Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 2 (MRT2)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

30. September 2008

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	Gesamt
Mat.-Nr.:	Soll:	20	25	30	25	100
Note:	Ist:					

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche Vor- und Nachteile hat die Verwendung von Hilfsstell- und Hilfsregelgrößen?
- ☐ Das dynamische Verhalten des Regelkreises kann verbessert werden.
- ☐ Es ist ein höherer Aufwand, z.B. durch eine zusätzliche Messeinrichtung, nötig.
- ☐ Die Verfahren können bei jeder beliebigen Regelstrecke eingesetzt werden.

b) Die Kaskadenregelung ...
- ☐ ... kann durch Messung und Rückkopplung innerer Größen schnell z.B. auf durch Störgrößen verursachte Regelfehler reagieren.
- ☐ ... bei elektrischen Antrieben hat typischerweise als innersten Regelkreis eine Positionsregelung und als äußersten Regelkreis eine Strom- oder Drehmomentregelung.
- ☐ ... wird häufig bei Positions- und Lageregelungen eingesetzt.

c) Welche dieser Systeme sind nichtlinear?
- ☐ Totzeit
- ☐ Allpass
- ☐ Hysterese

d) Wie kann bei der Zustandsregelung ein bleibender Regelfehler verhindert werden?

- ☐ Durch Multiplikation der Führungsgröße mit einem Korrekturfaktor (Vorfilter).
- ☐ Bei Zustandsregelungen verschwindet der Regelfehler immer, weil der Zustandsregler stets einen I-Anteil enthält.
- ☐ Durch Multiplikation des Zustandreglers mit einem Korrekturfaktor.

e) Bei Stellgrößenbeschränkungen...

- ☐ ... tritt bei Reglern mit D-Anteil das so genannte Wind-Up Problem auf.
- ☐ ... sollte bei Reglern mit I-Anteil verhindert werden, dass bei Erreichen der Stellgrößenbeschränkung der Regelfehler weiter aufintegriert wird.
- ☐ ... kann sich die Qualität der Regelung erheblich gegenüber dem unbeschränkten Fall verschlechtern.

f) Bei nichtlinearen Systemen...

- ☐ ... ist wie bei linearen Systemen eine Transformation in den Frequenzbereich mit der Laplace-Transformation möglich.
- ☐ ... kann grundsätzlich kein Stabilitätsnachweis erbracht werden.
- ☐ ... gilt im Allgemeinen weder das Superpositionsprinzip noch das Verstärkungsprinzip.

g) Was ist der Wasserbetteffekt?

- ☐ Der Wasserbetteffekt hat seinen Namen von einer Besonderheit in der Sprungantwort der Empfindlichkeitsfunktion eines Regelkreises.
- ☐ Der Wasserbetteffekt besagt, dass Verbesserungen des Regelverhaltens in einem bestimmten Frequenzbereich zu Verschlechterungen in einem anderen Frequenzbereich führen.
- ☐ Der Wasserbetteffekt zeigt, dass die Qualität der Regelung unabhängig von der Reglerwahl grundsätzlichen Grenzen unterworfen ist.

h) Die Empfindlichkeitsfunktion...

- ☐ ... beschreibt den Zusammenhang zwischen Stör- und Regelgröße im Standardregelkreis.
- ☐ ... ist kleiner als 0 dB im Gegenkopplungsbereich einer Regelung und größer 0 dB im Mittkopplungsbereich.
- ☐ ... ist die Inverse der komplementären Empfindlichkeitsfunktion.

i) Warum kann als Vorsteuerung im Allgemeinen nicht einfach die Inverse der Regelstrecke verwendet werden?

- ☐ Weil dies in der Regel auf nicht realisierbare Übertragungsfunktionen führt.
- ☐ Weil die Vorsteuerung dann nichtphasenminimal würde.
- ☐ Weil die Vorsteuerung bei nichtphasenminimalen Systemen instabil würde.

j) Die Regelung mit innerem Modell (Internal Model Control)...

- [ ] ... ist im Prinzip eine Steuerung, wenn Modell und Regelstrecke exakt übereinstimmen und keine Störungen vorliegen.
- [ ] ... ist bei stabiler Regelstrecke immer stabil, auch wenn ein **instabiler** Regler verwendet wird.
- [ ] ... kann nicht in einen Standardregelkreis umgewandelt werden.

k) Hat eine Zustandsregelung folgende Eigenschaften?

- [ ] Bei vollständiger Zustandsteuerbarkeit können alle Pole des geschlossenen Regelkreises beliebig vorgegeben werden.
- [ ] Eine Zustandsregelung entspricht einer proportionalen Ausgangsregelung ohne D-Anteil.
- [ ] Wenn das System nicht vollständig zustandsbeobachtbar ist, kann kein Zustandsregler entworfen werden.

l) Für Vorsteuerungen gilt:

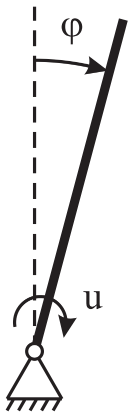
- [ ] Sie können das **Stör**verhalten stark verbessern, wenn ein genaues Modell der Regelstrecke vorliegt.
- [ ] Sie beinhalten in der Regel die Inverse der Regelstrecke.
- [ ] Bei phasenminimalen sprungfähigen Regelstrecken ist die Inverse der Regelstrecke als ideale Vorsteuerung exakt realisierbar.

m) Was ist das Theorem von Cayley-Hamilton?

- [ ] Eine Methode zum Stabilitätsnachweis bei nichtlinearen Systemen.
- [ ] Es wird benötigt, um das Steuerbarkeitskriterium für die Zustandsregelung herzuleiten und besagt, dass eine Matrix ihr eigenes charakteristisches Polynom erfüllt.
- [ ] Eine Formel zur Ermittlung der Regelungsnormalform bei Zustandsgleichungen.

Aufgabe 2: Zustandsregelung

Das dargestellte invertierte Pendel soll so stabilisiert werden, dass es im oberen Gleichgewichtspunkt zur Ruhe kommt. Regelgröße ist der Pendelwinkel $\varphi(t)$, Stellgröße das von einem Elektromotor auf das Pendel ausgeübte Drehmoment $u(t)$.



Das invertierte Pendel wird durch folgende linearisierte Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{\varphi}(t) = 30 \cdot \varphi(t) + 3 \cdot u(t)$$

(Anm.: Das Modell sei für kleine Winkel φ gültig. Die Reibung wird vernachlässigt.)

a) Stellen Sie das zugehörige Zustandsraummodell auf. Verwenden Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \varphi(t) \\ \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix}$. Ermitteln Sie $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}^T$.

Hinweis: Für den Fall, dass Sie **nicht** in der Lage waren, das Zustandsraummodell in Aufgabenteil a) aufzustellen, rechnen Sie bitte mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \end{bmatrix}, \quad \alpha, \beta > 0$$

weiter.

b) Ermitteln Sie die Eigenwerte des Systems. Ist das System stabil? (Hinweis: $\sqrt{30} \approx 5.48$)

c) Zeigen Sie, dass das System vollständig zustandssteuerbar ist.

d) Das Pendel soll dadurch stabilisiert werden, dass man den Winkel φ und die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ misst, mit den Faktoren k_1 und k_2 multipliziert und daraus die Stellgröße u berechnet:

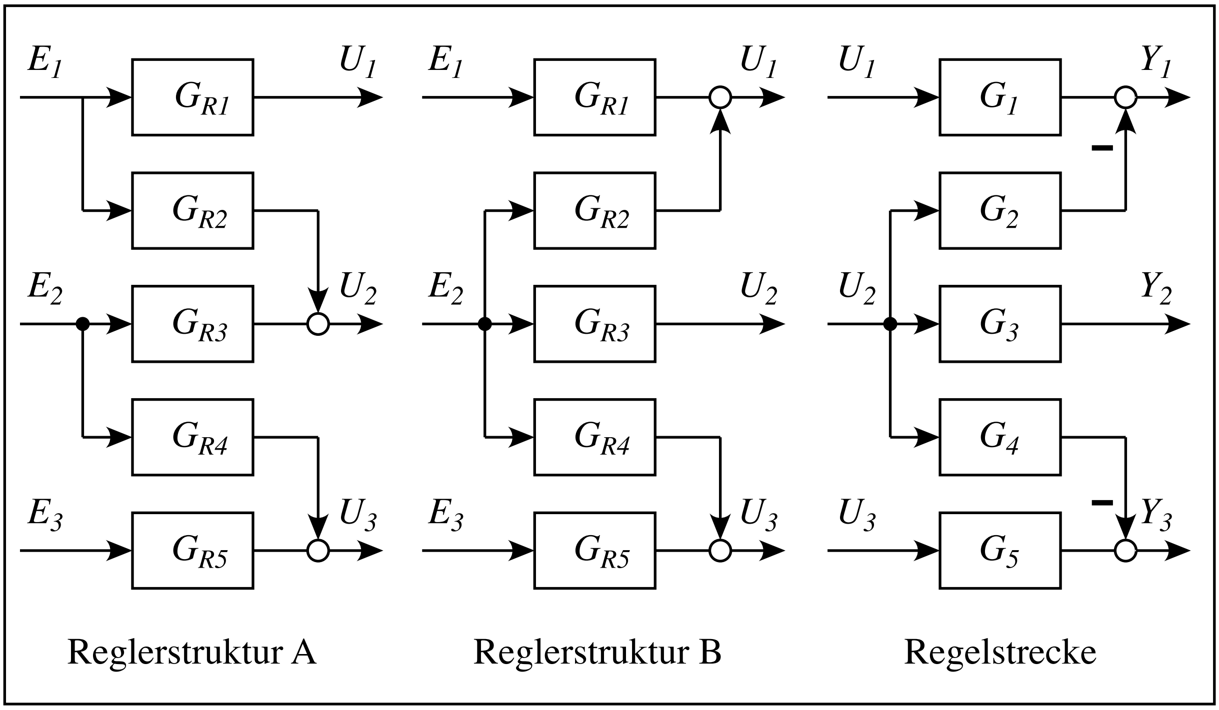
$$u(t) = -k_1\varphi(t) - k_2\dot{\varphi}(t) = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}(t)$$

Entwerfen Sie den Zustandsregler $\mathbf{k}^T = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s = -3$ liegen.

e) Wäre das System noch stabilisierbar, falls der Sensor für die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ ausfallen würde ($k_2 = 0$)? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3: Mehrgrößenregelung

Gegeben ist die unten abgebildete Regelstrecke mit jeweils drei Ein- und Ausgängen sowie zwei Regler mit unterschiedlichen Strukturen.
Hinweis: Der Aufgabenteil e) kann unabhängig gelöst werden.



a) Strecke und Regler können mit den Vektorgleichungen $\mathbf{Y}(s) = \mathbf{G}_S(s) \cdot \mathbf{U}(s)$ und $\mathbf{U}(s) = \mathbf{G}_R(s) \cdot \mathbf{E}(s)$ beschrieben werden. Ermitteln Sie die Übertragungsmatrizen der Regelstrecke $\mathbf{G}_S(s)$ und der beiden Regler $\mathbf{G}_R(s)$.

b) Berechnen Sie für beide Reglervarianten die Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises $\mathbf{G}_0(s) = \mathbf{G}_S(s) \cdot \mathbf{G}_R(s)$.

c) Zeigen Sie an Hand **einer** aus $\mathbf{G}_0(s)$ ermittelten Entkopplungsbedingung, dass eine Entkopplung der Regelkreise mit der Reglerstruktur A **nicht** möglich ist. Gehen Sie hierbei davon aus, dass alle Streckenübertragungsfunktionen $G_1 \ldots G_5$ ungleich Null sind.
Berechnen Sie aus $\mathbf{G}_0(s)$ die Entkopplungsbedingungen für Reglerstruktur B und bestimmen Sie daraus die Übertragungsfunktionen $G_{R2}(s)$ und $G_{R4}(s)$.

d) Gegeben sind folgende Übertragungsfunktionen der Regelstrecke und des P-Reglers $G_{R3}(s)$:

$$G_1(s) = \frac{2}{s^2+s+1} \qquad G_2(s) = 1 \qquad G_4(s) = \frac{1}{s+4} \qquad G_5(s) = \frac{5}{s^2+2s+1}$$

$$G_{R3}(s) = K_R$$

Setzen Sie die obigen Übertragungsfunktionen in die zuvor ermittelten Gleichungen für die Reglerübertragungsfunktionen $G_{R2}(s)$ und $G_{R4}(s)$ ein. Begründen Sie, warum $G_{R2}(s)$ und $G_{R4}(s)$ nicht realisierbar sind.
Um zumindest näherungsweise ein Entkopplung der Regelkreise zu erzielen, schlagen Sie jeweils eine statische und eine dynamische Teilentkopplung vor. Die dynamische Teilentkopplung soll die kleinstmögliche Nennerordnung haben.

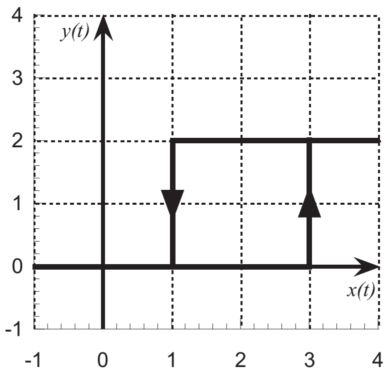
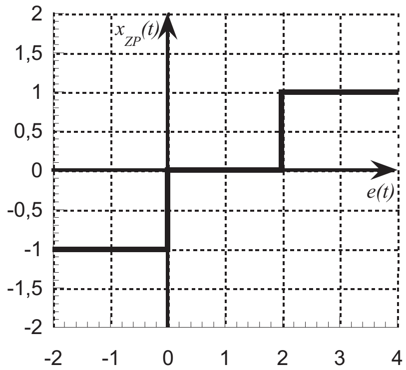
e) Entwerfen Sie eine Regelung für den zweiten Regelkreis unter der Annahme, dass die Regelkreise ideal entkoppelt sind. Dafür benötigen Sie die Übertragungsfunktionen

$$G_3(s) = \frac{1}{s(s+2)} \text{ und } G_{R3}(s) = K_R.$$

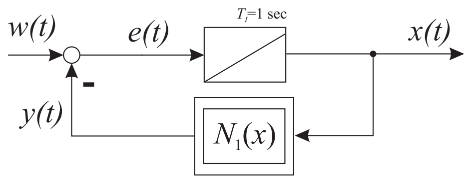
Wählen Sie den Reglerparameter K_R des P-Reglers so, dass der geschlossene Regelkreis einen reellen Doppelpol bei -1 hat.

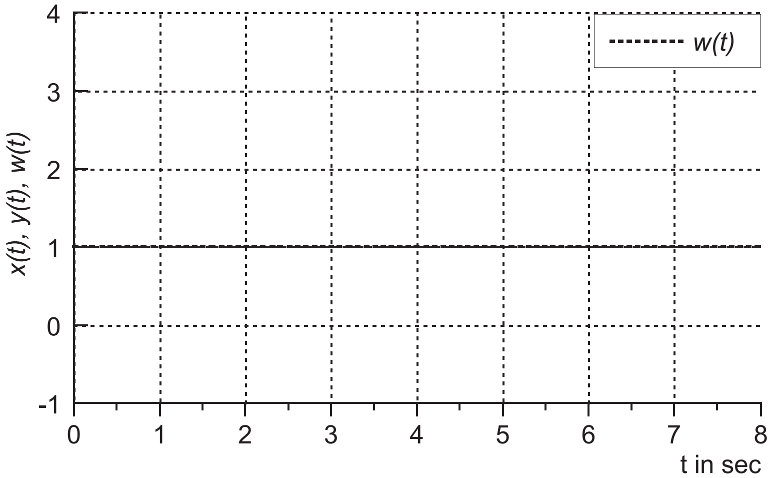
Aufgabe 4: Nichtlinearer Regelkreis

Zeichnen Sie den Verlauf der **Regelgröße** $x(t)$ und der **Messgröße** $y(t)$ für die folgenden **zwei** nichtlinearen Regelkreise jeweils in das entsprechende vorbereitete Diagramm. Die Führungsgröße beträgt in beiden Fällen $w(t) = 1$.
Die nichtlinearen Regelkreisglieder $N_1(x)$ und $N_2(e)$ entnehmen Sie der nachfolgenden Abbildung:

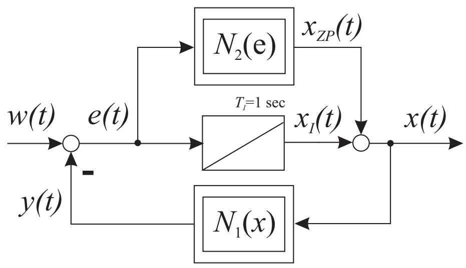
Nichtlineares Glied $N_1(x)$:	Nichtlineares Glied $N_2(e)$:
	

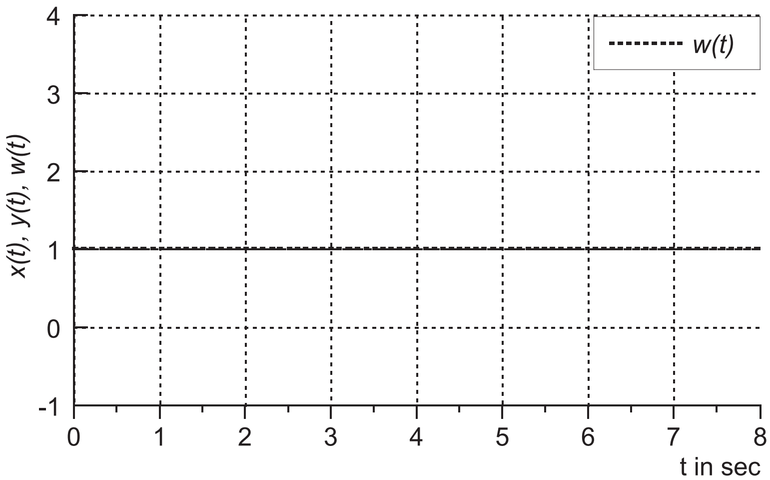
a) Nichtlineares Messglied:
Beachten Sie die **Anfangsbedingungen** des Integrators $x(0) = 0$.





b) Zusätzliche parallele Nichtlinearität in der Regelstrecke:
Beachten Sie die **Anfangsbedingungen** des Integrators $x_I(0) = 0$.





Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche Vor- und Nachteile hat die Verwendung von Hilfsstell- und Hilfsregelgrößen?

- [x] Das dynamische Verhalten des Regelkreises kann verbessert werden.
- [x] Es ist ein höherer Aufwand, z.B. durch eine zusätzliche Messeinrichtung, nötig.
- [ ] Die Verfahren können bei jeder beliebigen Regelstrecke eingesetzt werden.

b) Die Kaskadenregelung ...

- [x] ... kann durch Messung und Rückkopplung innerer Größen schnell z.B. auf durch Störgrößen verursachte Regelfehler reagieren.
- [ ] ... bei elektrischen Antrieben, hat typischerweise als innersten Regelkreis eine Positionsregelung und als äußersten Regelkreis eine Strom- oder Drehmomentregelung.
- [x] ... wird häufig bei Positions- und Lageregelungen eingesetzt.

c) Welche dieser Systeme sind nichtlinear?

- [ ] Totzeit
- [ ] Allpass
- [x] Hysterese

d) Wie kann bei der Zustandsregelung ein bleibender Regelfehler verhindert werden?

- [x] Durch Multiplikation der Führungsgröße mit einem Korrekturfaktor (Vorfilter).
- [ ] Bei Zustandsregelungen verschwindet der Regelfehler immer, weil der Zustandsregler stets einen I-Anteil enthält.
- [ ] Durch Multiplikation des Zustandreglers mit einem Korrekturfaktor.

e) Bei Stellgrößenbeschränkungen...

- [ ] ... tritt bei Reglern mit D-Anteil das so genannte Wind-Up Problem auf.
- [x] ... sollte bei Reglern mit I-Anteil verhindert werden, dass bei Erreichen der Stellgrößenbeschränkung der Regelfehler weiter aufintegriert wird.
- [x] ... kann sich die Qualität der Regelung erheblich gegenüber dem unbeschränkten Fall verschlechtern.

f) Bei nichtlinearen Systemen…

☐ …ist wie bei linearen Systemen eine Transformation in den Frequenzbereich mit der Laplace-Transformation möglich.

☐ …kann grundsätzlich kein Stabilitätsnachweis erbracht werden.

■ …gilt im Allgemeinen weder das Superpositionsprinzip noch das Verstärkungsprinzip.

g) Was ist der Wasserbetteffekt?

☐ Der Wasserbetteffekt hat seinen Namen von einer Besonderheit in der Sprungantwort der Empfindlichkeitsfunktion eines Regelkreises.

■ Der Wasserbetteffekt besagt, dass Verbesserungen des Regelverhaltens in einem bestimmten Frequenzbereich zu Verschlechterungen in einem anderen Frequenzbereich führen.

■ Der Wasserbetteffekt zeigt, dass die Qualität der Regelung unabhängig von der Reglerwahl grundsätzlichen Grenzen unterworfen ist.

h) Die Empfindlichkeitsfunktion…

■ …beschreibt den Zusammenhang zwischen Stör- und Regelgröße im Standardregelkreis.

■ …ist kleiner als 0 dB im Gegenkopplungsbereich einer Regelung und größer 0 dB im Mittkopplungsbereich.

☐ …ist die Inverse der komplementären Empfindlichkeitsfunktion.

i) Warum kann als Vorsteuerung im Allgemeinen nicht einfach die Inverse der Regelstrecke verwendet werden?

■ Weil dies in der Regel auf nicht realisierbare Übertragungsfunktionen führt.

☐ Weil die Vorsteuerung dann nichtphasenminimal würde.

■ Weil die Vorsteuerung bei nichtphasenminimalen Systemen instabil würde.

j) Die Regelung mit innerem Modell (Internal Model Control)…

■ …ist im Prinzip eine Steuerung, wenn Modell und Regelstrecke exakt übereinstimmen und keine Störungen vorliegen.

☐ …ist bei stabiler Regelstrecke immer stabil, auch wenn ein **instabiler** Regler verwendet wird.

☐ …kann nicht in einen Standardregelkreis umgewandelt werden.

k) Hat eine Zustandsregelung folgende Eigenschaften?

■ Bei vollständiger Zustandsteuerbarkeit können alle Pole des geschlossenen Regelkreises beliebig vorgegeben werden.

☐ Eine Zustandsregelung entspricht einer proportionalen Ausgangsregelung ohne D-Anteil.

☐ Wenn das System nicht vollständig zustandsbeobachtbar ist, kann kein Zustandsregler entworfen werden.

l) Für Vorsteuerungen gilt:
- ☐ Sie können das **Stör**verhalten stark verbessern, wenn ein genaues Modell der Regelstrecke vorliegt.
- ■ Sie beinhalten in der Regel die Inverse der Regelstrecke.
- ■ Bei phasenminimalen sprungfähigen Regelstrecken ist die Inverse der Regelstrecke als ideale Vorsteuerung exakt realisierbar.

m) Was ist das Theorem von Cayley-Hamilton?
- ☐ Eine Methode zum Stabilitätsnachweis bei nichtlinearen Systemen.
- ■ Es wird benötigt um das Steuerbarkeitskriterium für die Zustandsregelung herzuleiten und besagt, dass eine Matrix ihr eigenes charakteristisches Polynom erfüllt.
- ☐ Eine Formel zur Ermittlung der Regelungsnormalform bei Zustandsgleichungen.

$\boxed{\sum 20}$

Aufgabe 2: Zustandsregelung

a) Zustandsgleichungen:

Der Zustandsvektor lautet:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi(t) \\ \dot{\varphi}(t) \end{bmatrix} .$$

Aus der gegebenen Differentialgleichung

$$\ddot{\varphi}(t) = 30 \cdot \varphi(t) + 3 \cdot u(t)$$

ergeben sich die folgenden Zustandsgleichungen:

$$\dot{x}_1 = x_2$$ $\boxed{1}$

$$\dot{x}_2 = 30x_1 + 3u .$$ $\boxed{1}$

Regelgröße ist der Winkel φ. Daher gilt:

$$y = x_1 .$$ $\boxed{1}$

In Matrix-Vektor-Schreibweise:

$$\boxed{\dot{\mathbf{x}}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 30 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} u(t), \qquad \mathbf{y}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}^T} \mathbf{x}(t)}$$ $\boxed{4}$

b) Stabilität:

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}] = 0$$

$$\begin{vmatrix} s & -1 \\ -30 & s \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \underline{s^2 - 30 = 0}$$ 3

Pole: $s_{1/2} = \pm\sqrt{30} \approx \pm 5.48$ 2

Das System ist instabil, da ein Pol in der rechten s-Halbebene liegt ($s = \sqrt{30}$). 1

c) Zustandssteuerbarkeit:

Steuerbarkeitsmatrix $\mathbf{S}_S = [\mathbf{b} \;\; \mathbf{Ab}]$, $\quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$

$$\mathbf{S}_S = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \det[\mathbf{S}_S] = -9 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Rang}[\mathbf{S}_S] = 2$$ 3

1

Das System ist **vollständig zustandssteuerbar**.

d) Zustandsregler:

$$u = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} = -\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{x}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{b} \cdot u = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{b} \cdot \mathbf{k}^T \cdot \mathbf{x} = \left(\mathbf{A} - \mathbf{b} \cdot \mathbf{k}^T\right) \cdot \mathbf{x}$$

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{k}^T] = \begin{vmatrix} s & -1 \\ 3k_1 - 30 & s + 3k_2 \end{vmatrix}$$

$$= s \cdot (s + 3k_2) - (3k_1 - 30) \cdot (-1) = 0$$

3

$$\Rightarrow s^2 + 3k_2 \cdot s + 3k_1 - 30 = 0$$

Vorgabe: alle Pole bei -3 $\Rightarrow (s+3)^2 = s^2 + 6s + 9$ 1

Koeffizientenvergleich ergibt: $\boxed{\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 13 \\ 2 \end{bmatrix}}$ 2

e) Laut Hurwitz-Kriterium müssen alle Koeffizienten des charakteristischen Polynoms > 0 sein, damit ein System stabil ist. Für $k_2 = 0$ ist dies nicht der Fall. Der Zustandsregler besitzt dann nicht genügend Freiheitsgrade, um den Regelkreis zu stabilisieren. 2

$\sum 25$

Aufgabe 3: Mehrgrößenregelung

a) Übertragungsmatrix der Regelstrecke $\mathbf{G}_S(s)$:

$$Y_1 = G_1 \cdot U_1 - G_2 \cdot U_2$$
$$Y_2 = G_3 \cdot U_2$$
$$Y_3 = -G_4 \cdot U_2 - G_5 \cdot U_3$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_1 & -G_2 & 0 \\ 0 & G_3 & 0 \\ 0 & -G_4 & G_5 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_S} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$ 3

Übertragungsmatrizen der Regler $\mathbf{G}_R(s)$:

$$\text{A:} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_{R1} & 0 & 0 \\ G_{R2} & G_{R3} & 0 \\ 0 & G_{R4} & G_{R5} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_R} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}, \quad \text{B: } \mathbf{G}_R = \begin{bmatrix} G_{R1} & G_{R2} & 0 \\ 0 & G_{R3} & 0 \\ 0 & G_{R4} & G_{R5} \end{bmatrix}$$ 6

b) Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises $\mathbf{G}_0(s) = \mathbf{G}_S(s) \cdot \mathbf{G}_R(s)$ für Struktur A:

$$\mathbf{G}_0 = \begin{bmatrix} G_1 G_{R1} - G_2 G_{R2} & -G_2 G_{R3} & 0 \\ G_3 G_{R2} & G_3 G_{R3} & 0 \\ -G_4 G_{R2} & G_5 G_{R4} - G_4 G_{R3} & G_5 G_{R5} \end{bmatrix}$$ 3

Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises $\mathbf{G}_0(s) = \mathbf{G}_S(s) \cdot \mathbf{G}_R(s)$ für Struktur B:

$$\mathbf{G}_0 = \begin{bmatrix} G_1 G_{R1} & G_1 G_{R2} - G_2 G_{R3} & 0 \\ 0 & G_3 G_{R3} & 0 \\ 0 & G_5 G_{R4} - G_4 G_{R3} & G_5 G_{R5} \end{bmatrix}$$ 3

c) Für eine vollständige Entkopplung des Regelkreises, müssen alle Nebendiagonalelemente von $\mathbf{G}_0(s)$ gleich Null werden. Für das Element in der 1. Zeile und 2. Spalte von $\mathbf{G}_0(s)$ von Struktur A gilt demnach:

$$-G_2 G_{R3} = 0 \Rightarrow \boxed{G_{R3} = 0}$$ 1

Damit ist wäre Entkopplung nur möglich, wenn die zweite Regelgröße überhaupt nicht geregelt würde! Alternativ kann man an Hand des Blockschaltbildes erkennen, dass die Strecke den 2. Eingang mit dem 1. Ausgang koppelt, der Regler aber nicht den 2. Regelfehler mit der 1. Stellgröße, sondern umgekehrt. Durch die unterschiedliche Struktur ist die Entkopplung nicht möglich. 2

Entkopplungsbedingungen für Struktur B (alle Nebendiagonalelemente von $\mathbf{G}_0(s)$ gleich Null):

$$G_1 G_{R2} - G_2 G_{R3} = 0 \Rightarrow \boxed{G_{R2} = \frac{G_2}{G_1} \cdot G_{R3}}$$ 2

$$G_5 G_{R4} - G_4 G_{R3} = 0 \Rightarrow \boxed{G_{R4} = \frac{G_4}{G_5} \cdot G_{R3}}$$ 2

d) Einsetzen in in G_{R2} und G_{R4} ergibt:

$$G_{R2} = \frac{K_R(s^2 + s + 1)}{2} \qquad G_{R4} = \frac{K_R(s^2 + 2s + 1)}{5(s + 4)}$$ 1

Diese Übertragungsfunktionen sind nicht realisierbar, weil die Zählerordnung größer als die Nennerordnung ist.

Statische Entkopplung:

$$G_{R2} \approx \lim_{s\to 0} G_{R2} \Rightarrow \boxed{G_{R2} \approx \frac{K_R}{2}} \qquad G_{R4} \approx \lim_{s\to 0} G_{R4} \Rightarrow \boxed{G_{R4} \approx \frac{K_R}{20}}$$ 2

Näherungsweise dynamische Entkopplung (ergänzen mit PT$_n$-Gliedern mit Verstärkung 1 und kleiner Zeitkonstante T bis Zähler- und Nennerordnung gleich sind):

$$G_{R2} \approx \frac{K_R(s^2+s+1)}{2(1+Ts)^2} \qquad G_{R4} \approx \frac{K_R(s^2+2s+1)}{5(s+4)(1+Ts)}$$ 2

e) Unter der Annahme einer perfekten Entkopplung lautet die Führungsübertragungsfunktion für den 2. Regelkreis:

$$G_W = \frac{G_{R3}G_3}{1+G_{R3}G_3} \Rightarrow G_W = \frac{\frac{K_R}{s(s+2)}}{1+\frac{K_R}{s(s+2)}} = \frac{K_R}{s^2+2s+K_R}$$ 2

Mit der Polvorgabe $(s+1)(s+1) = s^2+2s+1$ führt der Koeffizientenvergleich auf:

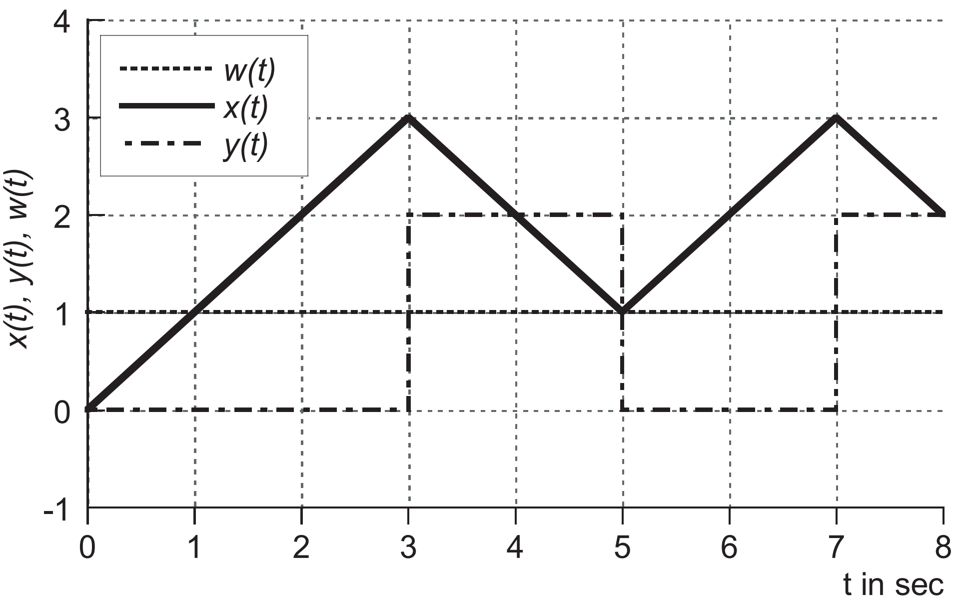
$$K_R = 1$$

1

$\sum 30$

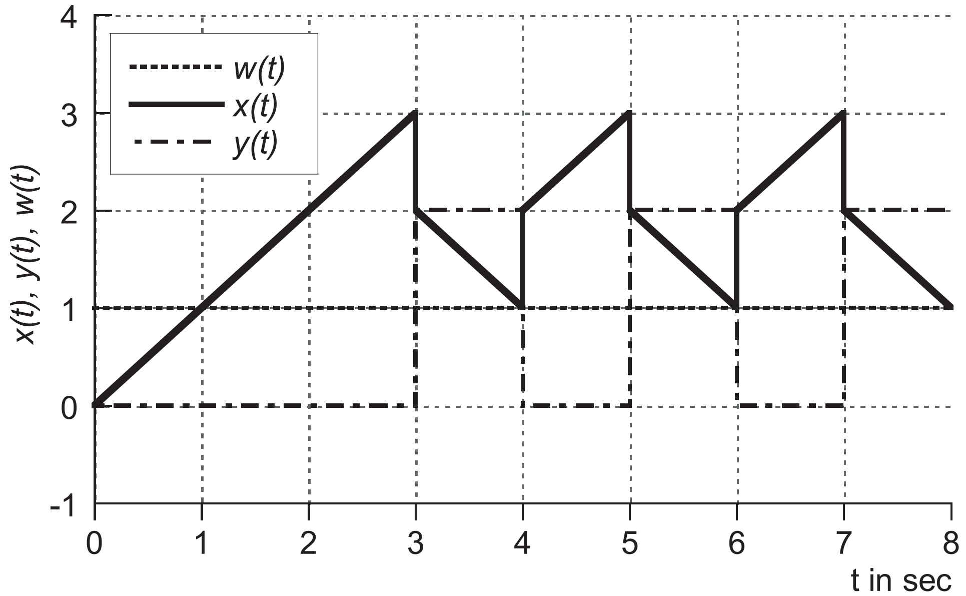
Aufgabe 4: Nichtlinearer Regelkreis

a) Nichtlineares Messglied:



Weil $y(t)$ nur die Werte 0 oder 2 annehmen kann, ergibt sich $e(t) = 1$ bzw. $e(t) = -1$. Somit erhält man am Integratorausgang $x(t)$ Geraden mit der Steigung 1 bzw. -1. Je nachdem ob $x(t) = 1$ oder $x(t) = 3$ erreicht wird, schaltet das Zweipunktglied mit Hysterese N_1 zwischen 0 und 2 um und bewirkt somit ein Abfallen bzw. Ansteigen von $x(t)$. 15

b) Zusätzliche parallele Nichtlinearität in der Regelstrecke:



Durch das Zweipunktglied N_2 wird $x_{ZP} = 0$ (falls $e(t) = 1$) oder $x_{ZP} = -1$ (falls $e(t) = -1$) zu $x_I(t)$ hinzu addiert. Es ergeben sich Sprünge mit einer Höhe von 1 im Zeitverlauf. Die Umschaltpunkte der Hysterese werden schneller erreicht, d.h. $x(t)$ weist eine höhere Frequenz auf als in Aufgabe a). 10

$\sum 25$