle Achse verlassen. Hier trifft das nur auf Fall a) zu.

Lösungswegs 1:

$$G_W = \frac{K}{K + (s+2)\,(s+6)} = \frac{K}{s^2 + 8s + 12 + K}$$

Die Pole des geschlossenen Regelkreises liegen bei:

$$\begin{aligned} p_{1,2} &= -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 12 - K} \\ &= -4 \pm \sqrt{4 - K} \end{aligned}$$

Ein konj. komplexes Polpaar tritt auf, wenn die Pole einen Imaginärteil aufweisen, d.h. für $K > 4$ treten konj. komplexe Pole auf.

$a4$

Lösungsweg 2: Ein PT_2-System ist schwingungsfähig, wenn die Dämpfung kleiner als 1 ist:

$$G_W = \frac{K}{K + (s+2)\,(s+6)} = \frac{K}{s^2 + 8s + 12 + K} = \frac{K\,\omega_0^2}{s^2 + 2\,D\,\omega_0 + \omega_0^2}$$

$$2\,D\,\omega_0 = 8 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{4}{D}$$

$$\omega_0^2 = 12 + K \quad \Rightarrow \quad 12 + K = \frac{16}{D^2} \qquad \Rightarrow \quad D^2 = \frac{16}{12 + K}$$

$$D = \sqrt{\frac{16}{12 + K}} < 1 \text{ für } K > 4$$

Die Dämpfung D ist kleiner als Eins für $K > 4$.

e) Woran ist in einer Wurzelortskurve erkennbar, dass ein geschlossener Regelkreis stabil ist? Für welche der Fälle a) bis c) trifft das zu? Berechnen sie für jedes oben genannte System, das nicht immer stabil ist, den Wertebereich von K in dem es instabil ist.

Ein System ist instabil, wenn der geschlossene Regelkreis instabile Pole (Pole in der rechten Halbebene) besitzt. In der WOK ist das daran zu erkennen, wenn wenigstens ein Teil eines Astes der WOK in der rechten Halbebene liegt. Trifft hier nur auf Fall c) zu.

$$G_W(s) = \frac{K\,(s-2)}{K\,(s-2)+(s+2)\,(s+6)} = \frac{K\,(s-2)}{s^2+(8+K)\,s+12-2\,K}$$

Anwendung des Hurwitz-Kriteriums:

$$\begin{aligned} c_2 &: \quad 1>0 \quad \text{ok!} \\ c_1 &: \quad 8+K>0 \quad \Rightarrow \quad K>-8 \\ c_0 &: \quad 12-2\,K>0 \quad \Rightarrow \quad K<6 \end{aligned}$$

Der geschlossene Regelkreis ist für $-8<K<6$ stabil. $\boxed{4}$

$\boxed{\sum 14}$

Aufgabe 5: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Die Hauptidee eines Entkopplungsregler ist es, den Einfluss der

- ☐ zugeordneten Stellgröße auf die zugeordnete Regelgröße zu eliminieren.
- ☐ zugeordneten Störung auf die zugeordnete Regelgröße zu eliminieren.
- ■ anderen Stellgrößen auf die zugeordnete Regelgröße zu eliminieren.

b) Welche Aussagen zur Kaskadenregelung sind zutreffend?

- ☐ Eine Kaskadenregelung besteht aus der Parallelschaltung mehrerer unabhängiger Regelkreise.
- ■ Alle Entwurfsmethoden für Standardregelkreise können auch für die Kaskadenregelung verwendet werden.
- ■ Nur der äußerste Regelkreis sollte eine bleibende Regelabweichugn vermeiden, innere Regelkreise müssen dieses Ziel nicht erfüllen.

c) Das Ziel einer Störgrößenaufschaltung ist es

- ☐ den Einfluss anderen Stellgrößen auf die jeweilige Regelgröße zu eliminieren.
- ☐ eine nicht messbare Störung durch ein inneres Model zu kompensieren.
- ■ eine messbare Störung durch eine Art Vorsteuerung zu kompensieren.

d) Das Gleichgewichtstheorem von Bode ...

- ☐ besagt, dass der Gegenkopplungsbereich nicht über alle für die Regelung relevanten Frequenzen ausgedehnt werden kann.
- ■ beschreibt den Wasserbett-Effekt.
- ■ besagt, dass eine bessere Störunterdrückung im Gegenkopplungsbereich zwangsläufig zu einer Störverstärkung im Mitkopplungsbereich führt.

e) In welchem Bereich ist die Regelung wirksam?

- ☐ Unempfindlichkeitsbereich
- ☐ Mitkopplungsbereich
- ■ Gegenkopplungsbereich

f) Die Empfindlichkeitsfunktion beschreibt...

- ☐ den Einfluss des Reglers auf die Strecke
- ■ wie stark sich eine Änderung der Strecke auf den geschlossenen Regelkreis auswirkt.
- ☐ wie stark sich eine Änderung der Strecke auf den offenen Regelkreis auswirkt.

g) Die Zustandsebene ...

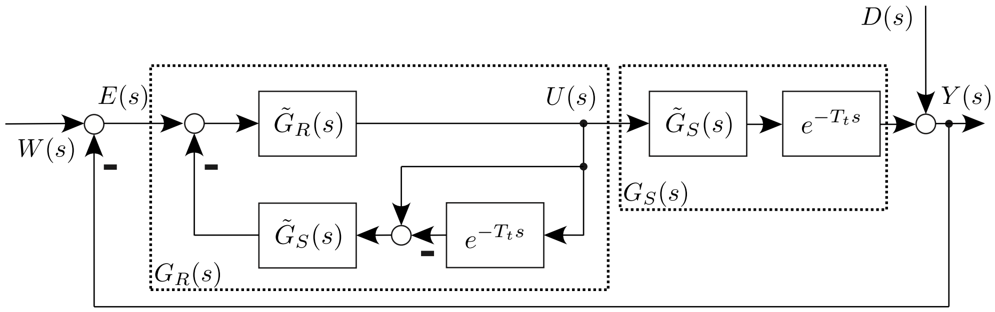
- [ ] ...ist nur für lineare Systeme relevant.
- [x] ...ist für den Entwurf zeitoptimaler Regelungen geeignet.
- [x] ...eignet sich für die Analyse und Reglersynthese bei nichtlinearen Systemen 2. Ordnung.

h) Die Zustandsebene ...

- [x] ermöglicht die Analyse der Zustandstrajektoren.
- [ ] kann nur verwendet werden, wenn die Zustände Weg und Geschwindigkeit eines Systems entsprechen.
- [x] stellt einen zweidimensionalen Zustandsraum grafisch dar.

Aufgabe 6: Smith-Prädiktor

a) Blockschaltbild:



5

b) Die Störübertragungsfunktion des Standardregelkreises lautet:

$$G_D = \frac{1}{1 + G_R G_S}$$ 2

Mit gegebenem G_R und $G_S = \tilde{G}_S \cdot e^{-T_t s}$:

$$G_D = \frac{1}{1 + \frac{\tilde{G}_R \tilde{G}_S \cdot e^{-T_t s}}{1 + \tilde{G}_R \tilde{G}_S (1 - e^{-T_t s})}} = \frac{1 + \tilde{G}_R \tilde{G}_S (1 - e^{-T_t s})}{1 + \tilde{G}_R \tilde{G}_S (1 \cancel{- e^{-T_t s}}) + \cancel{\tilde{G}_R \tilde{G}_S \cdot e^{-T_t s}}}$$

$$\Leftrightarrow G_D = \frac{1 + \tilde{G}_R \tilde{G}_S (1 - e^{-T_t s})}{1 + \tilde{G}_R \tilde{G}_S} = \cancelto{1}{\frac{1 + \tilde{G}_R \tilde{G}_S}{1 + \tilde{G}_R \tilde{G}_S}} - \frac{\tilde{G}_R \tilde{G}_S \cdot e^{-T_t s}}{1 + \tilde{G}_R \tilde{G}_S}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{G_D = 1 - \frac{\tilde{G}_R \tilde{G}_S}{1 + \tilde{G}_R \tilde{G}_S} \cdot e^{-T_t s}}$$ 4

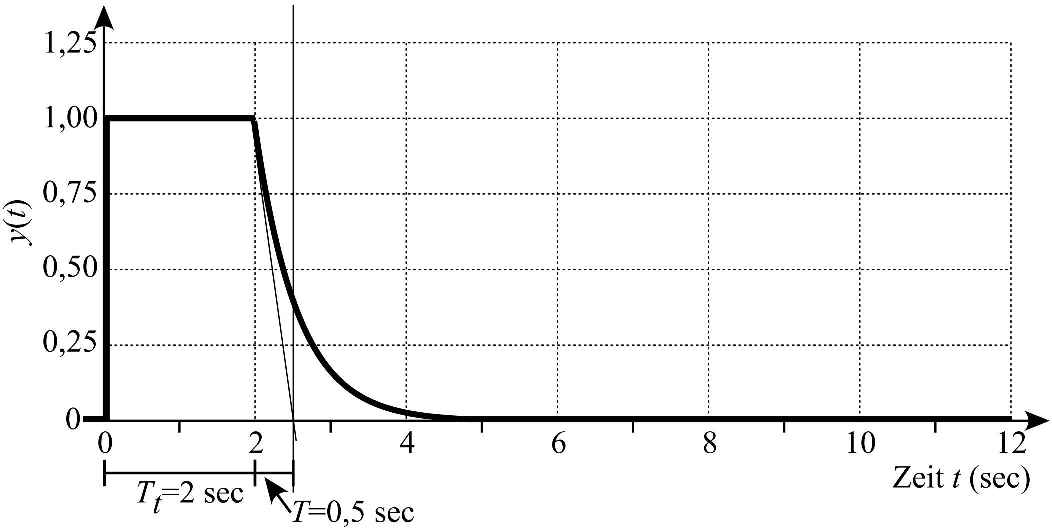
c) Mit gegebenem Regler und gegebener Regelstrecke und Kürzen des Streckenpols mit Hilfe von T_n ergibt sich:

$$G_D = 1 - \frac{\frac{K_R(s + \frac{1}{T_n})}{s(s+0{,}2)}}{1 + \frac{K_R(s + \frac{1}{T_n})}{s(s+0{,}2)}} \cdot e^{-2s} \text{ mit } \boxed{T_n = 5} \Rightarrow G_D = 1 - \frac{K_R}{s + K_R} \cdot e^{-2s}$$ 2

Das gewünschte Störverhalten $G_D = 1 - \frac{2}{s+2} \cdot e^{-2s}$ ergibt sich also mit $\boxed{K_R = 2}$. 1

d) Die Antwort des Regelkreises auf einen Störsprung $d(t) = \sigma(t)$ ist nachfolgend dargestellt. Aufgrund der 1 in G_D ist die Sprungantwort zunächst auch ein Sprung, von dem aber nach Ablauf der Totzeit $T_t = 2\,sec$ die Sprungantwort eines PT1-Gliedes mit Zeitkonstante $T = 1/2\,sec = 0{,}5\,sec$ und Verstärkung 1 abgezogen wird. Dadurch klingt die Störung schließlich asymptotisch auf Null ab.

Durch Einzeichnen der Anfangstangente an den asymptotischen Verlauf, kann die Sprungantwort etwas genauer gezeichnet werden.



3

$\sum$ 17

Aufgabe 7: Mehrgrößenregelung

a) Reglerübertragungsmatrix abgelesen aus Blockschaltbild:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ R_{21} & K_2 & R_{23} \\ 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$ $\boxed{3}$

Streckenübertragungsmatrix abgelesen aus Blockschaltbild:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{5}{s} & 0 & 0 \\ \frac{1}{(s+1)^3} e^{-2s} & \frac{2}{(s+1)^2} e^{-2s} & \frac{1}{s+2} \\ 0 & 0 & \frac{4}{s^2+2s+6} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$ $\boxed{3}$

b) Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises:

$$\mathbf{G_0} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \frac{5K_1}{s} & 0 & 0 \\ \underbrace{\frac{K_1}{(s+1)^3} e^{-2s} + \frac{2R_{21}}{(s+1)^2} e^{-2s}}_{=0 \text{ (Bedingung 1)}} & \frac{2K_2}{(s+1)^2} e^{-2s} & \underbrace{\frac{2R_{23}}{(s+1)^2} e^{-2s} + \frac{K_3}{s+2}}_{=0 \text{ (Bedingung 2)}} \\ 0 & 0 & \frac{4K_3}{s^2+2s+6} \end{bmatrix}$$ $\boxed{3}$

c) Entkopplungsbedingungen:

Bedingung 1: $R_{21} = -K_1 \frac{\cancel{(s+1)^2}}{2(s+1)^{\cancel{3}\,1}} \cdot \frac{\cancel{e^{-2s}}}{\cancel{e^{-2s}}} \Rightarrow \boxed{R_{21} = \frac{-K_1}{2(s+1)}}$ $\boxed{1}$

Bedingung 2: $\boxed{R_{23} = \frac{-K_3(s+1)^2}{2(s+2)} \cdot e^{2s}}$ $\boxed{1}$

d) Realisierbarkeit:

R_{21} ist ist realisierbar, weil die Ordnung des Nennerpolynoms ($n = 1$) größer als die Ordnung des Zählerpolynoms ($m = 0$) ist. $\boxed{1}$

R_{23} ist aus 2 Gründen nicht realisierbar: Erstens ist die Nennerordnung ($n = 1$) kleiner als die Zählerordnung ($m = 2$) und zweitens ergibt sich ein Totzeitglied mit **positiver** Totzeit (Messungen aus der Zukunft werden benötigt). $\boxed{2}$

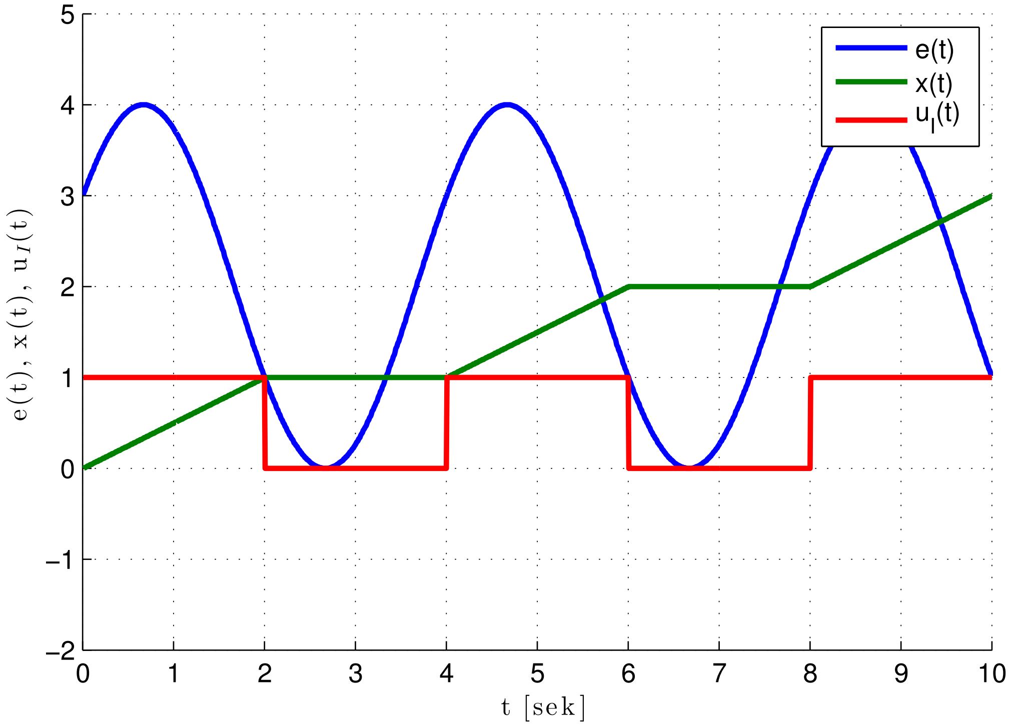
Um das Entkopplungsglied R_{23} näherungsweise realisieren zu können, muss die Totzeit entfallen und mindestens ein schneller Pol ergänzt werden, damit $n \geq m$ wird:

$\boxed{R_{23\text{real}} = \frac{-K_3(s+1)^2}{2(s+2)(1+Ts)}}$ mit $T \to 0$ $\boxed{2}$

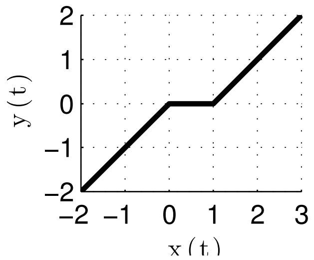
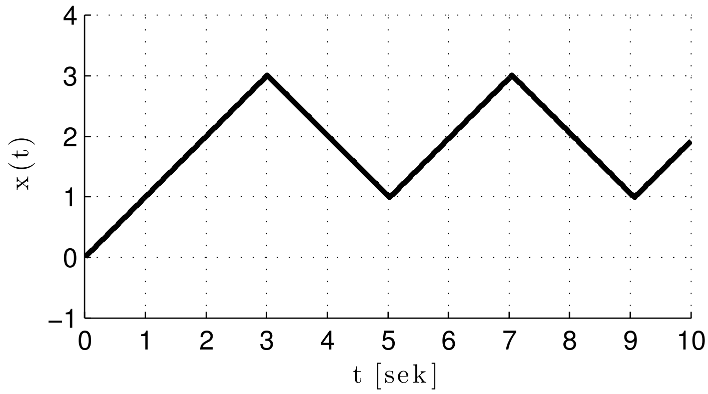
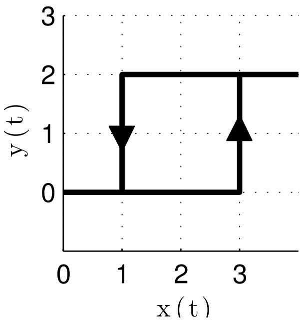
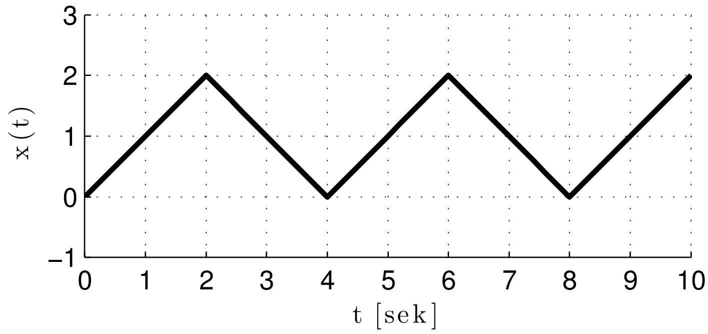
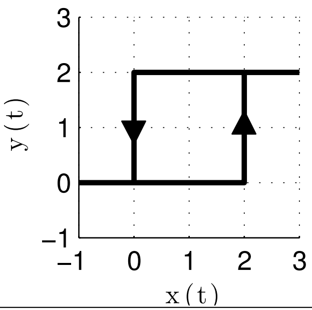
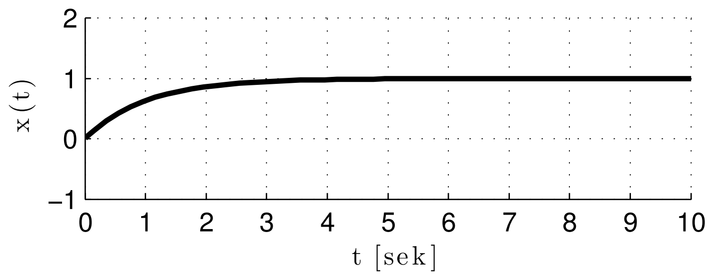
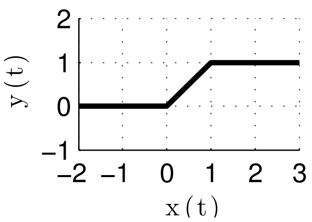
$\boxed{\sum 16}$

Aufgabe 8: Nichtlinearer Regelkreis

a) Es ergibt sich folgender Zeitverlauf:



b) Ordnen sie die Nichtlinearen Übertragungsfunktionen den jeweiligen Zeitverläufen zu

D 	A 
A 	B 
B 	C 
C 	D