Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

16. August 2014

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	12	24	12	12	12	18	20	10	120
Note:	Ist:									

Aufgabe 1: Verständnisfragen Teil 1 (12 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Woran erkennt man, ob ein System globales I-Verhalten hat?

- ☐ Im Zähler der Übertragungsfunktion lässt sich s ausklammern.
- ☐ Der Amplitudengang strebt für $\omega \to 0$ gegen ∞ dB
- ☐ Bei einer Stellgröße von 0 kann der Ausgang dauerhaft einen Wert $\neq 0$ aufweisen.

b) Was gilt für den Polvorgaberegler?

- ☐ Die Reglerordnung muss mindestens $n + 1$ betragen (n = Streckenordnung).
- ☐ Die Reglerparameter müssen aufwendig durch nichtlineare Optimierung bestimmt werden.
- ☐ Er kann für stabile und instabile Regelstrecken verwendet werden.

c) Was gilt für den Kompensationsregler?

- ☐ Er kann **nicht** bei instabilen Regelstrecken verwendet werden.
- ☐ Für den Entwurf können nur die Pole von G_W vorgegeben werden.
- ☐ Der Kompensationsregler kompensiert lediglich den Störgrößeneinfluss.

d) Welche Aussagen gelten für Systeme mit Totzeit?

- ☐ Sie haben lineares Verhalten.
- ☐ Totzeit verbessert die Stabilität in Regelkreisen, die Regelung ist daher einfacher.
- ☐ Sie gehören zu den phasenminimalen Systemen.

e) Welches sind typische Beispiele für die Verwendung von Steuerungen?

- ☐ Tempomat.
- ☐ Preiswerte Geräte in Anwendungen, bei denen die Einhaltung einer Größe (z.B. Temperatur) nicht mit großer Genauigkeit nötig ist.
- ☐ Straßenbeleuchtung.

f) Was ist ein phasenminimales System?

- ☐ Ein System, bei dem ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Amplituden- und Phasengang besteht.
- ☐ Wenn ein System linear ist, ist es auch phasenminimal.
- ☐ Ein System dessen Phase für alle Frequenzen gleich 0° ist.

g) Welche Aussagen über Steuerungen sind richtig?

- ☐ Es wird kein Messgerät für die Steuergröße benötigt.
- ☐ Zur Steuerung verwendet man üblicherweise die (näherungsweise) Inverse des Streckenmodells.
- ☐ Es kann auch bei stabilem Steuerglied und stabiler Strecke zur Instabilität kommen, wenn die Parameter der Steuerung ungünstig gewählt werden.

h) Welche Aussagen über Regelungen sind richtig

- ☐ Die Regelgröße muss gemessen werden.
- ☐ Eine Regelung kann niemals instabil werden.
- ☐ Eine Regelung reagiert üblicherweise robust auf kleine Änderungen der Regelstrecke.

Aufgabe 2: Dynamische Systeme (24 Punkte)

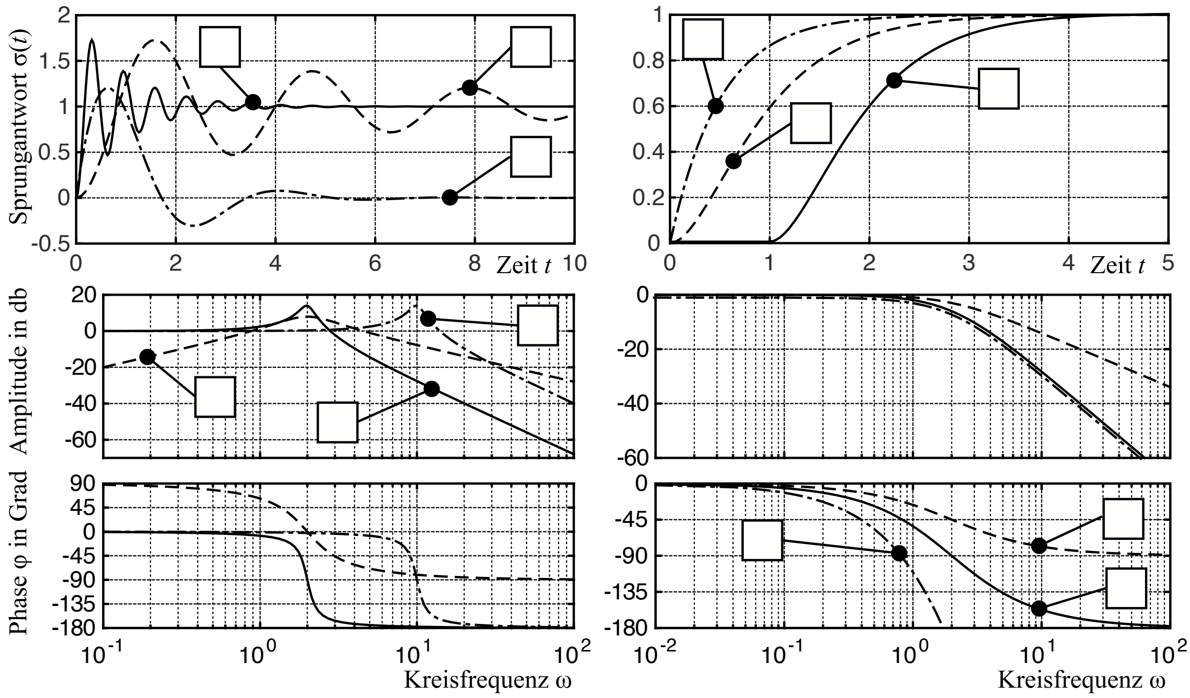
Gegeben sind folgende dynamischen Systeme:

$$G_1 = \frac{4}{(s+2)^2} \qquad G_2 = \frac{4}{s^2+0{,}4s+4} \qquad G_3 = \frac{4}{(s-2)^2} \qquad G_4 = \frac{4}{(s+2)^2}e^{-s}$$

$$G_5 = \frac{100}{s^2+2s+100} \qquad G_6 = \frac{2}{s(s+2)} \qquad G_7 = \frac{4s}{s^2+1.6s+4} \qquad G_8 = \frac{2}{(s+2)}$$

a) Ordnen Sie diese Systeme den unten abgebildeten **Sprungantworten** zu. **Begründen** Sie **kurz** Ihre Wahl! Beachten Sie, dass zwar 8 Systeme gegeben sind, aber nur 6 Sprungantworten. **Es können also nicht alle Systeme zugeordnet werden!**

b) Die abgebildeten **Frequenzgänge** (zugehörige Amplituden- und Phasengänge haben hier den gleichen Linientyp) gehören jeweils zu den darüber abgebildeten Sprungantworten. Ordnen Sie auch hier die Systeme zu und **begründen** Sie **kurz** Ihre Wahl!



Aufgabe 3: Stabilitätskriterien (12 Punkte)

Es ist jeweils die Überragungsfunktion des offenen Regelkreises und die zugehörige Ortskurve des Frequenzgangs folgender zwei Systeme gegeben:

$$G_1(s) = 2 \cdot \frac{s + \frac{1}{10}}{(s-1)^2} \cdot e^{-\frac{1}{5} \cdot s}$$

$$G_2(s) = 3 \cdot \frac{s + \frac{1}{10}}{(s-1)^2} \cdot e^{-\frac{1}{5} \cdot s}$$

a) Kann die Stabilität des geschlossenen Regelkreises der oben genannten Systeme mit Hilfe des Hurwitzkriteriums beurteilt werden? (**kurze** Begründung)

b) Kann die Stabilität des geschlossenen Regelkreises der oben genannten Systeme mit Hilfe des des vereinfachten Nyquistkriteriums beurteilt werden? (**kurze** Begründung)

c) Kann die Stabilität des geschlossenen Regelkreises der oben genannten Systeme mit Hilfe des des allgemeinen Nyquistkriteriums beurteilt werden? (**kurze** Begründung)

d) Beurteilen Sie die Stabilität des geschlossenen Regelkreises für beide genannten Systeme anhand eines geeigneten Stabilitätskriteriums.

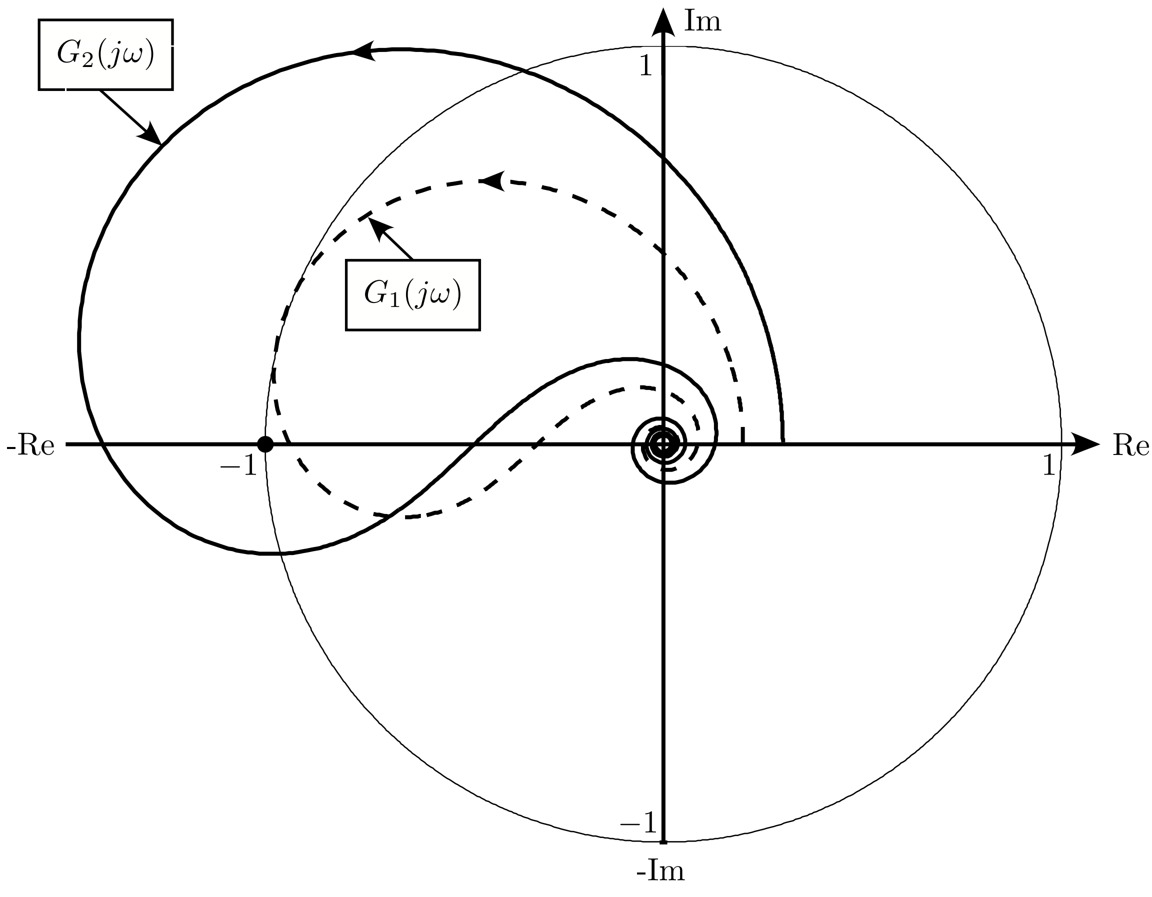


Abbildung 1: Ortskurve des Frequenzgangs

Aufgabe 4: Wurzelortskurve (12 Punkte)

Hinweis: Alle Aufgabenteile sind unabhängig lösbar.

Gegeben ist ein realer Regelkreis, bestehend aus einer Strecke mit der genäherten Übertragungsfunktion

$$G_S(s) = \frac{(s+1)}{(s+2)\,(s-3)}$$

die mit einem PI-Regler G_R geregelt werden soll.

a) Legen Sie einen PI-Regler so aus, dass sich eine sinnvolle Pol-Nullstellenkürzung ergibt (mit **kurzer** Begründung). Wie muss $G_R(s)$ lauten?

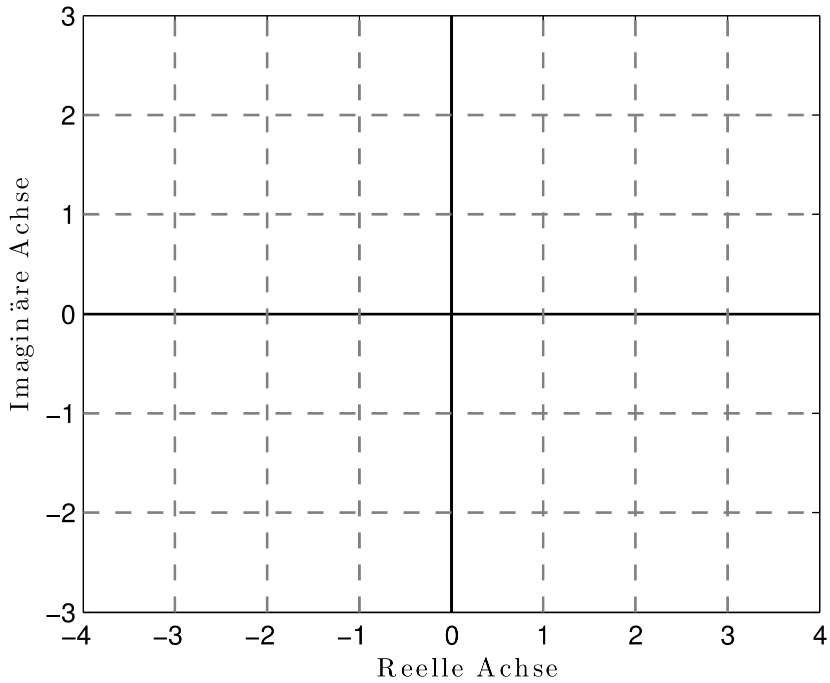
b) Mit dem oben beschriebenen PI-Regler ergibt sich der offene Regelkreis zu

$$G_0(s) = K \cdot \frac{(s+1)}{s\,(s-3)}.$$

Skizzieren Sie die zugehörige Wurzelortskurve (ohne Berechnung von Verzweigungspunkten o.ä., ein ungefährer Verlauf ist ausreichend).

c) Für welche Verstärkung des Reglers ist der geschlossene Regelkreis stabil? Markieren die diese kritische Verstärkung K_{krit} in der Wurzelortskurve und berechnen sie den Wertebereich.

d) Welche Werte darf die Verstärkung des Reglers annehmen, damit der geschlossene Regelkreis stabil und nicht schwingungsfähig ist? Markieren die diese Verstärkung K_{SNS} in der Wurzelortskurve und berechnen sie den Wertebereich.



Aufgabe 5: Verständnisfragen (12 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Die Empfindlichkeitsfunktion beschreibt ...

- ☐ im geschlossenen Regelkreis den Anteil des Vorwärtszweigs.
- ☐ im geschlossenen Regelkreis den Anteil der durch Rückkopplung erzeugt wird.
- ☐ beschreibt die Auswirkung einer Störung auf den Ausgang.

b) Der Wasserbett-Effekt zeigt, dass eine Erhöhung der Kreisverstärkung ...

- ☐ für alle Frequenzen die Regelgüte verbessert.
- ☐ für alle Frequenzen die Regelgüte verschlechtert.
- ☐ nur für niedrige Frequenzen die Regelgüte verbessert.

c) Aus dem Wunsch nach einer idealen optimalen Steuerung ergibt sich das Konzept der Vorsteuerung und des Vorfilters.

- ☐ Die Wirkung von Vorsteuerung und Vorfilter sind **nicht** gleichwertig und sie können **nicht** ineinander umgerechnet werden.
- ☐ Die Wirkung von Vorsteuerung und Vorfilter sind gleichwertig und sie können in einander umgerechnet werden.
- ☐ Eine ideale optimale Vorsteuerung ist in der Regel nicht realisierbar.

d) Eine Störgrößenaufschaltung dient dazu, den Einfluss einer Störung auf die Regelgröße zu minimieren. Der Einsatz einer Störgrößenaufschaltung ...

- ☐ kann ohne die Störung zu messen angewendet werden.
- ☐ destabilisiert einen Regelkreises.
- ☐ beeinflusst die Stabilität eines Regelkreises nicht.

e) Eine Kaskadenregelung ist eine Regelkreis, ...

- ☐ in dem eine Führungsgröße auf mehrere Regelgrößen wirkt.
- ☐ in dem mehrere Führungsgrößen auf eine Regelgröße wirken.
- ☐ der aus ineinander geschachtelten Regelkreisen besteht.

f) Der sogenannte Wind-up-Effekt kann auftreten, wenn...

- ☐ **eine** Stellgrößenbeschränkung vorliegt und **kein** I-Anteil im offenen Regelkreis vorhanden ist.
- ☐ **eine** Stellgrößenbeschränkung vorliegt und **ein** I-Anteil im offenen Regelkreis vorhanden ist.
- ☐ **keine** Stellgrößenbeschränkung vorliegt und **ein** I-Anteil im offenen Regelkreis vorhanden ist.

g) Gegeben ist eine exponentielle Kennlinie. Diese ist . . .

- ☐ eindeutig.
- ☐ mehrdeutig.
- ☐ linear.

h) Der Smith-Prädiktor ist eine Methode . . .

- ☐ um ein stoßfreies Umschalten zwischen zwei Reglern zu erlauben.
- ☐ die für den Reglerentwurf für Prozesse mit Totzeit gedacht ist.
- ☐ die das Absenken der Phase im Frequenzgang infolge einer Totzeit verhindert.

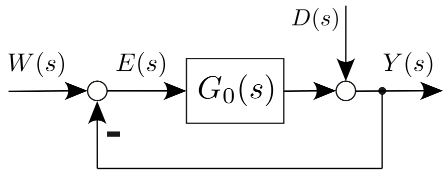
i) Internal Model Control (IMC) ist eine Regelstrategie, für die gilt:

- ☐ Ohne Störung und mit perfektem Model wird der Regelkreis zu einer Steuerung.
- ☐ Jeder stabile IMC-Regler führt bei stabiler Strecke auf einen stabilen geschlossenen Regelkreis.
- ☐ Nicht jeder stabile IMC-Regler führt bei stabiler Strecke auf einen stabilen geschlossenen Regelkreis.

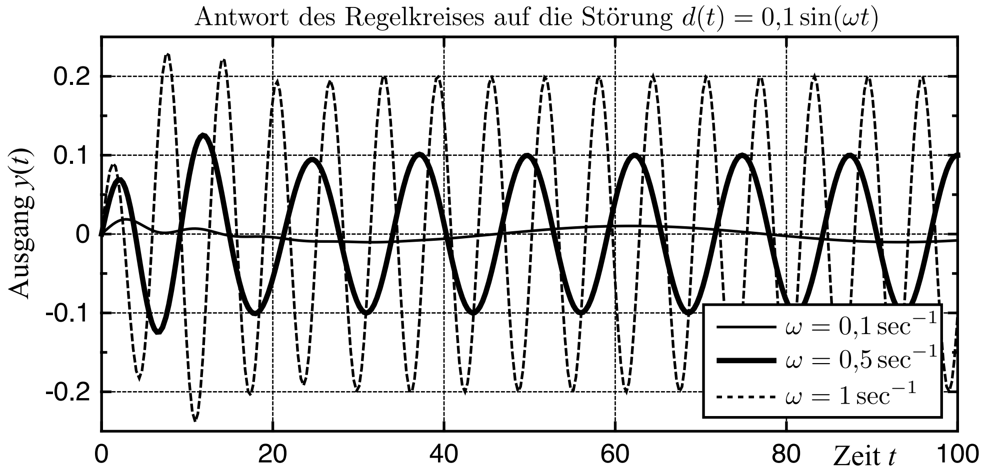
$\boxed{\sum 12}$

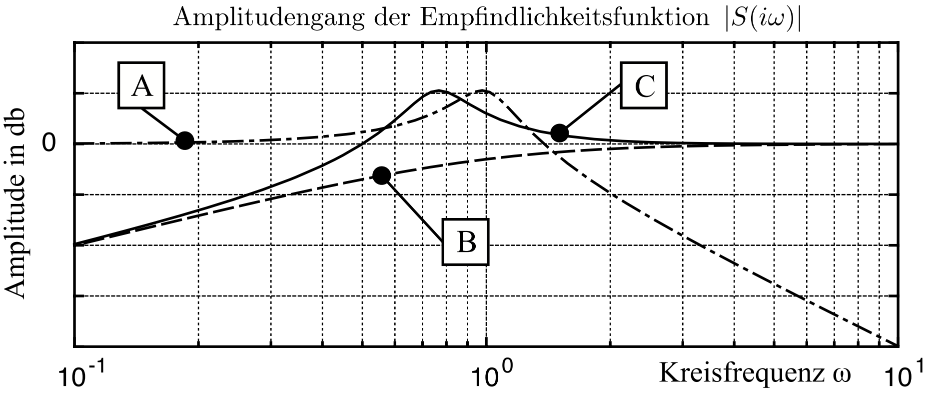
Aufgabe 6: Empfindlichkeitsfunktion (18 Punkte)

Gegeben ist der unten abgebildete Regelkreis mit einer Störung $d(t) = 0{,}1\sin(\omega t)$ am Ausgang $y(t)$. Die Führungsgröße ist hier irrelevant und beträgt daher $w(t) = 0$.



a) Nachfolgend sind die Antworten des Regelkreises auf 3 Störungen $d(t)$ mit unterschiedlichen Frequenzen ω gegeben. Weiterhin sind die Amplitudengänge von 3 Empfindlichkeitsfunktionen $|S(i\omega)|$ dargestellt. Erklären Sie kurz, welche der 3 abgebildeten Empfindlichkeitsfunktionen (A, B oder C) das Verhalten des Regelkreises korrekt beschreibt und warum die andern beiden falsch sein müssen.





b) Gegeben sei die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises:

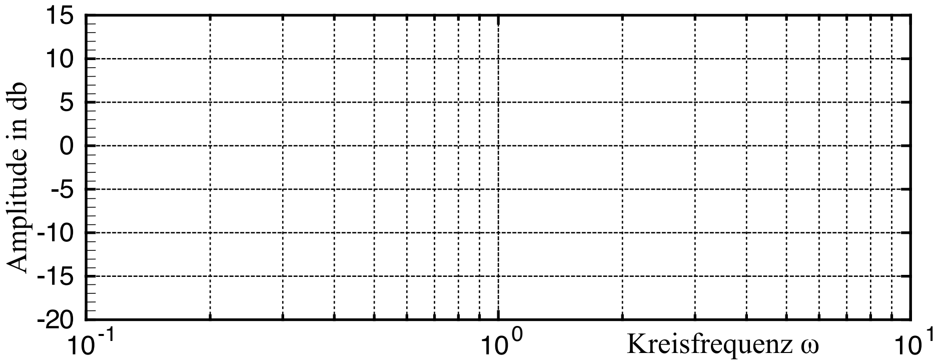
$$G_0(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}.$$

Leiten Sie für diesen Fall die Gleichung für den Amplitudengang der Empfindlichkeitsfunktion des Regelkreises $A(\omega) = |S(i\omega)|$ her.

c) Skizzieren Sie den Amplitudengang in das unten abgebildete Diagramm. Berechnen Sie dazu $A(\omega)$ in dB für folgende Werte (auf ganze dB runden!):

ω	0,1	0,3	0,5	0,8	2	10
$A_{dB}(\omega)$						

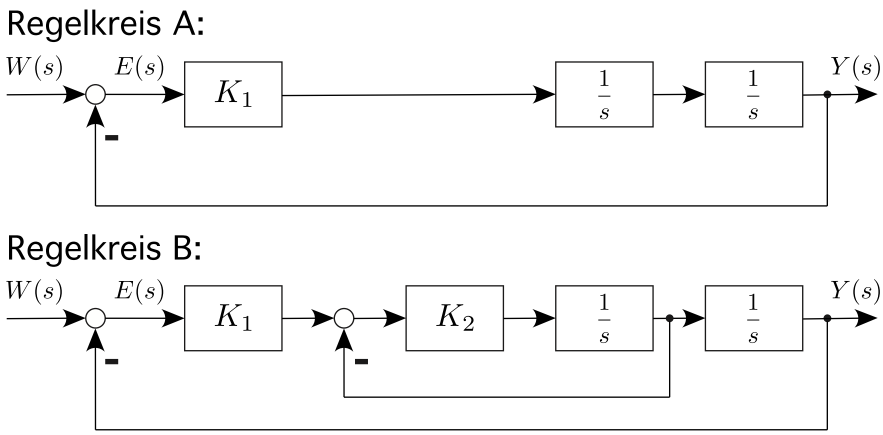
Kennzeichnen Sie den Gegenkopplungsbereich und geben Sie die Frequenz ω an, bei der der Gegenkopplungsbereich endet und in den Mitkopplungsbereich übergeht.



Aufgabe 7: Kaskaden- und Mehrgrößenregelung (20 Punkte)

Die folgenden Aufgabenteile sind **unabhängig voneinander lösbar!**

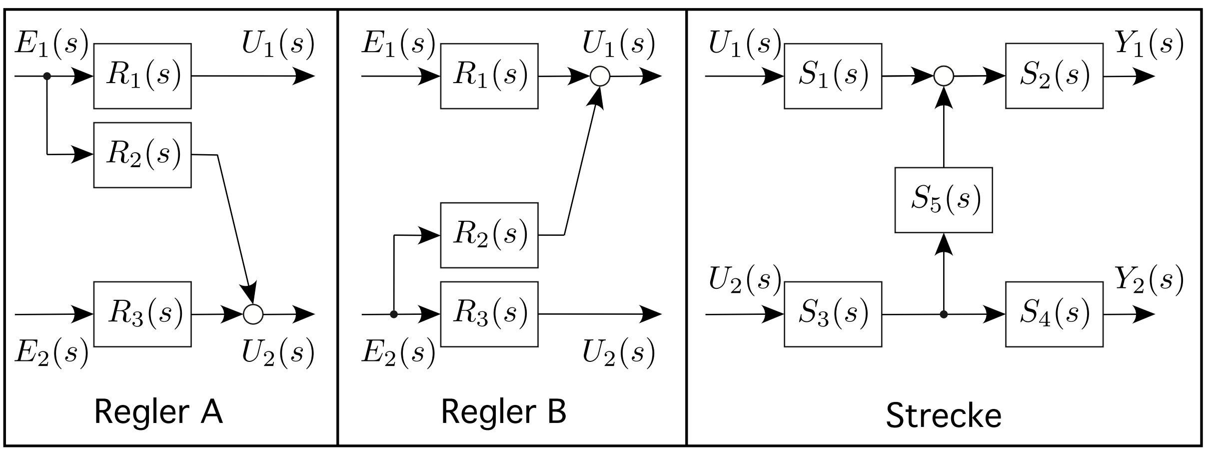
a) Gegeben sind der unten dargestellte Standard- und Kaskadenregelkreis mit den P-Reglern K_1 und K_2:



Leiten Sie die Führungsübertragungsfunktionen $G_W(s)$ für beide Regelkreise her und zeigen Sie, dass bei Regelkreis A keine stabile Regelung möglich ist, unabhängig von der Wahl von K_1.

Bei Regelkreis B kann durch den zusätzlichen inneren Regelkreis hingegen das Regelverhalten beliebig vorgeben werden. Bestimmen Sie hier die Reglerparameter K_1, K_2 so, dass die Pole von $G_W(s)$ bei -2 liegen.

b) Gegeben ist die unten dargestellte Regelstrecke und 2 Regler, jeweils bestehend aus mehreren Teilübertragungsfunktionen $S_i(s)$ bzw. $R_i(s)$:



Wählen Sie den geeigneten Regler aus (kurze Begründung) und leiten Sie die Übertragungsmatrizen $\mathbf{S}(s)$ und $\mathbf{R}(s)$ von Strecke und Regler her, die jeweils zwei Ein- und Ausgänge haben:

$$\text{Strecke: } \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \mathbf{S}(s) \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \qquad \text{Regler: } \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} = \mathbf{R}(s) \cdot \begin{bmatrix} E_1(s) \\ E_2(s) \end{bmatrix}$$

c) Bei der Wahl des richtigen Reglers ergibt sich folgende Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises $\mathbf{S}(s) \cdot \mathbf{R}(s)$:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} R_1 S_1 S_2 & R_2 S_1 S_2 + R_3 S_2 S_3 S_5 \\ 0 & R_3 S_3 S_4 \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}(s)\cdot\mathbf{R}(s)} \cdot \begin{bmatrix} E_1(s) \\ E_2(s) \end{bmatrix}$$

Gegeben sind folgende Übertragungsfunktionen:

$$S_1 = \frac{1}{(s+2)^2}, \quad S_2 = \frac{1}{s(s+0{,}5)}, \quad S_3 = \frac{4}{s+4}, \quad S_4 = \frac{1}{s}, \quad R_3 = K \text{ (P-Regler)}$$

Das Kopplungsglied in der Strecke kann zwei verschiedene Übertragungsfunktionen haben:

A) $S_5 = 5$ oder B) $S_5 = \frac{5}{s+1}$

Berechnen Sie welche Reglerübertragungsfunktion R_2 nötig ist, um die Regelkreise zu entkoppeln. Zeigen Sie, dass die Entkopplung nur für eine Variante von S_5 möglich ist, schlagen Sie für die andere eine näherungsweise Entkopplung (statisch und dynamisch) vor.

Aufgabe 8: Nichtlinearitäten (10 Punkte)

Gegeben ist sind zwei nichtlineare Übertragungsglieder mit jeweils einem Eingangssignal $w(t)$ und einem Ausgangssignal $u_1(t)$, bzw. $u_2(t)$:

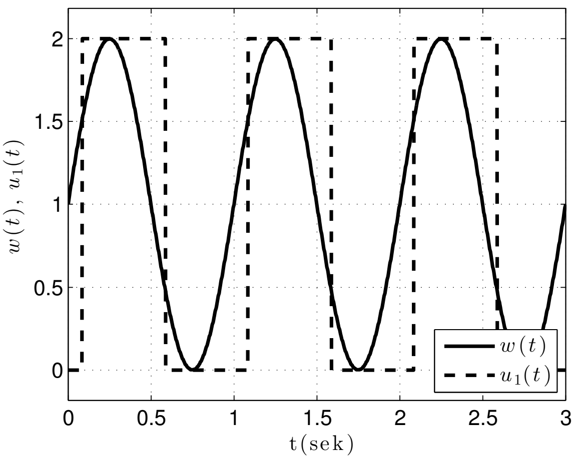


Abbildung 2: Signal System 1

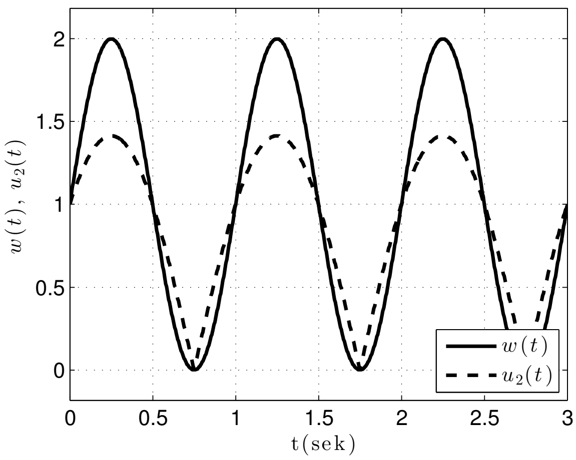
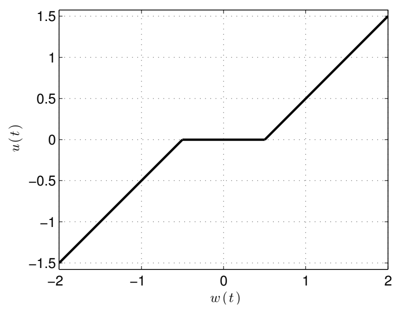


Abbildung 3: Signal System 2

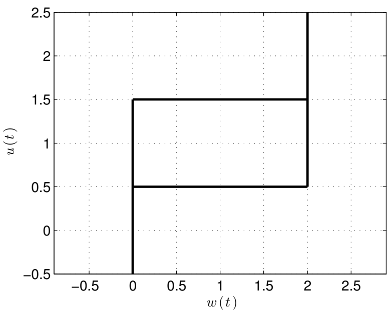
a) Ordnen sie jeweils eine der Nichtlinearitäten (A, B, C, D, E, F) einem System zu:

System 1: ____________________

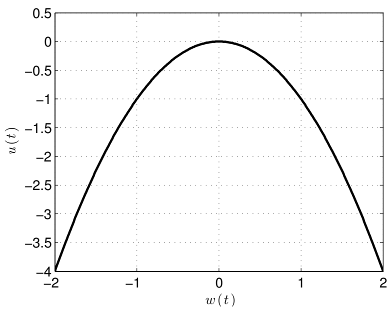
System 2: ____________________



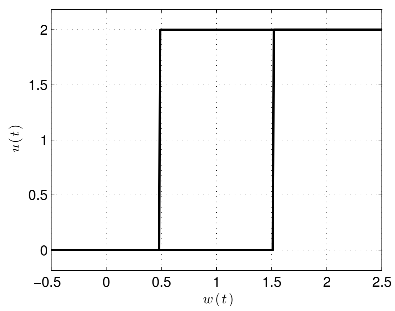
A



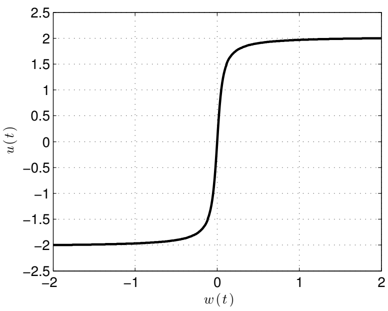
B



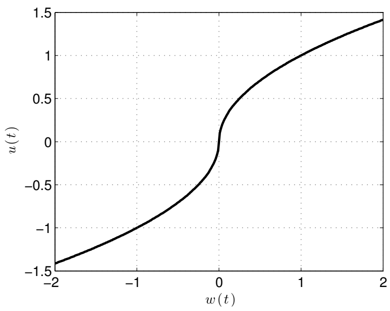
C



D

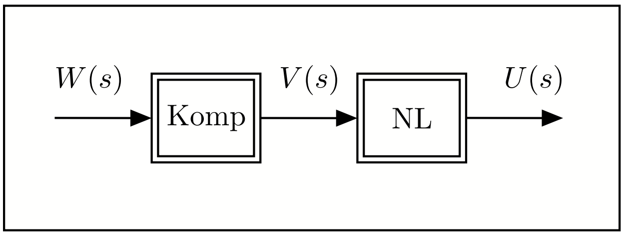


E



F

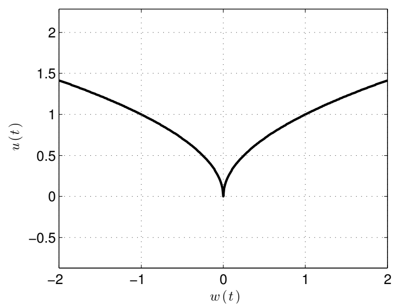
b) Die beiden Systeme werden um eine vorgeschaltete Kompensation ergänzt:



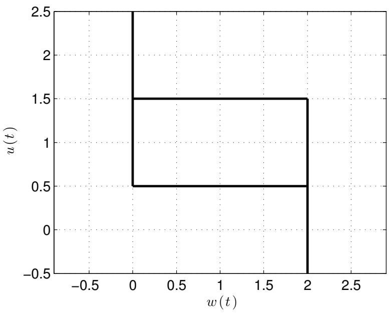
Im folgenden sind mehrere möglichen Kompensationen gegeben. Ist es möglich, mit den gegebenen Kompensationen (G, H, I, J, K, L) die in Aufgabenteil a) bestimmten Nichtlinearität des jeweiligen Systems aufzuheben, so das sich ergibt $u(t) = w(t)$? Falls ja, welche jeweils?

System 1: ______________________________

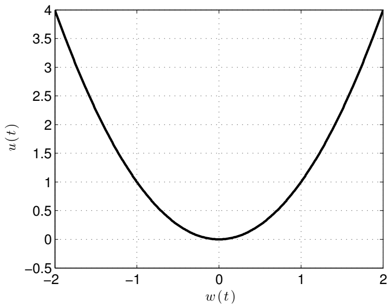
System 2: ______________________________



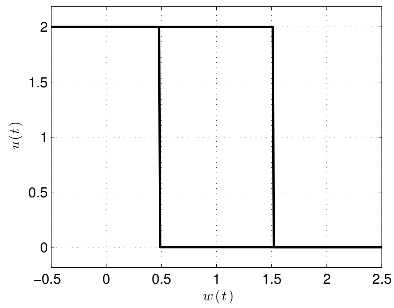
G



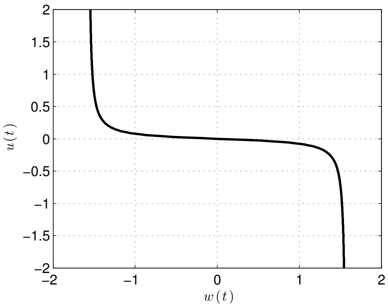
H



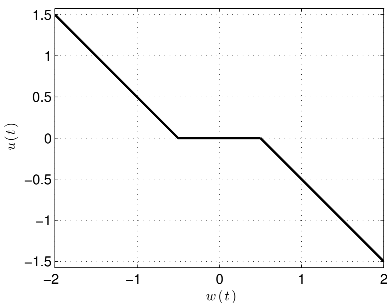
I



J



K



L

Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen Teil 1 (12 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Woran erkennt man, ob ein System globales I-Verhalten hat?

- ☐ Im Zähler der Übertragungsfunktion lässt sich s ausklammern.
- ■ Der Amplitudengang strebt für $\omega \to 0$ gegen ∞ dB
- ■ Bei einer Stellgröße von 0 kann der Ausgang dauerhaft einen Wert $\neq 0$ aufweisen.

b) Was gilt für den Polvorgaberegler?

- ☐ Die Reglerordnung muss mindestens $n + 1$ betragen (n = Streckenordnung).
- ☐ Die Reglerparameter müssen aufwendig durch nichtlineare Optimierung bestimmt werden.
- ■ Er kann für stabile und instabile Regelstrecken verwendet werden.

c) Was gilt für den Kompensationsregler?

- ■ Er kann **nicht** bei instabilen Regelstrecken verwendet werden.
- ☐ Für den Entwurf können nur die Pole von G_W vorgegeben werden.
- ☐ Der Kompensationsregler kompensiert lediglich den Störgrößeneinfluss.

d) Welche Aussagen gelten für Systeme mit Totzeit?

- ■ Sie haben lineares Verhalten.
- ☐ Totzeit verbessert die Stabilität in Regelkreisen, die Regelung ist daher einfacher.
- ☐ Sie gehören zu den phasenminimalen Systemen.

e) Welches sind typische Beispiele für die Verwendung von Steuerungen?

- ☐ Tempomat.
- ■ Preiswerte Geräte in Anwendungen, bei denen die Einhaltung einer Größe (z.B. Temperatur) nicht mit großer Genauigkeit nötig ist.
- ■ Straßenbeleuchtung.

f) Was ist ein phasenminimales System?

- ■ Ein System, bei dem ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Amplituden- und Phasengang besteht.
- ☐ Wenn ein System linear ist, ist es auch phasenminimal.
- ☐ Ein System dessen Phase für alle Frequenzen gleich 0° ist.

g) Welche Aussagen über Steuerungen sind richtig?

- [x] Es wird kein Messgerät für die Steuergröße benötigt.
- [x] Zur Steuerung verwendet man üblicherweise die (näherungsweise) Inverse des Streckenmodells.
- [ ] Es kann auch bei stabilem Steuerglied und stabiler Strecke zur Instabilität kommen, wenn die Parameter der Steuerung ungünstig gewählt werden.

h) Welche Aussagen über Regelungen sind richtig

- [x] Die Regelgröße muss gemessen werden.
- [ ] Eine Regelung kann niemals instabil werden.
- [x] Eine Regelung reagiert üblicherweise robust auf kleine Änderungen der Regelstrecke.

$\boxed{\sum 12}$

Aufgabe 2: Dynamische Systeme (24 Punkte)

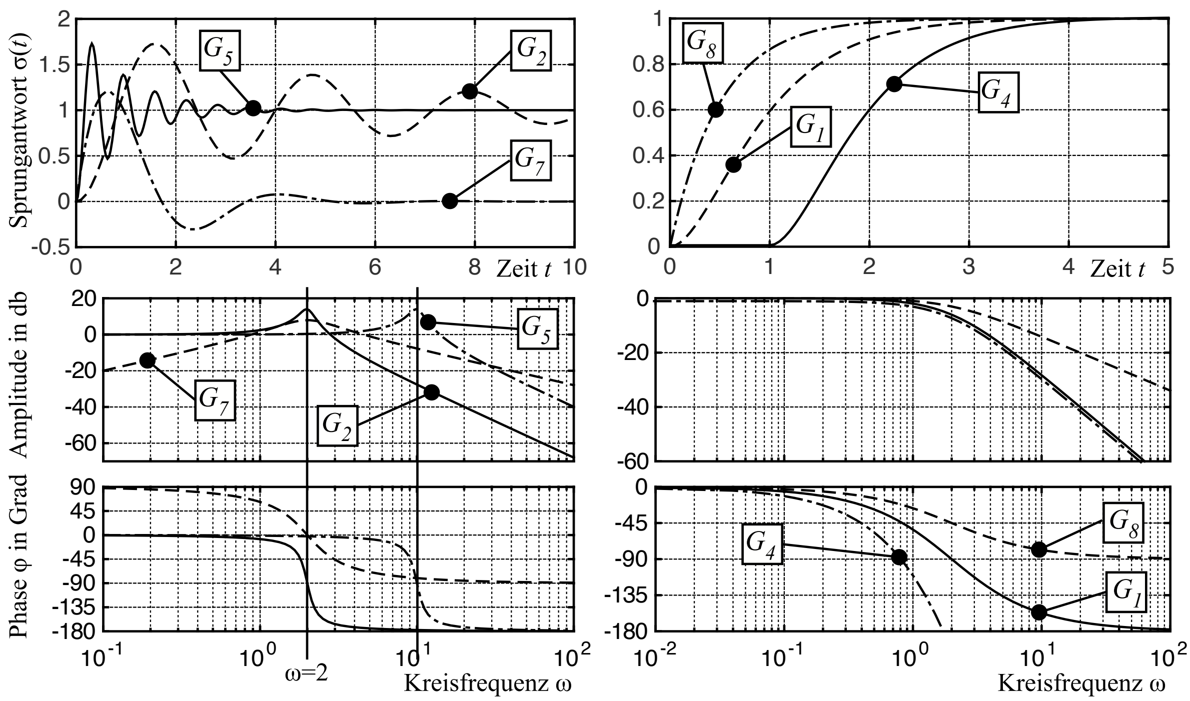
Gegeben sind folgende dynamischen Systeme:

$$G_1 = \frac{4}{(s+2)^2} \qquad G_2 = \frac{4}{s^2+0{,}4s+4} \qquad G_3 = \frac{4}{(s-2)^2} \qquad G_4 = \frac{4}{(s+2)^2}e^{-s}$$

$$G_5 = \frac{100}{s^2+2s+100} \qquad G_6 = \frac{2}{s(s+2)} \qquad G_7 = \frac{4s}{s^2+1.6s+4} \qquad G_8 = \frac{2}{(s+2)}$$

a) **Sprungantworten:** System G_3 ist instabil und G_6 hat globales I-Verhalten, beide Sprungantworten müssten also gegen Unendlich streben und sind daher nicht abgebildet. Das linke Diagramm zeigt 3 schwingungsfähige Systeme, dabei kann es sich nur um G_2, G_5 und G_7 handeln (alle anderen System haben ausschließlich reele Pole). G_7 hat einen Faktor s im Zähler (d.h. globales D-Verhalten) und klingt daher für $t \to \infty$ auf 0 ab. G_2 und G_5 lassen sich leicht anhand der stark unterschiedlichen Eckfrequenzen ($\omega_{e2} = 2$ und $\omega_{e5} = 10\,sec^{-1}$) unterscheiden. Die verbliebenen 3 Systeme (G_1, G_4 und G_8) im rechten Diagramm haben alle Verzögerungsverhalten (P-T$_n$) mit der gleichen Eckfrequenz $\omega_e = 2\,sec^{-1}$. Allerdings ist G_8 1. Ordnung und daher weniger verzögert als G_1, das 2. Ordnung ist (Anfangssteigung gleich 0). G_4 ist leicht an der Totzeit von $1\,sec$ zu erkennen. 12

b) **Frequenzgänge:** Da G_7 D-Verhalten hat beginnt der Amplitudengang mit einer Steigung von +20 dB/Dekade (bzw. Phase +90°). G_2 und G_5 sind gut an den unterschiedlichen Resonanzmaxima bei $\omega = 2$ und $\omega = 10\,sec^{-1}$ zu unterscheiden. Die Systeme G_1, G_4 und G_8 lassen sich gut durch ihre unterschiedliche Ordnung bzw. die Totzeit unterscheiden. G_8 ist 1. Ordnung hat daher den geringsten Amplitudenabfall (-20 dB/Dekade) und eine Phase von -90° jeweils für $\omega \to \infty$. G_1 und G_4 haben den gleichen Amplitudengang mit -40 dB/Dekade (2. Ordnung) für $\omega \to \infty$, aber unterscheiden sich im Phasengang deutlich, weil G_4 aufgrund der Totzeit für $\varphi \to \infty$ gegen -∞°, G_1 aber nur gegen -180° strebt. 12



$\sum 24$

Aufgabe 3: Stabilitätskriterien (12 Punkte)

a) Wenn eine Totzeit vorliegt darf das Hurwitz-Kriterium nicht angewendet werden. In beiden Systemen liegt eine Totzeit vor, dass Hurwitz-Kriterium darf also nicht benutzt werden. $\boxed{2}$

b) Wenn ein oder mehrere instabile Pole vorliegen, darf das vereinfachte Nyquistkriterium nicht genutzt werden. Beide Systemen besitzen zwei instabile Pole, dass vereinfachte Nyquistkriterium darf also nicht benutzt werden. $\boxed{2}$

c) Um das allgemeine Nyquistkriterium muss zum einen die Anzahl der grenzstabilen und instabilen Pole im offenen Regelkreis bekannt sein und zum anderen die Ortskurve des Frequenzgangs vorliegen.

Die Anzahl der grenzstabilen und instabilen Pole können aus der Übertragungsfunktion abgelesen werden, die Ortskurve des Frequenzgangs liegt ebenfalls jeweils vor, das allgemeine Nyquistkriterium kann daher für beide Systeme angewendet werden. $\boxed{2}$

d) Nur das allgemeine Nyquistkriterium kann hier zur Bewertung der Stabilität genutzt werden. Für beide Systeme gilt:

$$\begin{aligned}\angle\left(1 + G_0(j\omega)\big|_{\omega=0\ldots\infty}\right) &= -\pi\, n_0^+ - \frac{\pi}{2}\, n_0^g \\ &= -\pi \cdot 2 = -360^\circ\end{aligned}$$

$\boxed{2}$

- System 1, abgelesener Winkel 0°, d.h. der geschlossene Regelkreis nicht stabil. $\boxed{2}$
- System 2, abgelesener Winkel −360°, d.h. der geschlossene Regelkreis stabil. $\boxed{2}$

$\boxed{\sum 12}$

Aufgabe 4: Wurzelortskurve (12 Punkte)

a) In einem realen Regelkreis ist es nicht möglich einen Pol exakt zu kürzen, da die Übertragungsfunktion immer nur eine Näherung darstellt.

Der Versuch einen instabilen Pol im offenen Regelkreis zu kürzen würde also dafür sorgen, dass ein Stück der WOK in der rechten Halbebene liegt und somit im geschlossenen Regelkreis ein instabiler Pol vorhanden bleibt. 2

Es sollte also nur eine stabile Pol/Nullstellenkürzung durchgeführt werden. Ein allgemeiner PI-Regler hat die Form

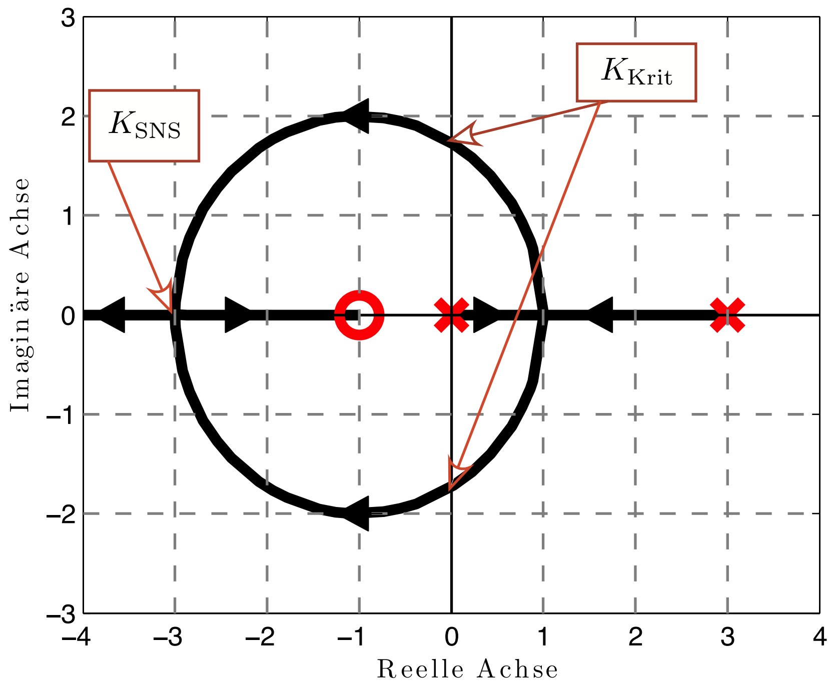
$$G_R = K \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s}\right) = K \cdot \left(\frac{T_I \cdot s + 1}{T_I \cdot s}\right) = K \cdot \left(\frac{s + \frac{1}{T_I}}{s}\right)$$

Damit ein Pol im offenen Regelkreis gekürzt wird, muss $T_I = 0,5$ gesetzt werden, es ergibt sich dann

$$G_R = K \cdot \left(\frac{0,5 \cdot s + 1}{0,5 \cdot s}\right) = K \cdot \frac{s+2}{s}$$

1

b)



(korrektes eintragen der Pole und Nullstellen) 1

(korrektes eintragen der Äste der WOK mit Pfeilen) 1

c) Aus der WOK ist ersichtlich, das der geschlossene RK stabil ist, wenn die Äste der WOK die rechte Halbebene verlassen. (Eintragen von K_{krit} in WOK). 1

Für das Hurwitzkriterium ergibt sich:

$$G_W = \frac{K\,(s+1)}{K\,(s+1) + s\,(s-3)} = \frac{K\,(s+1)}{s^2 + (K-3)\,s + K}$$

Die Bedingung alle $c_i > 0$ ist erfüllt wenn $K > 3$, d.h. der geschlossene Regelkreis ist für alle $K > 3$ stabil. $\boxed{2}$

d) Der geschlossene Regelkreis ist stabil und nicht schwingungsfähig wenn die Äste der WOK in der linken Halbebene liegen und die reelle Achse nicht mehr verlassen (Eintragen von K_{SNS} in WOK). $\boxed{1}$

Der geschlossene Regelkreis besitzt zwei Pole:

$$G_W = \frac{K\,(s+1)}{K\,(s+1) + s\,(s-3)} = \frac{K\,(s+1)}{s^2 + (K-3)\,s + K}$$

$$s_{1,2} = -\frac{K-3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{K-3}{2}\right)^2 - K}$$

Damit der geschlossene Regelkreis nicht schwingungsfähig ist, dürfen die Pole keinen Imaginärteil besitzen, d.h. es muss gelten

$$\begin{aligned} & \left(\frac{K-3}{2}\right)^2 - K \geq 0 \\ \Leftrightarrow \quad & K^2 - 10\,K + 9 \geq 0 \end{aligned}$$

Die Gleichung ist erfüllt für

$$\Leftrightarrow \quad K_{1,2} = -\frac{-10}{2} \pm \sqrt{25-9} = 5 \pm 4$$

Aus c) ist bekannt das $K > 3$ sein muss, damit der geschlossene Regelkreis stabil ist. Für $K \geq 9$ ist der geschlossene Regelkreis also stabil und nicht schwingungsfähig. $\boxed{3}$

$\boxed{\sum 12}$

Aufgabe 5: Verständnisfragen (12 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Die Empfindlichkeitsfunktion beschreibt ...

- ☐ im geschlossenen Regelkreis den Anteil des Vorwärtszweigs.
- ■ im geschlossenen Regelkreis den Anteil der durch Rückkopplung erzeugt wird.
- ■ beschreibt die Auswirkung einer Störung auf den Ausgang.

b) Der Wasserbett-Effekt zeigt, dass eine Erhöhung der Kreisverstärkung ...

- ☐ für alle Frequenzen die Regelgüte verbessert.
- ☐ für alle Frequenzen die Regelgüte verschlechtert.
- ■ nur für niedrige Frequenzen die Regelgüte verbessert.

c) Aus dem Wunsch nach einer idealen optimalen Steuerung ergibt sich das Konzept der Vorsteuerung und des Vorfilters.

- ☐ Die Wirkung von Vorsteuerung und Vorfilter sind **nicht** gleichwertig und sie können **nicht** ineinander umgerechnet werden.
- ■ Die Wirkung von Vorsteuerung und Vorfilter sind gleichwertig und sie können in einander umgerechnet werden.
- ■ Eine ideale optimale Vorsteuerung ist in der Regel nicht realisierbar.

d) Eine Störgrößenaufschaltung dient dazu, den Einfluss einer Störung auf die Regelgröße zu minimieren. Der Einsatz einer Störgrößenaufschaltung ...

- ☐ kann ohne die Störung zu messen angewendet werden.
- ☐ destabilisiert einen Regelkreises.
- ■ beeinflusst die Stabilität eines Regelkreises nicht.

e) Eine Kaskadenregelung ist eine Regelkreis, ...

- ☐ in dem eine Führungsgröße auf mehrere Regelgrößen wirkt.
- ☐ in dem mehrere Führungsgrößen auf eine Regelgröße wirken.
- ■ der aus ineinander geschachtelten Regelkreisen besteht.

f) Der sogenannte Wind-up-Effekt kann auftreten, wenn...

- ☐ **eine** Stellgrößenbeschränkung vorliegt und **kein** I-Anteil im offenen Regelkreis vorhanden ist.
- ■ **eine** Stellgrößenbeschränkung vorliegt und **ein** I-Anteil im offenen Regelkreis vorhanden ist.
- ☐ **keine** Stellgrößenbeschränkung vorliegt und **ein** I-Anteil im offenen Regelkreis vorhanden ist.

g) Gegeben ist eine exponentielle Kennlinie. Diese ist ...

- [x] eindeutig.
- [ ] mehrdeutig.
- [ ] linear.

h) Der Smith-Prädiktor ist eine Methode ...

- [ ] um ein stoßfreies Umschalten zwischen zwei Reglern zu erlauben.
- [x] die für den Reglerentwurf für Prozesse mit Totzeit gedacht ist.
- [ ] die das Absenken der Phase im Frequenzgang infolge einer Totzeit verhindert.

i) Internal Model Control (IMC) ist eine Regelstrategie, für die gilt:

- [x] Ohne Störung und mit perfektem Model wird der Regelkreis zu einer Steuerung.
- [x] Jeder stabile IMC-Regler führt bei stabiler Strecke auf einen stabilen geschlossenen Regelkreis.
- [ ] Nicht jeder stabile IMC-Regler führt bei stabiler Strecke auf einen stabilen geschlossenen Regelkreis.

$\boxed{\sum 12}$

Aufgabe 6: Empfindlichkeitsfunktion (18 Punkte)

a) **Auswahl des Amplitudengangs der zugehörigen Empfindlichkeitsfunktion:** Für kleine Frequenzen ($\omega = 0{,}1\,\text{sec}^{-1}$) hat $y(t)$ eine sehr kleine Amplitude, damit entfällt A, denn A strebt für kleine ω gegen 0 dB also 1. Die Amplitude müsste also 0,1 betragen (gleich der Amplitude der Störung $d(t)$).

B und C passen beide für niedrige Frequenzen, allerdings wird B nie $> 0\,\text{dB}$ (d.h. > 1), für $\omega = 1\,\text{sec}^{-1}$ ist die Amplitude von $y(t)$ aber doppelt so hoch (0,2) wie die Amplitude der Störung.

Daher kommt als korrekte Antwort nur C in Frage. Dies ist auch daran zu erkennen das C als einziger Amplitudengang für $\omega = 0{,}5\,\text{sec}^{-1}$ exakt durch die 0 dB Linie geht, denn die Amplitude von $y(t)$ entspricht für diese Frequenz exakt der Amplitude der Störung $d(t)$. 5

b) **Die Empfindlichkeitsfunktion** $S(s)$ berechnet sich wie folgt:

$$S(s) = \frac{1}{1+G_0(s)} \quad \text{mit} \quad G_0(s) = \frac{1}{s(s+1)^2} \Rightarrow S(s) = \frac{s(s+1)^2}{s(s+1)^2+1}$$ 2

Mit $A(\omega) = |S(i\omega)|$ ergibt sich:

$$A(\omega) = \left|\frac{i\omega(i\omega+1)^2}{i\omega(i\omega+1)^2+1}\right| = \frac{|i\omega|\cdot|(i\omega+1)|^2}{|i\omega(i\omega+1)^2+1|} = \frac{|i\omega|\cdot|(i\omega+1)|^2}{|i\omega(-\omega^2+2i\omega+1)+1|}$$

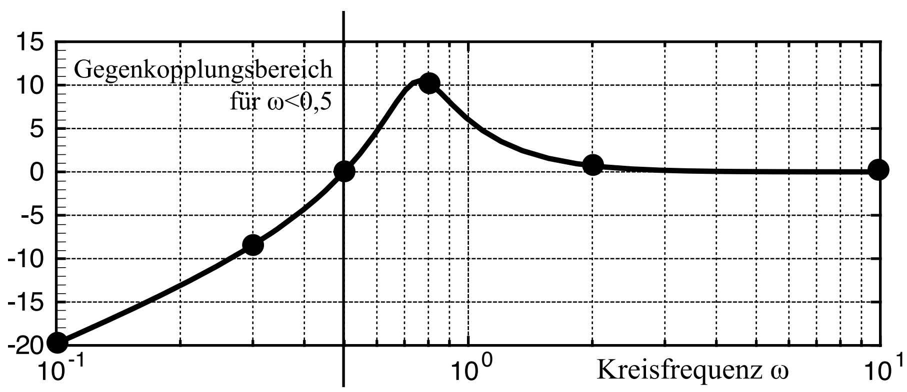
$$A(\omega) = \frac{|i\omega|\cdot|(i\omega+1)|^2}{|i(\omega-\omega^3)+(1-2\omega^2)|} = \frac{\sqrt{\omega^2}\cdot\left(\sqrt{\omega^2+1}\right)^2}{\sqrt{(\omega-\omega^3)^2+(1-2\omega^2)^2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{A(\omega) = \frac{\omega(\omega^2+1)}{\sqrt{(\omega-\omega^3)^2+(1-2\omega^2)^2}}}$$ 4

c) Einsetzen in $A(\omega)$ ergibt folgende Werte:

ω	0,1	0,3	0,5	0,8	2	10
$A_{dB}(\omega)$	≈ -20	≈ -8	≈ 0	≈ 10	≈ 1	≈ 0

Damit ergibt sich folgender Verlauf der Amplitude der Empfindlichkeitsfunktion: 6



Im Gegenkopplungsbereich ist $A_{dB}(\omega) < 0$ im Mitkopplungsbereich >0. Der Übergang ist somit bei $A_{dB}(\omega) = 0$ und der Frequenz $\omega = 0{,}5\,\text{sec}^{-1}$. 1

$\sum 18$

Aufgabe 7: Kaskaden- und Mehrgrößenregelung (20 Punkte)

a) Führungsübertragungsfunktion $G_w(s)$ von Regelkreis A:

$$G_w = \frac{G_0}{1+G_0} \quad \text{mit} \quad G_0 = \frac{K_1}{s^2} \Rightarrow G_W = \frac{\frac{K_1}{s^2}}{1+\frac{K_1}{s^2}} \Leftrightarrow \boxed{G_W = \frac{K_1}{s^2+K_1}}$$ 1

Gemäß Hurwitzkriterum ist die Übertragungsfunktion G_w nicht stabil, da im Nennerpolynom die **notwendige Bedingung** (alle Koeffizienten $a_i \neq 0$) **nicht erfüllt** ist ($a_1 = 0$). Stattdessen führt das geregelte System stets Dauerschwingungen aus (grenzstabil, konjugiert komplexe Pole bei $s_{1,2} = \pm i\sqrt{K_1}$). 1

Führungsübertragungsfunktion $G_w(s)$ von Regelkreis B:

$$G_{wi} = \frac{\frac{K_2}{s}}{1+\frac{K_2}{s}} = \frac{K_2}{s+K_2} \text{ (innerer Regelkreis)}$$ 1

$$G_w = \frac{\frac{K_1 G_{wi}}{s}}{1+\frac{K_1 G_{wi}}{s}} = \frac{\frac{K_1K_2}{s(s+K_2)}}{1+\frac{K_1K_2}{s(s+K_2)}} = \boxed{\frac{K_1K_2}{s^2+K_2 s+K_1K_2}} \text{ (äußerer Regelkreis)}$$ 2

Berechnung der Reglerparameter K_1 und K_2:

Vorgabe des Nennerpolynoms: $(s+2)^2 = s^2+4s+4 = s^2+K_2s+K_1K_2$

$$\Rightarrow \boxed{K_2 = 4}, \qquad K_1K_2 = 4 \Rightarrow \boxed{K_1 = 1}$$ 2

b) **Auswahl des Reglers:** Um eine Kompensation zu ermöglichen muss der Regler die gleiche Kopplungsstruktur haben wie die Strecke. Die Strecke koppelt Eingang U_2 mit Ausgang Y_1, daher mus der Regler den Regelfehler E_2 mit der Stellgröße U_1 koppeln. Die korrekte Wahl ist also **Regler B**. 2

Herleitung der Übertragungsmatrizen $\mathbf{S}(s)$ und $\mathbf{R}(s)$. Ablesen aus Blockschatlbild:

$$Y_1 = S_1S_2U_1 + S_3S_5S_2U_2, \quad Y_2 = S_3S_4U_2, \quad U_1 = R_1E_1+R_2E_2, \quad U_2 = R_3E_2$$

Daraus folgt in Matrixschreibweise:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} S_1S_2 & S_2S_3S_5 \\ 0 & S_3S_4 \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}(s)} \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} R_1 & R_2 \\ 0 & R_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1(s) \\ E_2(s) \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}(s)}$$ 5

c) **Entkopplung:** Die Diagonalelemente der Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises $\mathbf{S}(s) \cdot \mathbf{R}(s)$ müssen $= 0$ werden, daraus folgt die einzige Entkopplungsbedingung:

$$R_2S_1\cancel{S_2} + R_3\cancel{S_2}S_3S_5 = 0 \Leftrightarrow \boxed{R_2 = -\frac{R_3S_3S_5}{S_1}}$$ 2

Mit den gegebenen Übertragungsfunktionen ergibt sich:

$$R_2 = -\frac{4K(s+2)^2}{(s+4)} \cdot S_5$$

Für Fall A ergibt sich Nennerordnung $n = 1$ und Zählerordnung $m = 2$:

$$G_5 = 5 \Rightarrow \boxed{R_2 = -\frac{20K(s+2)^2}{(s+4)}} \Rightarrow n < m \rightarrow \textbf{nicht realisierbar}$$ 1

Näherungsweise Realisierung:

Statisch: $\tilde{R}_2 = \lim\limits_{s \to 0} R_2 \Rightarrow \boxed{\tilde{R}_2 = -20K}$ 1

Dynamisch: $\boxed{\tilde{R}_2 = -\frac{20K(s+2)^2}{(s+4)(1+Ts)}}$ mit $T \rightarrow 0$ ($n = m = 2 \Rightarrow$ realisierbar) 1

Für Fall B ergibt sich Nennerordnung $n = 2$ und Zählerordnung $m = 2$:

$$G_5 = \frac{5}{s+1} \Rightarrow \boxed{R_2 = -\frac{20K(s+2)^2}{(s+4)(s+1)}} \Rightarrow n = m \rightarrow \textbf{realisierbar}$$ 1

20

Aufgabe 8: Nichtlinearität

a) System 1: D 2,5

System2: F 2,5

b) System 1: Eine Kompensation der Hystere D ist mit den gegeben, möglichen Kompensationen nicht möglich. 2,5

System 2: I 2,5

$\sum$ 10