Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 2 (MRT2)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

17. Juli 2006

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	Gesamt
Mat.-Nr.:	Soll:	15	24	35	26	100
Note:	Ist:					

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Kann die Inverse der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s-1}{s+1}$ in der Praxis zur Vorsteuerung verwendet werden?

- ☐ Ja, denn Zähler- und Nennerordnung sind gleich groß.
- ☐ Nein, denn die resultierende Vorsteuerung wäre instabil.
- ☐ Nein, die Inverse muss, um realisiert werden zu können, um einen schnellen Pol ergänzt werden.

b) Was ist der Zweck der Entkopplung eines Mehrgrößenregelkreises?

- ☐ Die Umwandlung des gekoppelten Regelkreises in mehrere voneinander unabhängige Regelkreise.
- ☐ Die Verwendung der bekannten Reglerentwurfsmethoden für einschleifige Regelkreise zu ermöglichen.
- ☐ Die Entkopplung verhindert, dass sich Störungen auf die Regelgröße auswirken.

c) Wofür ist ein Beobachter notwendig?

- ☐ Ohne Beobachter ist grundsätzlich keine Zustandsregelung möglich.
- ☐ Um einen Zustandsregler zu realisieren, auch wenn nicht alle Zustande gemessen werden können.
- ☐ Um aus den messbaren Zuständen die nicht messbaren Zustände zu berechnen.

d) Wozu dienen Anti-Windup Methoden?

- ☐ Verbesserung des Verhaltens eines P-Reglers bei Auftreten von Stellgrößenbeschränkungen.
- ☐ Beschränkung des D-Anteils eines Reglers bei sprungförmigen Änderungen der Führungsgröße.
- ☐ Beschränkung des I-Anteils eines Reglers bei Auftreten von Stellgrößenbeschränkungen.

e) Wozu dient die Formel von Ackermann?

- ☐ Zum Stabilitätsnachweis einer Regelstecke in Zustandsform.
- ☐ Zum Entwurf einer optimalen Regelung.
- ☐ Bestimmung der Parameter eines Zustandreglers bei einer Polvorgabe.

f) Welche Eigenschaften besitzt die Zustandsraummethode?

- ☐ Eine Differentialgleichung n. Ordnung wird auf ein System aus n Differentialgleichungen jeweils 1. Ordnung gebracht.
- ☐ Man benötigt kein Modell der Strecke, da die Regelung mit Hilfe von Zuständen entworfen wird.
- ☐ Eine Erweiterung der Zustandsraummethode auf Mehrgrößensysteme ist möglich.

g) Benennen Sie einige Vorteile einer Kaskadenregelung?

- ☐ Auf Grund von zwei parallel geschalteten Reglern erzielt man einen Geschwindigkeitsvorteil.
- ☐ Die Kaskadenregelung wird wegen ihrer Leistungsfähigkeit und Einfachheit häufig in der Praxis eingesetzt.
- ☐ Bei der Kaskadenregelung wird der D-Anteil implizit erzeugt, wenn die Strecke Tiefpasscharakter aufweist.

h) Welche Aussagen zum Rang einer Matrix sind richtig?

- ☐ Um den vollen Rang zu erhalten, muss die Hauptdeterminante einer 3x3-Matrix ungleich null sein.
- ☐ Um den vollen Rang zu erhalten, muss die Hauptdeterminante einer 3x3-Matrix gleich drei sein.
- ☐ Der Rang einer Matrix gibt die Anzahl der linear unabhängigen Zeilen bzw. Spalten an.

i) Was sind die Unterschiede zwischen einer Kennlinie und einem Kennfeld?

- ☐ Bei Kennfeldern werden die Ausgangswerte für Eingangswerte zwischen den tabellierten Eingangswerten durch stufenweises Umschalten ermittelt.
- ☐ Im Gegensatz zu Kennlinien können Kennfelder mehr als eine Eingangsgröße verarbeiten.
- ☐ Aufgrund der geringeren Stützstellenanzahl bei Kennlinien ist die Berechnung der Ausgangsgröße ungenauer als bei Kennfeldern.

j) Welche Aussagen über die Beschreibungsfunktion treffen zu?

- ☐ Die Beschreibungsfunktion stellt den Frequenzgang eines nichtlinearen Systems dar.
- ☐ Die Methode der Beschreibungsfunktion lässt sich nur auf Syteme bis maximal zweiter Ordnung anwenden.
- ☐ Die Methode der Beschreibungsfunktion wird zur Analyse von Dauerschwingungen eingesetzt.

Aufgabe 2: Zweigrößenregelung

Gegeben ist die Übertragungsmatrix $\mathbf{S}(s)$ eines Systems mit jeweils zwei Ein- und Ausgangsgrößen

$$\mathbf{Y}(s) = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{4}{s+2} & 0 \\ \frac{2(s^2+3s+22)}{s(s+1)(s+2)} & \frac{2}{s(s+1)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}(s)} \cdot \mathbf{U}(s)$$

und ein Regler mit der Übertragungsmatrix $\mathbf{R}(s)$

$$\mathbf{U}(s) = \underbrace{\begin{bmatrix} R_{11}(s) & 0 \\ R_{11}(s) \cdot R_{21}(s) & R_{22}(s) \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}(s)} \cdot \mathbf{E}(s)$$

mit

$$\mathbf{Y}(s) = \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U}(s) = \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}(s) = \begin{bmatrix} E_1(s) \\ E_2(s) \end{bmatrix}.$$

a) Zeichnen Sie jeweils das Blockschaltbild des Systems und des Reglers.

b) Berechnen Sie die Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises $\mathbf{S}(s) \cdot \mathbf{R}(s)$:

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{S}(s) \cdot \mathbf{U}(s), \text{mit } \mathbf{U}(s) = \mathbf{R}(s) \cdot \mathbf{E}(s) \Rightarrow \mathbf{Y}(s) = \mathbf{S}(s) \cdot \mathbf{R}(s) \cdot \mathbf{E}(s)$$

c) Ermitteln Sie den Reglerparameter R_{21} so, dass der offene Regelkreis entkoppelt ist.

d) Zeigen Sie, dass die Entkopplung nicht realisierbar ist und schlagen Sie eine näherungsweise statische und eine näherungsweise dynamische Entkopplung vor.

Aufgabe 3: Zustandsregelung und Beobachter

Gegeben ist ein instabiles System in Zustandsform

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} -2 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} \cdot u(t),$$

das mit Hilfe des Zustandsreglers

$$\mathbf{k}^{\mathrm{T}} = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]$$

stabilisiert werden soll.

a) Berechnen Sie die Pole des Systems. Zeigen Sie, dass das System instabil ist!

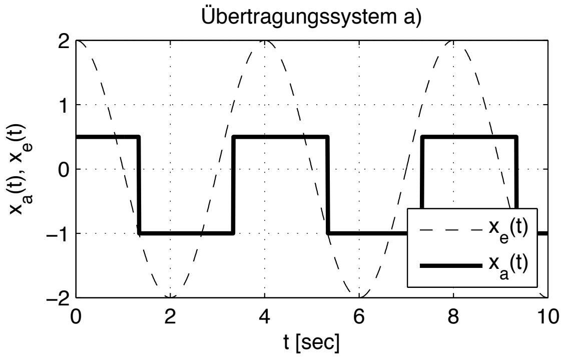
b) Ermitteln Sie die charakteristische Gleichung des geschlossenen Regelkreises. Woran erkennen Sie, dass das System nicht vollständig zustandssteuerbar ist? Ist das System zumindest stabilisierbar?

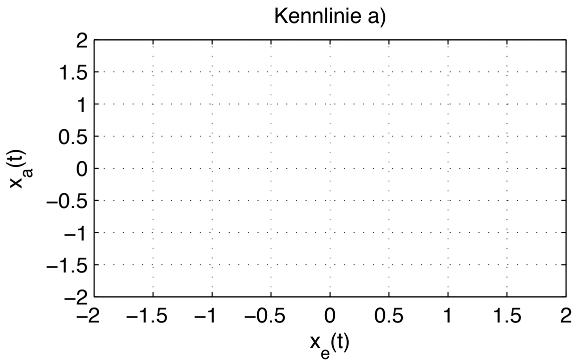
c) Bestimmen Sie die Reglerparameter k_i so, dass die steuerbaren Pole bei $s = -4$ platziert werden. Werden hierfür alle drei Reglerparameter benötigt?

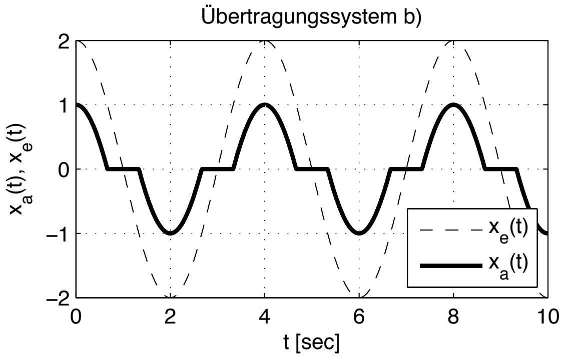
d) Aus Kostengründen soll für die Regelung nur ein Zustand gemessen werden, d.h. es ist ein Zustandsbeobachter nötig. Zeigen Sie, dass es nicht egal ist, welcher der drei Zustände gemessen wird, sondern dass sich nur mit $\mathbf{c}^{\mathrm{T}} = [1 \quad 0 \quad 0]$ alle Zustände beobachten lassen und nicht mit $\mathbf{c}^{\mathrm{T}} = [0 \quad 1 \quad 0]$ oder $\mathbf{c}^{\mathrm{T}} = [0 \quad 0 \quad 1]$.

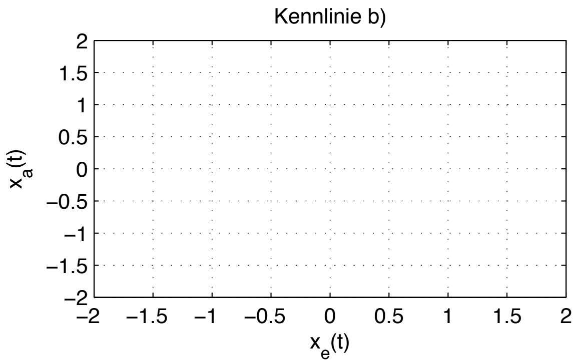
Aufgabe 4: Nichtlineare Kennlinien

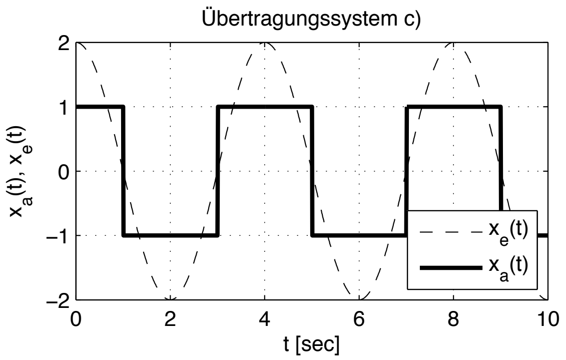
Gegeben sind die Systemantworten $x_a(t)$ nichtlinearer Regelkreiselemente auf ein gegebenes Eingangssignal $x_e(t)$. Zeichnen Sie die Kennlinien der nichtlinearen Übertragungssysteme a) bis d) in die vorbereiteten Diagramme und geben Sie an, wie die jeweiligen Kennlinien bezeichnet werden und ob es sich jeweils um eine **eindeutige** oder **mehrdeutige** Kennlinie handelt.

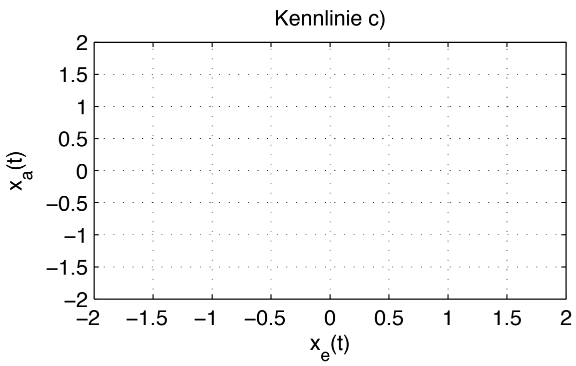


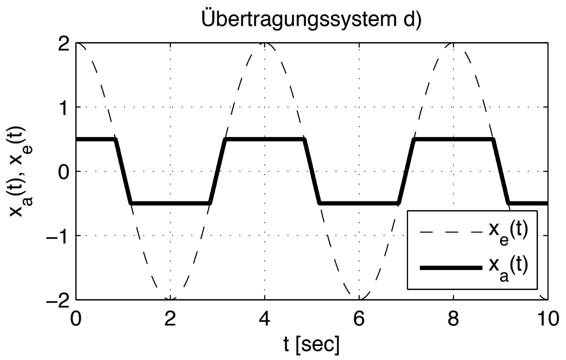


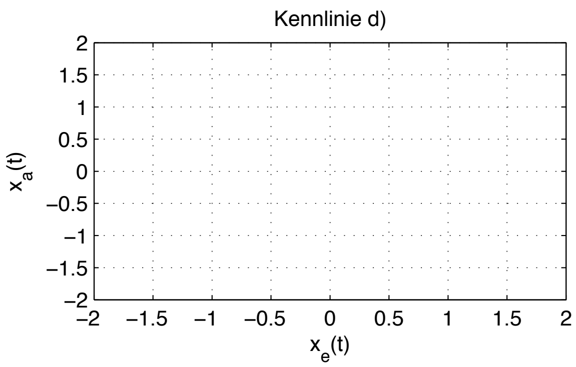












Lösungen Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 2 (MRT2)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

17. Juli 2006

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Kann die Inverse der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s-1}{s+1}$ in der Praxis zur Vorsteuerung verwendet werden?

- ☐ Ja, denn Zähler- und Nennerordnung sind gleich groß.
- ■ Nein, denn die resultierende Vorsteuerung wäre instabil.
- ☐ Nein, die Inverse muss, um realisiert werden zu können, um einen schnellen Pol ergänzt werden.

b) Was ist der Zweck der Entkopplung eines Mehrgrößenregelkreises?

- ■ Die Umwandlung des gekoppelten Regelkreises in mehrere voneinander unabhängige Regelkreise.
- ■ Die Verwendung der bekannten Reglerentwurfsmethoden für einschleifige Regelkreise zu ermöglichen.
- ☐ Die Entkopplung verhindert, dass sich Störungen auf die Regelgröße auswirken.

c) Wofür ist ein Beobachter notwendig?

- ☐ Ohne Beobachter ist grundsätzlich keine Zustandsregelung möglich.
- ■ Um einen Zustandsregler zu realisieren, auch wenn nicht alle Zustande gemessen werden können.
- ■ Um aus den messbaren Zuständen die nicht messbaren Zustände zu berechnen.

d) Wozu dienen Anti-Windup Methoden?

- ☐ Verbesserung des Verhaltens eines P-Reglers bei Auftreten von Stellgrößenbeschränkungen.
- ☐ Beschränkung des D-Anteils eines Reglers bei sprungförmigen Änderungen der Führungsgröße.
- ■ Beschränkung des I-Anteils eines Reglers bei Auftreten von Stellgrößenbeschränkungen.

e) Wozu dient die Formel von Ackermann?

- ☐ Zum Stabilitätsnachweis einer Regelstecke in Zustandsform.
- ☐ Zum Entwurf einer optimalen Regelung.
- ■ Bestimmung der Parameter eines Zustandreglers bei einer Polvorgabe.

f) Welche Eigenschaften besitzt die Zustandsraummethode?

- ■ Eine Differentialgleichung n. Ordnung wird auf ein System aus n Differentialgleichungen jeweils 1. Ordnung gebracht.
- ☐ Man benötigt kein Modell der Strecke, da die Regelung mit Hilfe von Zuständen entworfen wird.
- ■ Eine Erweiterung der Zustandsraummethode auf Mehrgrößensysteme ist möglich.

g) Benennen Sie einige Vorteile einer Kaskadenregelung?

- ☐ Auf Grund von zwei parallel geschalteten Reglern erzielt man einen Geschwindigkeitsvorteil.
- ■ Die Kaskadenregelung wird wegen ihrer Leistungsfähigkeit und Einfachheit häufig in der Praxis eingesetzt.
- ■ Bei der Kaskadenregelung wird der D-Anteil implizit erzeugt, wenn die Strecke Tiefpasscharakter aufweist.

h) Welche Aussagen zum Rang einer Matrix sind richtig?

- ■ Um den vollen Rang zu erhalten, muss die Hauptdeterminante einer 3x3-Matrix ungleich null sein.
- ☐ Um den vollen Rang zu erhalten, muss die Hauptdeterminante einer 3x3-Matrix gleich drei sein.
- ■ Der Rang einer Matrix gibt die Anzahl der linear unabhängigen Zeilen bzw. Spalten an.

i) Was sind die Unterschiede zwischen einer Kennlinie und einem Kennfeld?

- ☐ Bei Kennfeldern werden die Ausgangswerte für Eingangswerte zwischen den tabellierten Eingangswerten durch stufenweises Umschalten ermittelt.
- ■ Im Gegensatz zu Kennlinien können Kennfelder mehr als eine Eingangsgröße verarbeiten.
- ☐ Aufgrund der geringeren Stützstellenanzahl bei Kennlinien ist die Berechnung der Ausgangsgröße ungenauer als bei Kennfeldern.

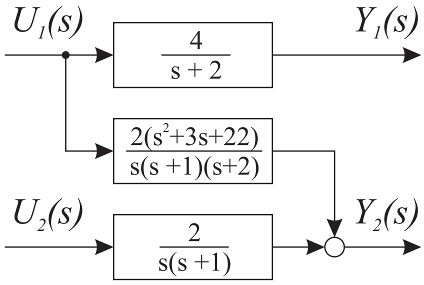
j) Welche Aussagen über die Beschreibungsfunktion treffen zu?

- ☐ Die Beschreibungsfunktion stellt den Frequenzgang eines nichtlinearen Systems dar.
- ☐ Die Methode der Beschreibungsfunktion lässt sich nur auf Syteme bis maximal zweiter Ordnung anwenden.
- ■ Die Methode der Beschreibungsfunktion wird zur Analyse von Dauerschwingungen eingesetzt.

$\boxed{\sum 15}$

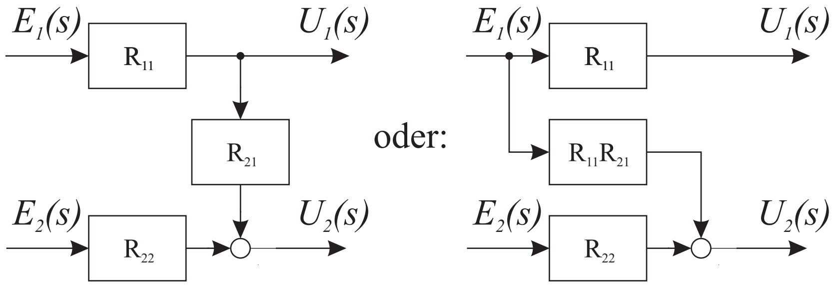
Aufgabe 2: Mehrgrößenregelung

a) Blockschaltbild der Regelstrecke:



5

Blockschaltbild des Reglers:



5

b) Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises: $\mathbf{Y}(s) = \mathbf{S}(s) \cdot \mathbf{R}(s) \cdot \mathbf{E}(s)$:

$$\mathbf{Y}(s) = \begin{bmatrix} \frac{4}{s+2} & 0 \\ \frac{2(s^2+3s+22)}{s(s+1)(s+2)} & \frac{2}{s(s+1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{11}(s) & 0 \\ R_{11}(s) \cdot R_{21}(s) & R_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \mathbf{E}(s)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{4}{s+2} \cdot R_{11} & 0 \\ R_{11} \cdot \frac{2(s^2+3s+22)}{s(s+1)(s+2)} + R_{11} \cdot R_{21} \cdot \frac{2}{s(s+1)} & R_{22} \cdot \frac{2}{s(s+1)} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{E}(s)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\mathbf{Y}(s) = \begin{bmatrix} \frac{4}{s+2} \cdot R_{11} & 0 \\ \frac{2 \cdot R_{11}}{s(s+1)} \left(\frac{(s^2+3s+22)}{(s+2)} + R_{21} \right) & \frac{2}{s(s+1)} \cdot R_{22} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{E}(s)}$$ 5

c) Für die Entkopplung muss das linke untere Nebendiagonalelement Null werden:

$$\frac{2 \cdot R_{11}}{s(s+1)} \left(\frac{(s^2+3s+22)}{(s+2)} + R_{21} \right) = 0 \Leftrightarrow \boxed{R_{21} = -\frac{s^2+3s+22}{s+2}}$$ 3

d) Die Entkopplung ist nicht realisierbar, weil die Zählerordnung der Übertragungsfunktion R_{21} größer ist als die Nennerordnung.

Näherungsweise Realisierungen:

Hinzufügen eines P-T1 Gliedes mit kleiner Zeitkonstante T und Verstärkung 1 (dynamische Entkopplung): 3

$$\boxed{R_{21} = -\frac{s^2+3s+22}{(s+2)(1+Ts)}}$$

Ersetzen durch P-Glied mit gleichem stationären Endwert (statische Entkopplung):

$$R_{21} = \lim_{s\to 0}\left(-\frac{s^2+3s+22}{s+2}\right) \Rightarrow \boxed{R_{21} = -11}$$ 3

$\sum 24$

Aufgabe 3: Zustandsregelung und Beobachter

a) Pole des Systems:

$$|s\mathbf{I}-\mathbf{A}| = \begin{vmatrix} s+2 & -4 & 1 \\ 0 & s-1 & -5 \\ 0 & 0 & s+3 \end{vmatrix} = (s+2)(s-1)(s+3)$$ 5

Als Pole ergeben sich $s_1 = -3$, $s_2 = -2$ und $s_3 = +1$. Da s_3 in der rechten Halbebene liegt, ist das gesamte System **instabil**! 2

b) Berechnung der charakteristischen Gleichung (Determinante nach letzter Zeile entwickelt):

$$\left|s\mathbf{I}-\mathbf{A}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{k}^{\mathrm{T}}\right| = \left\| \begin{bmatrix} s+2 & -4 & 1 \\ 0 & s-1 & -5 \\ 0 & 0 & s+3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2k_1 & 2k_2 & 2k_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\|$$

$$= \begin{vmatrix} s+2 & -4 & 1 \\ 2k_1 & s-1+2k_2 & -5+2k_3 \\ 0 & 0 & s+3 \end{vmatrix}$$ 6

$$= (s+3)\cdot(-1)^{(3+3)}\cdot[(s+2)(s-1+2k_2)-(-4\cdot 2k_1)]$$

$$= (s+3)\cdot(s^2+(1+2k_2)s+8k_1+4k_2-2)$$ 3

Der Pol $s_1 = -3$ kann in der charakteristischen Gleichung ausgeklammert und daher nicht durch den Zustandsregler verschoben werden. Dieser nicht steuerbare Pol ist jedoch stabil, deshalb ist das System zumindest stabilisierbar!. 3

c) Bestimmung der Reglerparameter k_i für die Polvorgabe $(s+4)^2 = s^2+8s+16$ durch Koeffizientenvergleich: 1

$$1+2k_2 = 8 \Leftrightarrow \boxed{k_2 = \frac{7}{2} = 3{,}5}$$ 2

$$8k_1+4k_2-2 = 16 \Rightarrow 8k_1+4\cdot\frac{7}{2}-2 = 16 \Leftrightarrow \boxed{k_1 = \frac{1}{2} = 0{,}5}$$ 2

Der Reglerparameter k_3 kommt in den Bestimmungsgleichungen nicht vor, hat also keinen Einfluss auf die Pole des Regelkreises und kann daher beliebig gewählt werden: 1

$$\mathbf{k}^{\mathrm{T}} = [0{,}5 \quad 3{,}5 \quad k_3]$$

d) Ermittlung der Beobachtbarkeitsmatrix $\mathbf{S}_B$:

$$\mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{c}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A} \\ \mathbf{c}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}^2 \end{bmatrix} \text{ mit: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \text{ und } \mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 25 \\ 0 & 1 & -10 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$ $\boxed{3}$

Für $\mathbf{c}^{\mathrm{T}} = [1 \quad 0 \quad 0]$ (erste Zeile aus $\mathbf{A}$ und $\mathbf{A}^2$):

$$|\mathbf{S}_B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & -1 \\ 4 & -4 & 25 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ -4 & 25 \end{vmatrix} = 96 \neq 0 \Rightarrow \textbf{vollst. beobachtbar}$$ $\boxed{3}$

Für $\mathbf{c}^{\mathrm{T}} = [0 \quad 1 \quad 0]$ (zweite Zeile aus $\mathbf{A}$ und $\mathbf{A}^2$):

$$|\mathbf{S}_B| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -10 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 5 \neq 0 \Rightarrow \text{Rang=2}$$ $\boxed{2}$

Für $\mathbf{c}^{\mathrm{T}} = [0 \quad 0 \quad 1]$ (dritte Zeile aus $\mathbf{A}$ und $\mathbf{A}^2$):

$$|\mathbf{S}_B| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow |1| = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{Rang=1}$$ $\boxed{2}$

In den letzten beiden Fällen ist der Rang der Beobachtbarkeitsmatrix kleiner als 3. Nur im ersten Fall ist das System vollständig zustandsbeobachtbar!

$\boxed{\sum 35}$

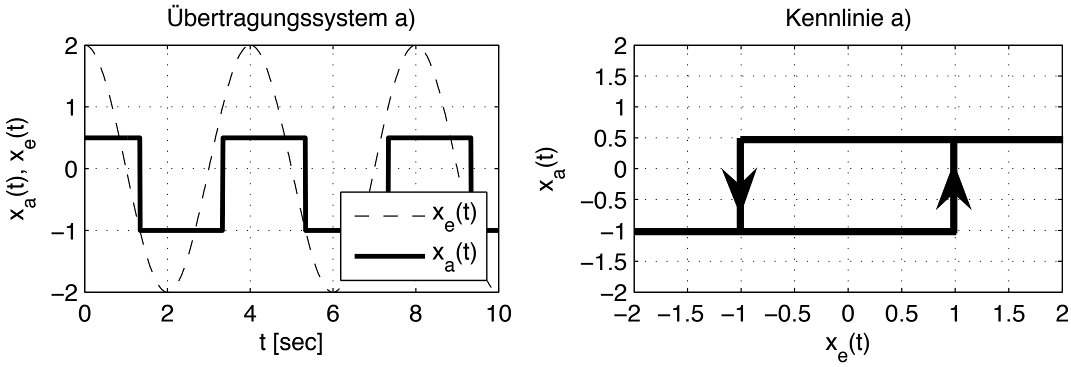
Aufgabe 4: Nichtlineare Kennlinien

a) Zweipunkt mit Hysterese; mehrdeutige Kennlinie 2

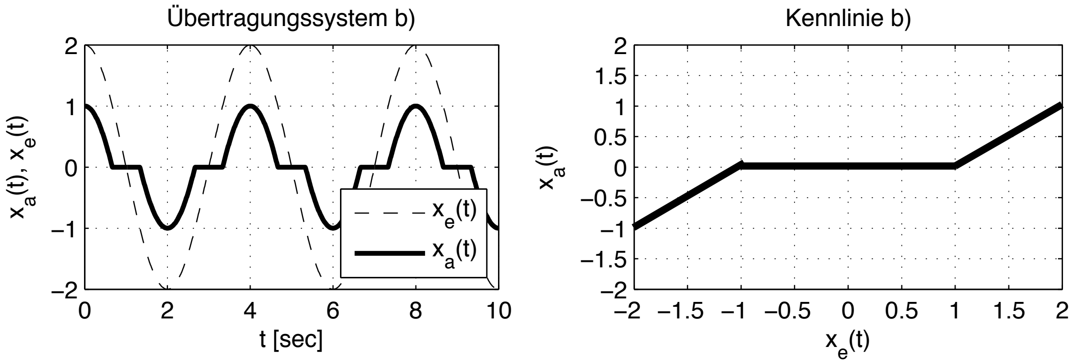
b) Tote Zone; eindeutige Kennlinie 2

c) Zweipunkt; eindeutige Kennlinie 2

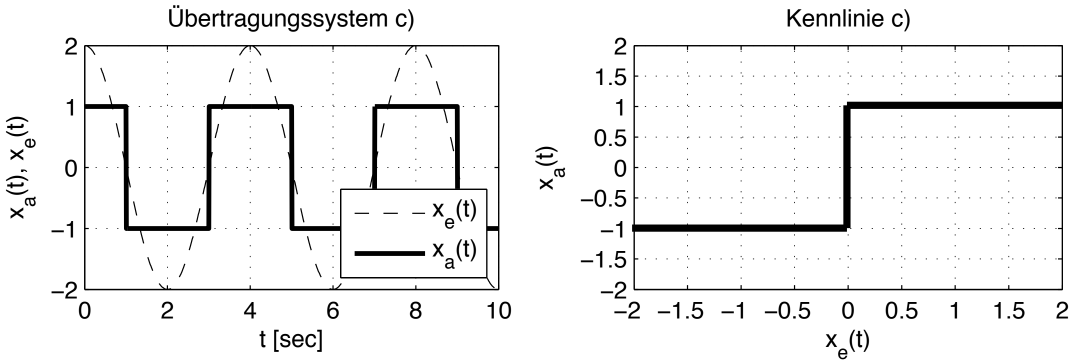
d) Sättigung; eindeutige Kennlinie 2



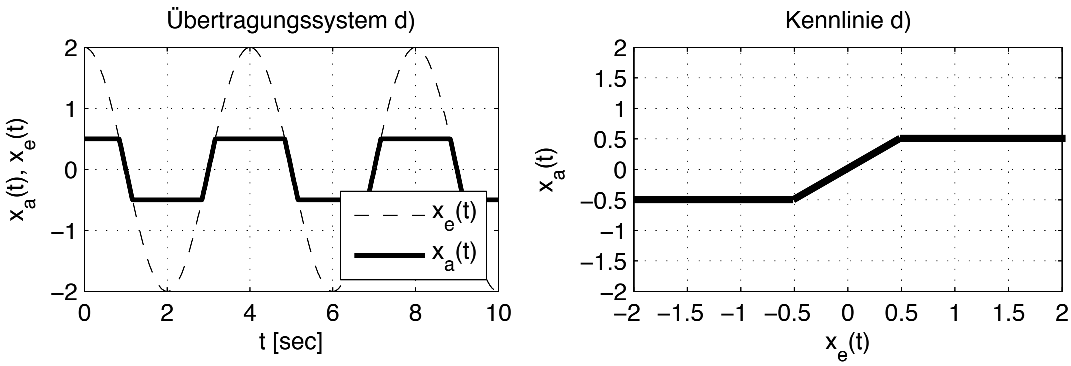
5



5



4



4

$\sum 26$