Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

4. März 2015

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	20	15	6	15	14	12	10	8	20	120
Note:	Ist:										

Aufgabe 1: Verständnisfragen (20 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Für das Gleichgewichtstheorem gelten folgende Aussagen:

- ☐ Es besagt, dass eine Regelung theoretisch immer so entworfen werden kann, dass sie bei allen Frequenzen das Regelverhalten verbessert.
- ☐ Das Theorem wird anschaulich auch als Wasserbetteffekt bezeichnet.
- ☐ Es gilt nur für stabile Systeme mit einem Polüberschuss größer als 1.

b) Welche Linearisierung der Differenzialgleichung $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 5\cos(y(t)) = u(t)$ um den Punkt $y_0 = 0$ ist richtig?

- ☐ $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 5\,(y(t) - y_0) = u(t) - u_0$
- ☐ $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) = u(t) - u_0$
- ☐ $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) - 5\,(y(t) - y_0) = u(t) - u_0$

c) Die Antwort der Übertragungsfunktion $G_1(s)$ auf ein bestimmtes Eingangssignal laute $y(t) = 5 \cdot (1 - e^{-2t})$. Wie lautet die Antwort des Systems $G_2(s) = s \cdot G_1(s)$ auf das gleiche Eingangssignal?

- ☐ $y(t) = 10e^{-2t}$
- ☐ $y(t) = 10e^{2t}$
- ☐ $y(t) = 5 \cdot (1 - 2e^{-2t})$

d) Die Strecke $G_s(s) = \frac{1}{(s+2)^2}$ soll mit einem Kompensationsregler geregelt werden. Welche der angegeben Führungsübertragungsfunktionen $G_W(s)$ sind hierfür sinnvoll?

- ☐ $G_W(s) = \frac{2}{(1+Ts)^2}$, T möglichst klein.
- ☐ $G_W(s) = \frac{1}{(1+Ts)^2}$, T möglichst klein.
- ☐ $G_W(s) = \frac{p^2}{(s+p)^2}$, p möglichst groß.

e) Bei welchen der gegebenen Übertragungsfunktionen darf der Endwertsatz zur Berechnung des stationären Verhaltens angewendet werden?

- ☐ $G(s) = \frac{2}{s^2+2s+5}$
- ☐ $G(s) = \frac{2}{s^2-2s+5}$
- ☐ $G(s) = \frac{1}{s+2} \cdot e^{-5s}$

f) Welche Aussagen gelten für Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{K}{s^2+2D\omega_0 s+\omega_0^2}$?

- ☐ Die Übertragungsfunktion hat die Verstärkung K.
- ☐ Für $D > 0$ ist die Übertragungsfunktion stabil.
- ☐ Für $D > 1$ hat die Übertragungsfunktion 2 verschiedene reelle Pole.

g) Welche Aussagen gelten allgemein für Übertragungsfunktionen?

- ☐ Wenn sie ausschließlich konjugiert komplexe Pole haben, sind sie instabil.
- ☐ Wenn sie ausschließlich Polstellen, gleichgültig ob reell oder konjugiert komplex, mit negativem Realteil haben, sind sie stabil.
- ☐ Wenn sie Nullstellen mit positivem Realteil haben, sind sie instabil.

h) Wie kann man den Frequenzgang eines dynamischen Systems bestimmen?

- ☐ Bei stabilen Systemen experimentell, indem man Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz als Eingang verwendet und die zugehörigen Ausgangssignale misst.
- ☐ Indem man die Pole der Übertragungsfunktion für verschiedene Reglerparameter berechnet und diese in ein Diagramm einzeichnet und mit einer Linie verbindet
- ☐ Indem man in der Übertragungsfunktion des Systems $G(s)$ $s = i\omega$ setzt und den Betrag und das Argument (Phase) der resultierenden komplexen Zahl ausrechnet.

i) Was ist der Unterschied zwischen einem Kompensationsregler und einem Polvorgaberegler.

- ☐ Es gibt keinen Unterschied.
- ☐ Kompensationsregler kann man im Unterschied zu Polvorgabereglern auch bei instabilen Regelstrecken verwenden.
- ☐ Beim Polvorgaberegler kann man nur die Pole beim Kompensationsregler aber die gesamte Übertragungsfunkion des geschlossenen Regelkreises vorgeben.

j) Wie sieht die Übertragungsfunktion eines PI-Reglers aus?

- ☐ $G_R(s) = K_P + K_I \cdot \frac{1}{s}$
- ☐ $G_R(s) = K_P + K_I \cdot s$
- ☐ $G_R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_n s}\right)$

k) Zur einfachen Regelung einer Temperatur wird ein Zweipunktregler mit Hysterese verwendet. Welche Aussagen sind richtig?

- ☐ Bei gutem Reglerentwurf schwingt die Regelgröße asymptotisch auf den Sollwert ein.
- ☐ Die Regelgröße schwingt auch bei gutem Entwurf des Reglers dauerhaft um den Sollwert.
- ☐ Die Schalthäufigkeit des Reglers kann **nicht** durch die Hysteresebreite beeinflusst werden.

l) Handelt es sich bei automatisch einschaltender Beleuchtung (Straße, Auto, etc.) um eine Regelung oder Steuerung?

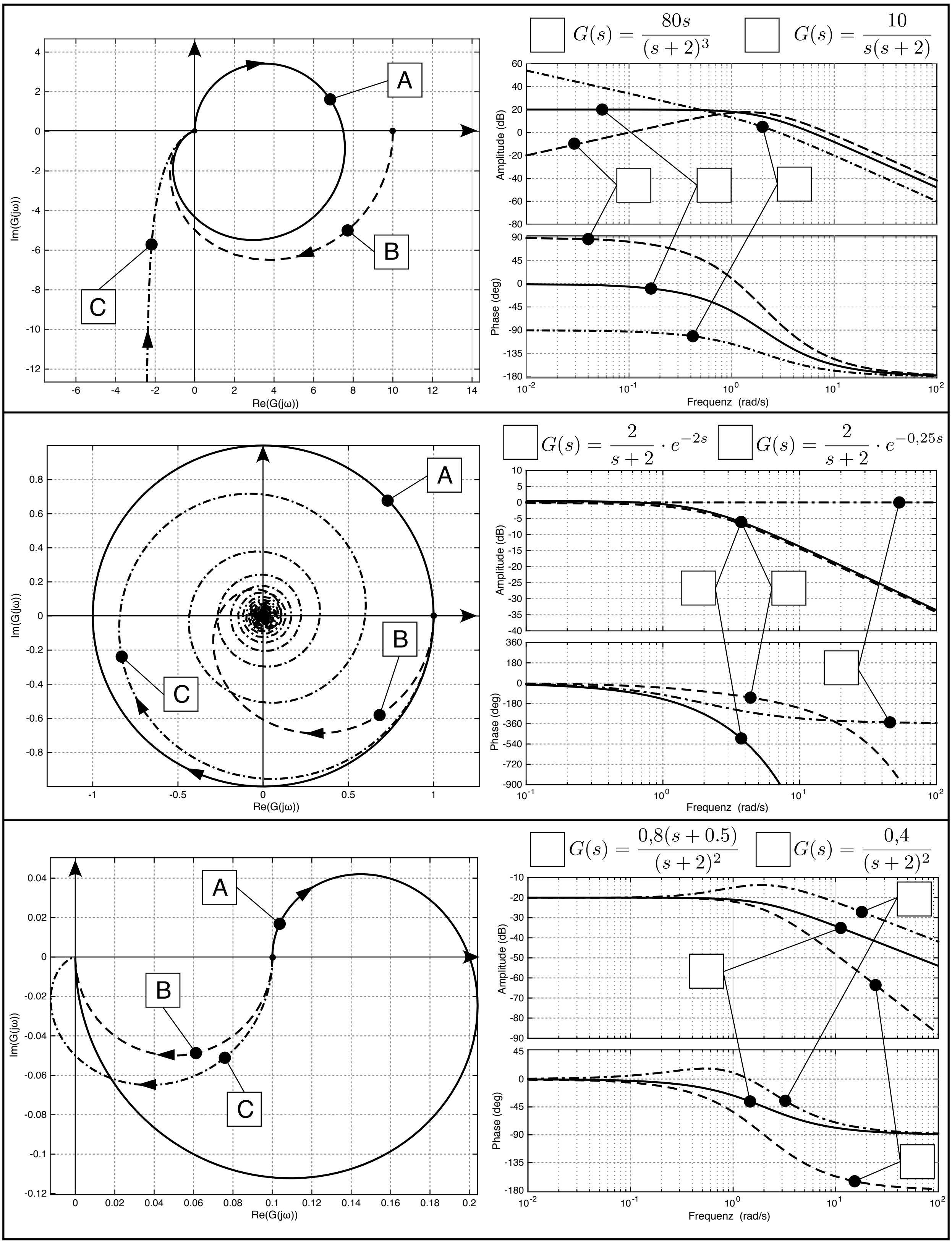
- ☐ Wird eine Zeitschaltuhr verwendet, handelt es sich um eine Steuerung.
- ☐ Wird ein Helligkeitssensor verwendet handelt es sich um eine Regelung, weil die Helligkeit durch den Sensor gemessen wird (Messglied).
- ☐ Auch bei Verwendung eines Helligkeitssensors handelt es sich **nicht** um eine Regelung, weil die Messung nicht zurückgekoppelt, also nicht unter der Lampe gemessen wird.

m) Welche Aussagen über bleibende Regelabweichungen sind richtig?

- ☐ Sie treten zum Beispiel bei sprungförmiger Führungsgröße auf, wenn weder die Regelstrecke noch der Regler einen I-Anteil aufweisen.
- ☐ Durch einen I-Anteil im Regler lässt sich ein bleibender Regelfehler unabhängig von der Führungsgröße und der Streckenübertragungsfunktion vermeiden.
- ☐ Die Größe einer bleibenden Regelabweichung ist von der Verstärkung des offenen Regelkreises unabhängig.

Aufgabe 2: Frequenzgänge (15 Punkte)

Gegeben sind 3 Diagramme mit jeweils 3 verschiedenen Frequenzgangsortskurven. Ordnen Sie diese jeweils den rechts abgebildeten 3 Bodediagrammen und 2 Übertragungsfunktionen zu. Geben Sie jeweils eine **kurze** Begründung an.



Aufgabe 3: Sprung- und Rampenantworten (6 Punkte)

Gegeben ist die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{5s}{s+2}$$

a) Wie lautet die Bezeichnung dieses dynamischen Systems (P, PI, PD, P-T1, ...) ?

b) Berechnen Sie den Anfangs- und Endwert der **Sprungantwort**:
$y(t) \circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet\, Y(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s)$.

c) Berechnen Sie den Anfangs- und Endwert der **Rampenantwort**:
$y(t) \circ\!\!-\!\!\!-\!\!\bullet\, Y(s) = \frac{1}{s^2} \cdot G(s)$.

d) Skizzieren Sie beide Antworten qualitativ in das Diagramm unten.

Aufgabe 4: Wurzelortskurve (15 Punkte)

Gegeben ist ein Regelkreis, bestehend aus einem PT_2-Strecke und einem **idealem** PD-Regler mit einer variablen Nullstelle. Die Dynamik einer Messeinrichtung wird vernachlässigt. Die Übertragungsfunktion der Strecke ist mit

$$G_S(s) = \frac{3}{(s+1)\,(s+3)}$$

gegeben.

a) Was stellen die Äste der Wurzelortskurve dar? (1 Satz)

b) Wie lautet die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises?

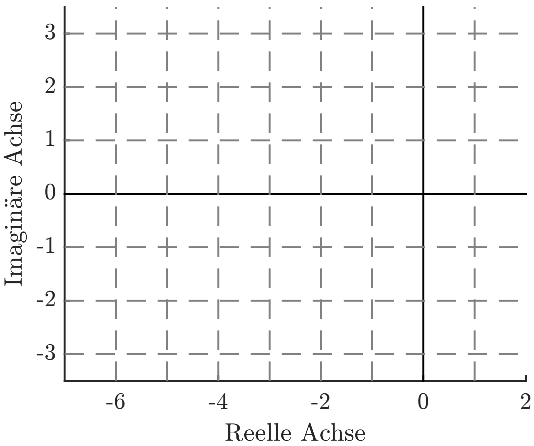
c) Aus der variablen Nullstelle des Reglers ergeben sich qualitativ unterschiedliche Wurzelortskurven. Skizzieren Sie 6 verschiede Wurzelortskurven des oben gegeben Systems (für positive Kreisverstärkung) für jeweils einem beispielhaften Wert für die Nullstelle.

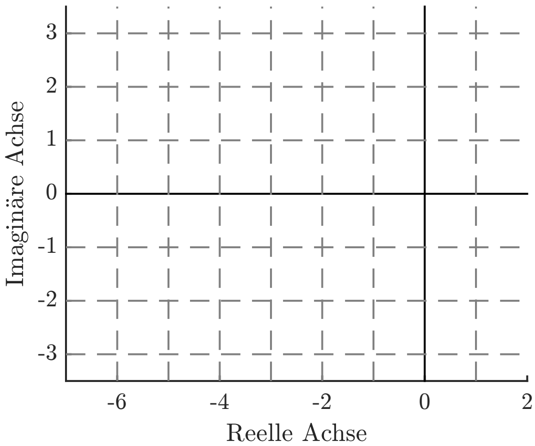
Hinweise: Eine Berechnung von Verzweigungspunkten o.ä. ist nicht nötig, ein ungefährer Verlauf ist ausreichend. Führen Sie die Fälle einer idealen Pol-/Nullstellenkürzung mit auf.

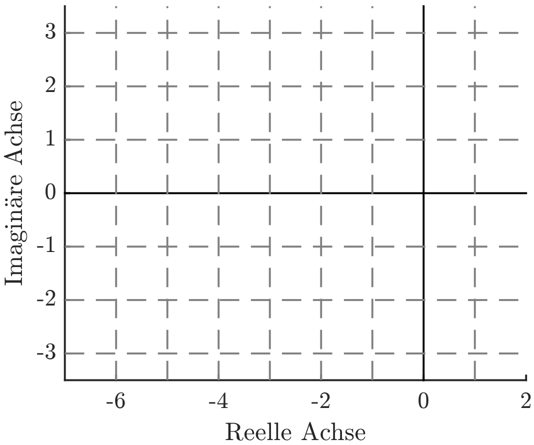
d) Begründen Sie kurz, welche der resultierenden, geschlossenen Regelkreise instabil sein können.

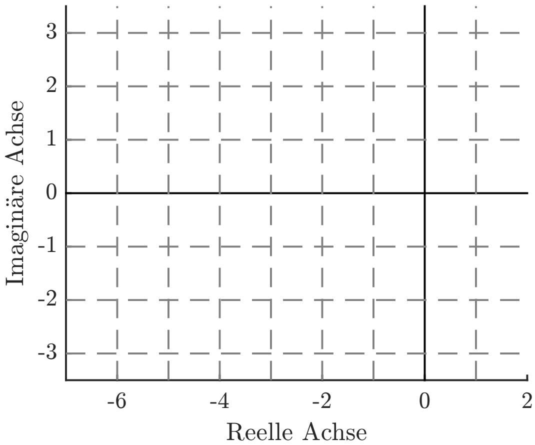
e) Begründen Sie kurz, welche der resultierenden, geschlossenen Regelkreise schwingungsfähig sein können.

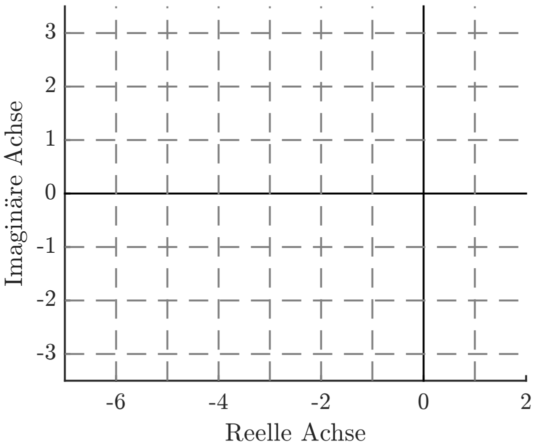
f) Begründen Sie kurz, welcher der oben skizzierten Fälle das langsamste Einschwingverhalten besitzt.

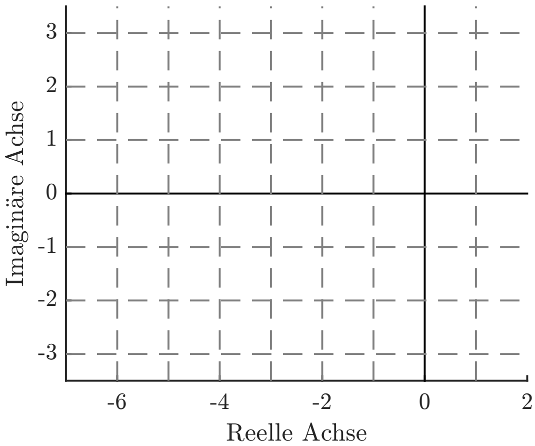

Imaginäre Achse
Reelle Achse


Imaginäre Achse
Reelle Achse


Imaginäre Achse
Reelle Achse

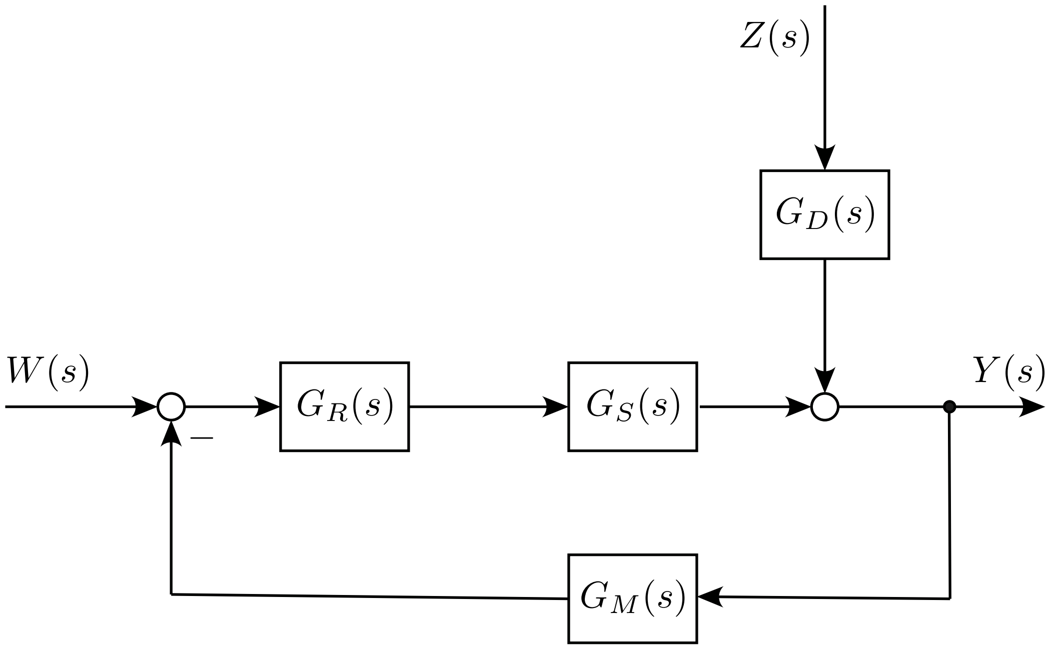

Imaginäre Achse
Reelle Achse


Imaginäre Achse
Reelle Achse


Imaginäre Achse
Reelle Achse

Aufgabe 5: Störgrößenaufschaltung (14 Punkte)

Gegeben ist ein Regelkreis, bestehend aus dem Regler $G_R(s)$, der Strecke $G_S(s)$ und der Messeinrichtung $G_M(s)$. Eine messbare Störung $Z(s)$ beeinflusst über eine bekannte Dynamik $G_D(s)$ ebenfalls den Regelkreis (siehe Abbildung).



a) Zeichnen Sie eine Störgrößenaufschaltung $G_A(s)$ in den obigen Regelkreis ein, der den Störeinfluss eliminiert.

b) Leiten Sie die Übertragungsfunktionen $G_W(s)$ bzw. $G_Z(s)$ des Gesamtsystems (mit Störgrößenaufschaltung $G_A(s)$) her, die zeigen wie die Führungsgröße $W(s)$ bzw. die Störung $Z(s)$ die Regelgröße $Y(s)$ beeinflusst.

c) Begründen Sie kurz, wie die Störgrößenaufschaltung $G_A(s)$ die Stabilität des Regelkreises beeinflusst.

Für die folgenden Aufgabenteile sind die Dynamiken des Regelkreises wie folgt gegeben:

$$G_R(s) = K \qquad G_S(s) = \frac{1}{1+5s}e^{-s} \qquad G_M(s) = 1$$

Für die Dynamik des Störeinflusses werden zwei verschiedene Fälle angenommen:

$$G_{D1}(s) = e^{-2s} \qquad G_{D2}(s) = 1$$

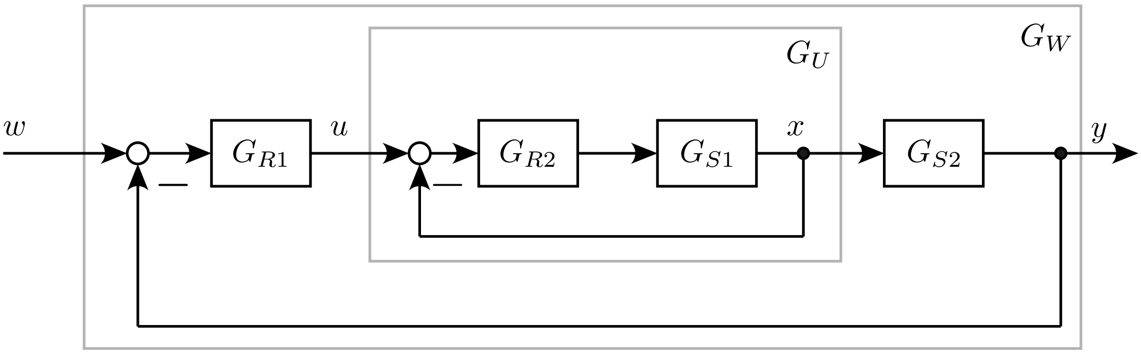
d) Wie lauten die idealen Störgrößenaufschaltungen $G_{A\,1,2}(s)$ für $G_{D1}(s)$, bzw. $G_{D2}(s)$?

e) Sind die idealen Störgrößenaufschaltungen realisierbar? Begründen Sie jeweils kurz, falls diese es nicht sind.

f) Begründen Sie kurz, welche der beiden Störeinflüsse schwieriger auszugleichen ist.

Aufgabe 6: Kaskadenregelung (12 Punkte)

Gegeben ist ein Regelkreis mit einer inneren und äußeren Rückkopplung:



Die Übertragungsfunktionen der Regler und Strecken sind gegeben mit:

$$G_{R1}(s) = K_I \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I\, s}\right) = K_I \cdot \frac{T_I\, s + 1}{T_I\, s} \qquad G_{S1}(s) = \frac{1}{1 + 10\, s}$$

$$G_{R2}(s) = K_P \qquad G_{S2}(s) = \frac{1}{1 + s}$$

a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen inneren Regelkreises $G_U(s)$. Wie wird das entstehende System bezeichnet (P, PI, PD, P-T1, ...) ?

b) Berechnen Sie den Pol von $G_U(s)$ und beschreiben Sie kurz, welche Auswirkung die Wahl von K_P auf die Dynamik von $G_U(s)$ hat.

Für die folgenden Aufgabenteile sei $T_I = 1$ gegeben.

c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G_0(s)$ des **offenen** Gesamtregelkreises mit aktiver, innerer Rückkopplung.

d) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G_{0N}(s)$ des **offenen** Gesamtregelkreises unter der Annahme, dass die innere Rückkopplung nicht aktiv ist.

Hinweis: Dieser Aufgabenteil ist unabhängig lösbar.

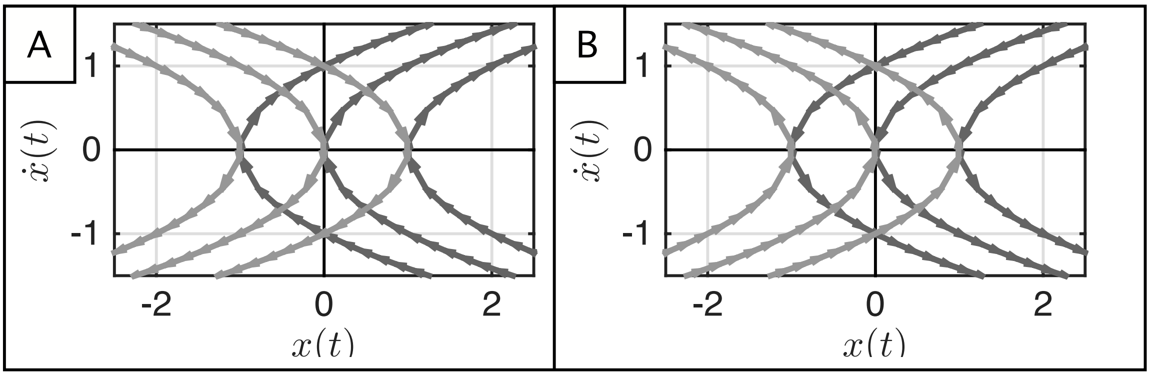
e) Begründen Sie kurz, welchen Vorteil die innere Rückkopplung für den geschlossenen Regelkreis bietet. Betrachten Sie dazu die Pole des offenen Regelkreises.

Hilfestellung: Skizzieren Sie die WOK für beide Fälle und vergleichen Sie den Verlauf.

Aufgabe 7: Phasenebene (10 Punkte)

a) Unten stehend Sie zwei Phasenebene (A und B) dargestellt. Wählen Sie die Richtige und tragen Sie Ihr Ergebnis unten ein.

Richtige Phasenebene:	



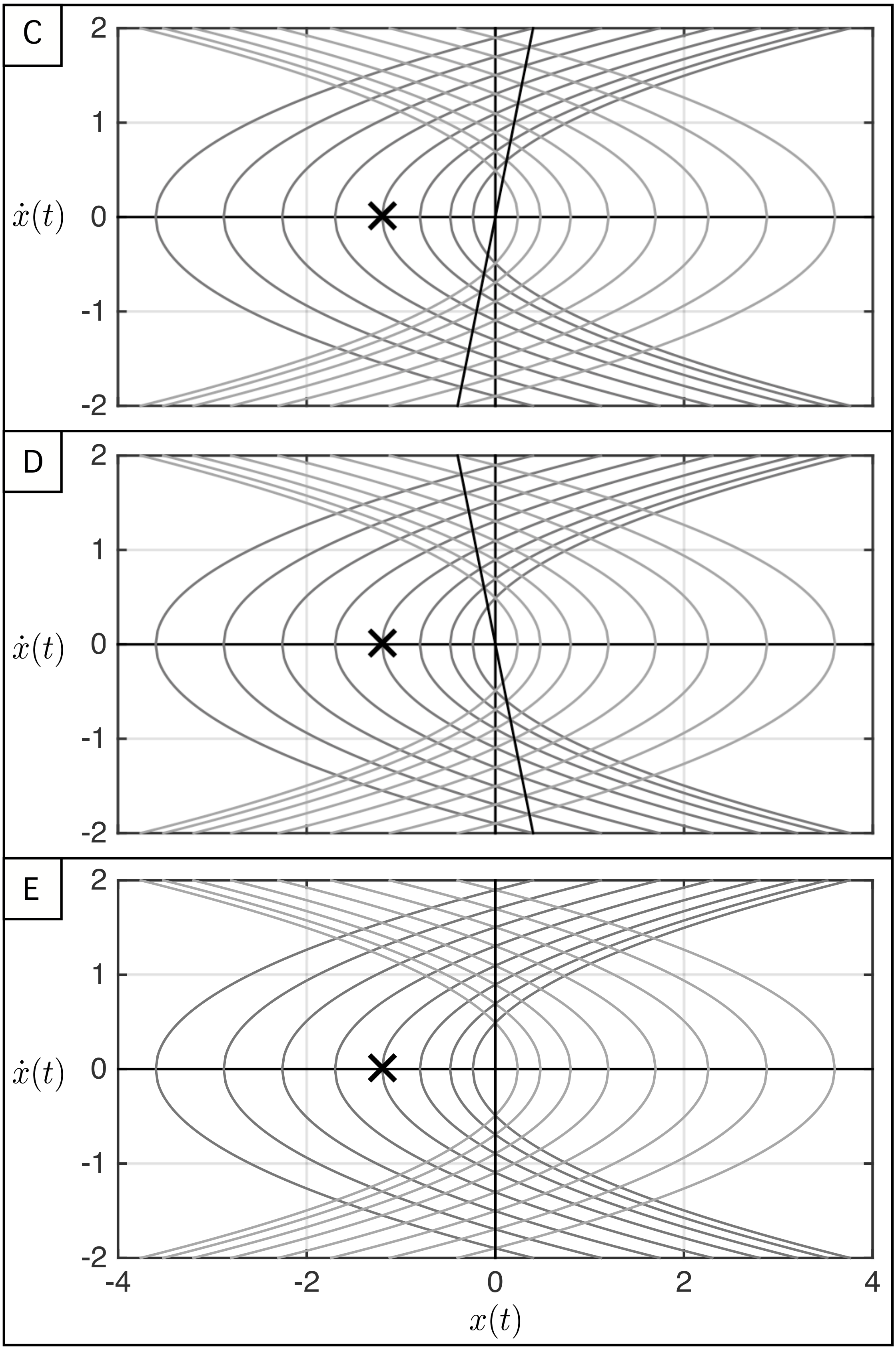
b) In dem unten stehenden Diagrammen C bis E sind drei Schaltgeraden eingezeichnet. Zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf von $\dot{x}(t)$ über $x(t)$ für alle drei Schaltgeraden. Die Startwerte sind für alle drei Fälle gleich: $x(t_0) = -1.2$ und $\dot{x}(t_0) = 0$.

Bitte beachten Sie, dass die Schaltgerade des Diagrammes E mit der $\dot{x}(t)$-Achse zusammen fällt.

c) Treffen Sie eine Aussage über die Stabilität der einzelnen Schaltgeraden.

d) Nach wie vielen Zyklen erreicht der stabile Fall den Ursprung exakt?

e) Wie muss die Umschaltstrategie geändert werden, damit der Systemzustand möglichst schnell in den Ursprung gezwungen wird? (keine Rechnung, kurze Erklärung)

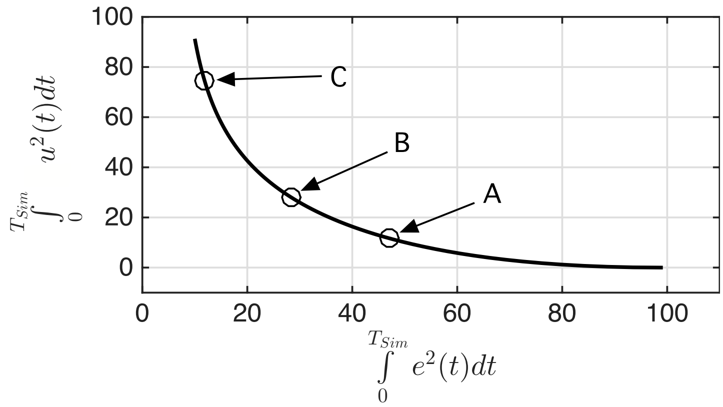

C
D
E
$\dot{x}(t)$
$x(t)$
2
1
0
-1
-2
-4
-2
0
2
4

Aufgabe 8: Pareto-optimaler Regler (8 Punkte)

Für die Parameteroptimierung eines Reglers, wird folgende Verlustfunktion verwendet:

$$J = \int_0^{T_{\mathrm{Sim}}} \left[e^2(t) + \alpha u^2(t)\right] \mathrm{d}t$$

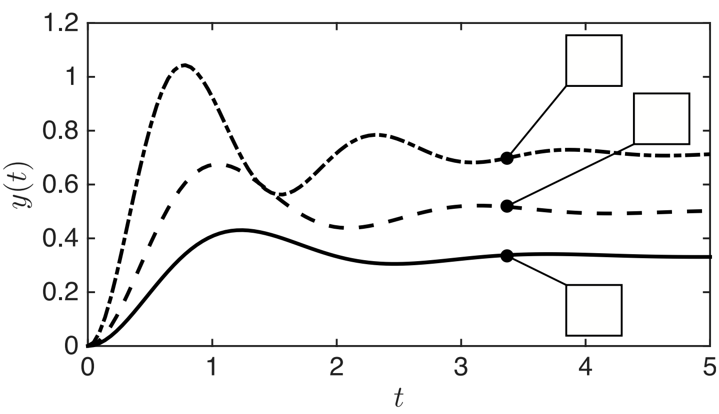
Hierbei entspricht T_{Sim} der Simulationszeit, $e(t)$ dem Regelfehler, $u(t)$ der Stellgröße und α dem einzustellenden Hyperparameter, welcher die Bestrafung der Stellgröße bestimmt.



a) Vervollständigen Sie die Tabelle. Ordne Sie den in der Pareto Front eingezeichneten Punkten die folgenden qualitativen Eigenschaften zu: klein / mittel / groß

Punkt:	Hyperparameter α	Verstärkung K	Integral des Fehlers $\int_0^{T_{\mathrm{Sim}}} e^2(t)\mathrm{d}t$
A			
B			
C			

b) In der unten stehenden Grafik sind die Sprungantworten der Fälle A, B und C aufgetragen. Ordnen Sie diese richtig zu.

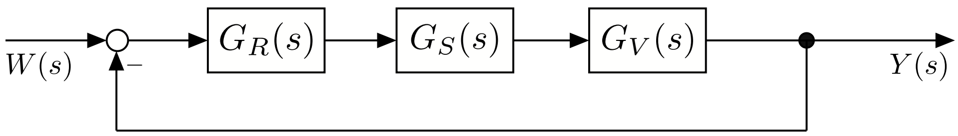


c) Hat der Regler einen I-Anteil?

Aufgabe 9: Vernachlässigte Dynamik (20 Punkte)

Im Nachfolgenden wird das System $G_S(s)$ betrachtet. Dieses soll mit einem P-Regler geregelt werden.

$$G_S(s) = \frac{4}{100 \cdot s^2 + 10 \cdot s + 1} \quad ; \quad G_V(s) = \frac{1}{1 + T_V \cdot s} \quad ; \quad G_R(s) = K$$



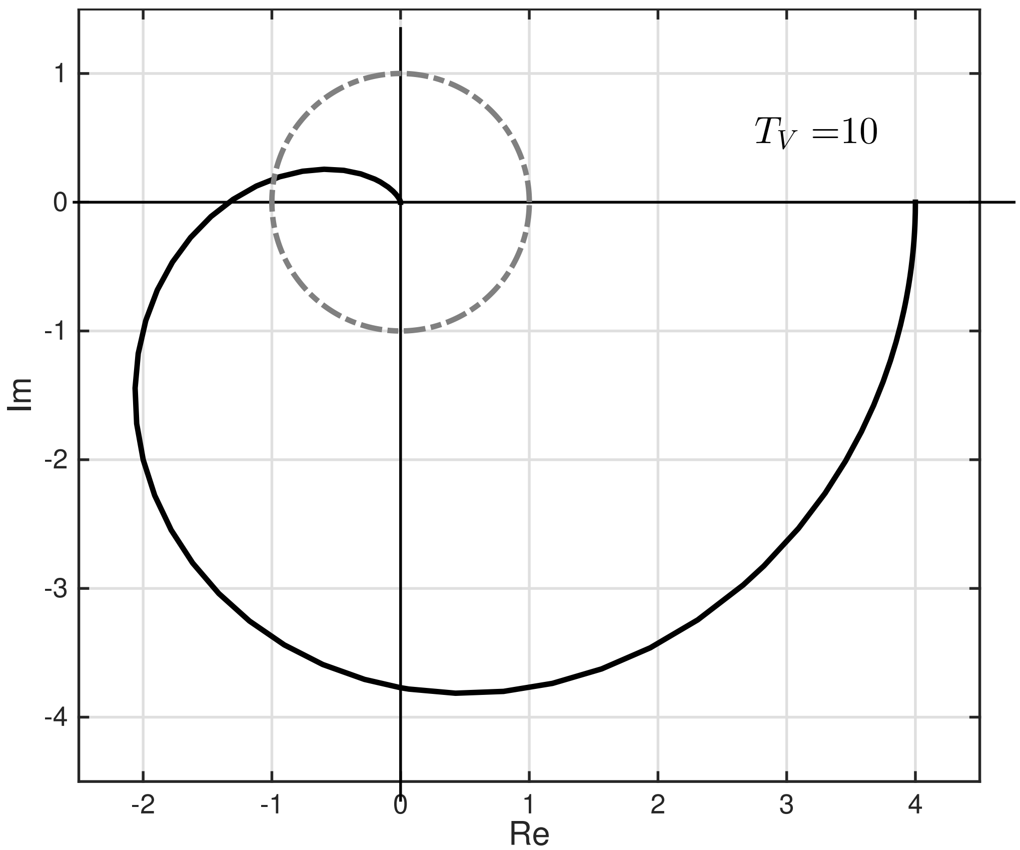
a) Zur vereinfachten Modellierung wird die schnelle Dynamik $G_V(s)$ vernachlässigt ($T_V = 0$). Treffen Sie eine kurze Aussage zur Stabilität und bleibender Regelabweichung für den geschlossenen Regelkreis und endliche $K > 0$. Zeigen Sie, dass das geregelte System nicht sprungfähig ist und treffen Sie eine Aussage über die Schwingungsfähigkeit für $K = 1$.

b) Begründen Sie kurz die qualitative Auswirkung welche die Vernachlässigung die schnellen Dynamik mit $T_V > 0$ auf die Frequenzgangsortskurve des offenen Regelkreises hat, verglichen mit $T_V = 0$?

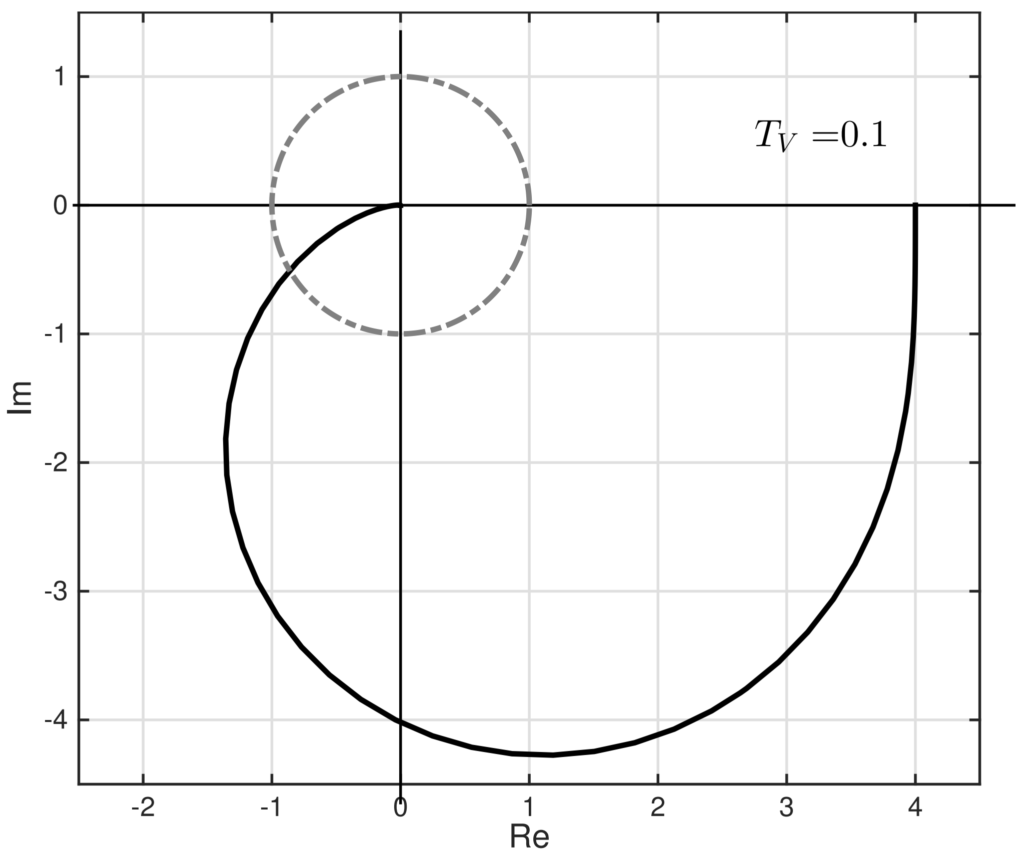
c) Auf der nachfolgenden Seite sind für $K = 1$ zwei Frequenzgangsortskurven für verschiedene $G_V(s)$ zu sehen. Bestimmen Sie wenn möglich Amplituden- und Phasenreserve der beiden Realisierungen grafisch. Bewerten Sie kurz die Stabilität der geregelten Systeme.

d) Stellen Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ für $T_V = 10$ in Abhängigkeit von der Reglerverstärkung K auf.

e) Für welche Werte für K is das geregelte System stabil?



T_V =10
Im
Re
1
0
-1
-2
-3
-4
-2
-1
0
1
2
3
4



T_V =0.1
Im
Re
1
0
-1
-2
-3
-4
-2
-1
0
1
2
3
4

Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen(20 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Für das Gleichgewichtstheorem gelten folgende Aussagen:

- ☐ Es besagt, dass eine Regelung theoretisch immer so entworfen werden kann, dass sie bei allen Frequenzen das Regelverhalten verbessert.
- ■ Das Theorem wird anschaulich auch als Wasserbetteffekt bezeichnet.
- ■ Es gilt nur für stabile Systeme mit einem Polüberschuss größer als 1.

b) Welche Linearisierung der Differenzialgleichung $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 5\cos(y(t)) = u(t)$ um den Punkt $y_0 = 0$ ist richtig?

- ☐ $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) + 5\,(y(t) - y_0) = u(t) - u_0$
- ■ $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) = u(t) - u_0$
- ☐ $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) - 5\,(y(t) - y_0) = u(t) - u_0$

c) Die Antwort der Übertragungsfunktion $G_1(s)$ auf ein bestimmtes Eingangssignal laute $y(t) = 5 \cdot (1 - e^{-2t})$. Wie lautet die Antwort des Systems $G_2(s) = s \cdot G_1(s)$ auf das gleiche Eingangssignal?

- ■ $y(t) = 10e^{-2t}$
- ☐ $y(t) = 10e^{2t}$
- ☐ $y(t) = 5 \cdot (1 - 2e^{-2t})$

d) Die Strecke $G_s(s) = \frac{1}{(s+2)^2}$ soll mit einem Kompensationsregler geregelt werden. Welche der angegeben Führungsübertragungsfunktionen $G_W(s)$ sind hierfür sinnvoll?

- ☐ $G_W(s) = \frac{2}{(1+Ts)^2}$, T möglichst klein.
- ■ $G_W(s) = \frac{1}{(1+Ts)^2}$, T möglichst klein.
- ■ $G_W(s) = \frac{p^2}{(s+p)^2}$, p möglichst groß.

e) Bei welchen der gegebenen Übertragungsfunktionen darf der Endwertsatz zur Berechnung des stationären Verhaltens angewendet werden?

- ■ $G(s) = \frac{2}{s^2+2s+5}$
- ☐ $G(s) = \frac{2}{s^2-2s+5}$
- ■ $G(s) = \frac{1}{s+2} \cdot e^{-5s}$

f) Welche Aussagen gelten für Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{K}{s^2+2D\omega_0 s+\omega_0^2}$?

- [ ] Die Übertragungsfunktion hat die Verstärkung K.
- [x] Für $D > 0$ ist die Übertragungsfunktion stabil.
- [x] Für $D > 1$ hat die Übertragungsfunktion 2 verschiedene reelle Pole.

g) Welche Aussagen gelten allgemein für Übertragungsfunktionen?

- [ ] Wenn sie ausschließlich konjugiert komplexe Pole haben, sind sie instabil.
- [x] Wenn sie ausschließlich Polstellen, gleichgültig ob reell oder konjugiert komplex, mit negativem Realteil haben, sind sie stabil.
- [ ] Wenn sie Nullstellen mit positivem Realteil haben, sind die instabil.

h) Wie kann man den Frequenzgang eines dynamischen Systems bestimmen?

- [x] Bei stabilen Systemen experimentell, indem man Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz als Eingang verwendet und die zugehörigen Ausgangssignale misst.
- [ ] Indem man die Pole der Übertragungsfunktion für verschiedene Reglerparameter berechnet und diese in ein Diagramm einzeichnet und mit einer Linie verbindet
- [x] Indem man in der Übertragungsfunktion des Systems $G(s)$ $s = i\omega$ setzt und den Betrag und das Argument (Phase) der resultierenden komplexen Zahl ausrechnet.

i) Was ist der Unterschied zwischen einem Kompensationsregler und einem Polvorgaberegler.

- [ ] Es gibt keinen Unterschied.
- [ ] Kompensationsregler kann man im Unterschied zu Polvorgabereglern auch bei instabilen Regelstrecken verwenden.
- [x] Beim Polvorgaberegler kann man nur die Pole beim Kompensationsregler aber die gesamte Übertragungsfunkion des geschlossenen Regelkreises vorgeben.

j) Wie sieht die Übertragungsfunktion eines PI-Reglers aus?

- [x] $G_R(s) = K_P + K_I \cdot \frac{1}{s}$
- [ ] $G_R(s) = K_P + K_I \cdot s$
- [x] $G_R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_n s}\right)$

k) Zur einfachen Regelung einer Temperatur wird ein Zweipunktregler mit Hysterese verwendet. Welche Aussagen sind richtig?

- [ ] Bei gutem Reglerentwurf schwingt die Regelgröße asymptotisch auf den Sollwert ein.
- [x] Die Regelgröße schwingt auch bei gutem Entwurf des Reglers dauerhaft um den Sollwert.
- [ ] Die Schalthäufigkeit des Reglers kann **nicht** durch die Hysteresebreite beeinflusst werden.

l) Handelt es sich bei automatisch einschaltender Beleuchtung (Straße, Auto, etc.) um eine Regelung oder Steuerung?

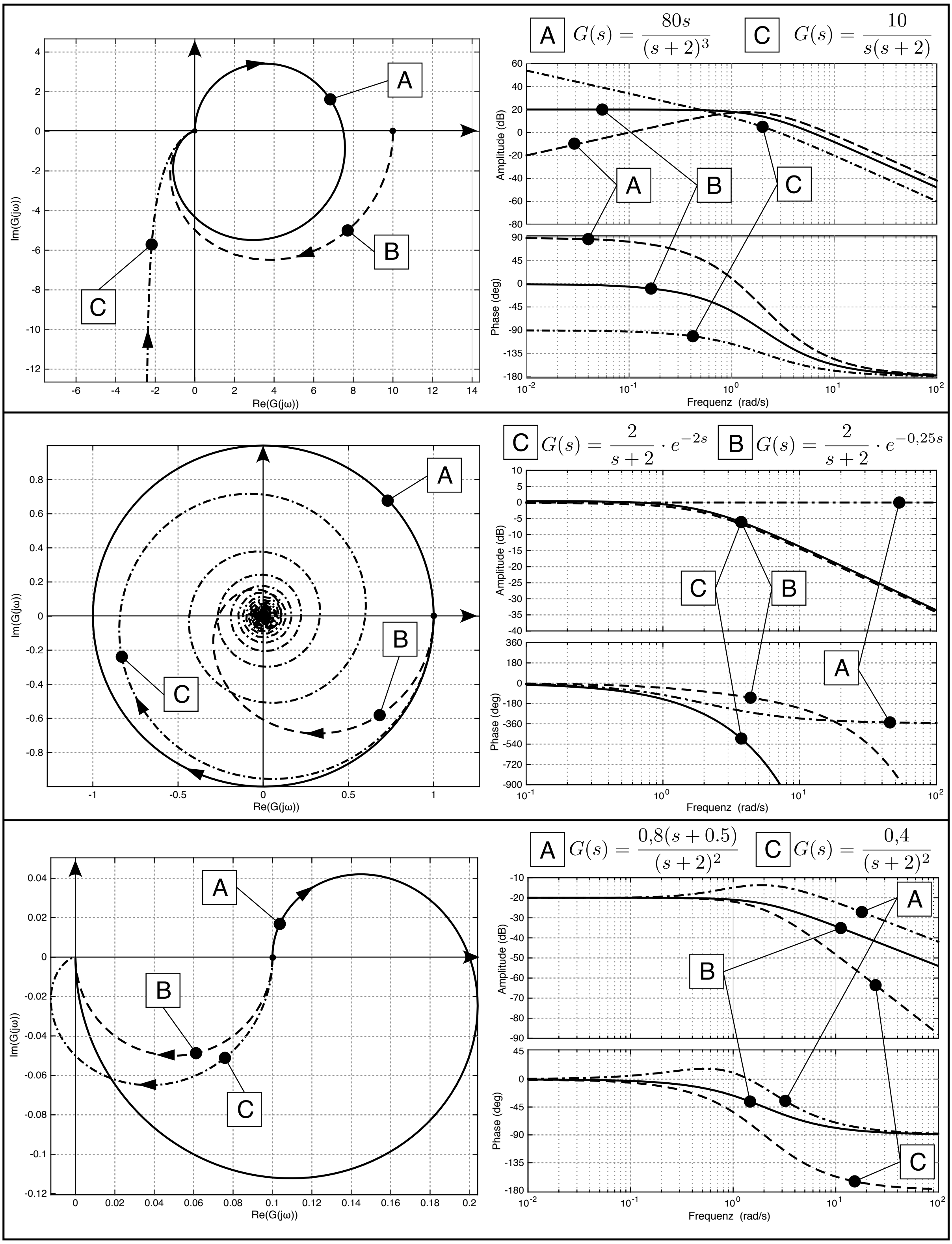
- [x] Wird eine Zeitschaltuhr verwendet, handelt es sich um eine Steuerung.
- [ ] Wird ein Helligkeitssensor verwendet handelt es sich um eine Regelung, weil die Helligkeit durch den Sensor gemessen wird (Messglied).
- [x] Auch bei Verwendung eines Helligkeitssensors handelt es sich **nicht** um eine Regelung, weil die Messung nicht zurückgekoppelt, also nicht unter der Lampe gemessen wird.

m) Welche Aussagen über bleibende Regelabweichungen sind richtig?

- [x] Sie treten zum Beispiel bei sprungförmiger Führungsgröße auf, wenn weder die Regelstrecke noch der Regler einen I-Anteil aufweisen.
- [ ] Durch einen I-Anteil im Regler lässt sich ein bleibender Regelfehler unabhängig von der Führungsgröße und der Streckenübertragungsfunktion vermeiden.
- [ ] Die Größe einer bleibenden Regelabweichung ist von der Verstärkung des offenen Regelkreises unabhängig.

$\boxed{\sum 20}$

Aufgabe 2: Frequenzgänge (15 Punkte)



Jeweils 1 Punkt pro korrekt ausgefülltem Kästchen (mit zugehöriger Begründung).

Begründungen (Beispiel):

1. Diagramm: Globales P-, I- oder D-Verhalten, d.h. Frequenzgang beginnt bei endlichem Wert (A), im Unendlichen (C, s im Nenner) oder bei Null (B, s im Zähler).
2. Diagramm: Alle Systeme haben globales P-Verhalten, Allpass (A, Amplitude konstant bei veränderlicher Phase), Verzögerungsglieder mit Totzeit (Phase strebt gegen $-\infty$, bei größerer Totzeit schneller B, bei geringerer langsamer C, Amplitudengang identisch, da gleiche Dynamik).
3. Diagramm: Alle Systeme haben globales P-Verhalten, System mit Nullstelle zeigt positive Phasenverschiebung und zunehmende Amplitude zu Beginn (A). Verzögerungsglieder haben unterschiedliche Ordnung. 2. Ordnung führt auf Phasenverschiebung von $-180°$ und Asymptotensteigung $-40\,\mathrm{dB/Dekade}$ (C), 1. Ordnung $-90°$ und $-20\,\mathrm{dB/Dekade}$ (B)

$\boxed{\sum 15}$

Aufgabe 3: Sprung- und Rampenantworten (6 Punkte)

a) Es handelt sich hier um ein D-Glied, multipliziert mit einem Verzögerungsglied 1. Ordnung: **D-T1**: 1

b) Sprungantwort:

$$y(t \to 0) = \lim_{s\to\infty} (s \cdot Y(s)) = \lim_{s\to\infty} \left(s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{5s}{s+2}\right) = \lim_{s\to\infty} \left(\frac{5}{1+\frac{2}{s}}\right) = \frac{5}{1+0} = 5$$

2

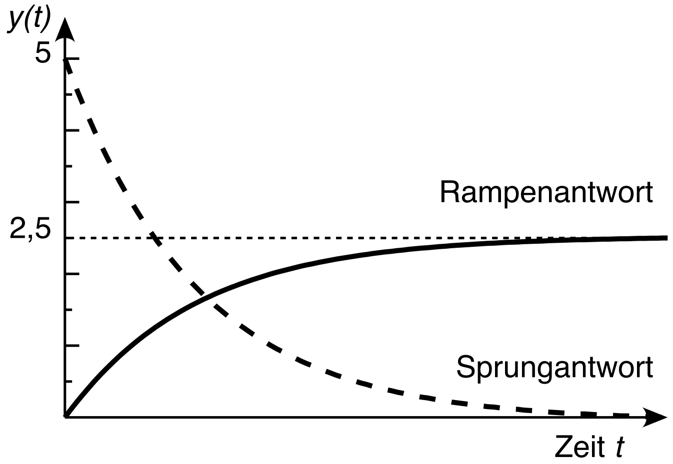
$$y(t \to \infty) = \lim_{s\to 0} (s \cdot Y(s)) = \lim_{s\to 0} \left(s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{5s}{s+2}\right) = \frac{5 \cdot 0}{0+2} = 0$$

c) Rampenantwort:

$$y(t \to 0) = \lim_{s\to\infty} (s \cdot Y(s)) = \lim_{s\to\infty} \left(s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{5s}{s+2}\right) = \lim_{s\to\infty} \left(\frac{5}{s+2}\right) = 0$$

2

$$y(t \to \infty) = \lim_{s\to 0} (s \cdot Y(s)) = \lim_{s\to 0} \left(s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{5s}{s+2}\right) = \lim_{s\to 0} \left(\frac{5}{s+2}\right) = \frac{5}{0+2} = 2{,}5$$



1

$\sum 6$

Aufgabe 4: Wurzelortskurve (15 Punkte)

a) Die Äste der Wurzelortskurve entsprechen den Polen des geschlossenen Regelkreises für verschiedene Verstärkungen. 1

b) Die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises lautet

$$G_0 = \frac{3\,K\,(1 + T_D\,s)}{(s+1)\,(s+3)} = \frac{3\,K\,T_D\,(\frac{1}{T_D} + s)}{(s+1)\,(s+3)}.$$

2

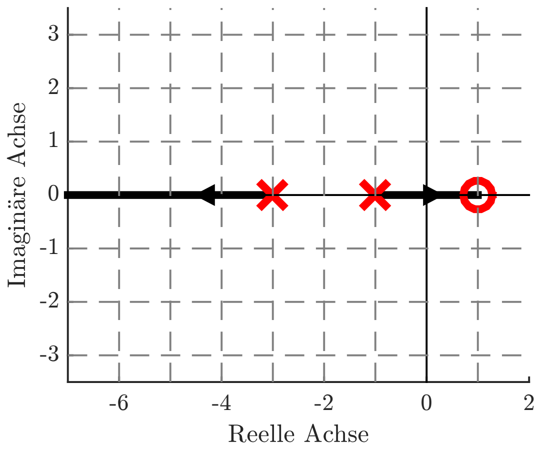
c) Sieben qualitativ unterschiedliche Fälle sind möglich (siehe Abbildung). Nicht abgebildet ist der Fall ohne Nullstelle. 6

d) Für denn Fall $\frac{1}{T_D} < 1$ kann die Nullstelle in der rechten Halbebene liegen. Daraus resultierend verlässt dann ein Ast der WOK die linke Halbebene. Der geschlossene Regelkreis kann also für einen bestimmten Wertebereich von K einen instabilen Pol aufweisen und somit instabil sein. 2

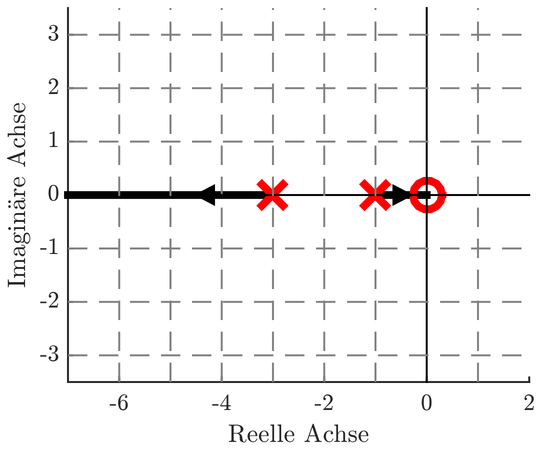
e) Für denn Fall $\frac{1}{T_D} > 3$ liegt die Nullstelle “links” von beiden Polen. Daraus resultierend verlassen zwei Äste der WOK die reelle Achse. Der geschlossene Regelkreis kann also für einen bestimmten Wertebereich von K ein konjugiert komplexes Polpaar aufweisen und somit schwingungsfähig sein. 2

f) Der langsamste Pol des geschlossenen Regelkreises dominiert die Dauer von Einschwingvorgängen. Nur für den Fall $\frac{1}{T_D} < 1$ kann ein Pol des geschlossenen Regelkreises “rechts” beider Pole des offenen Regelkreises liegen. Er ist somit der “langsamste Fall”. 2

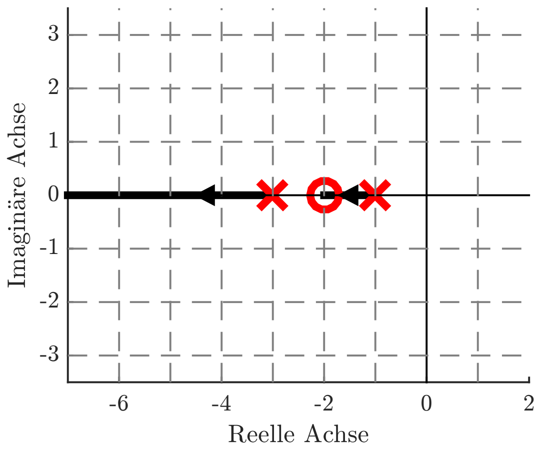
(a) Nullstelle rechts und nicht phasenminimal



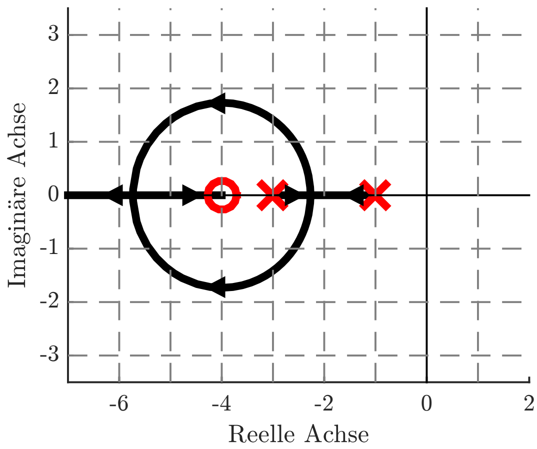
(b) Nullstellle rechts und phasenminimal



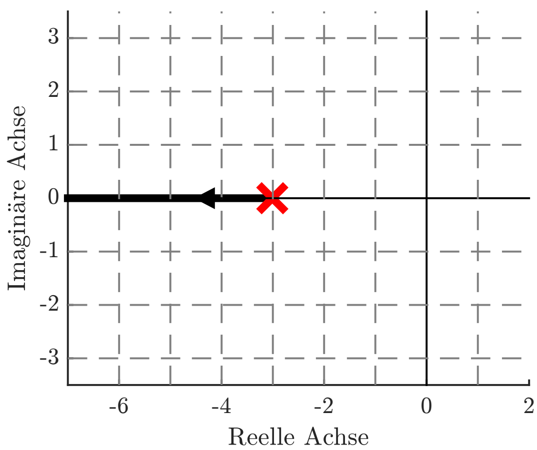
(c) Nullstelle zwischen den Polen



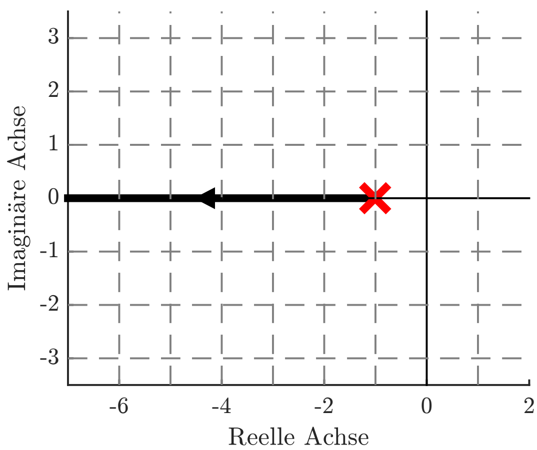
(d) Nullstelle links



(e) Ideale Pol/Nullstellenkürzung 1

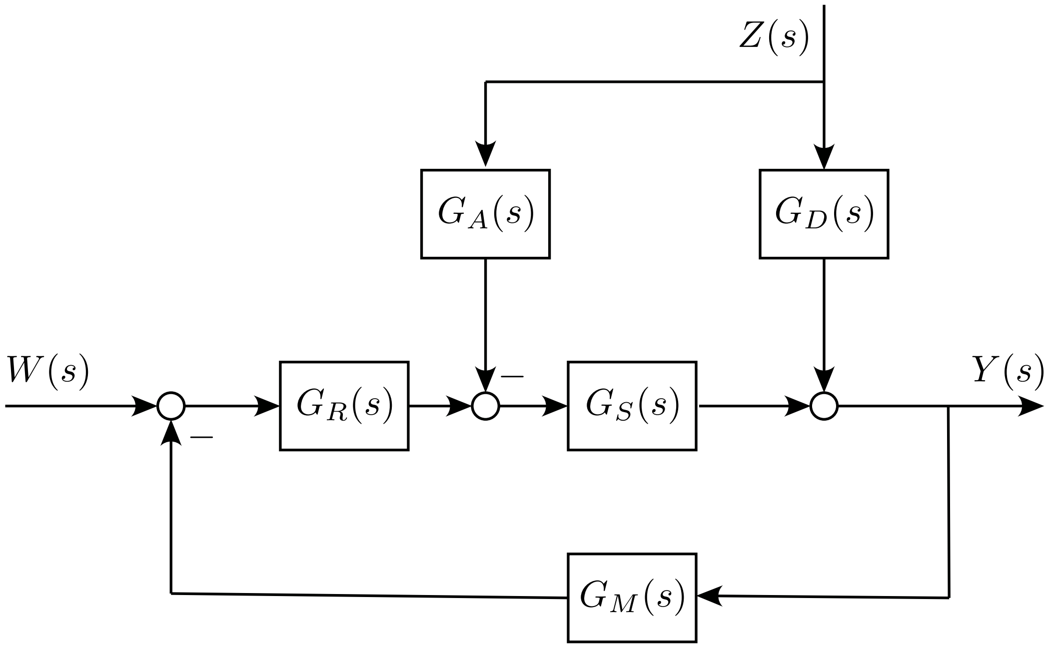


(f) Ideale Pol/Nullstellenkürzung 2



Aufgabe 5: Störgrößenaufschaltung (14 Punkte)

a)



2

b)

$$Y(s) = G_D(s)\,Z(s) + G_S(s)\cdot\left[-G_A(s)\,Z(s) + G_R(s)\cdot\left(W(s) - G_M(s)\,Y(s)\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow\quad Y(s) = \underbrace{\frac{G_R(s)\,G_S(s)}{1+G_R(s)\,G_S(s)\,G_M(s)}}_{G_W(s)}\,W(s) + \underbrace{\frac{G_D(s) - G_S(s)\,G_A(s)}{1+G_R(s)\,G_S(s)\,G_M(s)}}_{G_Z(s)}\,Z(s)$$

4

c) Die Störgrößenaufschaltung $G_A(s)$ beeinflusst die Stabilität des Regelkreises nicht, da sie nur steuernd in den Regelkreis eingreift und $G_W(s)$ nicht beeinflusst. 2

d) Die ideale Störgrößenaufschaltung erzwingt $G_Z(s) = 0$, d.h. $G_D(s) = G_S(s)\,G_A(s)$. Es muss also gelten

$$G_{A1,\text{ideal}} = \frac{G_{D\,1}(s)}{G_S(s)} = (1+5\,s)\cdot e^{-s} \tag{1}$$

$$G_{A2,\text{ideal}} = \frac{G_{D\,2}(s)}{G_S(s)} = \frac{1}{\frac{1}{1+5\,s}\cdot e^{-s}} = (1+5\,s)\cdot e^{+s} \tag{2}$$

2

e) $G_{A1,\text{ideal}}$ ist nicht realisierbar, da mehr Nullstellen als Pole nicht realisierbar sind. $G_{A2,\text{ideal}}$ ist nicht realisierbar, da (1) mehr Nullstellen als Pole nicht realisierbar sind und (2) eine negative Totzeit ebenfalls nicht realisierbar ist. 2

f) Die Stellgröße ist bedingt durch die Totzeit in G_S langsamer als eine durch $G_{D\,2}$ unverzögerte Störung. $G_{D\,2}$ ist daher schwieriger auszugleichen, da die Störung schneller auf den Ausgang wirkt, als die Regelung/Störgrößenaufschaltung (bedingt durch das langsamere Streckenverhalten) auf den Ausgang wirkt. 2

Aufgabe 6: Kaskadenregelung (12 Punkte)

a) Die Übertragungsfunktion des geschlossenen inneren Regelkreises lautet

$$G_U(s) = \frac{X(s)}{U(S)} = \frac{G_{R2}(s)\,G_{S1}(s)}{1 + G_{R2}(s)\,G_{S1}(s)} = \frac{K_P}{K_P + 1 + 10s} \qquad \boxed{1}$$

Es handelt sich um ein PT_1 System. $\boxed{1}$

b) Pol:

$$K_P + 1 + 10s = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad p_{\text{IR}}: \quad s = -\frac{K_P + 1}{10} \qquad \boxed{1}$$

Durch die Wahl von K_P wird der Pol p_{IR} des inneren Regelkreises verschoben. Für $K_P \to \infty$ geht $p_{\text{IR}} \to -\infty$. D.h. für große K_P wird der Pol schneller. $\boxed{1}$

c) Die Übertragungsfunktion $G_0(s)$ des offenen Gesamtregelkreises mit aktiver, innerer Rückkopplung lautet

$$G_0(s) = G_{R1}(s) \cdot G_U(s) \cdot G_{S2}(s) = K_I \cdot \frac{s+1}{s} \cdot \frac{K_P}{K_P + 1 + 10s} \cdot \frac{1}{1+s}$$

$$G_0(s) = \frac{K_I\,K_P}{10\,s^2 + (K_P + 1)\ s} = \frac{K_I\,K_P}{10\,s \cdot \left(\frac{K_P+1}{10} + s\right)} = \frac{K_I\,K_P}{s \cdot (10s + K_P + 1)} \qquad \boxed{2}$$

d) Die Übertragungsfunktion $G_0N(s)$ des offenen Gesamtregelkreises ohne innerer Rückkopplung lautet

$$G_{0N}(s) = G_{R1}(s) \cdot G_{R2}(s) \cdot G_{S1}(s) \cdot G_{S2}(s) = K_I \cdot \frac{s+1}{s} \cdot K_P \cdot \frac{1}{1 + 10\,s} \cdot \frac{1}{1+s}$$

$$G_{0N}(s) = \frac{K_I\,K_P}{10\,s^2 + s} = \frac{K_I\,K_P}{10\,s \cdot (\frac{1}{10} + s)} = \frac{K_I\,K_P}{s \cdot (10s + 1)} \qquad \boxed{2}$$

e) Pole des offenen RK mit innerer Rückkopplung:

$$p_{01} = 0 \qquad\qquad p_{02} = -\frac{K_P + 1}{10} \qquad \boxed{1}$$

Pole des offenen RK ohne innere Rückkopplung:

$$p_{0\text{N}1} = 0 \qquad\qquad p_{0\text{N}2} = -\frac{1}{10} \qquad \boxed{1}$$

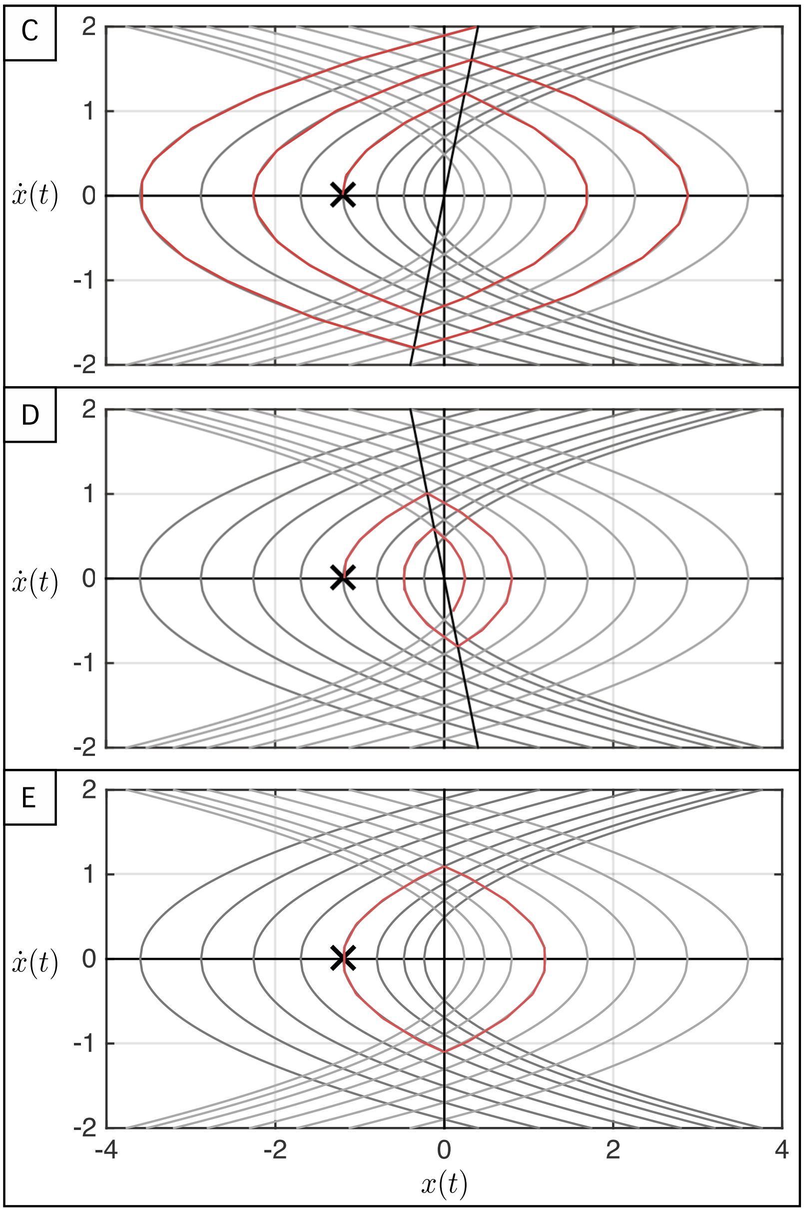
Durch die innere Rückkopplung kann einer der beiden Pole verschoben werden. Für den geschlossenen Regelkreis hat das zur Folge, dass die Zeitkonstante der Pole so verändert werden kann, dass sich die Einschwingdauer verkürzt. Der Regelkreis wird “schneller”. $\boxed{2}$

(Zur Veranschaulichung: Wählen sie $K_P = 9$ und skizieren sie die WOK für beide Fälle und vergleichen sie den Verlauf der Pole des geschlossenen Regelkreises.)

Aufgabe 7: Phasenebene (10 Punkte)

a) Die korrekte Phasenebene ist in Abbildung A zu sehen. Weil $\dot{x}$ dieAbleitung von x ist. Beispiel: Bei einem Zuwachs von x ist die Ableitung ebenso positiv. Daher haben alle Trajektorien für $\dot{x} > 0$ einen Anteil in positive x Richtung. 1

b) Unten sind die korrekten Verläufe aufgezeigt



3

c) Schaltgerade C: instabil

Schaltgerade D: stabil

Schaltgerade E: grenzstabil 1.5

d) Der Ursprung wird nie, bzw im unendlichen getroffen 1.5

e) Laut dem Satz von Feldbaum muss hier maximal einmal umgeschaltet werden. Dies ist möglich, wenn man die Trajektorien durch den Ursprung als Schaltgerade definiert. 3

Aufgabe 8: Pareto-optimaler Regler (8 Punkte)

a) Bei dieser Aufgabe wird nur volle Punktzahl erreicht, wenn die gesamte Spalte richtig ausgefüllt ist.

Punkt:	Hyperparameter α	Verstärkung K	Integral des Fehlers $\int_0^{T_{\mathrm{Sim}}} e^2(t)\mathrm{d}t$
A	groß	klein	groß
B	mittel	mittel	mittel
C	klein	groß	klein

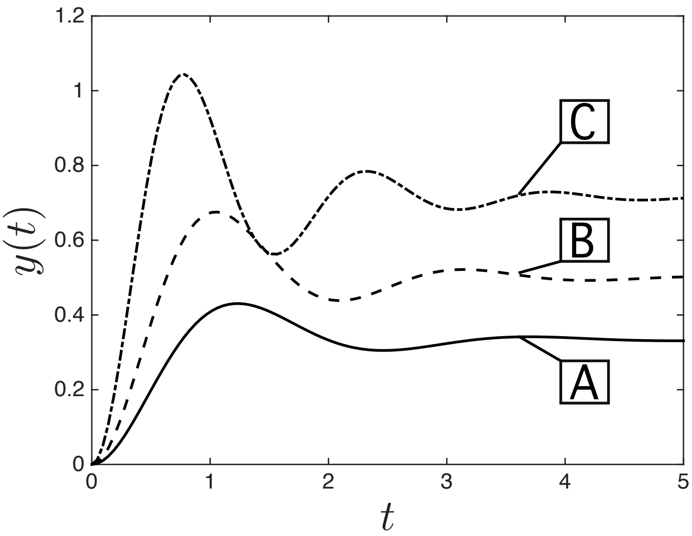
4.5

b) Begründung:

Bei Punkt A wird die Stellgröße stark bestraft, wegen dem großen Wert für α. Dies hat zur Folge, dass eine kleine Verstärkung des Reglers gewählt wird. Dies führt hier zu einer großen Regelabweichung.

Die Stellgröße wird in Punkt C hingegen kaum bestraft, was zu einer hohen Verstärkung und geringsten Regelabweichung führt.

Punkt B stellt einen Kompromiss zwischen A und C dar.



3

c) Weder Strecke noch Regler besitzt einen I-Anteil, was sich in der bleibenden Regelabweichung der Sprungantworten zeigt. 0.5

Aufgabe 9: Vernachlässigte Dynamik (20 Punkte)

a) **Stabilität:**

Die Stabilität lässt sich mit mehreren Methoden belegen (Eine reicht aus):

1) Hurwitz:

$$G_W(s) = \frac{4K}{100s^2 + 10s + 1 + 4K}$$
$$c_0 = 1 + 4K \quad ; \quad c_1 = 10 \quad ; \quad c_2 = 100$$

Hier genügt, dass alle $c_i > 0 \quad \forall \quad K \geq 0$
$\Rightarrow$ stabil

2) vereinfachtes Nyquist Kriterium:
Aufgrund der maximalen Phasenverschiebung von $\varphi_{\max} = -180^o$ kann die Frequenzgangsortskurve des geschlossenen Regelkreises den Punkt $(-1, 0)$ nicht umschlingen $\Rightarrow$ stabil.

3) WOK:
Die Äste der WOK starten in den stabilen Polen und laufen paralell zur Imaginären Achse. Kein Ast der WOK ist in der rechten s-Halbebene $\Rightarrow$ stabil.

Bleibende Regelabweichung:

Da weder ein I-Anteil in der Strecke, oder dem Regler vorhanden ist, bleibt eine Regelabweichung für $t \to \infty$.

Alternative Lösung mit Endwertsatz:

$$y(t \to \infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot G_W(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{4K}{1 + 4K} \neq 1 \quad \text{für endliche } K$$
$$\text{mit:} \quad G_W(s) = \frac{4K}{100s^2 + 10s + 1 + 4K}$$

Sprungfähigkeit:

Da der Zählergrad $m = 0$ nicht gleich dem Nennergrad $n = 2$ ist, ist das System nicht sprungfähig.

Alternativ Anfangswertsatz mit Einheitssprung:

$$y(t \to 0) = \lim_{s \to \infty} s \cdot G_W(s) \cdot \frac{1}{s} = 0$$
$$\text{mit:} \quad G_W(s) = \frac{4K}{100s^2 + 10s + 1 + 4K}$$

Zum Zeitpunkt des Sprungs verbleibt das System in der Ruhelage und verlässt diese nicht sprungartig (PT2 Verhlten).

Schwingungsfähigkeit: Für $K = 1$ folgt:

$$G_W(s) = \frac{4}{100s^2 + 10s + 5}$$
$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{5}{100}} \quad ; \quad D = \frac{0.1}{2 \cdot \sqrt{\frac{5}{100}}}$$
$$D \approx 0.22 \quad \Rightarrow \quad \text{Schwingungsfähig, da } D < 1$$

Alternativ Lösung mit p, q-Formel:

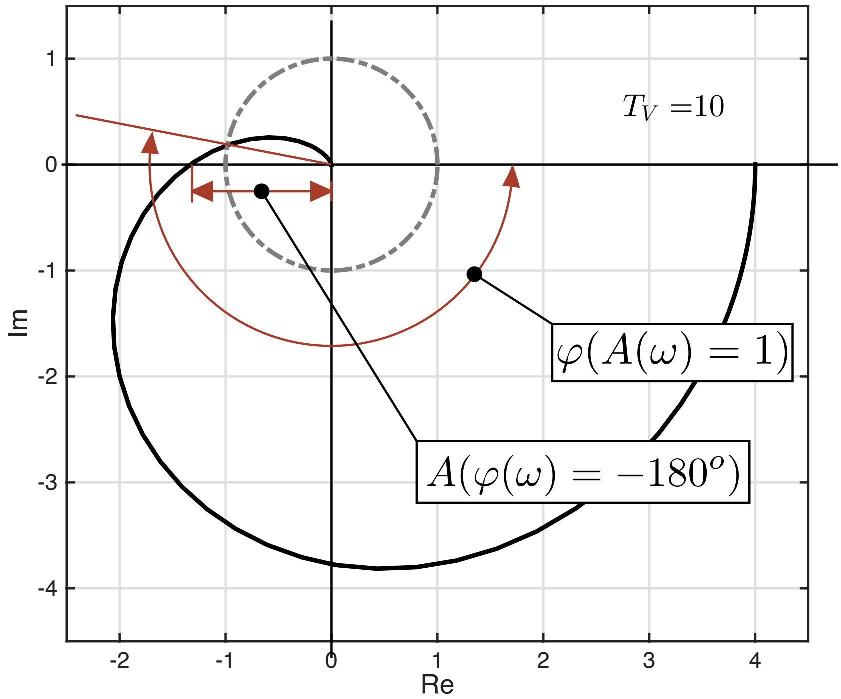
$$100s^2 + 10s + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad p = 0.1, q = 0.05$$

$$s_{1,2} = -\frac{0.1}{2} \pm \sqrt{\underbrace{\left(\frac{0.1}{2}\right)^2 - 0.05}_{<0}}$$

Aufgrund der negativen Diskriminante existiert nur eine konjugiert komplexe Lösung $\Rightarrow$ schwingungsfähig. $\boxed{7}$

b) Die schnelle Dynamik bewirkt eine zusätzliche Phasenverschiebung von -90^o. Dies führt zu einer weiteren Drehung der Frequenzgangsortskurve. Diese läuft somit durch drei Quadranten. $\boxed{2}$

c) Amplituden- und Phasenrand lassen sich aus den unten stehenden Diagrammen ablesen.



Für $T_V = 10$ lassen sich beide Werte gut ablesen:

$$\varphi(A(\omega) = 1) \approx -190^o \quad \Rightarrow \quad \varphi_R = 180^o - |-190^o| = -10^o$$

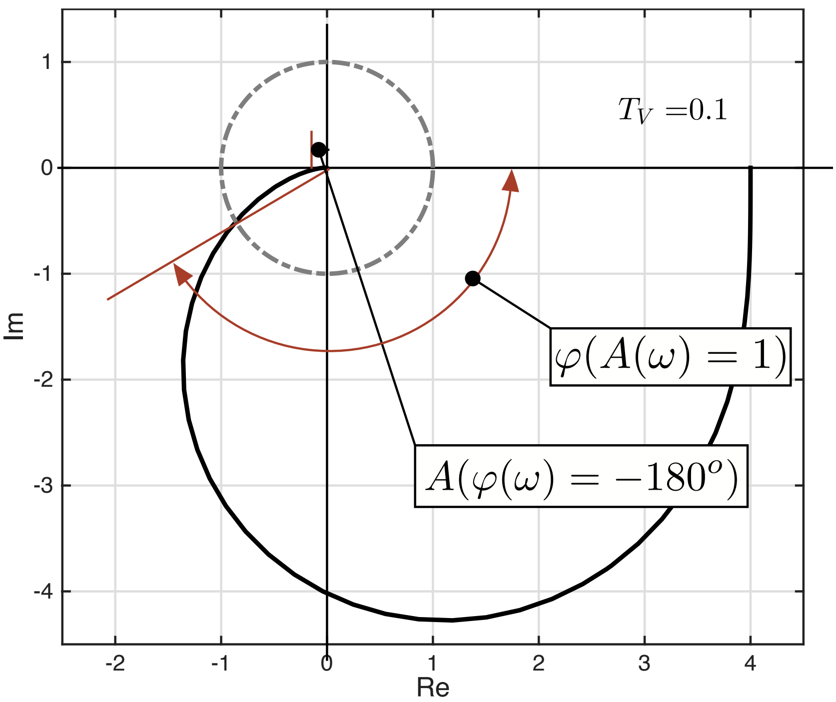
$$A(\varphi(\omega) = -180^o) \approx 1.4 \quad \Rightarrow \quad k_R = \frac{1}{1.4} = 0.71$$

Das System ist für $T_V = 10$ instabil. Dies lässt sich am negativen Phasenrand und einer Amplitudenreserve $k_R < 1$ feststellen.

Für $T_V = 0.1$ lässt sich die Phasenreserve gut ablesen. Die Amplitudenreserve hingegen geht gegen unendlich, da der Schnittpunkt der Frequenzgangsortskurve mit der negativen reellen Achse sehr Nahe Null liegt.

$$\varphi(A(\omega) = 1) \approx -150^o \quad \Rightarrow \quad \varphi_R = 180^o - |-150^o| = 30^o$$

$$A(\varphi(\omega) = -180^o) \approx 0.1 \quad \Rightarrow \quad k_R = \frac{1}{0.1} = 10$$



Die Stabilität des Systems kann alleine anhand der Phasenreserve $\varphi_R = 40^o$ belegt werden. Da der Schnittpunkt der Frequenzgangsortskurve mit der negativen reelen Achse Nahe Null liegt ergibt sich eine sehr hohe Amplitudenreserve. Der hier bestimmte Wert von $A(\varphi(\omega) = -180^o) \approx 0.1$ ist sehr konservativ. $\boxed{6}$

d) Die Übertragungsfunktion lässt sich aus dem Blockschaltbild ablesen:

$$G_W(s) = \frac{G_R G_S G_V}{1 + G_R G_S G_V}$$
$$= \frac{K \cdot \frac{4}{100 \cdot s^2 + 10 \cdot s + 1} \cdot \frac{1}{1 + T_V \cdot s}}{1 + K \cdot \frac{4}{100 \cdot s^2 + 10 \cdot s + 1} \cdot \frac{1}{1 + T_V \cdot s}} \quad \Bigg| \cdot \frac{(100 \cdot s^2 + 10 \cdot s + 1)(1 + T_V \cdot s)}{(100 \cdot s^2 + 10 \cdot s + 1)(1 + T_V \cdot s)}$$
$$\Rightarrow G_W(s) = \frac{4K}{100 \cdot T_V s^3 + (100 + 10 \cdot T_V)s^2 + (10 + T_V)s + 1 + 4K}$$

mit: $T_V = 10$

$$G_W(s) = \frac{4K}{1000s^3 + 200s^2 + 20s + 1 + 4K}$$

$\boxed{2}$

e) Das System ist stabil, wenn alle Pole in der linken s-Halbenene liegen. Lösung mittels Hurwitz:

1. Bedingung:

$$0 = \underbrace{1000}_{=c_3} s^3 + \underbrace{200}_{=c_2} s^2 + \underbrace{20}_{=c_1} s + \underbrace{1 + 4K}_{=c_0}$$

aus c_0 folgt: $\quad K > -\frac{1}{4}$

2. Bedingung:

$$D_2 = \det \begin{pmatrix} c_1 & c_3 \\ c_0 & c_2 \end{pmatrix} > 0$$

$$\Rightarrow c_1 c_2 - c_0 c_3 > 0$$

$$200 \cdot 20 - 1000 \cdot (1 + 4K) > 0$$

$$\Rightarrow K < \frac{3}{4}$$

Aus beiden Bedingungen ergibt sich der stabile Bereich in abhängigkeit von K:

$$-\frac{1}{4} < K < \frac{3}{4}$$

$\boxed{3}$