# Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 2 (MRT2)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

18. Juli 2011

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Name: | Punkte | A1 | A2 | A3 | A4 | Ges. |
| Mat.-Nr.: | Soll: | 20 | 30 | 30 | 20 | 100 |
| Note: | Ist: | | | | | |

**Aufgabe 1: Verständnisfragen**

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
**Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!**
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Wozu dient die Formel von Ackermann?

- ☐ Zum Entwurf einer optimalen Regelung.
- ☐ Bestimmung der Parameter eines Zustandreglers bei einer Polvorgabe.
- ☐ Zum Stabilitätsnachweis bei einer nichtlinearen Regelstecke.

b) Was versteht man in der Regelungtechnik unter “Bumpless Transfer”, bzw. “stoßfreies Umschalten”.

- ☐ Einen Reglerentwurf, der stets auf möglichst schwingungsarmes Regelverhalten führt.
- ☐ Eine Reglereigenschaft, die wichtig ist, wenn zwischen verschiedenen Reglern oder Reglerparametern (adaptiver Regler) im laufenden Betrieb umgeschaltet wird.
- ☐ Die Eigenschaft eines Reglers, stoßartige Stellgrößenänderungen zu vermeiden, wenn z.B. zwischen Hand- und Automatikbetrieb umgeschaltet wird.

c) Welche Aussagen treffen für das System $G(s) = e^{-5s}$ zu?

- ☐ Das System ist nichtlinear.
- ☐ Das System ist zeitvariant.
- ☐ Das System ist linear.

d) Kann die Inverse der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+5)}$ in der Praxis zur Vorsteuerung verwendet werden?

- ☐ Nein, denn die resultierende Vorsteuerung wäre instabil.
- ☐ Ja.
- ☐ Nein! Um realisiert werden zu können, muss die Inverse mindestens um einen schnellen Pol ergänzt werden.

e) Welche Aussagen sind für die zeitoptimale Regelung eines nichtlinearen Systems gültig?

- ☐ Ziel der Regelung ist das Erreichen des gewünschten Endzustandes in geringst möglicher Zeit.
- ☐ Die Stellgröße nimmt ausschließlich die Extremwerte $u_{max}$ und $u_{min}$ an und schaltet zwischen diesen um.
- ☐ Bei einem System mit $n$-Zuständen sind mindestens $n$ Umschaltvorgänge der Stellgröße nötig, um den Endwert zu erreichen.

f) Wozu dient ein Vorfilter?

- ☐ Zur Reduzierung des Störgrößeneinflusses oder des Messrauschens.
- ☐ Durch einen Vorfilter kann das Führungsverhalten eines Regelkreises verbessert werden (z.B. Kürzen unerwünschter Nullstellen des geschlossenen Regelkreises).
- ☐ Zur Elimination des stationären Regelfehlers, wenn weder die Strecke noch der (Zustands-)Regler einen I-Anteil aufweisen.

g) Wozu dient die Vorsteuerung?

- ☐ Da als Vorsteuerung die (näherungsweise) Inverse der Strecke verwendet wird, ergibt sich bereits ein sehr gutes Führungsverhalten und ein Reglerentwurf ist nur noch für Störungen nötig.
- ☐ Mit einer Vorsteuerung lassen sich unangenehme nicht phasenminimale Eigenschaften eines Systems (positive Nullstellen, Totzeit) eliminieren.
- ☐ Mit der Vorsteuerung können Störeinflüsse eliminiert werden.

h) Was ist der Wasserbetteffekt?

- ☐ Der Wasserbetteffekt besagt, dass Verbesserungen des Regelverhaltens in einem bestimmten Frequenzbereich zu Verschlechterungen in einem anderen Frequenzbereich führen.
- ☐ Der Wasserbetteffekt hat seinen Namen von einer Besonderheit in der Sprungantwort der Empfindlichkeitsfunktion eines Regelkreises.
- ☐ Der Wasserbetteffekt zeigt, dass die Qualität der Regelung unabhängig von der Reglerwahl grundsätzlichen Grenzen unterworfen ist.

i) Welche dieser Systeme sind linear?
- ☐ Allpass
- ☐ $PT_1$-Glied
- ☐ Zweipunktregler

j) Die Regelung mit innerem Modell (Internal Model Control)...
- ☐ ...kann nur verwendet werden, wenn Modell und Regelstrecke exakt übereinstimmen.
- ☐ ...ist bei stabiler Regelstrecke immer stabil, wenn ein **stabiler** Regler verwendet wird.
- ☐ ...kann in einen Standardregelkreis umgewandelt werden.

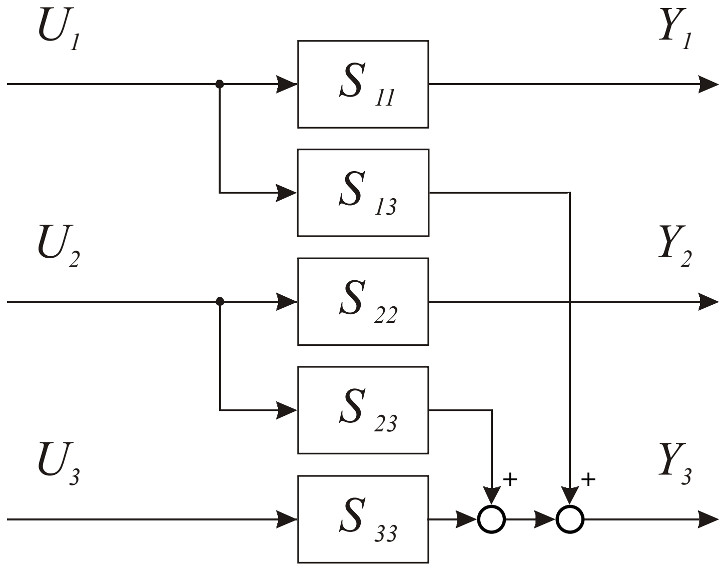
k) Der Smith-Prädiktor wird angewendet, um ...
- ☐ die Totzeit einer Strecke vollständig zu eliminieren.
- ☐ den Reglerentwurf einer Strecke mit Totzeit zu vereinfachen, auch wenn die Dauer der Totzeit nicht bekannt ist.
- ☐ für den Reglerentwurf eine gebrochen rationale Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises zu erhalten.

l) Für nichtlineare Systeme ...
- ☐ gilt im Allgemeinen das Verstärkungsprinzip nicht.
- ☐ gilt im Allgemeinen das Superpositionsprinzip.
- ☐ ist der Reglerentwurf im Allgemeinen nicht schwieriger als für lineare Systeme.

m) Zu den Eigenschaften des Zustandsreglers zählen:
- ☐ Sind nicht alle Zustände des zu regelnden Prozesses messbar, ist ein Beobachter nötig.
- ☐ Ein Zustandregler hat hat immer einen Phasenrand von mindestens 60°.
- ☐ Bei einer Regelstrecke mit globalem P-Verhalten führt die Verwendung eines normalen Zustandsreglers bei einem Führungssprung stets zu einer bleibenden Regelabweichung.

**Aufgabe 2: Mehrgrößenregelung und Entkopplung**

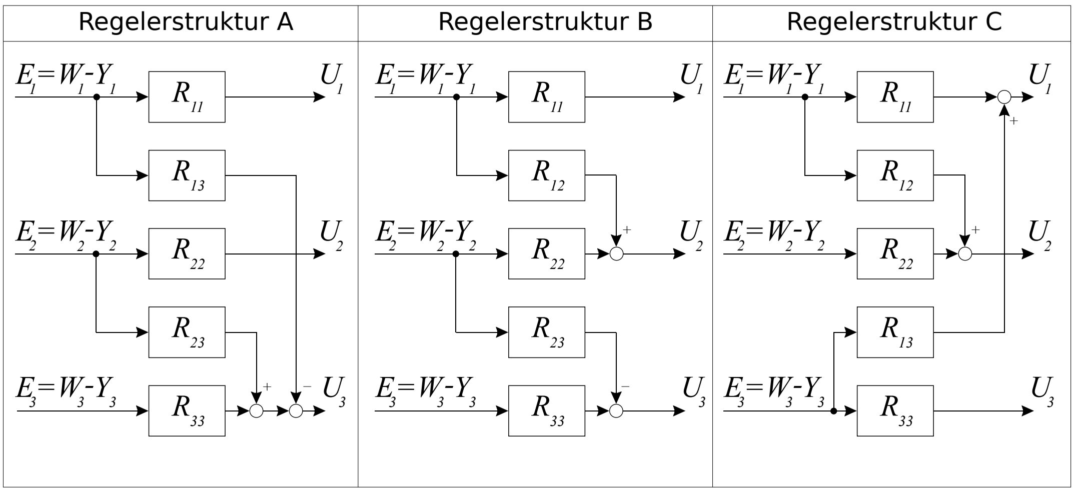
Gegeben ist das unten abbgebildete System mit drei Eingangsgrößen $U_1(s)$, $U_2(s)$ und $U_3(s)$, und den Ausgangsgrößen $Y_1(s)$, $Y_2(s)$ und $Y_3(s)$.




**Hinweis:** Der letzte Aufgabenteil ist unabhängig von den anderen Teilen lösbar.

a) Berechnen Sie die Übertragungsmatix $\mathbf{S}(s)$, wobei $\mathbf{Y}(s) = \mathbf{S}(s) \cdot \mathbf{U}(s)$ gilt. Hat die Strecke eine p- oder eine v-kanonische Struktur?

b) Wählen Sie aus den drei folgenden Regelerstrukturen diejenige aus, die eine Entkopplung ermöglicht. Ermitteln Sie die Übertragungsmatrix $\mathbf{R}(s)$ des gewählten Reglers, wobei $\mathbf{U}(s) = \mathbf{R}(s) \cdot \mathbf{E}(s)$ gilt.




c) Leiten Sie die Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises $\mathbf{G}_0(s) = \mathbf{S}(s) \cdot \mathbf{R}(s)$ her.

d) Berechnen Sie die benötigten Entkopplungsglieder $R_{ij}$ mit $i \neq j$.

e) Gegeben sind die Entkopplungsglieder $R_1$ und $R_2$ mit

$$R_1 = \frac{\frac{1}{s^2+4s+4}}{K \cdot \frac{5}{3s+1}} \text{ und } R_2 = \frac{-\frac{s+2}{s+1}}{K \cdot \frac{5}{3s+1}}.$$

Überprüfen Sie, ob die Entkopplung mit $R_1$ und $R_2$ realisierbar ist. Sollte dies nicht der Fall sein, berechnen Sie eine geeignete statische Entkopplung und eine näherungsweise dynamische Entkopplung durch Hinzufügen eines Pols.

## Aufgabe 3: Zustandsraum

Gegeben sind zwei SISO-Systeme im Zustandsraum. Die Zustandsgleichungen lauten $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t)\,, \quad y(t) = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t) + du(t)\,.$

**System 1:**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -7 & -19 & -13 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad d = 0\,.$$

**System 2:**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a & 1 \\ -1 & -b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad d = 0\,.$$

**Hinweis:** Alle Aufgabenteile können unabhängig voneinander bearbeitet werden.

a) Bestimmen Sie sowohl die Differentialgleichung des **Systems 1** im Zeitbereich als auch die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ im Frequenzbereich.

Im Folgenden wird **System 2** betrachtet.

b) Bestimmen Sie die Konstanten $a, b > 0$ von System 2 so, dass sich ein konjugiert komplexes Polpaar bei $s = -1 \pm i$ ergibt. Ist das System dann stabil?

Rechnen Sie mit $a = b = 1$ weiter.

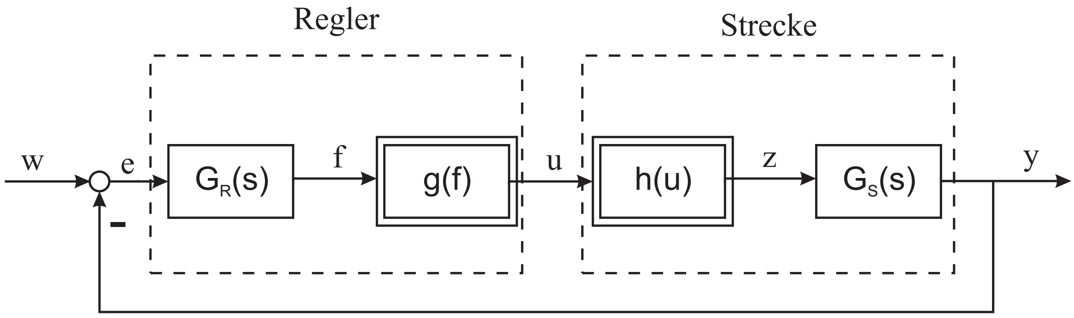
c) Entwerfen Sie für System 2 einen Zustandsbeobachter $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$ derart, dass alle Eigenwerte (Pole) des Beobachters bei $s = -6$ liegen.

d) Vervollständigen Sie das vorgegebene Blockschaltbild (nächste Seite), so dass sich ein Regelkreis mit Zustandsregler und Beobachter ergibt. Beschriften Sie außerdem jeden Pfeil mit der zugehörigen Signalbezeichnung.

zu d)

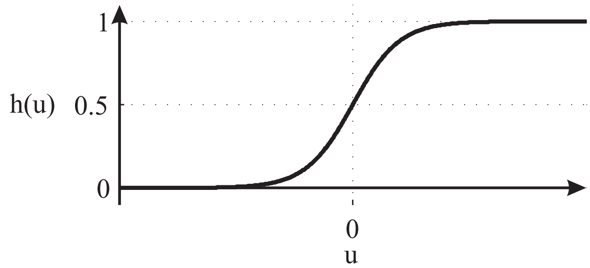
## Aufgabe 4: Nichtlineare Regelung

Gegeben ist ein Regelkreis aus Regler und Strecke. Die Strecke ist zusammengesetzt aus




einer vorgeschalteten, nichtlinearen Kennlinie $h(u)$

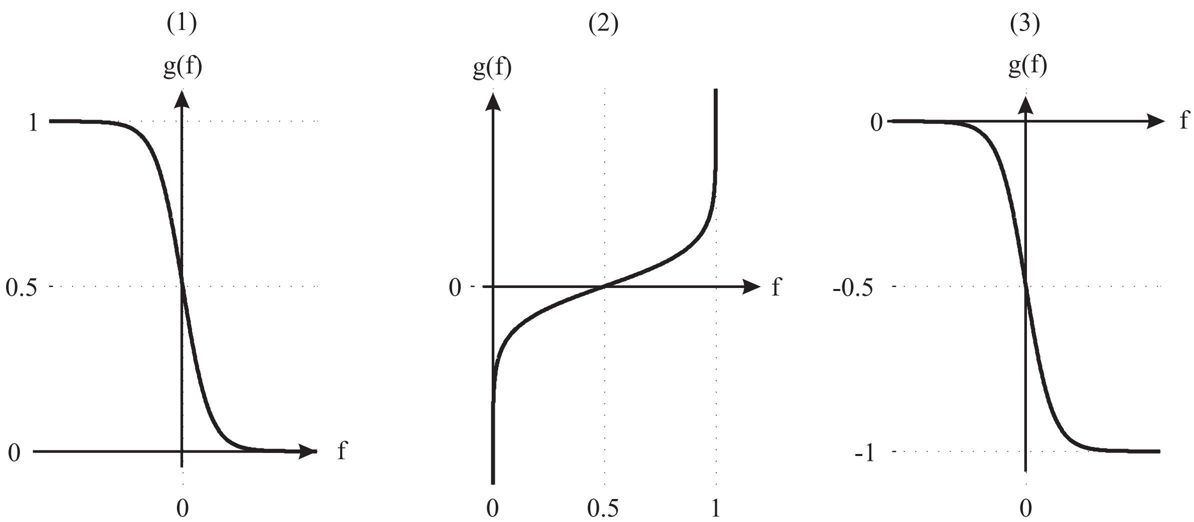
mit: $h(u) = \dfrac{1}{1 + e^{-u}}$




und der Übertragungsfuntion $G_S(s)$. Der Regler besteht aus der Übertragungsfunktion $G_R(s)$ und einer nachgeschalteten Inversen $g(f)$ der nichtlinearen Kennlinie.

a) Berechnen sie die Inverse $g(f)$ der nichtlinearen Kennlinie $h(u)$.

b) In welchem der folgenden Bilder ist die Inverse der Kennlinie abgebildet? Begründen sie kurz (1 Satz), ob die Kennlinie eindeutig oder mehrdeutig ist.




c) Erklären sie kurz welcher Nutzen sich aus dieser Anordnung von $g(f)$ und $h(u)$ ergibt.

d) Welche Probleme treten in einem realen System für $u$ auf, wenn $z \to 0$ oder $z \to 1$ strebt?

# Lösungen:

## Aufgabe 1: Verständnisfragen

a) Wozu dient die Formel von Ackermann?

- [ ] Zum Entwurf einer optimalen Regelung.
- [x] Bestimmung der Parameter eines Zustandreglers bei einer Polvorgabe.
- [ ] Zum Stabilitätsnachweis bei einer nichtlinearen Regelstecke.

b) Was versteht man in der Regelungtechnik unter "Bumpless Transfer", bzw. "stoßfreies Umschalten".

- [ ] Einen Reglerentwurf, der stets auf möglichst schwingungsarmes Regelverhalten führt.
- [x] Eine Reglereigenschaft, die wichtig ist, wenn zwischen verschiedenen Reglern oder Reglerparametern (adaptiver Regler) im laufenden Betrieb umgeschaltet wird.
- [x] Die Eigenschaft eines Reglers, stoßartige Stellgrößenänderungen zu vermeiden, wenn z.B. zwischen Hand- und Automatikbetrieb umgeschaltet wird.

c) Welche Aussagen treffen für das System $G(s) = e^{-5s}$ zu?

- [ ] Das System ist nichtlinear.
- [ ] Das System ist zeitvariant.
- [x] Das System ist linear.

d) Kann die Inverse der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+5)}$ in der Praxis zur Vorsteuerung verwendet werden?

- [ ] Nein, denn die resultierende Vorsteuerung wäre instabil.
- [ ] Ja.
- [x] Nein! Um realisiert werden zu können, muss die Inverse mindestens um einen schnellen Pol ergänzt werden.

e) Welche Aussagen sind für die zeitoptimale Regelung eines nichtlinearen Systems gültig?

- [x] Ziel der Regelung ist das Erreichen des gewünschten Endzustandes in geringst möglicher Zeit.
- [x] Die Stellgröße nimmt ausschließlich die Extremwerte $u_{max}$ und $u_{min}$ an und schaltet zwischen diesen um.
- [ ] Bei einem System mit $n$-Zuständen sind mindestens $n$ Umschaltvorgänge der Stellgröße nötig, um den Endwert zu erreichen.

f) Wozu dient ein Vorfilter?

- [ ] Zur Reduzierung des Störgrößeneinflusses oder des Messrauschens.
- [x] Durch einen Vorfilter kann das Führungsverhalten eines Regelkreises verbessert werden (z.B. Kürzen unerwünschter Nullstellen des geschlossenen Regelkreises).

- [x] Zur Elimination des stationären Regelfehlers, wenn weder die Strecke noch der (Zustands-)Regler einen I-Anteil aufweisen.

g) Wozu dient die Vorsteuerung?

- [x] Da als Vorsteuerung die (näherungsweise) Inverse der Strecke verwendet wird, ergibt sich bereits ein sehr gutes Führungsverhalten und ein Reglerentwurf ist nur noch für Störungen nötig.
- [ ] Mit einer Vorsteuerung lassen sich unangenehme nicht phasenminimale Eigenschaften eines Systems (positive Nullstellen, Totzeit) eliminieren.
- [ ] Mit der Vorsteuerung können Störeinflüsse eliminiert werden.

h) Was ist der Wasserbetteffekt?

- [x] Der Wasserbetteffekt besagt, dass Verbesserungen des Regelverhaltens in einem bestimmten Frequenzbereich zu Verschlechterungen in einem anderen Frequenzbereich führen.
- [ ] Der Wasserbetteffekt hat seinen Namen von einer Besonderheit in der Sprungantwort der Empfindlichkeitsfunktion eines Regelkreises.
- [x] Der Wasserbetteffekt zeigt, dass die Qualität der Regelung unabhängig von der Reglerwahl grundsätzlichen Grenzen unterworfen ist.

i) Welche dieser Systeme sind linear?

- [x] Allpass
- [x] $PT_1$-Glied
- [ ] Zweipunktregler

j) Die Regelung mit innerem Modell (Internal Model Control)...

- [ ] ...kann nur verwendet werden, wenn Modell und Regelstrecke exakt übereinstimmen.
- [x] ...ist bei stabiler Regelstrecke immer stabil, wenn ein **stabiler** Regler verwendet wird.
- [x] ...kann in einen Standardregelkreis umgewandelt werden.

k) Der Smith-Prädiktor wird angewendet, um ...

- [ ] die Totzeit einer Strecke vollständig zu eliminieren.
- [ ] den Reglerentwurf einer Strecke mit Totzeit zu vereinfachen, auch wenn die Dauer der Totzeit nicht bekannt ist.
- [x] für den Reglerentwurf eine gebrochen rationale Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises zu erhalten.

l) Für nichtlineare Systeme ...

- [x] gilt im Allgemeinen das Verstärkungsprinzip nicht.
- [ ] gilt im Allgemeinen das Superpositionsprinzip.
- [ ] ist der Reglerentwurf im Allgemeinen nicht schwieriger als für lineare Systeme.

m) Zu den Eigenschaften des Zustandsreglers zählen:

- ■ Sind nicht alle Zustände des zu regelnden Prozesses messbar, ist ein Beobachter nötig.
- □ Ein Zustandregler hat hat immer einen Phasenrand von mindestens 60°.
- ■ Bei einer Regelstrecke mit globalem P-Verhalten führt die Verwendung eines normalen Zustandsreglers bei einem Führungssprung stets zu einer bleibenden Regelabweichung.

$\sum$ 20

## Aufgabe 2: Mehrgrößenregelung und Entkopplung

a) Die Gleichungen der Regelstrecke lassen sich aus dem Blockschaltbild ablesen:

$$Y_1 = S_{11} \cdot U_1$$
$$Y_2 = S_{22} \cdot U_2$$
$$Y_3 = S_{33} \cdot U_3 + S_{23} \cdot U_2 + S_{13} \cdot U_1$$

$\boxed{3}$

Im Matrixschreibweise ergibt sich:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{U} = \begin{bmatrix} S_{11} & 0 & 0 \\ 0 & S_{22} & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{U}$$

$\boxed{1}$

Die Strecke hat eine p-kanonische Struktur. $\boxed{1}$

b) Reglerstruktur A : $\boxed{1}$

Der Regler muss die gleiche Struktur wie die zu regelnde Strecke besitzen!

Die Gleichungen des Reglers lassen sich aus dem Blockschaltbild ablesen:

$$U_1 = R_{11} \cdot E_1$$
$$U_2 = R_{22} \cdot E_2$$
$$U_3 = -R_{13} \cdot U_1 + R_{23} \cdot U_2 + R_{33} \cdot U_3$$

$\boxed{3}$

In Matrixschreibweise ergibt sich:

$$\mathbf{U} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{E} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 \\ -R_{13} & R_{23} & R_{33} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{E}$$

$\boxed{1}$

c) Aus $\mathbf{Y} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{U}$ und $\mathbf{U} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{E}$ folgt:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{E} = \underbrace{\begin{bmatrix} S_{11} & 0 & 0 \\ 0 & S_{22} & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 \\ -R_{13} & R_{23} & R_{33} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_0} \cdot \mathbf{E}$$

$$\mathbf{Y} = \underbrace{\begin{bmatrix} R_{11} \cdot S_{11} & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} \cdot S_{22} & 0 \\ R_{11} \cdot S_{13} - R_{13} \cdot S_{33} & R_{22} \cdot S_{23} + R_{23} \cdot S_{33} & R_{33} \cdot S_{33} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_0} \cdot \mathbf{E}$$

$\boxed{8}$

d) Für die Entkopplung wird gefordert: $G_{0,ij} \equiv 0$ für $i \neq j$. Somit folgt:

$$R_{11} \cdot S_{13} - R_{13} \cdot S_{33} = 0 \qquad R_{22} \cdot S_{23} + R_{23} \cdot S_{33} = 0$$

$$\Rightarrow R_{13} = R_{11} \cdot \frac{S_{13}}{S_{33}} \qquad \Rightarrow R_{23} = -R_{22} \cdot \frac{S_{23}}{S_{33}}$$

$\boxed{4}$

e) Für das erste Entkopplungsglied ergibt sich:

$$R_1 = \frac{\frac{1}{(s^2+4s+4)}}{K \cdot \frac{5}{3s+1}} = \frac{3s+1}{5K \cdot (s+2)^2}$$ $\boxed{2}$

Es ist realisierbar, da der Nennergrad($n$) größer als der Zählergrad($m$) ist. $\boxed{1}$

Für das zweite Entkopplungsglied ergibt sich:

$$R_2 = \frac{-\frac{s+2}{s+1}}{K \cdot \frac{5}{3s+1}} = \frac{-(s+2)(3s+1)}{5K \cdot (s+1)}$$ $\boxed{2}$

Es ist <u>nicht</u> realisierbar, da der Nennergrad($n$) kleiner als der Zählergrad($m$) ist. $\boxed{1}$

Statische Entkopplung:

$$\tilde{R}_2 = \lim_{s \to 0} R_2 = -\frac{2}{5K}$$ $\boxed{1}$

Näherungsweise dynamische Entkopplung mit zusätzlichem Pol:

$$\tilde{R}_2 = \frac{-(s+2)(3s+1)}{5K \cdot (s+1)(Ts+1)}$$ $\boxed{1}$

Hinzufügen eines schnellen Pols: $T$ ist sehr klein!

$\boxed{\sum 30}$

## Aufgabe 3: Zustandsraum

a) Man erhält durch Ausmultiplizieren 3 Zustandsgleichungen:

$$\dot{x}_1(t) = -7x_1(t) - 19x_2(t) - 13x_3(t) + u(t)$$ 3

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = x_2(t)$$

Die Regelgröße $y(t)$ berechnet sich zu:

$$y(t) = x_3(t) \quad \rightarrow \quad \ddot{y}(t) = \ddot{x}_3(t) = \dot{x}_2(t) = x_1(t)\,, \quad \dddot{y}(t) = \dot{x}_1(t)$$

Einsetzen in erste Zustandsgleichung ergibt:

$$\dddot{y}(t) + 7\ddot{y}(t) + 19\dot{y}(t) + 13y(t) = u(t)$$ 2

Laplace-Transformation:

$$s^3Y(s) + 7s^2Y(s) + 19sY(s) + 13Y(s) = U(s)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^3 + 7s^2 + 19s + 13}}$$ 2

b) Aufstellen der charakteristischen Gleichung:

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}] = \begin{vmatrix} s+a & -1 \\ 1 & s+b \end{vmatrix} = (s+a)\cdot(s+b) + 1 = 0$$ 4

$$\Rightarrow s^2 + (a+b)s + ab + 1 = 0$$

Vorgabe: Konjugiert komplexes Polpaar bei $-1 \pm i$:

$$\Rightarrow (s+1+i)(s+1-i) = s^2 + 2s + 2$$ 1

Koeffizientenvergleich ergibt: $\boxed{a = b = 1}$ 2

Das System ist **stabil**, weil der Realteil des konjugiert komplexen Polpaares negativ ist und damit in der linken s-Halbebene liegt. 1

c) Beobachterentwurf:

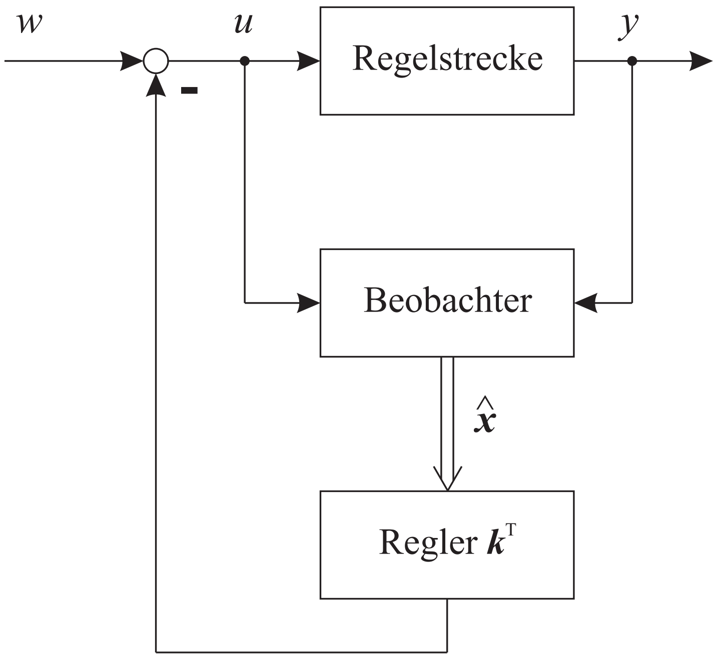
$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{l}\cdot\mathbf{c}^T] = \begin{vmatrix} s+1+l_1 & -1 \\ 1+l_2 & s+1 \end{vmatrix} = (s+1+l_1)\cdot(s+1) + 1 + l_2 = 0$$ 4

$$\Rightarrow s^2 + (2+l_1)s + (2+l_1+l_2) = 0$$

Vorgabe: alle Pole bei -6 $\Rightarrow (s+6)^2 = s^2 + 12s + 36$ 1

Koeffizientenvergleich ergibt: $\boxed{\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 10 \\ 24 \end{bmatrix}}$ 2

d) Blockschaltbild zum Zustandsregler mit Beobachter: 8


w
u
Regelstrecke
y
-
Beobachter
$\hat{\boldsymbol{x}}$
Regler $\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}$

$\sum$ 30

## Aufgabe 4: Nichtlineare Regelung

a) Die Inverse von $h(u)$ ergibt sich, indem man die Gleichung $z = h(u)$ nach $u$ umstellt:

$$
\begin{aligned}
z &= \frac{1}{1+e^{-u}} \\
\Leftrightarrow \quad e^{-u} &= \frac{1}{z} - 1 \\
\Leftrightarrow \quad u &= -\ln\left(\frac{1}{z} - 1\right) \\
\Leftrightarrow \quad u &= \ln\left(\frac{z}{z-1}\right)
\end{aligned}
$$

Daher muss für $g(f)$ gelten:

$$g(f) = \ln\left(\frac{f}{f-1}\right)$$ $\boxed{4}$

b) Die Inverse Kennlinie ist in Abbildung (2) dargestellt. Die Kennlinie ist eindeutig, da jedem Eingangswert genau ein Ausgangswert zugewiesen wird. $\boxed{2}$ $\boxed{2}$

c) Durch die aufeinanderfolgende Anordnung von inverser Kennlinie und ursprüngliche Kennlinie heben sich diese genau auf. Es gilt dann $z = f$. Das nichtlineare Verhalten der Strecke infolge der nichtliniearen Kennlinie wurde somit aus dem Regelkreis eliminiert. $\boxed{6}$

d) Aus dem Verlauf der Kennlinien ergibt sich, dass für $z \to 0$ oder $z \to 1$ die Stellgröße $u$ gegen unendlich strebt. Eine unendlich große Stellgröße ist in einem realen Systemen nicht umsetzbar. $\boxed{6}$