Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 2 (MRT2)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

12. Oktober 2005

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	13	22	20	15	30	100
Note:	Ist:						

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Es kann mehr als eine Antwort richtig sein!
Eine falsches Antwort innerhalb einer Frage hebt eine richtige auf, es können aber nicht weniger als Null Punkte pro Aufgabe erzielt werden.

a) Wie lautet die **ideale** Vorsteuerung für die Strecke $G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} \cdot e^{-2s}$?

- ☐ $(s+1)^2$
- ☐ $(s+1)^2 \cdot e^{2s}$
- ☐ $(s+1)^2 \cdot e^{-2s}$

b) Wie lautet eine **realisierbare** Vorsteuerung für $G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} \cdot e^{-2s}$, wenn der zukünftige Verlauf der Führungsgröße unbekannt ist?

- ☐ $(s+1)^2$
- ☐ $\frac{(s+1)^2}{(1+Ts)^2} \cdot e^{2s}$
- ☐ $\left(\frac{s+1}{1+Ts}\right)^2$

c) Was ist der Gegenkopplungsbereich einer Regelung?

- ☐ Frequenzbereich in dem sich das Regelergebnis verschlechtert.
- ☐ In diesem Frequenzbereich ist die Regelung ohne Wirkung.
- ☐ Frequenzbereich in dem die Reglung wie gewünscht funktioniert.

d) Was sind Eigenschaften einer Vorsteuerung?

- ☐ Die Vorsteuerung reduziert den Störgrößeneinfluss.
- ☐ Bei Änderung der Führungsgröße muss die Regelung idealerweise überhaupt nicht aktiv werden.
- ☐ Der Ausgang der Vorsteuerung wird mit dem Reglerausgang multipliziert und auf die Strecke gegeben.

e) Welche Aussagen treffen für das System $G(s) = e^{-5s}$ zu?

- ☐ Das System ist linear.
- ☐ Das System ist nichtlinear.
- ☐ Das System ist zeitvariant.

f) Was sind Eigenschaften der Zustandsraumdarstellung?

- ☐ Beschreibung eines Systems als Gleichungssystem von Differenzialgleichungen 1. Ordnung.
- ☐ Es gibt für jede Differenzialgleichung höherer Ordnung nur **eine eindeutige** Möglichkeit sie in Zustandsform zu schreiben.
- ☐ Der Zustandsraum kann nur für Differenzengleichungen (zeitdiskrete Systeme) verwendet werden.

g) Hat ein Zustandsregler folgende Eigenschaften?

- ☐ Können nicht alle Zustände direkt gemessen werden, ist ein Zustandsbeobachter notwendig.
- ☐ Ein Zustandsregler hat grundsätzlich PI-Verhalten.
- ☐ Ist das zu regelnde System steuerbar, können die Pole des geregelten Systems prinzipiell beliebig vorgegeben werden.

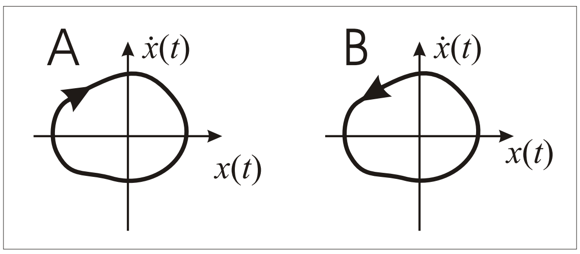
h) Welches sind Eigenschaften von nichtlinearen Systemen?

- ☐ Die Stabilität kann vom Eingangssignal abhängen.
- ☐ Das System wird vollständig durch einen Frequenzgang (Amplituden- und Phasengang) beschrieben.
- ☐ Die Reihenfolge von Blöcken im Blockschaltbild darf im Allgemeinen nicht verändert werden.

i) Was ist ein optimaler Zustandsregler?

- ☐ Der bestmögliche Zustandsregler für ein gegebenes System.
- ☐ Der bestmögliche Zustandsregler für ein gegebenes System bezüglich bestimmter Anforderungen, z.B. an die Regelgüte und die Stellgröße.
- ☐ Minimiert ein vorgegebenes Gütefunktional.

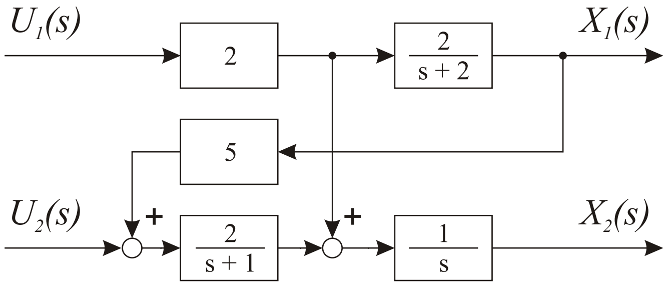
j) In unten abgebildeten Zustandsdiagrammen ist die Ableitung $\dot{x}(t)$ über $x(t)$ dargestellt. Welche der Aussagen über die dargestellen zwei Trajektorien ist gültig?



- ☐ Beide Trajektoren sind physikalisch möglich.
- ☐ Nur Trajektorie A ist physikalisch sinnvoll.
- ☐ Nur Trajektorie B ist physikalisch sinnvoll.

Aufgabe 2: Zweigrößenregelung

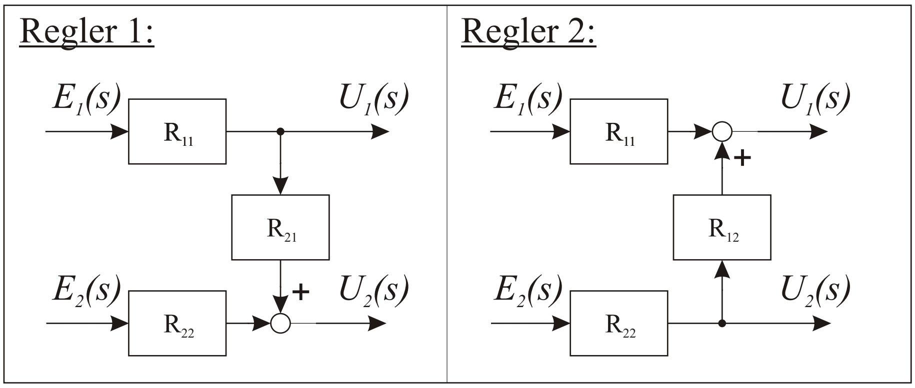
Gegeben ist das unten abgebildete System mit 2 Eingängen $U_1(s)$, $U_2(s)$ und 2 Ausgängen (Regelgrößen) $X_1(s)$, $X_2(s)$.



a) Ermitteln Sie die 4 Übertragungsfunktionen $S_{ij}(s)$ der Übertragungsmatrix der Strecke $\mathbf{S}(s)$:

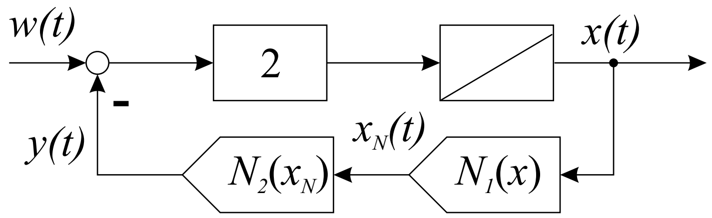
$$\mathbf{X}(s) = \mathbf{S}(s) \cdot \mathbf{U}(s) \Rightarrow \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

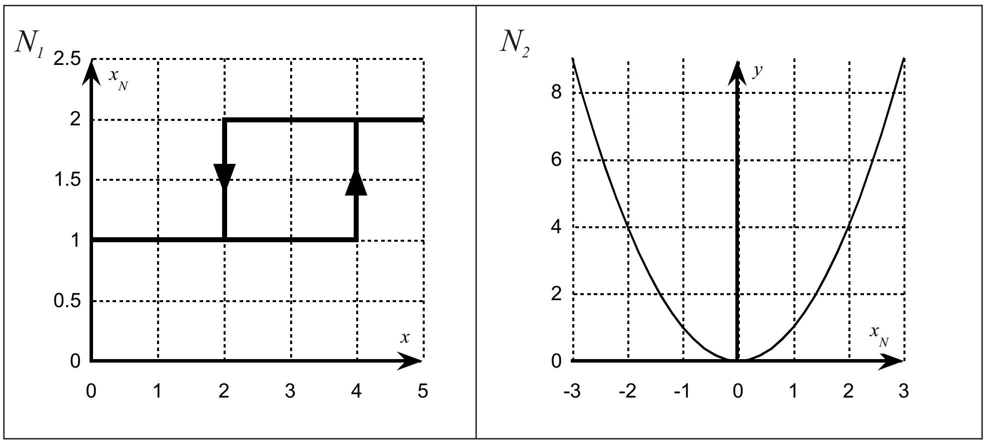
b) Wählen Sie aus den unten dargestellten Reglerstrukturen die geeignete aus (Begründung !) und ermitteln Sie die Reglermatrix $\mathbf{R}(s)$: $\mathbf{U}(s) = \mathbf{R}(s) \cdot \mathbf{E}(s)$.

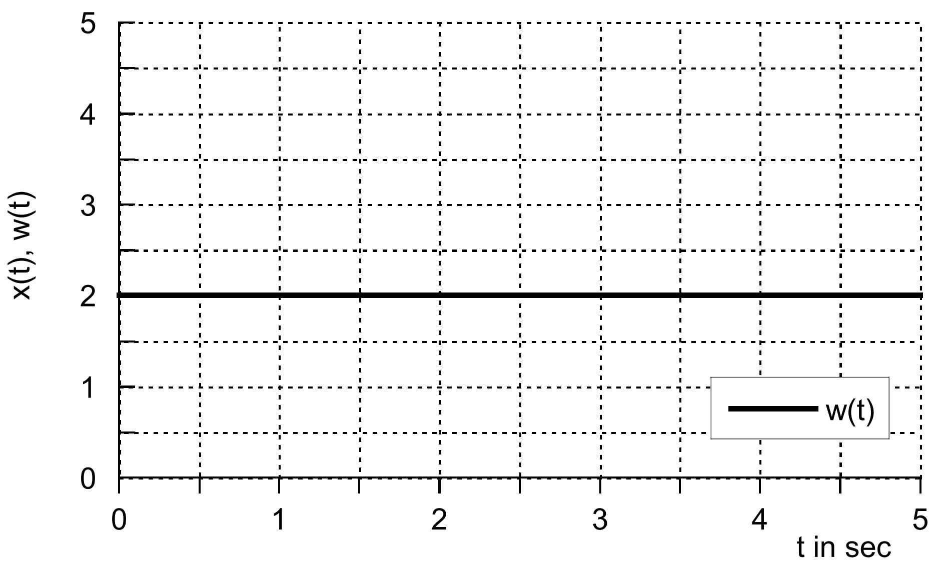


Aufgabe 3: Nichtlinearer Regelkreis

Bestimmen Sie den Ausgang $x(t)$ des abgebildeten nichtlinearen Regelkreises für den gegebenen Verlauf der Führungsgröße $w(t)$. Die **Anfangsbedingung** des Integrators beträgt $x(t=0)=0$.

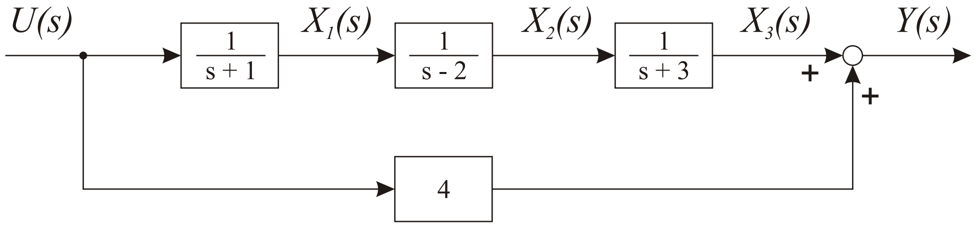






Aufgabe 4: Zustandsebene

Gegeben ist das folgende Blockschaltbild einer Regelstrecke im Bildbereich.



a) Stellen Sie die Zustandsgleichungen im Zeitbereich auf. Ermitteln Sie $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}^T$ und d.

b) Ermitteln Sie die Pole des Systems. Ist das System stabil?

Aufgabe 5: Zustandsbeobachter

Gegeben ist die folgende Regelstrecke in Zustandsform.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} u(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}^T} \mathbf{x}(t)$$

a) Überprüfen Sie die Beobachtbarkeit des Systems.

b) Entwerfen Sie einen Beobachter vollständiger Ordnung. Wie lauten die Gleichungen des Beobachters, wenn seine Eigenwerte (Pole) bei $s = -2$ liegen?

Lösungen Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 2 (MRT2)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

12. Oktober 2005

Aufgabe 1: **Verständnisfragen**

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Es kann mehr als eine Antwort richtig sein!
Eine falsches Antwort innerhalb einer Frage hebt eine richtige auf, es können aber nicht weniger als Null Punkte pro Aufgabe erzielt werden.

a) Wie lautet die **ideale** Vorsteuerung für die Strecke $G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} \cdot e^{-2s}$?

☐ $(s+1)^2$
■ $(s+1)^2 \cdot e^{2s}$ 1
☐ $(s+1)^2 \cdot e^{-2s}$

b) Wie lautet eine **realisierbare** Vorsteuerung für $G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} \cdot e^{-2s}$, wenn der zukünftige Verlauf der Führungsgröße unbekannt ist?

☐ $(s+1)^2$
☐ $\frac{(s+1)^2}{(1+Ts)^2} \cdot e^{2s}$
■ $\left(\frac{s+1}{1+Ts}\right)^2$ 1

c) Was ist der Gegenkopplungsbereich einer Regelung?

☐ Frequenzbereich in dem sich das Regelergebnis verschlechtert.
☐ In diesem Frequenzbereich ist die Regelung ohne Wirkung.
■ Frequenzbereich in dem die Reglung wie gewünscht funktioniert. 1

d) Was sind Eigenschaften einer Vorsteuerung?

☐ Die Vorsteuerung reduziert den Störgrößeneinfluss.
■ Bei Änderung der Führungsgröße muss die Regelung idealerweise überhaupt nicht aktiv werden. 1
☐ Der Ausgang der Vorsteuerung wird mit dem Reglerausgang multipliziert und auf die Strecke gegeben.

e) Welche Aussagen treffen für das System $G(s) = e^{-5s}$ zu?

- [x] Das System ist linear. $\boxed{1}$
- [ ] Das System ist nichtlinear.
- [ ] Das System ist zeitvariant.

f) Was sind Eigenschaften der Zustandsraumdarstellung?

- [x] Beschreibung eines Systems als Gleichungssystem von Differenzialgleichungen 1. Ordnung. $\boxed{1}$
- [ ] Es gibt für jede Differenzialgleichung höherer Ordnung nur **eine eindeutige** Möglichkeit sie in Zustandsform zu schreiben.
- [ ] Der Zustandsraum kann nur für Differenzengleichungen (zeitdiskrete Systeme) verwendet werden.

g) Hat ein Zustandsregler folgende Eigenschaften?

- [x] Können nicht alle Zustände direkt gemessen werden, ist ein Zustandsbeobachter notwendig. $\boxed{1}$
- [ ] Ein Zustandsregler hat grundsätzlich PI-Verhalten.
- [x] Ist das zu regelnde System steuerbar, können die Pole des geregelten Systems prinzipiell beliebig vorgegeben werden. $\boxed{1}$

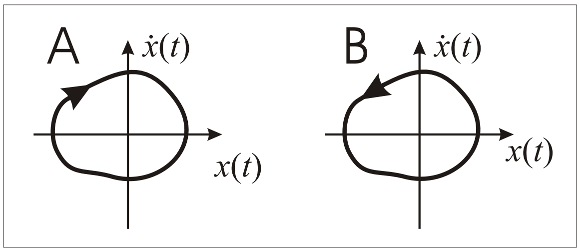
h) Welches sind Eigenschaften von nichtlinearen Systemen?

- [x] Die Stabilität kann vom Eingangssignal abhängen. $\boxed{1}$
- [ ] Das System wird vollständig durch einen Frequenzgang (Amplituden- und Phasengang) beschrieben.
- [x] Die Reihenfolge von Blöcken im Blockschaltbild darf im Allgemeinen nicht verändert werden. $\boxed{1}$

i) Was ist ein optimaler Zustandsregler?

- [ ] Der bestmögliche Zustandsregler für ein gegebenes System.
- [x] Der bestmögliche Zustandsregler für ein gegebenes System bezüglich bestimmter Anforderungen, z.B. an die Regelgüte und die Stellgröße. $\boxed{1}$
- [x] Minimiert ein vorgegebenes Gütefunktional. $\boxed{1}$

j) In unten abgebildeten Zustandsdiagrammen ist die Ableitung $\dot{x}(t)$ über $x(t)$ dargestellt. Welche der Aussagen über die dargestellen zwei Trajektorien ist gültig?



- [ ] Beide Trajektoren sind physikalisch möglich.
- [x] Nur Trajektorie A ist physikalisch sinnvoll. 1
- [ ] Nur Trajektorie B ist physikalisch sinnvoll.

$\sum$ 13

Aufgabe 2: Zweigrößenregelung

a) Aus dem Blockschaltbild ließt man ab:

$$X_1 = \frac{4}{s+2} \cdot U_1(s)$$

$$X_2 = \left((U_2 + 5X_1) \frac{2}{s+1} + 2U_1 \right) \frac{1}{s} = \left(\left(U_2 + 5 \left(\frac{4}{s+1} U_1(s) \right) \right) \frac{2}{s+1} + 2U_1 \right) \frac{1}{s} \quad \boxed{6}$$

$$\Leftrightarrow X_2 = \frac{2(s^2+3s+22)}{s(s+1)(s+2)} \cdot U_1 + \frac{2}{s(s+1)} \cdot U_2$$

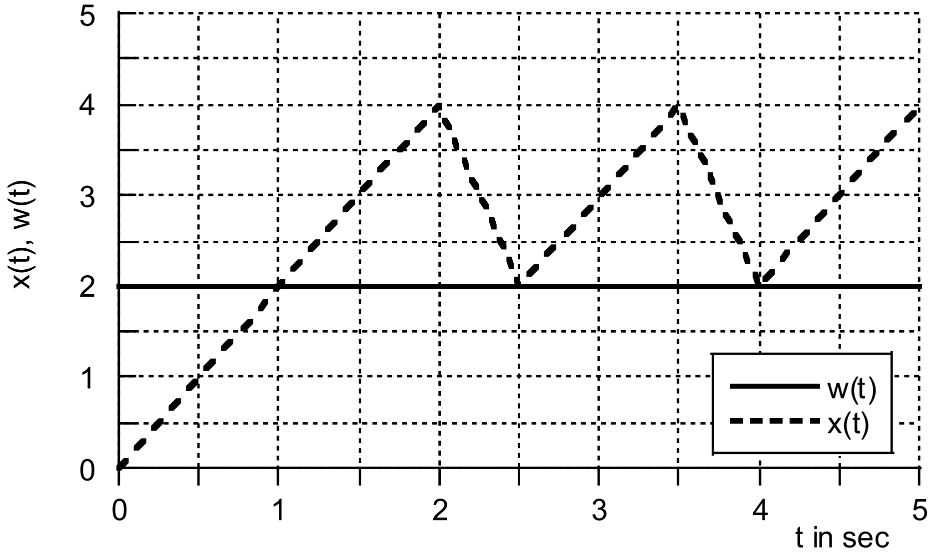
$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{X}(s) = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{4}{s+2} & 0 \\ \frac{2(s^2+3s+22)}{s(s+1)(s+2)} & \frac{2}{s(s+1)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}(s)} \cdot \mathbf{U}(s)} \quad \boxed{6}$$

b) Die Strecke koppelt die Eingangsgröße U_1 mit der Regelgröße X_2. Zur Entkopplung wird deshalb ein Regler mit der gleichen Kopplungsstruktur benötigt. Es muss also Regler 1 verwendet werden, denn er koppelt den Regelfehler E_1 mit der Stellgröße U_2. Die Reglermatrix lautet: $\boxed{4}$

$$\mathbf{R}(s) = \begin{bmatrix} R_{11}(s) & 0 \\ R_{11}(s) \cdot R_{21}(s) & R_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \mathbf{E}(s) \quad \boxed{6}$$

$\boxed{\sum 22}$

Aufgabe 3: Nichtlinearer Regelkreis



Der Ausgang des nichtlinearen Gliedes N_1 in der Rückführung beträgt 1 oder 2. Da diese Werte im nichtlinearen Glied N_2 quadriert werden, ergibt sich eine Differenz mit $w(t)$ von 1 ($w(t) - y(t) = 2 - 1 = 1$) oder -2 ($w(t) - y(t) = 2 - 4 = -2$). Nach der Multiplikation mit 2 beträgt das Eingangssignal am Integrator 2 oder -4. Somit setzt sich das Ausgangssignal $x(t)$ aus Geradenstücken mit diesen Steigungen zusammen. Die Umschaltung zwischen diesen Geradenstücken findet bei $x(t) = 2$ und $x(t) = 4$ statt.

$\boxed{5+5}$ $\boxed{5+5}$

$\boxed{\sum 20}$

Aufgabe 4: Zustandsebene

a) Zustandsgleichungen im Bildbereich:

$$X_1(s) = \frac{1}{s+1}U(s) \quad \Leftrightarrow \quad \underline{sX_1(s) + X_1(s) = U(s)} \qquad \boxed{1}$$

$$X_2(s) = \frac{1}{s-2}X_1(s) \quad \Leftrightarrow \quad \underline{sX_2(s) - 2X_2(s) = X_1(s)} \qquad \boxed{1}$$

$$X_3(s) = \frac{1}{s+3}X_2(s) \quad \Leftrightarrow \quad \underline{sX_3(s) + 3X_3(s) = X_2(s)} \qquad \boxed{1}$$

$$\underline{Y(s) = X_3(s) + 4U(s)} \qquad \boxed{1}$$

Zustandsgleichungen im Zeitbereich:

$$\dot{x}_1(t) = u(t) - x_1(t) \qquad \boxed{1}$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) + 2x_2(t) \qquad \boxed{1}$$

$$\dot{x}_3(t) = x_2(t) - 3x_3(t) \qquad \boxed{1}$$

$$y(t) = x_3(t) + 4u(t) \qquad \boxed{1}$$

$$\boxed{\dot{\mathbf{x}}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} u(t), \quad \mathbf{y}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}^T} \mathbf{x}(t) + \underbrace{4}_{d} u(t)} \qquad \boxed{4}$$

b) Stabilität:

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}] = 0$$

$$\det \begin{bmatrix} s+1 & 0 & 0 \\ -1 & s-2 & 0 \\ 0 & -1 & s+3 \end{bmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \underline{(s+1)(s-2)(s+3) = 0} \qquad \boxed{1}$$

<u>Pole:</u> $s_1 = -1; \quad s_2 = 2; \quad s_3 = -3$ $\boxed{1}$

Das System ist instabil, da der Pol $s_2 = 2$ in der rechten Halbebene liegt. $\boxed{1}$

$\boxed{\sum 15}$

Aufgabe 5: Zustandsbeobachter

a) Zustandsbeobachtbarkeit:

Beobachtbarkeitsmatrix $\mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T \\ \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^T = [0 \;\; 2]$ $\boxed{1}$

$\mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \det[\mathbf{S}_B] = 4 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Rang}[\mathbf{S}_B] = 2 = n$ $\boxed{5}$

Das System ist **vollständig zustandsbeobachtbar**. $\boxed{1}$

b) Zustandsbeobachter vollständiger Ordnung:

$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{y}(t) + \mathbf{H} \cdot \mathbf{u}(t), \qquad \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C} \cdot \hat{\mathbf{x}}(t)$ $\boxed{2}$

$\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{C}, \qquad \mathbf{H} = \mathbf{B}$

hier: $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^T = [0 \;\; 2], \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k} \cdot \mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 2k_1 \\ 0 & 2k_2 \end{bmatrix}$ $\boxed{4}$

$\Rightarrow \quad \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 2-2k_1 \\ -1 & 3-2k_2 \end{bmatrix} \cdot \hat{\mathbf{x}}(t) + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \cdot y(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u(t)$ $\boxed{4}$

Beobachterentwurf:

$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{F}] = \begin{vmatrix} s & -2+2k_1 \\ 1 & s-3+2k_2 \end{vmatrix} = s(s-3+2k_2) - (-2+2k_1) = 0$ $\boxed{4}$

$\Rightarrow \quad s^2 + (2k_2 - 3)s + (2 - 2k_1) = 0$ $\boxed{1}$

Vorgabe: alle Pole bei $s = -2 \quad \Rightarrow \quad (s+2)^2 = s^2 + 4s + 4$ $\boxed{1}$

Koeffizientenvergleich ergibt: $\boxed{\mathbf{k} = \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{7}{2} \end{bmatrix}}$ $\boxed{2}$

Beobachtergleichungen:

$\Rightarrow \quad \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \cdot \hat{\mathbf{x}}(t) + \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{7}{2} \end{bmatrix} \cdot y(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u(t)$ $\boxed{4}$

$\hat{\mathbf{y}}(t) = [0 \;\; 2] \cdot \hat{\mathbf{x}}(t)$ $\boxed{1}$

$\boxed{\sum 30}$