Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

08. März 2017

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	20	17	17	27	18	21	120
Note:	Ist:							

Dauer der Klausur: 2 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner und 4-seitige Formelsammlung

Aufgabe 1: Verständnisfragen (20 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Bei Auftreten einer unbekannten (nicht messbaren) Störgröße...
- ☐ ... ist trotzdem eine Störgrößenaufschaltung möglich.
- ☐ ... kann eine Störung grundsätzlich nicht ausgeregelt werden.
- ☐ ... ist bei geeigneter Reglerwahl ein Ausregeln der Störung möglich.

b) Was gilt für den Kompensationsreglerentwurf?
- ☐ Die Regelstrecke darf instabil sein.
- ☐ Der Polüberschuss der Regelstrecke muss berücksichtigt werden, um einen realisierbaren Regler zu erhalten.
- ☐ Die Reglerstruktur muss nicht vorgegeben werden, sondern ergibt sich aus der Berechnung.

c) Wie beeinflusst die Pollage eines Systems dessen dynamisches Verhalten?
- ☐ Konjugiert komplexe Pole auf der Imaginärachse führen zu Dauerschwingungen.
- ☐ Reelle Doppelpole führen zu schwingendem Verhalten.
- ☐ Stabile System haben ausschließlich Pole mit negativem Realteil.

d) Ein PID-Regler...
- ☐ ... ist die Reihenschaltung eines P-, I- und D-Gliedes.
- ☐ ... ist die Parallelschaltung eines P-, I- und D-Gliedes.
- ☐ ... hat globales I-Verhalten (Sprungantwort $\rightarrow \infty$ für $t \rightarrow \infty$).

e) Welche Diagramme haben eine Frequenzachse?
- ☐ Die Wurzelortskurve.
- ☐ Das Bode-Diagramm (logarithmische Frequenzkennlinien).
- ☐ Die Frequenzgangsortskurve.

f) Die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{5s}{s^2+20s+25}$ ...
- ☐ ... hat globales D-Verhalten (Sprungantwort $\rightarrow 0$ für $t \rightarrow \infty$).
- ☐ ... hat eine Dämpfung von $D = 2$ und daher 2 stabile reele Pole.
- ☐ ... hat eine Sprungantwort mit dem stationären Endwert 5.

g) Was gilt für die Anwendung des **vereinfachten** Nyquist-Kriteriums:
- ☐ Man benötigt den Frequenzgang des geschlossenen Regelkreises.
- ☐ Das Kriterium kann auch bei instabilen Systemen angewendet werden.
- ☐ Bei einer stabilen Regelung umschließt die Ortkurve den Punkt (-1,0) nicht.

h) Bei einer Reihenschaltung von Übertragungsfunktionen…

- [ ] …ist die Reihenfolge egal.
- [ ] …werden die Übertragungsfunktionen multipliziert.
- [ ] …werden die Übertragungsfunktionen addiert.

i) Wie lautet die Übertragungsfunktion für die Position $Y(s)$ einer Masse m, die mit der Kraft $U(s)$ beschleunigt wird:

- [ ] $G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{m}{s^2}$
- [ ] $G(s) = \frac{Y}{U} = m \cdot s^2$
- [ ] $G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{1}{m \cdot s^2}$

j) Welche Aussagen zur Rückkopplung sind richtig?

- [ ] Eine Vorsteuerung wird durch eine Rückkopplung der Führungsgröße erzeugt.
- [ ] Die Rückwirkung der Regelgröße auf die Stellgröße bezeichnet man als Rückkopplung.
- [ ] Rückkopplung kann, **muss aber nicht**, zu Instabilität führen.

k) Woran erkennt man, ob ein System stabil ist?

- [ ] Am Abklingen der Impulsantwort auf Null für $t \to \infty$.
- [ ] Am Einschwingen der Impulsantwort auf einen konstanten Wert für $t \to \infty$.
- [ ] Am Einschwingen der Sprungantwort auf einen konstanten Wert für $t \to \infty$.

l) Welche Aussagen gelten für Systeme mit Totzeit?

- [ ] Sie sind nichtlinear.
- [ ] Erhöhen die Neigung eines Regelkreises zur Instabilität.
- [ ] Zur Stabilitätsbestimmung kann das Hurwitzkriterium verwendet werden.

m) Für eine Mehrgrößenregelung wird folgendes Entkopplungsglied benötigt:

$$R_{12} = \frac{(s+1)(s+2)}{s+5}$$

Welche Aussagen sind richtig ($T \to 0$)?

- [ ] Zur Realisierung muss der Ausdruck $(1 + Ts)$ im Nenner hinzugefügt werden.
- [ ] Das Entkopplungsglied kann so verwendet werden (realisierbar).
- [ ] Zur Realisierung muss der Ausdruck $(T + s)$ im Nenner hinzugefügt werden.

Aufgabe 2: Wurzelortskurve

Gegeben sind die folgenden dynamischen Systeme:

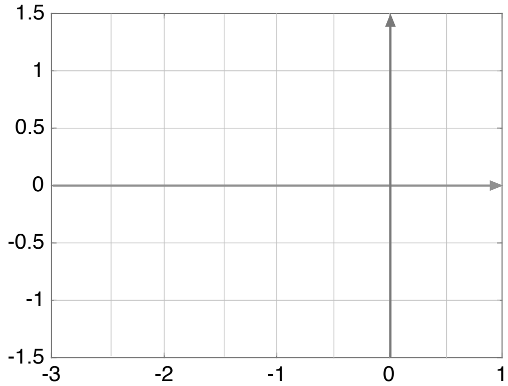
$$G_1 = \frac{s - 0.5}{s^2 - s + 1.25} \qquad\qquad G_2 = \frac{s - 0.5}{s^2 + s + 1.25}$$

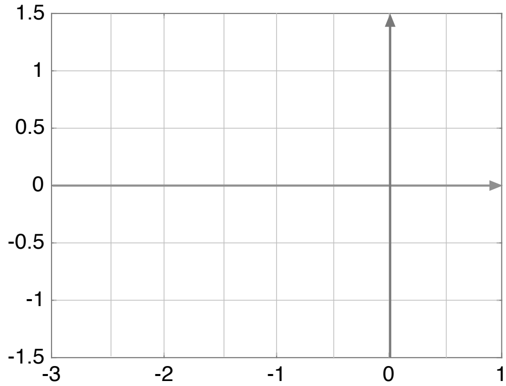
a) Berechnen Sie die Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktionen und zeichnen Sie diese in die Diagramme ein. Treffen Sie eine Aussage zur Stabilität der Systeme.

b) Zeigen Sie, dass $s_v = -0.5$ ein Verzweigungspunkt von G_1 ist. **Hinweis:** Für einen Verzweigungspunkt s_v von einem System mit einer Nullstelle n und zwei Polstellen p_1 und p_2 gilt:

$$\frac{1}{s_v - n} = \frac{1}{s_v - p_1} + \frac{1}{s_v - p_2}$$

c) Skizzieren Sie die Wurzelortskurven der beiden Systeme in die folgenden Diagramme. Verwenden Sie $s_v = -0.5$ für G_1 und $s_v = \frac{1-\sqrt{8}}{2}$ für G_2 als Ort des Verzweigungspunktes auf der reelen Achse. **Hinweis:** Diese Aufgabe ist unabhängig von Aufgabenteil b) lösbar.





d) Lässt sich das System G_1 mithilfe eins P-Regler stabilisieren? Kennzeichnen Sie, wenn dies der Fall ist, den entsprechenden Bereich in der WOK.

e) Lässt sich das System G_2 mithilfe eines P-Reglers so regeln, dass es stabil und nicht schwingungsfähig ist? Kennzeichnen Sie, wenn dies der Fall ist, den entsprechenden Bereich in der WOK.

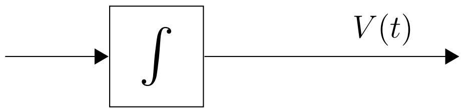
Aufgabe 3: Linearisierung

Der Zusammenhang zwischen Antriebskraft $F(t)$ und Geschwindigkeit $V(t)$ eines Fahrzeuges werde durch die Differentialgleichung

$$F(t) = m\dot{V}(t) + dV(t) + cV(t)^2$$

beschrieben. Hierbei sind m die Masse des Fahrzeuges sowie d und c Koeffizienten für Lagerreibung und Luftwiderstand. Das Modell ist für $V(t) > 0$ gültig.

a) Ergänzen Sie das Blockschaltbild des dynamischen Systems.



b) Bestimmen Sie bei gegebener Antriebskraft F_0 den Gleichgewichtszustand v_0.

c) Linearisieren Sie das System für eine Geschwindigkeit v_0.

d) Transformieren Sie das linearisierte System in den Laplace Bereich.

e) Bennenen Sie das linearisierte System (P, PI, ...).

f) Nimmt die Verstärkung des linearisierten Systems bei höheren Geschwindigkeiten zu oder ab? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.

Aufgabe 4: Frequenzgang und Stabilität (27 Punkte)

Gegeben sind die folgenden zwei Übertragungsfunktionen:

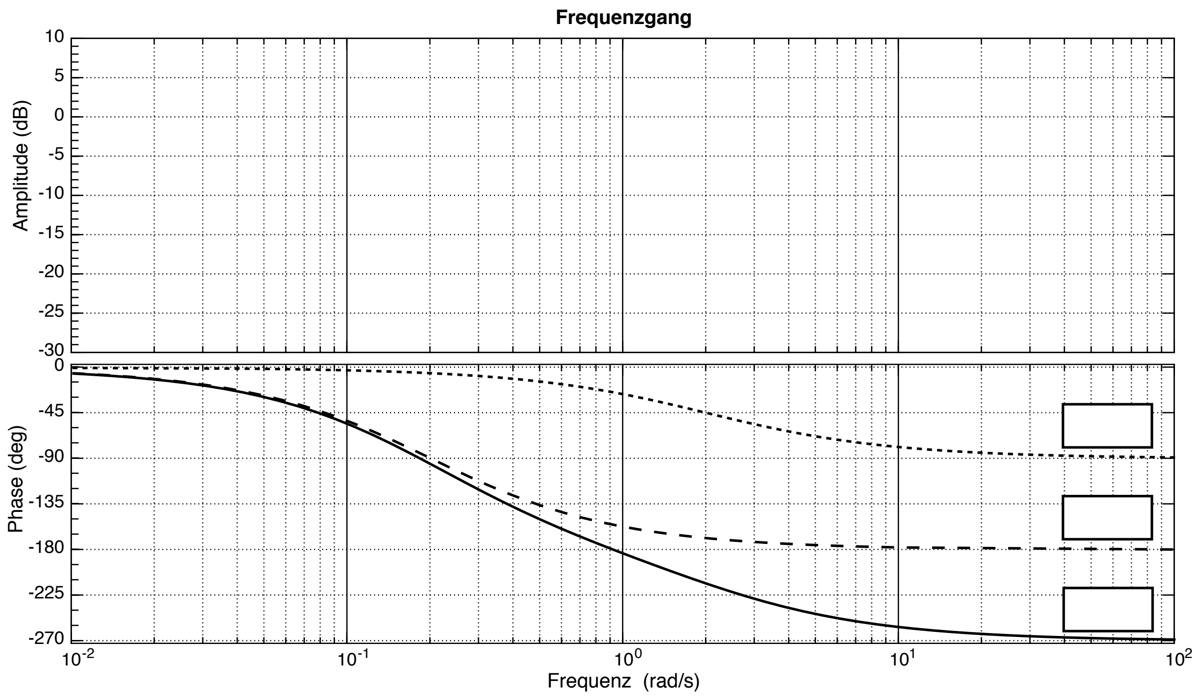
$$G_1(s) = \frac{1-5s}{1+5s}, \qquad G_2(s) = \frac{2}{1+0{,}5s}$$

a) Benennen Sie die Systeme. Geben Sie die Pole und Nullstellen an. Welche besondere Eigenschaft hat eines der beiden Systeme?

b) Zeichnen Sie die **asymptotischen** Amplituden- und Phasengänge von G_1, G_2 und $G_1 \cdot G_2$ in das Diagramm ein.

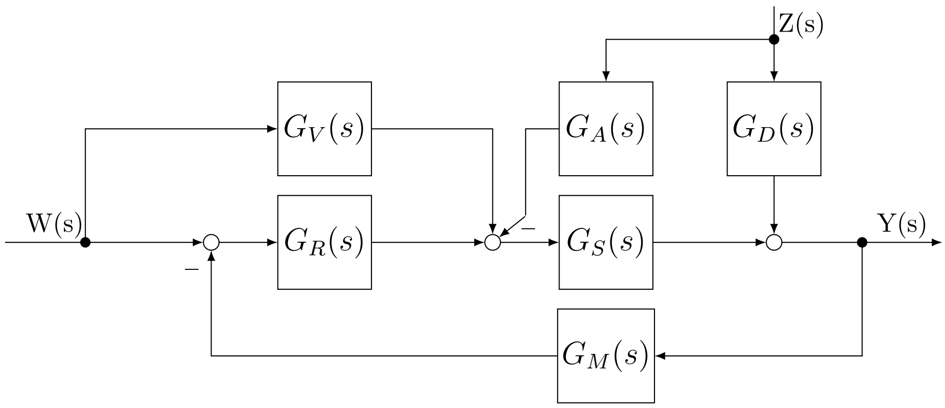
c) Welcher der bereits eingezeichneten tatsächlichen Phasengänge gehört zu G_1, G_2 und $G_1 \cdot G_2$? Bestimmen Sie mit deren Hilfe und dem asymptotischen Amplitudengang die **Phasenreserven** für G_1 und $G_1 \cdot G_2$ sowie die **Amplitudenreserve** für $G_1 \cdot G_2$.

d) Was bedeuten die unter c) gefundenen Ergebnisse für die Stabilität eines geschlossenen Regelkreises mit G_1 bzw. $G_1 \cdot G_2$ im Vorwärtszweig. Welche Verstärkungen müsste ein P-Regler in diesen zwei Fällen haben, um den Regelkreis jeweils an die Stabilitätsgrenze zu bringen?



Aufgabe 5: Vorsteuerung und Störgrößenaufschaltung (14 Punkte)

Gegeben ist das Blockschaltbild eines Regelkreises mit Vorsteuerung und Störgrößenaufschaltung.



a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_{W\to Y}$ und die Störübertragungsfunktion $G_{Z\to Y}$.

b) Berechnen Sie die Verstärkung der Streckenübertragungsfunktion

$$G_S(s) = \frac{2s^2 - 10s + 8}{s^2 + 8.5s + 4}\,.$$

c) Wandeln Sie die Streckenübertragungsfunktion aus obiger Gleichung in die Produkt-Standardform

$$G(s) = k \cdot \frac{(s-n_1)\cdot(s-n_2)\cdots(s-n_m)}{(s-p_1)\cdot(s-p_2)\cdots(s-p_n)}\mathrm{e}^{-T_t s}$$

um.

d) Entwerfen Sie eine realisierbare Vorsteuerung für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $G_S(s)$. Achten Sie auf die korrekte Verstärkung der Vorsteuerung!

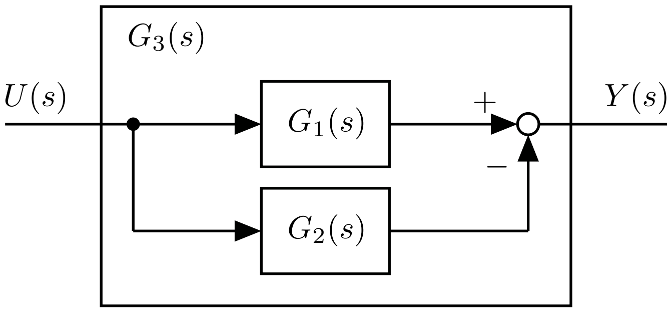
e) Entwerfen Sie eine dynamische, realisierbare Störgrößenaufschaltung für

$$G_D(s) = \frac{300}{(s+15)\cdot(s+20)}\mathrm{e}^{-1s}\,.$$

Es gilt weiterhin die gleiche bereits gegebene Streckenübertragungsfunktion $G_S(s)$.

f) Berechnen Sie die statische Störgrößenaufschaltung.

Aufgabe 6: Blockschaltbild lesen (21 Punkte)



Gegeben ist das Blockschaltbild des Gesamtsystems G_3.

a) Für die Übertragungsfunktionen G_1 und G_2 mit PT_1 Verhalten sind folgende Größen bekannt:

$$G_1(s)\ : T = 2 \quad , \quad K = 2 \quad \text{und}$$
$$G_2(s)\ : T = \frac{1}{2} \quad , \quad K = \frac{3}{2}\,.$$

Stellen Sie die Übertragungsfunktionen für die Systeme G_1 und G_2 auf.

b) Welche Pol- und Nullstellen ergeben sich für die Systeme G_1 und G_2?

c) Berechnen Sie die Sprungantworten der Systeme G_1 und G_2 im Zeitbereich.

d) Werten Sie die Sprungantworten an folgenden Zeitpunkten aus und ergänzen Sie die Tabelle. Runden Sie auf die zweite Nachkommastelle

	$t = 0.5$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 4$	$t = 6$
Sprungantwort G_1					
Sprungantwort G_2					

e) Skizzieren Sie die Sprungantwort für beide Systeme. Achten Sie hierbei auf eine möglichst genaue Darstellung der Anfangssteigung sowie den Punkt an dem des System zu 95% eingeschwungen ist. Sie können hierzu auch die Werte aus der obigen Tabelle benutzen. Zeichnen Sie Ihre Lösung in die vorbereiteten Koordinatensysteme in Bild 1 und Bild 2.

f) Stellen Sie die Übertragungsfunktion G_3 in Produkt-Standardform auf.

g) Wie lautet von dem Gesamtsystem G_3 der Endwert von $Y(s)$ bei einer Sprungantwort?

h) Welche Pol- und Nullstellen ergeben sich für das System G_3?

i) Skizzieren Sie anhand Ihrer Lösungen in Bild 1 und Bild 2 die Sprungantwort für G_3 in dem Koordinatensystem in Bild 3 (grafische Lösung). Sie können hierzu auch die Werte aus der obigen Tabelle als Hilfestellung benutzen.

j) Treffen Sie Aussage über die Phasenminimalität der Systeme G_1, G_2 und G_3.

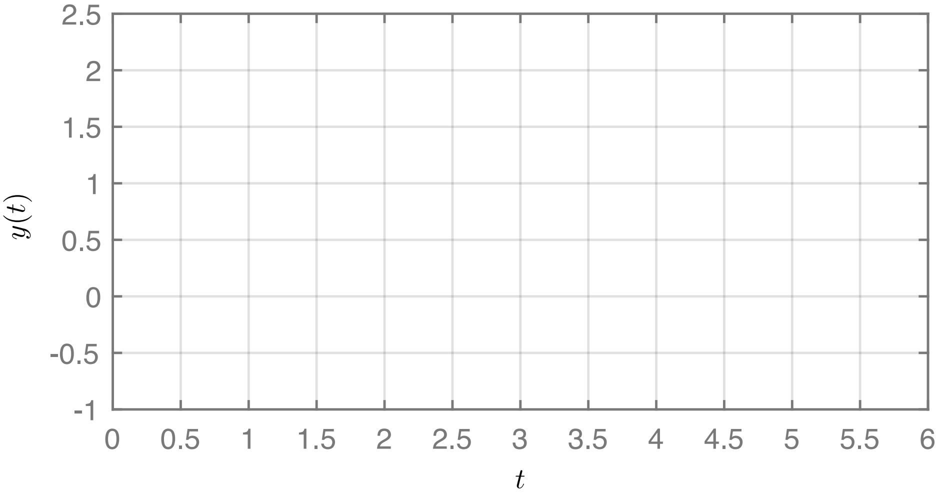


Bild 1: Sprungantwort von G_1

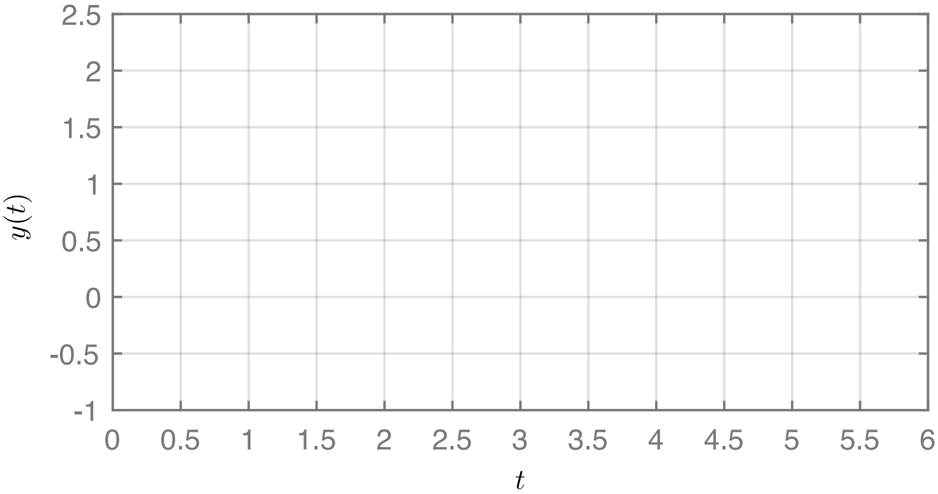


Bild 2: Sprungantwort von G_2

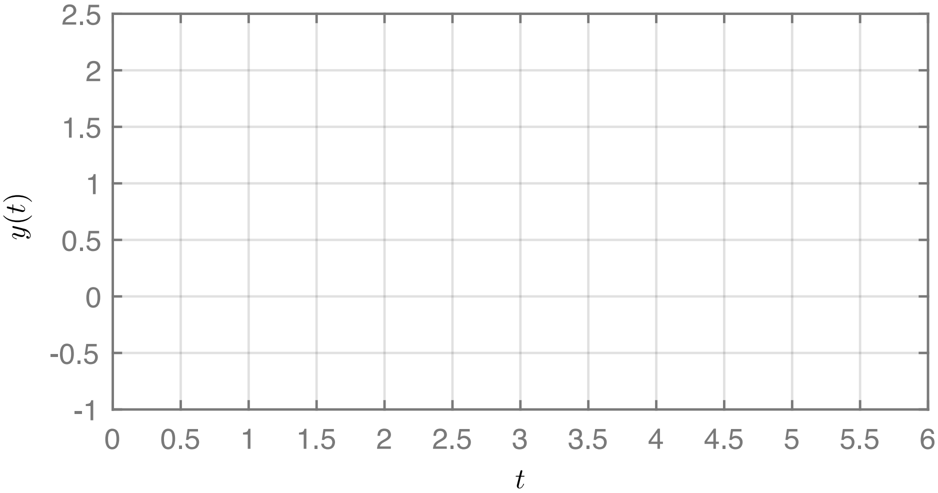


Bild 3: Sprungantwort von G_3

Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Bei Auftreten einer unbekannten (nicht messbaren) Störgröße...
- □ ...ist trotzdem eine Störgrößenaufschaltung möglich.
- □ ...kann eine Störung grundsätzlich nicht ausgeregelt werden.
- ■ ...ist bei geeigneter Reglerwahl ein Ausregeln der Störung möglich.

b) Was gilt für den Kompensationsreglerentwurf?
- □ Die Regelstrecke darf instabil sein.
- ■ Der Polüberschuss der Regelstrecke muss berücksichtigt werden, um einen realisierbaren Regler zu erhalten.
- ■ Die Reglerstruktur muss nicht vorgegeben werden, sondern ergibt sich aus der Berechnung.

c) Wie beeinflusst die Pollage eines Systems dessen dynamisches Verhalten?
- ■ Konjugiert komplexe Pole auf der Imaginärachse führen zu Dauerschwingungen.
- □ Reelle Doppelpole führen zu schwingendem Verhalten.
- ■ Stabile System haben ausschließlich Pole mit negativem Realteil.

d) Ein PID-Regler...
- □ ...ist die Reihenschaltung eines P-, I- und D-Gliedes.
- ■ ...ist die Parallelschaltung eines P-, I- und D-Gliedes.
- ■ ...hat globales I-Verhalten (Sprungantwort $\to \infty$ für $t \to \infty$).

e) Welche Diagramme haben eine Frequenzachse?
- □ Die Wurzelortskurve.
- ■ Das Bode-Diagramm (logarithmische Frequenzkennlinien).
- □ Die Frequenzgangsortskurve.

f) Die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{5s}{s^2+20s+25}$ ...
- ■ ...hat globales D-Verhalten (Sprungantwort $\to 0$ für $t \to \infty$).
- ■ ...hat eine Dämpfung von $D = 2$ und daher 2 stabile reele Pole.
- □ ...hat eine Sprungantwort mit dem stationären Endwert 5.

g) Was gilt für die Anwendung des **vereinfachten** Nyquist-Kriteriums:
- □ Man benötigt den Frequenzgang des geschlossenen Regelkreises.
- □ Das Kriterium kann auch bei instabilen Systemen angewendet werden.
- ■ Bei einer stabilen Regelung umschließt die Ortkurve den Punkt (-1,0) nicht.

h) Bei einer Reihenschaltung von Übertragungsfunktionen...

- [x] ... ist die Reihenfolge egal.
- [x] ... werden die Übertragungsfunktionen multipliziert.
- [ ] ... werden die Übertragungsfunktionen addiert.

i) Wie lautet die Übertragungsfunktion für die Position $Y(s)$ einer Masse m, die mit der Kraft $U(s)$ beschleunigt wird:

- [ ] $G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{m}{s^2}$
- [ ] $G(s) = \frac{Y}{U} = m \cdot s^2$
- [x] $G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{1}{m \cdot s^2}$

j) Welche Aussagen zur Rückkopplung sind richtig?

- [ ] Eine Vorsteuerung wird durch eine Rückkopplung der Führungsgröße erzeugt.
- [x] Die Rückwirkung der Regelgröße auf die Stellgröße bezeichnet man als Rückkopplung.
- [x] Rückkopplung kann, **muss aber nicht**, zu Instabilität führen.

k) Woran erkennt man, ob ein System stabil ist?

- [x] Am Abklingen der Impulsantwort auf Null für $t \to \infty$.
- [ ] Am Einschwingen der Impulsantwort auf einen konstanten Wert für $t \to \infty$.
- [x] Am Einschwingen der Sprungantwort auf einen konstanten Wert für $t \to \infty$.

l) Welche Aussagen gelten für Systeme mit Totzeit?

- [ ] Sie sind nichtlinear.
- [x] Erhöhen die Neigung eines Regelkreises zur Instabilität.
- [ ] Zur Stabilitätsbestimmung kann das Hurwitzkriterium verwendet werden.

m) Für eine Mehrgrößenregelung wird folgende Entkopplungsglied benötigt:

$$R_{12} = \frac{(s+1)(s+2)}{s+5}$$

Welche Aussagen sind richtig ($T \to 0$)?

- [x] Zur Realisierung muss der Ausdruck $(1 + Ts)$ im Nenner hinzugefügt werden.
- [ ] Das Entkopplungsglied kann so verwendet werden (realisierbar).
- [ ] Zur Realisierung muss der Ausdruck $(T + s)$ im Nenner hinzugefügt werden.

$\boxed{\sum 20}$

Aufgabe 2: Wurzelortskurve

a) Es gilt

$$G_1 = \frac{s-0.5}{s^2-s+1.25} = \frac{s-0.5}{(s-0.5+i)(s-0.5-i)} \tag{1}$$

$$G_2 = \frac{s-0.5}{s^2+s+1.25} = \frac{s-0.5}{(s+0.5+i)(s+0.5-i)} \tag{2}$$

G_1: Pole: $p_{1,2} = 0.5 \pm i$ Nullstelle: $n = 0.5$.
G_2: Pole: $p_{1,2} = -0.5 \pm i$ Nullstelle: $n = 0.5$.
Die Pole von System G_1 haben einen positiven Realteil, damit ist System G_1 instabil. Die Pole von System G_2 haben einen negativen Realteil, damit ist System G_2 stabil.

4

b) Für System G_1 muss gelten

$$\frac{1}{-0.5-0.5} = \frac{1}{-0.5-0.5+i} + \frac{1}{-0.5-0.5-i} \tag{3}$$

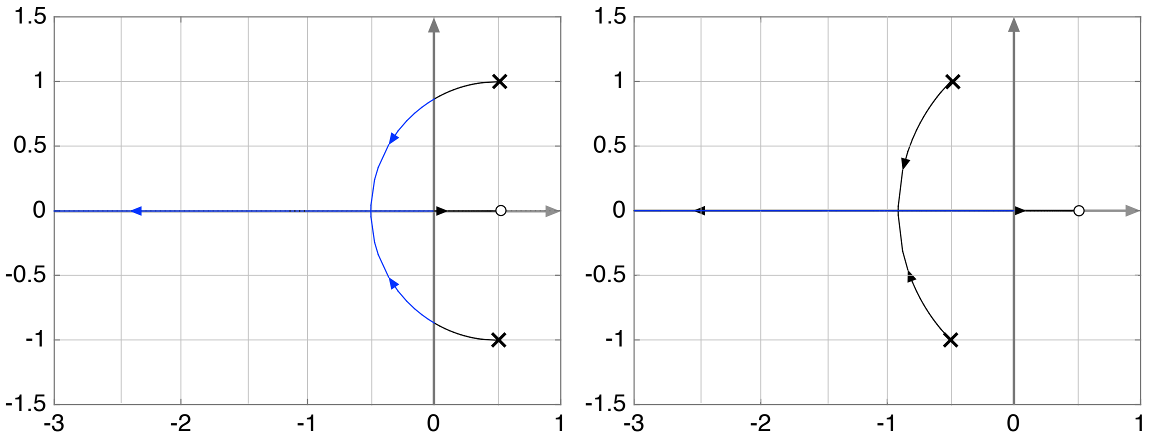
$$-1 = \frac{-2}{(-1-i)(-1+i)} \tag{4}$$

$$-1 = -1 \tag{5}$$

Da der Verzweigungspunkt -0.5 diese Bedingung erfüllt, kann er Verzweigungspunkt von dem System sein.

3

c) Die Lösung ist in den Diagrammen dargestellt



6

d) Der Bereich ist in dem Diagram blau gekennzeichnet.

2

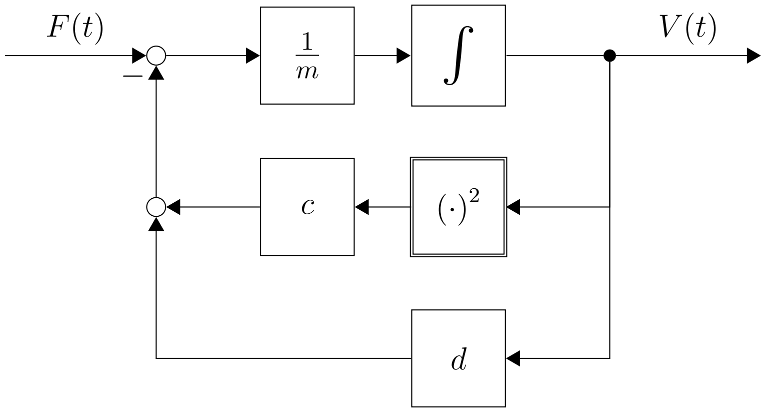
e) Der Bereich ist in dem Diagram blau gekennzeichnet.

2

$\sum 17$

Aufgabe 3: Luftwiderstand

a) Blockschaltbild



6

b) Es gilt $\dot{V}(t) = 0$ im Gleichgewichtszustand, daher gilt

$$F_0 = dv_0 + cv_0^2 \tag{6}$$

$$v_0 = -\frac{d}{2c} \pm \sqrt{\frac{d^2}{4c^2} + \frac{F_0}{c}} \tag{7}$$

Da $v_0 > 0$ bleibt nur

$$v_0 = -\frac{d}{2c} + \sqrt{\frac{d^2}{4c^2} + \frac{F_0}{c}} \tag{8}$$

2

c) Es gilt

$$h(F, \dot{v}, v) = mV^2 + dV + cV - F \tag{9}$$

$$\frac{\partial h}{\partial F} = -1 \tag{10}$$

$$\frac{\partial h}{\partial V} = 2cV + d \tag{11}$$

$$\frac{\partial h}{\partial \dot{V}} = m \tag{12}$$

damit folgt im Kleinsignalbereich

$$f(t) = m\dot{v}(t) + (d + 2cv_0)\, v(t) \tag{13}$$

4

d) Transformation in den Laplace Bereich führt auf

$$F(s) = mV(s)s + (d + 2cv_0)\, V(s) \tag{14}$$

1

e) Umformung auf Übertragungsfunktion

$$\frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms + d + 2cv_0} \tag{15}$$

Es handelt sich somit um ein PT_1 System. $\boxed{2}$

f) Berechnung der Verstärkung des Systems

$$\frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{2cv_0 + d} \frac{1}{\frac{m}{2cv_0+d}s + 1} \tag{16}$$

Die Verstärkung $\frac{1}{2cv_0+d}$ des linearisierten Systems nimmt mit steigendem v_0 ab. $\boxed{2}$

$\boxed{\sum 17}$

Aufgabe 4: Frequenzgang und Stabilität

Gegeben sind die folgenden zwei Übertragungsfunktionen:

$$G_1(s) = \frac{1-5s}{1+5s}, \qquad G_2(s) = \frac{2}{1+0{,}5s}$$

a) G_1 ist ein Allpassglied mit einem Pol bei -0,2 und einer Nullstelle bei +0,2, es hat daher die besondere Eigenschaft **nichtphasenminimal** zu sein. G_2 ist ein Verzögerungsglied 1. Ordnung (P-T_1) mit einem Pol bei -2. 6

b) Asymptotische Amplituden- und Phasengänge von G_1, G_2 und $G_1 \cdot G_2$ siehe Diagramm. Beachten: Die Amplitudengänge von G_2 und $G_1 \cdot G_2$ sind identisch. 10

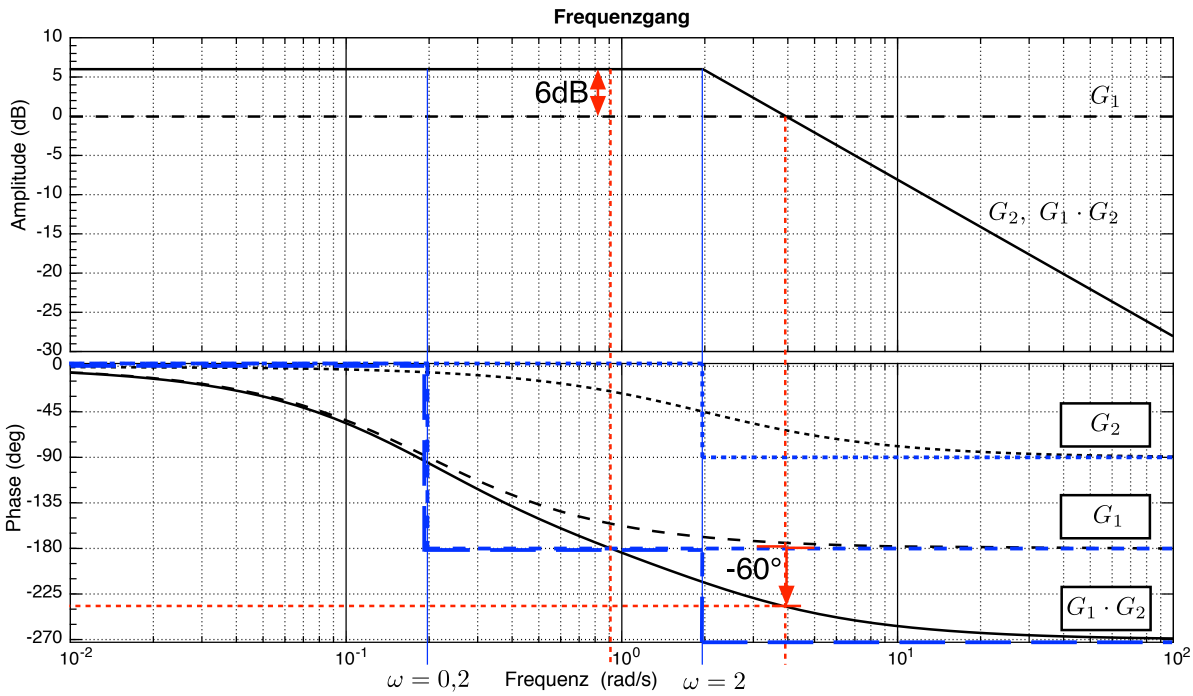
c) Zuordnung Phasengänge G_1, G_2 und $G_1 \cdot G_2$, Phasen- und Amplitudenreserve siehe Diagramm. Die Phasengänge können leicht an ihrem Wert für $\omega \to \infty$ unterschieden werden. Das Verzögerungsglied 1. Ordnung fällt auf -90° ab, das Allpassglied auf -180° und die Reihenschaltung von beiden entsprechend auf -270°.

Für G_1 ist die Amplitude konstant gleich 1 (0 dB) und die Phase fällt asymptotisch auf -180° ab, d.h. die Amplitudenreserve muss ebenfalls gleich 1 sein (Schnittfrequenz $\omega_s = \infty$) und die Phasenreserve 0° (Durchtrittsfrequenz ebenfalls $\omega_d = \infty$).

Für $G_1 \cdot G_2$ liest man eine Amplitudenreserve ($A_r = -A_{\mathrm{dB}}(\omega_s)$, $\varphi(\omega_s) = -180°$) von $A_r \approx -6\,\mathrm{dB} \approx 0{,}5$. Die Phasenreserve ($\varphi_r = \varphi_d + 180°$, $A(\varphi_d) = 0\,\mathrm{dB}$) beträgt $\varphi_r \approx -60°$. 8

d) Stabilität im geschlossenen Regelkreises: Da für $G_1 \cdot G_2$ $\varphi_r < 0°$ bzw. $A_r < 0\,\mathrm{dB}$ (oder $A_r < 1$) ist, wäre der geschlossene Regelkreis instabil. Für G_1 läge der geschlossene Regelkreis genau an der Stabilitätsgrenze.

Die Reglerverstärkung um die Stabilitätsgrenze zu erreichen entspricht immer der Amplitudenreserve (also $K_R = 0{,}5$ für $G_1 \cdot G_2$ und $K_R = 1$ für G_1). 3



$\sum 27$

Aufgabe 5: Vorsteuerung und Störgrößenaufschaltung (14 Punkte)

a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_{W\to Y}$ und die Störübertragungsfunktion $G_{Z\to Y}$.

$$
\begin{aligned}
((W - G_M Y)G_R + G_V W - G_A Z)\, G_S + G_D Z &= Y \\
(G_R G_S + G_V G_S)W + (G_D - G_A G_S)Z &= Y + G_M G_R G_S Y \\
Y &= \underbrace{\frac{G_R G_S + G_V G_S}{1 + G_M G_R G_S}}_{G_{W\to Y}} W + \underbrace{\frac{G_D - G_A G_S}{1 + G_M G_R G_S}}_{G_{Z\to Y}} Z
\end{aligned}
$$

$\boxed{4}$

b) Berechnen Sie die Verstärkung der Streckenübertragungsfunktion.

$$\lim_{s\to 0} s \cdot \frac{2s^2 - 10s + 8}{s^2 + 8.5s + 4} \cdot \frac{1}{s} = 2$$

$\boxed{1}$

c) Regelstrecke in Produkt-Standardform:

$$G_S(s) = 2 \cdot \frac{(s-1)\cdot(s-4)}{(s+8)\cdot(s+0.5)}$$

$\boxed{5}$

d) Entwerfen Sie eine realisierbare Vorsteuerung für die gegebene Regelstrecke $G_S(s)$.

Aus dem Ignorieren der instabilen Nullstellen folgt die Notwendigkeit ein PT_2-Glied hinzuzufügen

$$G_V^{\text{real}} = \frac{(s+8)\cdot(s+0.5)}{8(Ts+1)^2},$$

mit der zu wählenden Zeitkonstante T. Die Verstärkung der Vorsteuerung muss dem Kehrwert der Verstärkung der Regelstrecke entsprechen! Andere Methoden zur Steuerung der nicht phasenminimalen Regelstrecke geben natürlich auch die volle Punktzahl (1 Punkt auf richtigen Zähler, 3 Punkte auf richtigen Nenner). $\boxed{4}$

e) Entwerfen Sie eine realisierbare Störgrößenaufschaltung.

Ziel der Störgrößenaufschaltung: Den Einfluss von der Störgröße $z(t)$ auf die Regelgröße $y(t)$ eliminieren, daher muss $G_{Z\to Y} = 0$ sein. Daraus folgt:

$$
\begin{aligned}
G_D - G_A G_S &= 0 \\
G_A &= \frac{G_D}{G_S} \\
G_A &= \underbrace{\frac{300}{(s+15)\cdot(s+20)} \mathrm{e}^{-1s}}_{G_D} \cdot \underbrace{\frac{(s+8)\cdot(s+0.5)}{8}}_{1/G_S},
\end{aligned}
$$

wobei nun das PT_2-Glied aufgrund der Struktur von G_D unnötig für die Realisierbarkeit ist. $\boxed{3}$

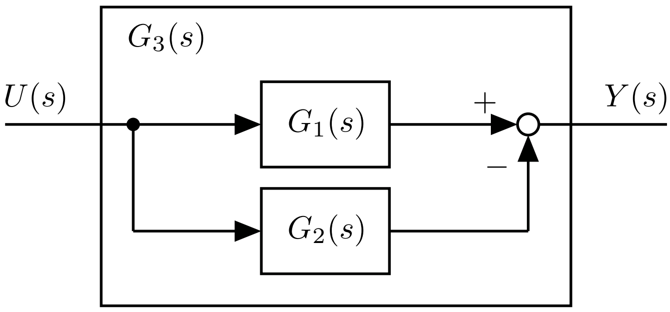
f) Berechnen Sie die statische Störgrößenaufschaltung.

$$\begin{aligned}
G_{A,\text{statisch}} &= \lim_{s\to 0} \cancel{s} G_A(s) \frac{1}{\cancel{s}} \\
&= \lim_{s\to 0} \frac{300}{(s+15)\cdot(s+20)} \mathrm{e}^{-1s} \cdot \frac{(s+8)\cdot(s+0.5)}{8} \\
&= 0.5
\end{aligned}$$

$\boxed{1}$

$\boxed{\sum 18}$

Aufgabe 6: Blockschaltbild lesen (21 Punkte)



Gegeben ist das Blockschaltbild des Gesamtsystems G_3.

a) Stellen Sie die Übertragungsfunktionen für die Systeme G_1 und G_2 auf.
Allgemein ergibt sich die Übertragungsfunktion zu:

$$G_{\mathrm{PT}_1}(s) = \frac{K}{1+Ts} \quad \Rightarrow \quad G_1(s) = \frac{2}{1+2s} \quad \text{und} \quad G_2(s) = \frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{1}{2}s} \tag{1}$$

1

b) Welche Pol- und Nullstellen ergeben sich für die Systeme G_1 und G_2?
Ein PT_1 besitzt keine Nullstelle. Die Pole ergeben sich allgemein zu:

$$1 + Ts = 0 \Rightarrow p_1 = -\frac{1}{T} \tag{2}$$

$$\Rightarrow p_{G_1} = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \tag{3}$$

$$p_{G_2} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2 \tag{4}$$

1

c) Transformieren Sie die Sprungantwort der Systeme G_1 und G_2 in den Zeitbereich.
Allgemein gilt für die Sprungantwort eines PT_1 (siehe Korrespondenztabelle):

$$\frac{1}{s(s+a)} \bullet\!\!-\!\!\circ \frac{1}{a}\left(1 - e^{-at}\right) \tag{5}$$

$$G_1(s)\frac{1}{s} = \frac{1}{0.5+s}\frac{1}{s} \bullet\!\!-\!\!\circ \frac{1}{0.5}\left(1 - e^{-0.5t}\right) \tag{6}$$

$$G_2(s)\frac{1}{s} = \frac{3}{2+s}\frac{1}{s} \bullet\!\!-\!\!\circ \frac{3}{2}\left(1 - e^{-2t}\right) \tag{7}$$

2

d) Werten Sie die Sprungantwort an folgenden Zeitpunkten aus und ergänzen Sie die Tabelle.

	$t = 0.5$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 4$	$t = 6$
Sprungantwort G_1	0.4424	0.7869	1.2642	1.7293	1.9004
Sprungantwort G_2	0.9482	1.2970	1.4725	1.4995	1.5000

2

e) Skizzieren Sie die Sprungantworten für beide Systeme.
Die Lösung befindet sich in Bild 4 und Bild 5. 6

f) Stellen Sie die Übertragungsfunktion G_3 auf.

$$G_3 = G_1 - G_2 \tag{8}$$
$$\Rightarrow G_3 = \frac{2}{1+2s} - \frac{1.5}{1+\frac{1}{2}s} \tag{9}$$
$$G_3 = \frac{2\left(1+\frac{1}{2}s\right)}{(1+2s)\left(1+\frac{1}{2}s\right)} - \frac{1.5\,(1+2s)}{\left(1+\frac{1}{2}s\right)(1+2s)} \tag{10}$$
$$G_3 = \frac{2\left(1+\frac{1}{2}s\right) - 1.5\,(1+2s)}{(1+2s)\left(1+\frac{1}{2}s\right)} \tag{11}$$
$$G_3 = \frac{2+s-1.5-3s}{(1+2s)\left(1+\frac{1}{2}s\right)} \tag{12}$$
$$G_3 = \frac{0.5-2s}{(1+2s)\left(1+\frac{1}{2}s\right)} \tag{13}$$

$\boxed{2}$

g) Wie lautet der Endwert für $Y(S)$, wenn der Eingang zu $\frac{1}{s}$ gewählt wird?
Gleich dem Endwert der Sprungantwort!

$$\lim_{s\to 0} s \frac{0.5-s}{(1+2s)\left(1+\frac{1}{2}s\right)} \frac{1}{s} = \frac{0.5-0}{(1+0)\,(1+0)} = \frac{1}{2} \tag{14}$$

$\boxed{1}$

h) Welche Pol- und Nullstellen ergeben sich für das System G_3?
Nullstelle:

$$(0.5-s) = 0 \tag{15}$$
$$\Rightarrow n_1 = 0.5 \tag{16}$$

Polstelle:

$$(1+2s)\left(1+\frac{1}{2}s\right) = 0 \tag{17}$$
$$(1+2s) = 0 \qquad \vee \qquad \left(1+\frac{1}{2}s\right) = 0 \tag{18}$$
$$\Rightarrow p_1 = -0.5 \qquad \wedge \qquad p_2 = -2 \tag{19}$$

$\boxed{2}$

i) Skizzieren Sie anhand Ihrer Lösungen die Sprungantwort für G_3.
Die Sprungantwort des Gesamtsystems ist die Differenz der Sprungantworten der einzelnen Systeme. Die grafische Lösung befindet sich in Bild 6. $\boxed{3}$

j) Treffen Sie eine Aussage zur Phasenminimalität der Systeme G_1, G_2 und G_3.
Die Systeme G_1 und G_2 sind phasenminimal (keine instabile Nullstelle oder Totzeit). Das System G_3 hat eine instabile Nullstelle und ist somit nicht phasenminimal. Dies wird auch durch das Unterschwingen in Bild 6 deutlich. $\boxed{1}$

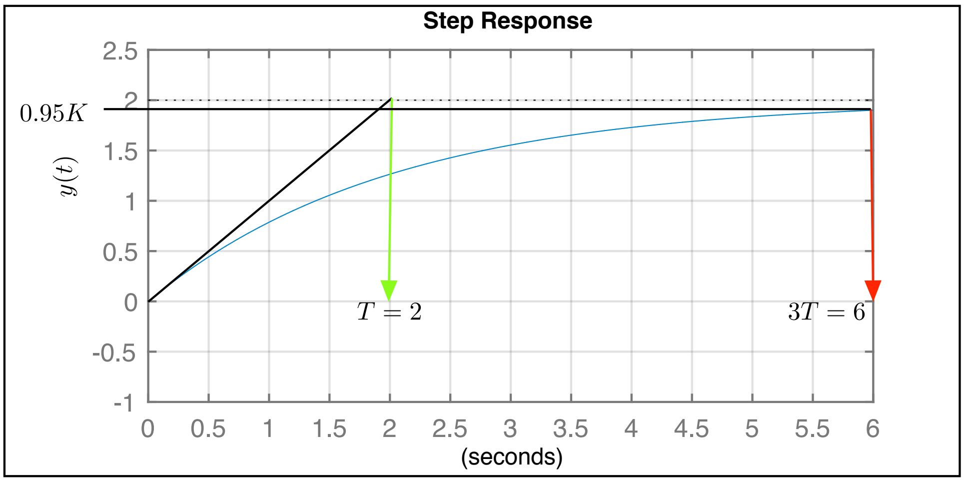


Bild 4: Sprungantwort von G_1

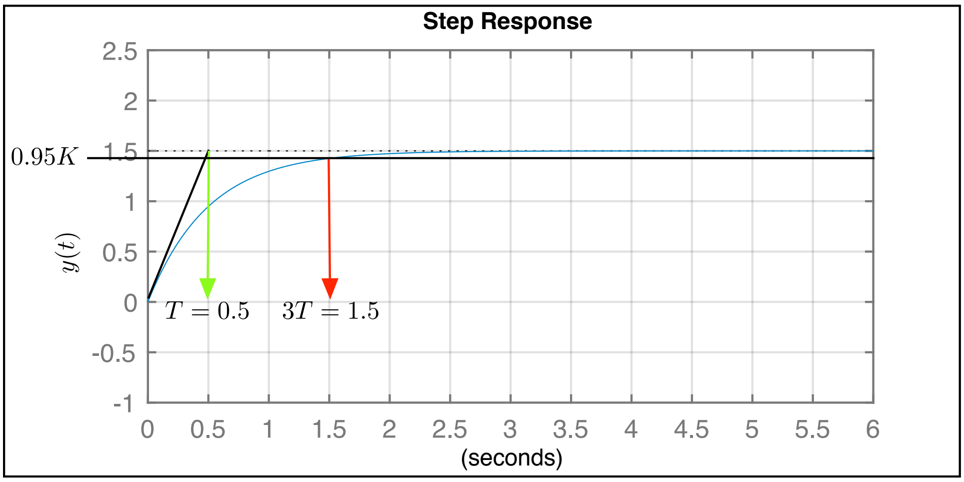


Bild 5: Sprungantwort von G_2

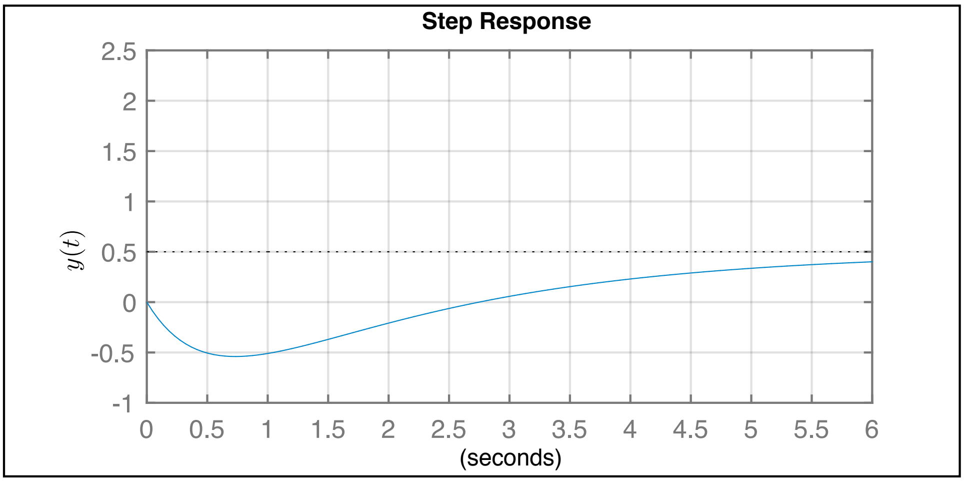


Bild 6: Sprungantwort von G_3

$\boxed{\sum 20}$