Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 2 (MRT2)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

25. September 2009

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	20	22	12	20	26	100
Note:	Ist:						

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen. **Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!**
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche Aussagen gelten für die Empfindlichkeitsfunktion?

- ☐ Die Summe aus Empfindlichkeitsfunktion und komplementärer Empfindlichkeitsfunktion ist immer gleich 1.
- ☐ Die Empfindlichkeitsfunktion ist die Inverse der komplementären Empfindlichkeitsfunktion.
- ☐ Die Empfindlichkeitsfunktion entspricht der Störübertragungsfunktion.

b) Wie lautet eine realisierbare Vorsteuerung für $G(s) = 7 \cdot \frac{(1-2s)}{(1+3s)(1+4s)}\, e^{-5s}$, wenn der zukünftige Verlauf der Führungsgröße unbekannt ist?

- ☐ $G(s) = \frac{(1+3s)(1+4s)}{7 \cdot (1-Ts)^2}$
- ☐ $G(s) = \frac{(1+3s)(1+4s)}{7 \cdot (1+Ts)^2}\, e^{5s}$
- ☐ keine der oberen beiden.

c) Die zusätzliche Verwendung einer Hilfsstellgröße oder Hilfsregelgröße ...

- ☐ beeinflusst den geschlossenen Regelkreis nicht.
- ☐ wird im Allgemeinen genutzt, um das stationäre Verhalten zu verbessern.
- ☐ wird im Allgemeinen genutzt, um das dynamische Verhalten zu verbessern.

d) Die Kaskadenregelung ...

- ☐ ... kann durch Messung und Rückkopplung innerer Größen schnell reagieren, wenn z.B. Regelfehler durch Störgrößen verursacht werden.
- ☐ ... hat bei elektrischen Antrieben typischerweise als innersten Regelkreis eine Positionsregelung und als äußersten Regelkreis eine Strom- oder Drehmomentregelung.
- ☐ ... wird häufig bei Positions- und Lageregelungen eingesetzt.

e) Ein Mehrgrößensystem soll als Sammlung von Eingrößensystemen geregelt werden. Das ist möglich, wenn ...

- ☐ die Systeme entkoppelt sind.
- ☐ die Systeme unabhängig sind.
- ☐ die Systeme stark gekoppelt sind.

f) Anti-Windup Methoden ...

- ☐ dienen der Beschränkung des I-Anteils eines Reglers bei Auftreten von Stellgrößenbeschränkungen.
- ☐ dienen der Beschränkung des D-Anteils eines Reglers bei Auftreten von Stellgrößenbeschränkungen.
- ☐ können eine vorhandene Stellgrößenbeschränkung nicht verändern.

g) Zu den Eigenschaften der Regelungsstrategie mit innerem Modell (Internal Model Control, ICM) zählt:

- ☐ Ein Modell der Strecke ergibt sich aus dem Reglerentwurf.
- ☐ Ein Modell der Strecke muss zuvor bekannt sein.
- ☐ Das IMC-Reglerentwurfsverfahren liefert einen Regler, beim dem sich die Parameter, nicht aber die Struktur automatisch aus der Regelstrecke ergibt.

h) Wann ist eine Transformation in die Regelungsnormalform möglich?

- ☐ Für nicht steuerbare Systeme existiert die Regelungsnormalform.
- ☐ Für steuerbare Systeme existiert die Regelungsnormalform.
- ☐ Die Steuerbarkeitsmatrix muss vollen Rang besitzen.

i) Die Grundidee eines Zustandsreglers ist es, ...

- ☐ die Regelgröße rückzukoppeln.
- ☐ die Zustände des Prozesses rückzukoppeln.
- ☐ einfach interpretierbare Reglerparameter zu erzeugen.

j) Wann ist ein System vollständig zustandsbeobachtbar?

- ☐ Wenn der Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ aus dem über einem endlichen Intervall $[0,\ t_e]$ bekannten Verlauf von der Ein- und Ausgangsgröße bestimmt werden kann.
- ☐ Wenn die Beobachbarkeitsmatrix vollen Rang hat.
- ☐ Wenn alle Elemente der Beobachtbarkeitsmatrix ungleich Null sind.

k) Die Gewichtungen $\underline{Q}$ und r beim Entwurf des Luenberger-Beobachters haben folgende Auswirkungen:

- ☐ $r \to \infty$ liefert den schnellsten Beobachter.
- ☐ Große Werte für r führen auf einen langsamen Beobachter.
- ☐ Es kommt nur auf das Verhältnis von $\underline{Q}$ und r an, nicht auf deren Absolutwerte.

l) Ein System, dessen Zustände sich weder dem Ruhezustand nähern, noch gegen unendlich streben, ist ein:

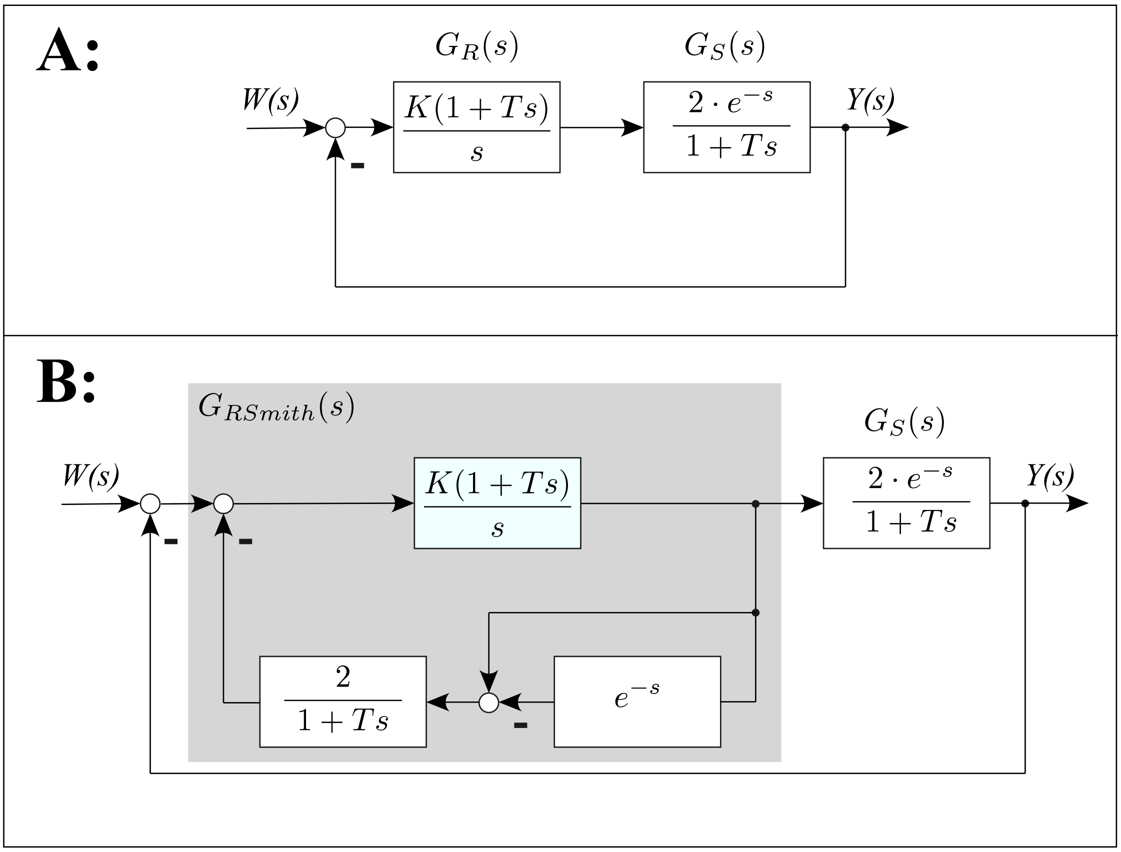
- ☐ Stabiles System.
- ☐ Grenzstabiles System.
- ☐ Instabiles System.

m) In einem eingeschwungenen System schaltet ein Regler sehr hochfrequent um. Welcher der folgenden Regler kann dafür verantwortlich sein?

- ☐ Ein Zweipunktregler mit sehr breiter Hysterese.
- ☐ Ein Zweipunktregler mit sehr breiter, toter Zone.
- ☐ Ein reiner Zweipunktregler.

Aufgabe 2: Regelung einer Strecke mit Totzeit

Die totzeitbehafteten Strecke $G_S(s) = \frac{2 \cdot e^{-s}}{1+Ts}$ soll geregelt werden. Hierfür werden zwei verschiedene Regelkreise untersucht, die nachfolgend abgebildet sind.



a) Betrachten Sie zunächst den Regelkreis A mit dem Regler $G_R(s)$. Wie heißt der hier verwendete Reglertyp? Begründen Sie kurz warum diese Reglerübertragungsfunktion gewählt wurde.

b) Bestimmen Sie aus dem Blockschaltbild für Regelkreis A die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$.

c) Betrachten Sie $G_W(s)$. Begründen Sie, warum sowohl ein Reglerentwurf mit Polvorgabe als auch die Verwendung des Hurwitzkriteriums nicht möglich sind. Warum kann andererseits das Nyquistverfahren verwendet werden?

d) Obwohl ein Reglerentwurf (z.B. mit dem Nyquistverfahren) prinzipiell möglich ist, warum muss trotzdem mit einer unbefriedigenden Regelgüte gerechnet werden?

e) Betrachten Sie nun den Regelkreis B. Hier wird eine Regelkreisstruktur mit Smithprädiktor $G_{RSmith}(s)$ verwendet. Berechnen Sie auch für diesen Regelkreis die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$. Bestimmen Sie dazu Sie zunächst $G_{RSmith}(s)$ und $G_0(s)$. (Hinweis: Pole und Nullstellen wenn möglich kürzen.)

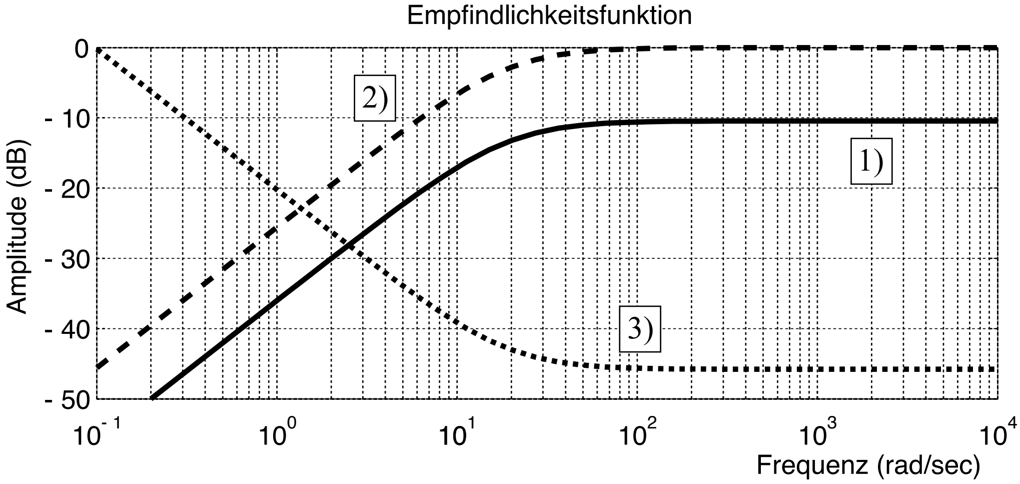
f) Betrachten Sie $G_W(s)$. Warum ist diese Regelkreisstruktur besonders gut für die Regelung der totzeitbehafteten Strecke geeignet? Kann der Einfluss der Totzeit im geschlossenen Regelkreis völlig eliminiert werden?

Aufgabe 3: Empfindlichkeitsfunktion eines Regelkreises

Gegeben ist die Übertragungsfunktion eines offenen Regelkreises $G_0(s) = \frac{20}{s}$.

a) Berechnen Sie die zugehörige Empfindlichkeitsfunktion $S(s)$.

b) In dem nachfolgenden Diagramm sind drei Amplitudengänge abgebildet. Kurve 2) stellt den korrekten Amplitudengang von $S(j\omega)$ dar. Warum sind die Kurven 1) und 3) falsch?



c) Diese Regelung hat keinen Mitkopplungsbereich (da der Polüberschuss von $G_0(s) < 2$ ist), woran können Sie diese Eigenschaft im Amplitudengang von $S(j\omega)$ erkennen.

d) Kennzeichnen Sie im Amplitudengang von $S(j\omega)$ den Gegenkopplungs- und den Unempfindlichkeitsbereich.

e) Welche Frequenz darf eine Störgröße maximal haben, so dass ihre Amplitude durch die Regelung auf mindestens 1/10 gedämpft wird.

f) Bei der Anregung dieses Regelkreises mit einer sprungförmigen Störgröße $D(s)$ wird die Störung zunächst ungedämpft zum Ausgang durchgelassen und klingt erst dann für $t \to \infty$ auf Null ab. Wie kann diese Eigenschaft anhand des Amplitudengangs von $S(j\omega)$ erkannt werden?

Aufgabe 4: Zustandsbeobachter

Gegeben ist folgende Regelstrecke in Zustandsform:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t), \qquad \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

a) Zeigen Sie, dass das System vollständig zustandsbeobachtbar ist.

b) Entwerfen Sie einen Zustandsbeobachter $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$ derart, dass alle Eigenwerte (Pole) des Beobachters bei $s = -5$ liegen.

c) Ist das System noch vollständig zustandsbeobachtbar, wenn statt Zustand $x_1(t)$ der Zustand $x_2(t)$ gemessen wird? Begründen Sie Ihre Aussage.

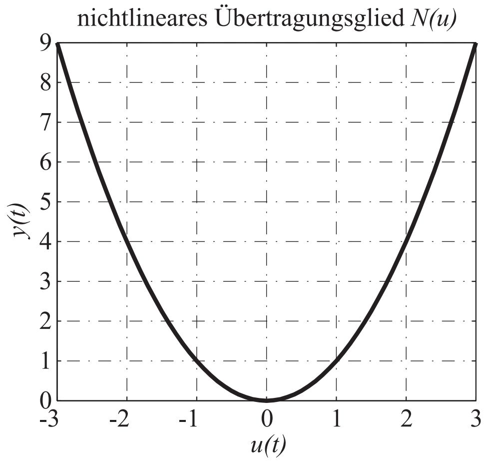
d) Vervollständigen Sie das vorgegebene Blockschaltbild, so dass sich ein Zustandsregler mit Beobachter ergibt. Beschriften Sie außerdem jeden Pfeil mit der zugehörigen Signalbezeichnung.
(**Hinweis**: Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von den anderen Teilaufgaben bearbeitet werden.)

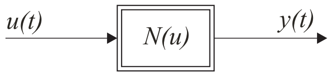
zu d)

Aufgabe 5: Nichtlineare Systeme

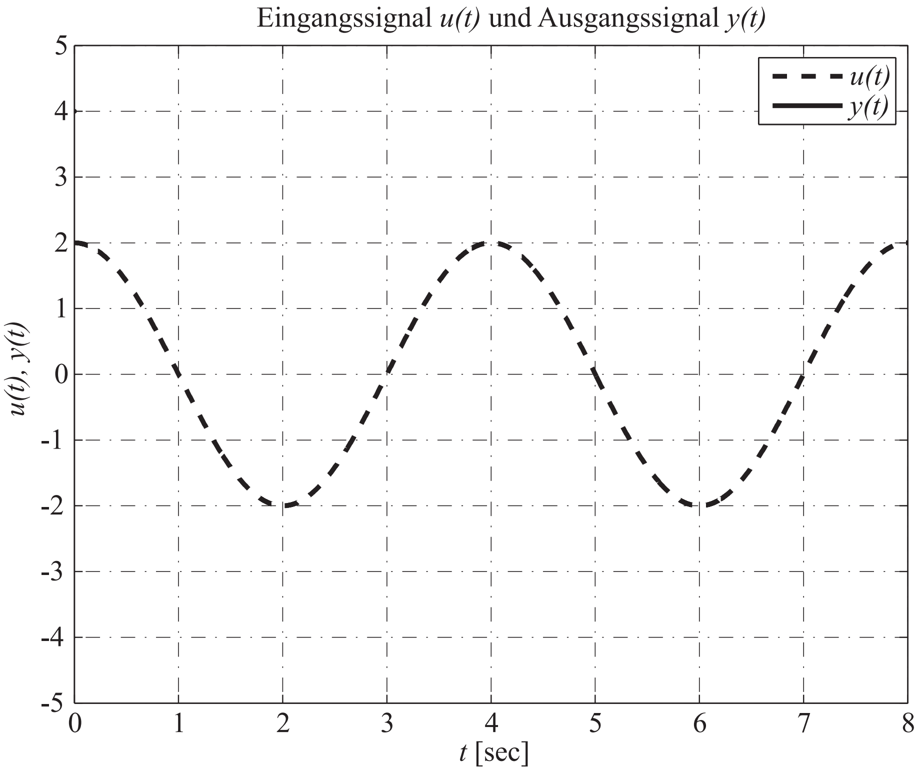
Hinweis: Alle Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden!

a) Gegeben ist das folgende, nichtlineare Übertragungsglied $N(u)$.





Zeichnen Sie **qualitativ** den Verlauf des Ausgangssignals $y(t)$ in das vorbereitete Diagramm für das gegebene Eingangssignal $u(t) = 2 \cdot cos(\frac{\pi}{2} \cdot t)$.

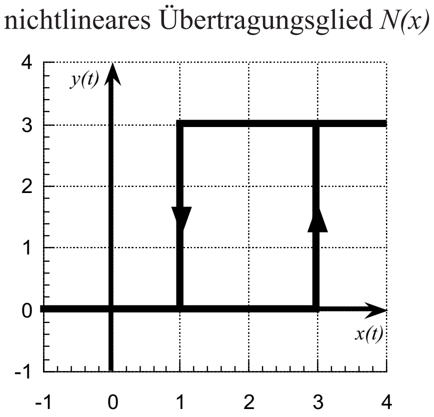


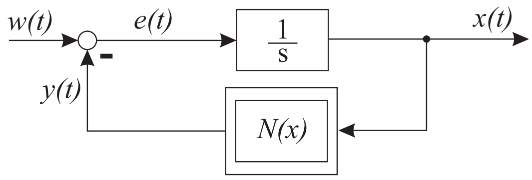
b) Berechnen Sie analytisch das Ausgangssignal $y(t)$ für das gegebene Eingangssignal $u(t) = 2 \cdot cos(\frac{\pi}{2} \cdot t)$ mit Hilfe der Beziehung:

$$cos^2(x) = \frac{1}{2}(1 + cos(2 \cdot x))$$

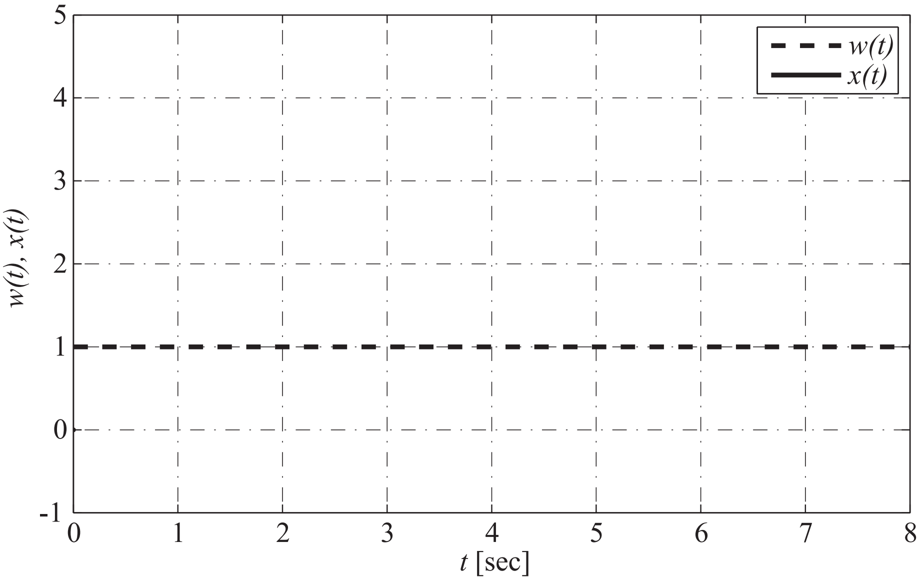
und erklären Sie **kurz und stichwortartig** anhand des Ergebnisses, warum bei dem Übertragungsglied $N(u)$ ein **nichtlineares** Übertragungsverhalten vorliegt.

c) Gegeben ist das nichtlineare Übertragungsglied $N(x)$ und der im Folgenden dargestellte Regelkreis.

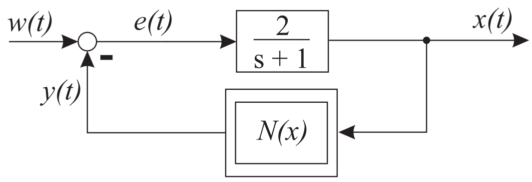


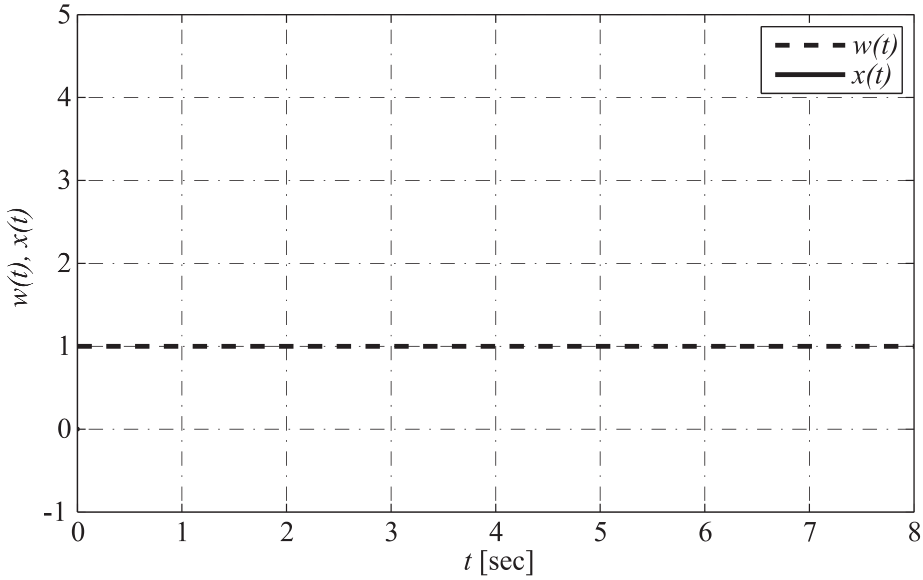


Zeichnen Sie den Verlauf der Regelgröße $x(t)$ in das vorbereitete Diagramm. Die Führungsgröße beträgt $w(t) = 1$. Beachten Sie die Anfangsbedingung des Integrators $x(0) = 0$.



d) Zeichnen Sie **qualitativ** den Verlauf der Regelgröße $x(t)$ in das vorbereitete Diagramm für den Fall, dass der Integrator aus Aufgabenteil c) durch ein PT_1-Glied ersetzt wird und begründen Sie **kurz und stichwortartig** den Verlauf. Die Führungsgröße beträgt $w(t) = 1$. Beachten Sie die Anfangsbedingung des PT_1-Gliedes $x(0) = 0$.





Lösungen:

Aufgabe 1: Lösung Verständnisfragen

a) Welche Aussagen gelten für die Empfindlichkeitsfunktion?

- ■ Die Summe aus Empfindlichkeitsfunktion und komplementärer Empfindlichkeitsfunktion ist immer gleich 1.
- □ Die Empfindlichkeitsfunktion ist die Inverse der komplementären Empfindlichkeitsfunktion.
- ■ Die Empfindlichkeitsfunktion entspricht der Störübertragungsfunktion.

b) Wie lautet eine realisierbare Vorsteuerung für $G(s) = 7 \cdot \frac{(1-2s)}{(1+3s)(1+4s)} e^{-5s}$, wenn der zukünftige Verlauf der Führungsgröße unbekannt ist?

- □ $G(s) = \frac{(1+3s)(1+4s)}{7 \cdot (1-Ts)^2}$
- □ $G(s) = \frac{(1+3s)(1+4s)}{7 \cdot (1+Ts)^2} e^{5s}$
- ■ keine der oberen beiden.

c) Die zusätzliche Verwendung einer Hilfsstellgröße oder Hilfsregelgröße ...

- □ beeinflusst den geschlossenen Regelkreis nicht.
- □ wird im Allgemeinen genutzt, um das stationäre Verhalten zu verbessern.
- ■ wird im Allgemeinen genutzt, um das dynamische Verhalten zu verbessern.

d) Die Kaskadenregelung ...

- ■ ... kann durch Messung und Rückkopplung innerer Größen schnell reagieren, wenn z.B. Regelfehler durch Störgrößen verursacht werden.
- □ ... hat bei elektrischen Antrieben typischerweise als innersten Regelkreis eine Positionsregelung und als äußersten Regelkreis eine Strom- oder Drehmomentregelung.
- ■ ... wird häufig bei Positions- und Lageregelungen eingesetzt.

e) Ein Mehrgrößensystem soll als Sammlung von Eingrößensystemen geregelt werden. Das ist möglich, wenn ...

- ■ die Systeme entkoppelt sind.
- ■ die Systeme unabhängig sind.
- □ die Systeme stark gekoppelt sind.

f) Anti-Windup Methoden ...

- ■ dienen der Beschränkung des I-Anteils eines Reglers bei Auftreten von Stellgrößenbeschränkungen.
- □ dienen der Beschränkung des D-Anteils eines Reglers bei Auftreten von Stellgrößenbeschränkungen.
- ■ können eine vorhandene Stellgrößenbeschränkung nicht verändern.

g) Zu den Eigenschaften der Regelungsstrategie mit innerem Modell (Internal Model Control, ICM) zählt:

☐ Ein Modell der Strecke ergibt sich aus dem Reglerentwurf.

■ Ein Modell der Strecke muss zuvor bekannt sein.

☐ Das IMC-Reglerentwurfsverfahren liefert einen Regler, beim dem sich die Parameter, nicht aber die Struktur automatisch aus der Regelstrecke ergibt.

h) Wann ist eine Transformation in die Regelungsnormalform möglich?

☐ Für nicht steuerbare Systeme existiert die Regelungsnormalform.

■ Für steuerbare Systeme existiert die Regelungsnormalform.

■ Die Steuerbarkeitsmatrix muss vollen Rang besitzen.

i) Die Grundidee eines Zustandsreglers ist es, ...

☐ die Regelgröße rückzukoppeln.

■ die Zustände des Prozesses rückzukoppeln.

☐ einfach interpretierbare Reglerparameter zu erzeugen.

j) Wann ist ein System vollständig zustandsbeobachtbar?

■ Wenn der Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ aus dem über einem endlichen Intervall $[0,\ t_e]$ bekannten Verlauf von der Ein- und Ausgangsgröße bestimmt werden kann.

■ Wenn die Beobachbarkeitsmatrix vollen Rang hat.

☐ Wenn alle Elemente der Beobachtbarkeitsmatrix ungleich Null sind.

k) Die Gewichtungen $\underline{Q}$ und r beim Entwurf des Luenberger-Beobachters haben folgende Auswirkungen:

☐ $r \to \infty$ liefert den schnellsten Beobachter.

■ Große Werte für r führen auf einen langsamen Beobachter.

■ Es kommt nur auf das Verhältnis von $\underline{Q}$ und r an, nicht auf deren Absolutwerte.

l) Ein System, dessen Zustände sich weder dem Ruhezustand nähern, noch gegen unendlich streben, ist ein:

☐ Stabiles System.

■ Grenzstabiles System.

☐ Instabiles System.

m) In einem eingeschwungenen System schaltet ein Regler sehr hochfrequent um. Welcher der folgenden Regler kann dafür verantwortlich sein?

☐ Ein Zweipunktregler mit sehr breiter Hysterese.

☐ Ein Zweipunktregler mit sehr breiter, toter Zone.

■ Ein reiner Zweipunktregler.

Aufgabe 2: Regelung einer Strecke mit Totzeit

a) Der verwendete Regler ist ein **PI-Regler**. Erläuterung: Wenn man den Bruch ausmultipliziert erkennt man die Summe aus P- und I-Glied:

$$G_R(s) = \frac{K(1+Ts)}{s} = \underbrace{\frac{K}{s}}_{I-Glied} + \underbrace{K \cdot T}_{P-Glied}$$ 1

Die Reglerübertragungsfunktion wurde so gewählt, dass der Steckenpol durch die Reglernullstelle gekürzt wird. Dadurch vereinfacht sich $G_0(s)$ zu einem I-Glied mit Totzeit. 1

b) Berechnung von $G_W(s)$:

$$G_0(s) = G_R(s) \cdot G_S(s) = \frac{K(1+Ts) \cdot 2e^{-s}}{s(1+Ts)} = \frac{2Ke^{-s}}{s}$$

$$G_W(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)} = \frac{\frac{2Ke^{-s}}{s}}{1+\frac{2Ke^{-s}}{s}} \Leftrightarrow \boxed{G_W(s) = \frac{2Ke^{-s}}{s+2Ke^{-s}}}$$ 4

c) Der Nenner von $G_W(s)$ enthält wegen der Totzeit den Term e^{-s} und ist somit kein Polynom von s. Alle Entwurfsverfahren, die auf der Bestimmung der Nullstellen des Nennerpolynoms von $G_W(S)$ basieren (u.a. Hurwitzverfahren, Polvorgaberegler), können deshalb nicht verwendet werden. Das Nyquistverfahren kann jedoch verwendet werden, denn es basiert auf dem Frequenzgang von $G_0(s)$, der auch für Systeme mit Totzeit problemlos bestimmt werden kann. 4

d) Die Totzeit im Regelkreis ist durch die starke Phasenabsenkung sehr problematisch für die Regelung. Um Instabilität zu vermeiden, darf in der Regel nur eine sehr kleine Reglerverstärkung gewählt werden, was zu einer langsamen und ungenauen Regelung führt. Mit zunehmender Dauer der Totzeit wird das Problem verschärft. 2

e) Berechnung des inneren Regelkreises $G_{RSmith}(s)$ (Kreisschaltung):

$$G_{RSmith}(s) = \frac{\frac{K(1+Ts)}{s}}{1+\frac{K(1+Ts)}{s} \cdot \frac{2}{1+Ts} \cdot (1-e^{-s})} = \frac{K(1+Ts)}{s+2K(1-e^{-s})}$$

Berechnung von $G_W(s)$:

$$G_0(s) = G_{RSmith}(s) \cdot G_S(s) = \frac{K(1+Ts) \cdot 2 \cdot e^{-s}}{(s+2K(1-e^{-s})) \cdot (1+Ts)} = \frac{2Ke^{-s}}{s+2K(1-e^{-s})}$$

$$G_W(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)} = \frac{2Ke^{-s}}{s+2K(1-e^{-s})+2Ke^{-s}} \Leftrightarrow \boxed{G_W(s) = \frac{2Ke^{-s}}{s+2K}}$$ 6

f) Durch diese Regelkreisstruktur wird das Totzeitglied aus dem Nennerpolynom von $G_W(s)$ eliminiert. Damit ist ein herkömmlicher Reglerentwurf (Polvorgabe, Hurwitz, WOK) möglich. In diesem Beispiel kann die Lage des Poles einfach durch die Wahl von K vorgegeben werden. Die Totzeit (insbesondere deren Dauer) hat keinen destabilisierenden Einfluss mehr auf den Regelkreis, d.h. die Regelung kann nun auch sehr schnell gemacht werden.

2

Es ist aber nicht möglich die Totzeit gänzlich aus dem Führungsverhalten zu entfernen, weil das Totzeitglied nicht aus dem Zähler der Übertragungsfunktion eliminiert werden kann. Das System reagiert also nach wie vor immer um die Totzeit verzögert auf eine Führungsgrößenänderung. 2

$\sum 22$

Aufgabe 3: Empfindlichkeitsfunktion eines Regelkreises

a) Berechnung von $S(s)$:

$$S(s) = \frac{1}{1+G_0(s)} = \frac{1}{1+\frac{20}{s}} \Leftrightarrow \boxed{S(s) = \frac{s}{s+20}}$$ 2

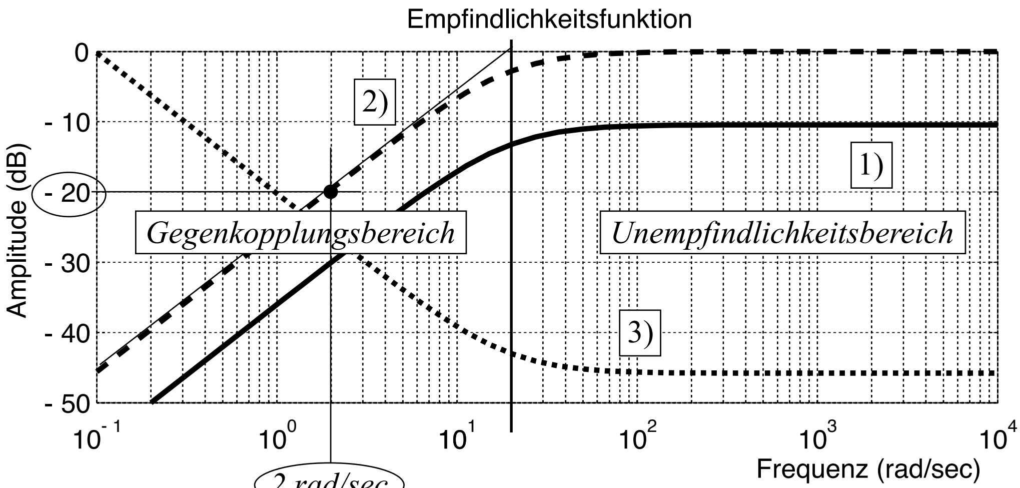
b) Die Grenzwerte von $|S(j\omega)|$ lauten:

$$\lim_{\omega\to 0} |S(j\omega)| = \frac{0}{0+20} = 0 \ (-\infty\,\mathrm{dB}) \quad \text{und} \quad \lim_{\omega\to\infty} |S(j\omega)| = \frac{1}{1+\frac{1}{\infty}} = 1 \ (0\,\mathrm{dB})$$

Kurve 1) fällt zwar für kleine Frequenzen ab (D-Verhalten), strebt aber für große Frequenzen auf -10 dB nicht auf 0 dB. Bei Kurve 3) ist nicht nur die Amplitude für große Frequenzen falsch ($\neq 0$ dB), außerdem steigt die Amplitude für kleine Frequenzen an statt abzufallen. 2

c) Im Mitkopplungsbereich verschlechtert die Regelung das Systemverhalten gegenüber dem ungeregelten Fall. D.h. die Amplitude einer Störgröße wird verstärkt und nicht abgeschwächt. In diesem Bereich müsste der Amplitudengang von $S(j\omega)$ also größer als 0 dB (bzw. >1) sein. Bei diesem Beispiel gilt aber $|S(j\omega)| \leq 0$ dB für alle ω. 2

d) Im Gegenkopplungsbereich ist $|S(j\omega)|$ deutlich kleiner als 0 dB. Die Grenze legt man üblicherweise bei der Eckfequenz (hier 20 rad/sec). Siehe Diagramm. Ungefähres Einzeichnen reicht aus! 2



e) Die Dämpfung auf 1/10 entspricht -20 dB. Aus dem Amplitudengang liest man ab (siehe Diagramm): $\omega = 2$ rad/sec. 2

f) Ein Sprung ist zu Beginn (t=0) eine sehr hochfrequente Anregung. Bei einem idealen Sprung ist die Frequenz sogar unendlich hoch, weil sich das Signal in unendlich kurzer Zeit von 0 auf 1 ändert. Für hohe Frequenzen $\omega \to \infty$ konvergiert der Amplitudengang der Empfindlichkeitsfunktion aber gegen 1 (0 dB), d.h. die sprungförmige Störung wird zunächst unverändert zum Ausgang durchgelassen. Im weiteren Verlauf ändert sich das Störsignal nicht mehr. Für $t \to \infty$ entspricht dies einer Anregung mit der Frequenz $\omega \to 0$. Für $\omega \to 0$ konvergiert der Amplitudengang aber $-\infty$ dB, bzw. 0. Das heißt die Störung wird für $t \to \infty$ vollständig gedämpft. 2

$\sum 12$

Aufgabe 4: Zustandsbeobachter

a) Zustandsbeobachtbarkeit:

$$\text{Beobachtbarkeitsmatrix } \mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T \\ \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^T = [1 \;\; 0]$$

$$\mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \det[\mathbf{S}_B] = 1 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Rang}[\mathbf{S}_B] = 2$$ 3

Das System ist **vollständig zustandsbeobachtbar**. 1

b) Beobachterentwurf:

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{l} \cdot \mathbf{c}^T] = \begin{vmatrix} s+2+l_1 & -1 \\ l_2 & s+4 \end{vmatrix} = (s+2+l_1)\cdot(s+4) + l_2 = 0$$ 4

$$\Rightarrow s^2 + (6+l_1)s + (8+4l_1+l_2) = 0$$

Vorgabe: alle Pole bei -5 $\Rightarrow (s+5)^2 = s^2 + 10s + 25$ 1

Koeffizientenvergleich ergibt: $\boxed{\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}}$ 2

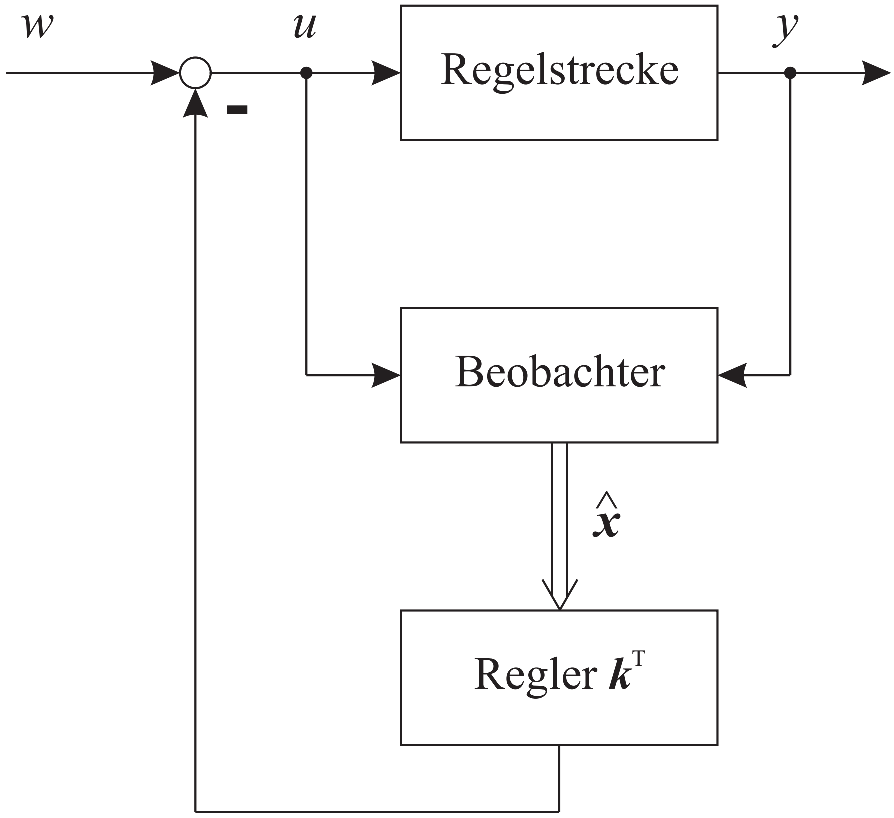
c) Zustandsbeobachtbarkeit bei Messung von Zustand $x_2(t)$:

$$\text{Beobachtbarkeitsmatrix } \mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T \\ \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^T = [0 \;\; 1]$$

$$\mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \det[\mathbf{S}_B] = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Rang}[\mathbf{S}_B] = 1$$ 3

Das System ist **nicht vollständig zustandsbeobachtbar**, wenn statt des Zustandes $x_1(t)$ der Zustand $x_2(t)$ gemessen wird. 1

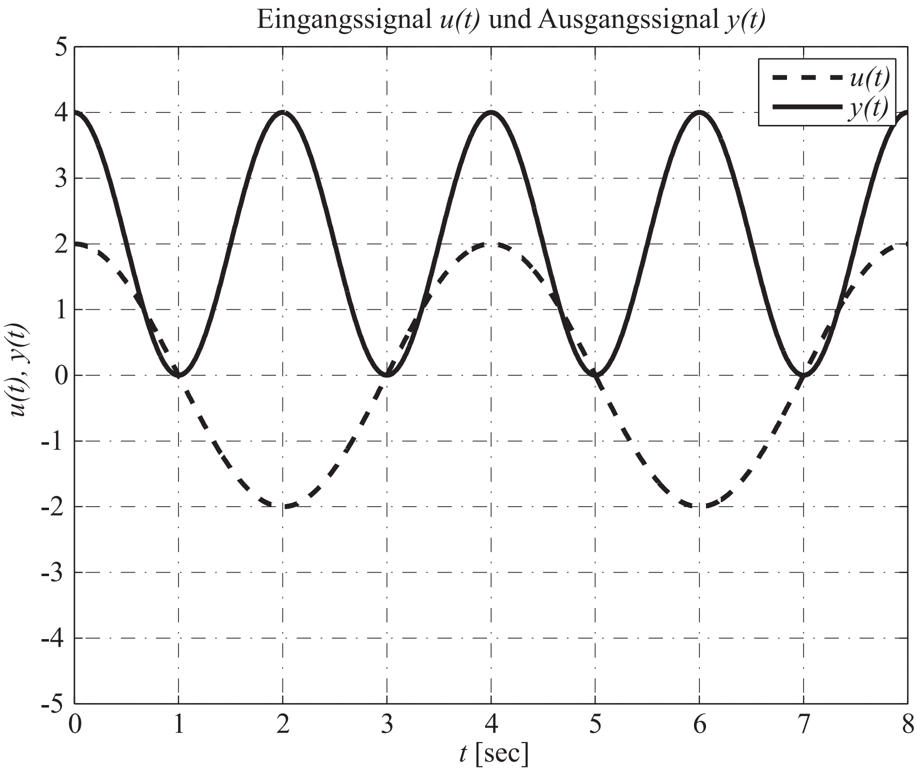
d) Blockschaltbild zum Zustandsregler mit Beobachter: 5



$\sum 20$

Aufgabe 5: Nichtlineare Systeme

a) Das nichtlineare Übertragungsglied $N(u)$ quadriert das Eingangssignal $u(t)$. Somit ergibt sich folgender Verlauf des Ausgangssignals $y(t)$.



6

b) Das Übertragunsverhalten kann als Funktion $y(t) = u^2(t)$ geschrieben werden. Bei einer Anregung mit dem Eingangssignal $u(t) = 2 \cdot cos(\frac{\pi}{2} \cdot t)$ berechnet sich das Ausgangssignal $y(t)$ wie folgt:

$$y(t) = (2 \cdot cos(\frac{\pi}{2} \cdot t))^2$$

$$y(t) = 4 \cdot cos^2(\frac{\pi}{2} \cdot t)$$ 2

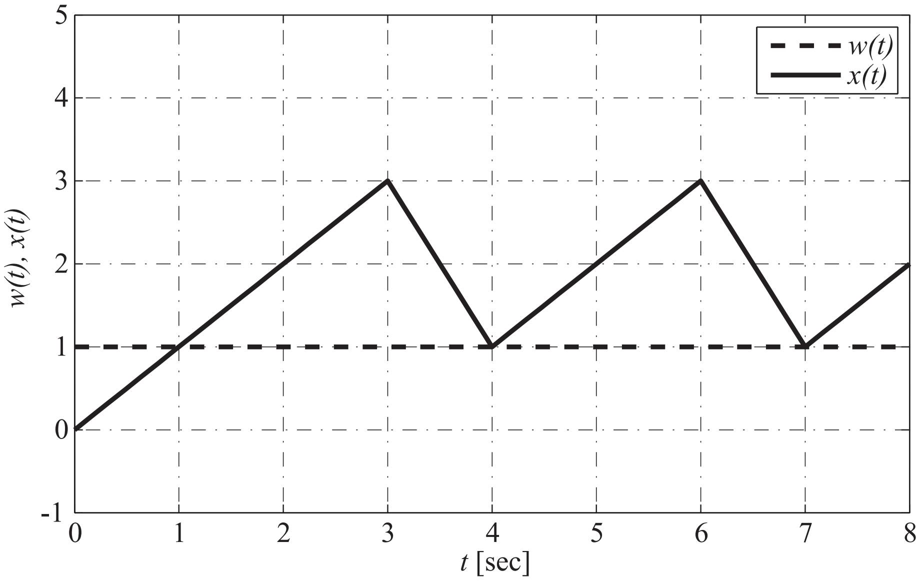
Mit Hilfe der Beziehung $cos^2(x) = \frac{1}{2}(1 + cos(2 \cdot x))$ ergibt sich:

$$y(t) = 4 \cdot \frac{1}{2}(1 + cos(2 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot t))$$

$$y(t) = 2 + 2 \cdot cos(\pi \cdot t))$$ 2

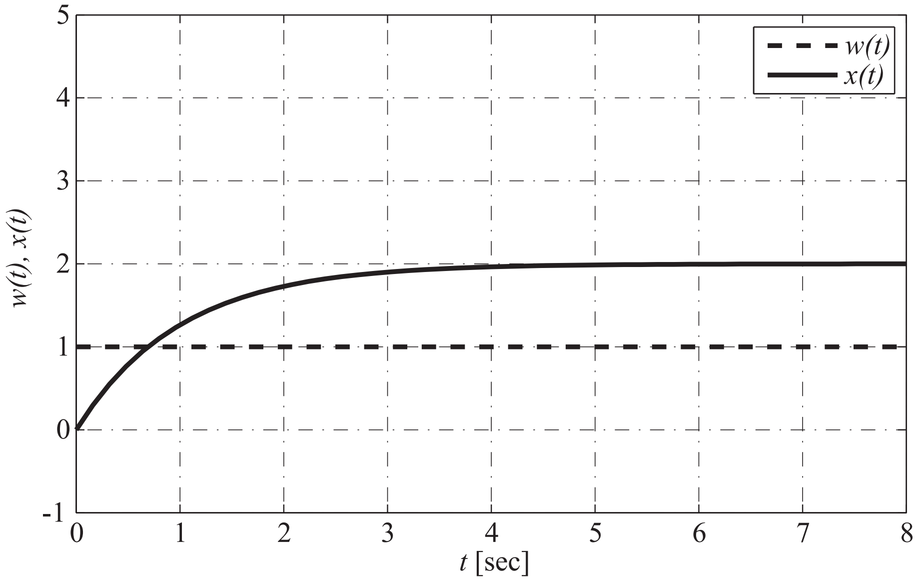
Der Vergleich zwischen Eingangs- und Ausgangssignal zeigt, dass sich die Frequenz von $\omega_u = \frac{\pi}{2}$ auf $\omega_y = \pi$ verdoppelt hat, was auf ein **nichtlineares** Übertragungsverhalten von $N(u)$ zurückzuführen ist. 2

c) Weil $y(t)$ nur die Werte 0 oder 3 annehmen kann, ergibt sich $e(t) = 1$ bzw. $e(t) = -2$. Somit erhält man am Integratorausgang $x(t)$ Geraden mit der Steigung 1 bzw. -2. Je nachdem ob $x(t) = 1$ oder $x(t) = 3$ erreicht wird, schaltet das Zweipunktglied mit Hysterese $N(x)$ zwischen 0 und 3 um und bewirkt somit ein Abfallen bzw. Ansteigen von $x(t)$.



10

d) Zum Zeitpunkt $t = 0$ besitzt die Regelgröße den Wert x(0)=0, der am Eingang des nichtlineares Übertragungsgliedes $N(x)$ anliegt. Daher beträgt der Ausgang von $N(x)$ $y(0) = 0$. Somit ergibt sich ein Regelfehler $e(0) = 1$, da von der Führungsgröße $w(t) = 1$ nichts abgezogen wird. Die Verstärkung des PT_1-Gliedes $\frac{2}{s+1}$ liegt bei $k = 2$. Daraus ergibt sich ein asymptotischer Endwert am Ausgang des PT_1-Gliedes von $x(t \to \infty) = 2$, der nicht ausreicht, um ein Umschalten im nichtlinearen Übertragungsglied $N(x)$ zu bewirken. 2



2

$\sum 26$