Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

26. August 2017

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	20	17	17	27	18	21	120
Note:	Ist:							

Dauer der Klausur: 2 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner und 4-seitige Formelsammlung

Aufgabe 1: Verständnisfragen (20 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Was ist typisch für Regelungen mit einem Zweipunktregler mit Hysterese?

- ☐ Der stationäre Regelfehler $e(t \to \infty)$ strebt asymptotisch gegen Null.
- ☐ Die Regelgröße führt auch für $t \to \infty$ stets Dauerschwingungen aus.
- ☐ Durch die Verringerung der Hysteresebreite erhöht sich die Schalthäufigkeit des Reglers, aber der Regelfehler nimmt ab.

b) Wie beeinflusst die Pollage eines Systems dessen dynamisches Verhalten?

- ☐ Konjugiert komplexe Pole auf der Imaginärachse führen zu Dauerschwingungen.
- ☐ Reelle Doppelpole führen zu schwingendem Verhalten.
- ☐ Instabile System haben mindestens einen Pol mit positivem Realteil.

c) Für eine Mehrgrößenregelung wird folgendes Entkopplungsglied benötigt:

$$R_{12} = \frac{(s+1)(s+2)}{s+5}$$

Welche Aussagen sind richtig ($T \to 0$)?

- ☐ Das Entkopplungsglied kann so verwendet werden (realisierbar).
- ☐ Zur Realisierung muss der Ausdruck $(1 + Ts)$ im Nenner hinzugefügt werden.
- ☐ Zur Realisierung muss der Ausdruck $(T + s)$ im Nenner hinzugefügt werden.

d) Welche Aussagen gelten für die Empfindlichkeitsfunktion?

- ☐ Die Empfindlichkeitsfunktion entspricht der Führungsübertragungsfunktion.
- ☐ Die Empfindlichkeitsfunktion entspricht der Störübertragungsfunktion.
- ☐ Die Summe aus Empfindlichkeitsfunktion und komplementärer Empfindlichkeitsfunktion ist immer gleich 1.

e) Welche Diagramme haben eine Frequenzachse?

- ☐ Die Wurzelortskurve.
- ☐ Die Frequenzgangsortskurve.
- ☐ Das Bode-Diagramm (logarithmische Frequenzkennlinien).

f) Die Übertragungsfunktion $G(s) = \dfrac{s^2 - 2s + 2}{s^2 + 2s + 1}$ ...

- ☐ ... ist phasenminimal.
- ☐ ... hat eine Dämpfung von $D = 1$ und daher 2 stabile reele Pole.
- ☐ ... ist sprungfähig und hat eine Sprungantwort mit dem Anfangswert 1.

g) Was gilt für den Kompensationsreglerentwurf?

- ☐ Der Polüberschuss der Regelstrecke muss berücksichtigt werden, um einen realisierbaren Regler zu erhalten.
- ☐ Die Regelstrecke muss stabil sein.
- ☐ Die Reglerstruktur ergibt sich nicht aus der Berechnung sondern muss im Voraus festgelegt werden.

h) Warum werden im Bodediagramm logarithmische Darstellungen verwendet?

- ☐ Weil dann die Addition mehrerer Übertragungsglieder einer einfachen Addition der Amplitudengänge entspricht.
- ☐ Weil dann der Phasengang von Totzeitgliedern sehr gut mit linearen Asymptoten angenähert werden kann.
- ☐ Weil dann die Multiplikation mehrerer Übertragungsglieder einer einfachen Addition der Amplitudengänge entspricht.

i) Welche Bezeichnungen sind in der Regelungstechnik üblich?

- ☐ Mit $e(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Eingangsgröße bezeichnet.
- ☐ Mit $w(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Führungsgröße bezeichnet.
- ☐ Mit $u(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Stellgröße bezeichnet.

j) Wie kann die folgende Differentialgleichung im Laplace-Bereich dargestellt werden?

$$2\dot{u}(t) + 4u(t) = 2\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t)$$

- ☐ $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{2s^2 + 2s}{2s + 4}$
- ☐ $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{2s + 4}{s(2s + 2)}$
- ☐ $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{s + 2}{s^2 + s}$

k) Woran erkennt man, ob ein System instabil ist?

- ☐ An Nullstellen der Übertragungsfunktion mit einem Realteil > 0.
- ☐ Am Abklingen der Impulsantwort auf Null für $t \to \infty$.
- ☐ Am exponentiellen Ansteigen der Impulsantwort auf einen unendlich hohen Betrag für $t \to \infty$.

l) Welche Aussagen gelten für das Faltungsintegral $y(t) = \int_0^t g(t-\tau)u(\tau)\,d\tau$?

- ☐ Es ist nötig, um ein Signal vom Zeit- in den Laplace-Bereich zu transformieren.
- ☐ Die Entsprechung im Laplace-Bereich lautet: $Y(s) = G(s) \cdot U(s)$.
- ☐ Es kann verwendet werden, um mit Hilfe der Impulsantwort eines Systems die Antwort des Systems auf beliebige Eingangssignale zu berechnen.

$\boxed{\sum 20}$

Aufgabe 2: Wurzelortskurve (17 Punkte)

Gegeben sind die folgenden dynamischen Systeme:

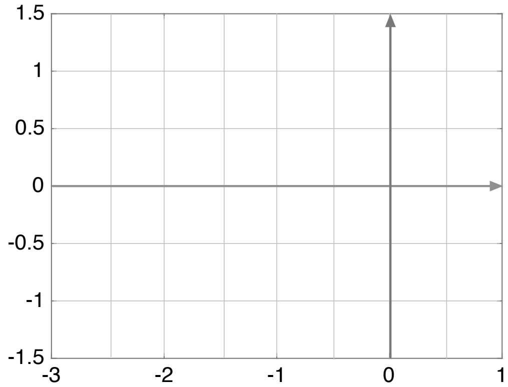
$$G_1 = \frac{s-1}{s^2-2s+5} \qquad\qquad G_2 = \frac{s-1}{s^2+2s+5}$$

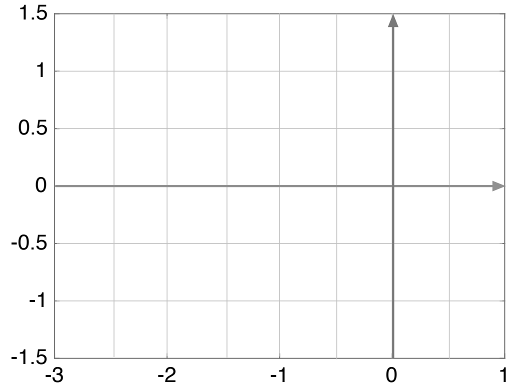
a) Berechnen Sie die Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktionen und zeichnen Sie diese in die Diagramme ein. Treffen Sie eine Aussage zur Stabilität der Systeme.

b) Zeigen Sie, dass $s_v = -1$ ein Verzweigungspunkt von G_1 ist. **Hinweis:** Für einen Verzweigungspunkt s_v von einem System mit einer Nullstelle n und zwei Polstellen p_1 und p_2 gilt:

$$\frac{1}{s_v - n} = \frac{1}{s_v - p_1} + \frac{1}{s_v - p_2}$$

c) Skizzieren Sie die Wurzelortskurven der beiden Systeme in die folgenden Diagramme. Verwenden Sie $s_v = -1$ für G_1 und $s_v = 1-\sqrt{8}$ für G_2 als Ort des Verzweigungspunktes auf der reelen Achse. **Hinweis:** Diese Aufgabe ist unabhängig von Aufgabenteil b) lösbar.





d) Lässt sich das System G_1 mithilfe eins P-Regler stabilisieren? Kennzeichnen Sie, wenn dies der Fall ist, den entsprechenden Bereich in der WOK.

e) Lässt sich das System G_2 mithilfe eines P-Reglers so regeln, dass es stabil und nicht schwingungsfähig ist? Kennzeichnen Sie, wenn dies der Fall ist, den entsprechenden Bereich in der WOK.

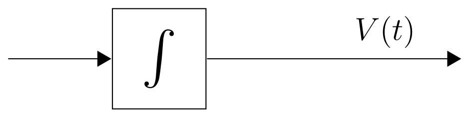
Aufgabe 3: Linearisierung (17 Punkte)

Der Zusammenhang zwischen Drosselklappenwinkel $U(t)$ und Geschwindigkeit $V(t)$ eines Fahrzeuges werde durch die Differentialgleichung

$$k \sin(U(t)) = m\dot{V}(t) + dV(t) + cV(t)^2$$

beschrieben. Hierbei sind m die Masse des Fahrzeuges sowie d, k und c Koeffizienten für Lagerreibung, Drosselklappe und Luftwiderstand. Das Modell ist für $V(t) > 0$ und $0 \leq U(t) \leq \frac{\pi}{2}$ gültig.

a) Ergänzen Sie das Blockschaltbild des dynamischen Systems.



b) Bestimmen Sie bei gegebener Drosselklappenposition U_0 die Ruhelage V_0.

c) Linearisieren Sie das System für eine Geschwindigkeit V_0 und einen Drosselklappenwinkel U_0.

d) Transformieren Sie das linearisierte System in den Laplace Bereich.

e) Bennenen Sie das linearisierte System (P, PI, ...).

f) Nimmt die Verstärkung des linearisierten Systems bei größeren Drosselklappenwinkeln zu oder ab? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.

Aufgabe 4: Frequenzgang und Stabilität (27 Punkte)

Gegeben sind die folgenden zwei Übertragungsfunktionen:

$$G_1(s) = \frac{4}{1+5s}, \qquad G_2(s) = \frac{1-5s}{1+5s}$$

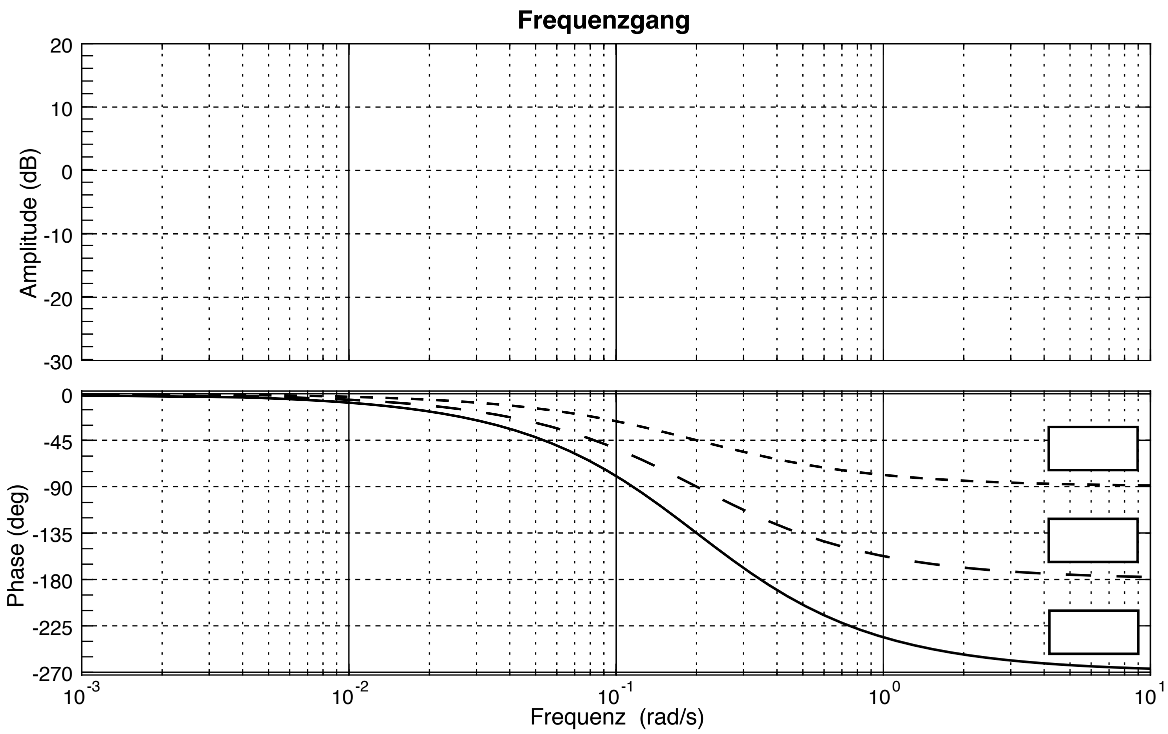
a) Benennen Sie die Systeme. Geben Sie die Pole und Nullstellen an. Welche Eigenschaft haben die Systeme bezüglich ihrer Phasengänge?

b) Zeichnen Sie die **asymptotischen** Amplituden- **und** Phasengänge von G_1, G_2 und $G_1 \cdot G_2$ in das Diagramm ein.

c) Kennzeichnen Sie, welcher der bereits eingezeichneten tatsächlichen Phasengänge zu G_1, G_2 und $G_1 \cdot G_2$ gehört? **Kurze Begründung** erforderlich!

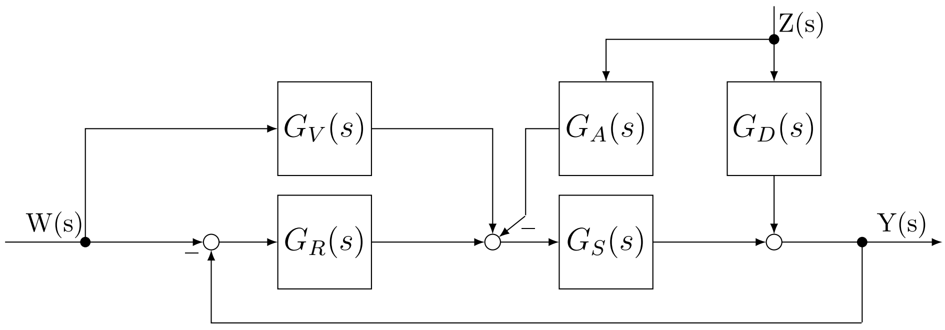
d) Bestimmen Sie mit Hilfe der **asymptotischen** Amplituden- und **tatsächlichen** Phasengänge die **Amplituden-** und **Phasenreserven** für G_1 und $G_1 \cdot G_2$.

e) Was bedeuten die unter d) gefundenen Ergebnisse für die Stabilität eines geschlossenen Regelkreises mit G_1 bzw. $G_1 \cdot G_2$ und einem P-Regler ($K_R = 1$) im Vorwärtszweig. Welche Verstärkungen müsste ein P-Regler in diesen zwei Fällen haben, um den Regelkreis jeweils an die Stabilitätsgrenze zu bringen?



Aufgabe 5: Vorsteuerung und Störgrößenaufschaltung (18 Punkte)

Gegeben ist das Blockschaltbild eines Regelkreises mit Vorsteuerung und Störgrößenaufschaltung.



a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_{W\to Y}$ und die Störübertragungsfunktion $G_{Z\to Y}$.

b) Berechnen Sie die Verstärkung der Streckenübertragungsfunktion

$$G_S(s) = \frac{3s^2 - 15s + 18}{s^2 + 11s + 10}\,.$$

c) Wandeln Sie die Streckenübertragungsfunktion aus obiger Gleichung in die Produkt-Standardform

$$G(s) = k \cdot \frac{(s-n_1)\cdot(s-n_2)\cdots(s-n_m)}{(s-p_1)\cdot(s-p_2)\cdots(s-p_n)}\mathrm{e}^{-T_t s}$$

um.

d) Entwerfen Sie eine realisierbare Vorsteuerung für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $G_S(s)$. Achten Sie auf die korrekte Verstärkung der Vorsteuerung!

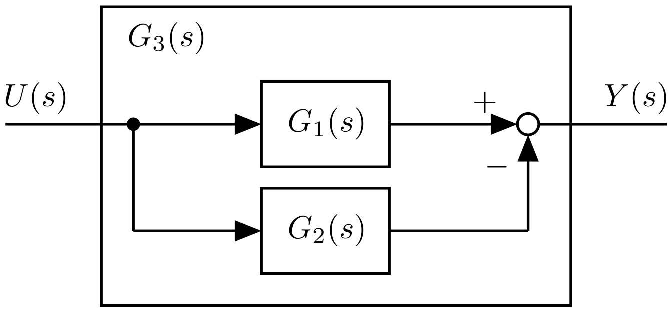
e) Entwerfen Sie eine dynamische, realisierbare Störgrößenaufschaltung für

$$G_D(s) = \frac{100}{(s+12)\cdot(s+10)}\mathrm{e}^{-2s}\,.$$

Es gilt weiterhin die gleiche bereits gegebene Streckenübertragungsfunktion $G_S(s)$.

f) Wie beeinflusst die Übertragungsfunktion des Reglers $G_R(s)$ die Vorsteuerung?

Aufgabe 6: Blockschaltbild lesen (21 Punkte)



Gegeben ist das Blockschaltbild des Gesamtsystems G_3.

a) Für die Übertragungsfunktionen G_1 und G_2 mit PT_1 Verhalten sind folgende Größen bekannt:

$$G_1(s) \; : T = 2 \quad , \quad K = 2 \quad \text{und}$$
$$G_2(s) \; : T = \frac{1}{2} \quad , \quad K = \frac{3}{2} \, .$$

Stellen Sie die Übertragungsfunktionen für die Systeme G_1 und G_2 auf.

b) Welche Pol- und Nullstellen ergeben sich für die Systeme G_1 und G_2?

c) Berechnen Sie die Sprungantworten der Systeme G_1 und G_2 im Zeitbereich.

d) Werten Sie die Sprungantworten an folgenden Zeitpunkten aus und ergänzen Sie die Tabelle. Runden Sie auf die zweite Nachkommastelle

	$t = 0.5$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 4$	$t = 6$
Sprungantwort G_1					
Sprungantwort G_2					

e) Skizzieren Sie die Sprungantwort für beide Systeme. Achten Sie hierbei auf eine möglichst genaue Darstellung der Anfangssteigung sowie den Punkt an dem des System zu 95% eingeschwungen ist. Sie können hierzu auch die Werte aus der obigen Tabelle benutzen. Zeichnen Sie Ihre Lösung in die vorbereiteten Koordinatensysteme in Bild 1 und Bild 2.

f) Stellen Sie die Übertragungsfunktion G_3 in Produkt-Standardform auf.

g) Wie lautet von dem Gesamtsystem G_3 der Endwert von $Y(s)$ bei einer Sprungantwort?

h) Welche Pol- und Nullstellen ergeben sich für das System G_3?

i) Skizzieren Sie anhand Ihrer Lösungen in Bild 1 und Bild 2 die Sprungantwort für G_3 in dem Koordinatensystem in Bild 3 (grafische Lösung). Sie können hierzu auch die Werte aus der obigen Tabelle als Hilfestellung benutzen.

j) Treffen Sie Aussage über die Phasenminimalität der Systeme G_1, G_2 und G_3.

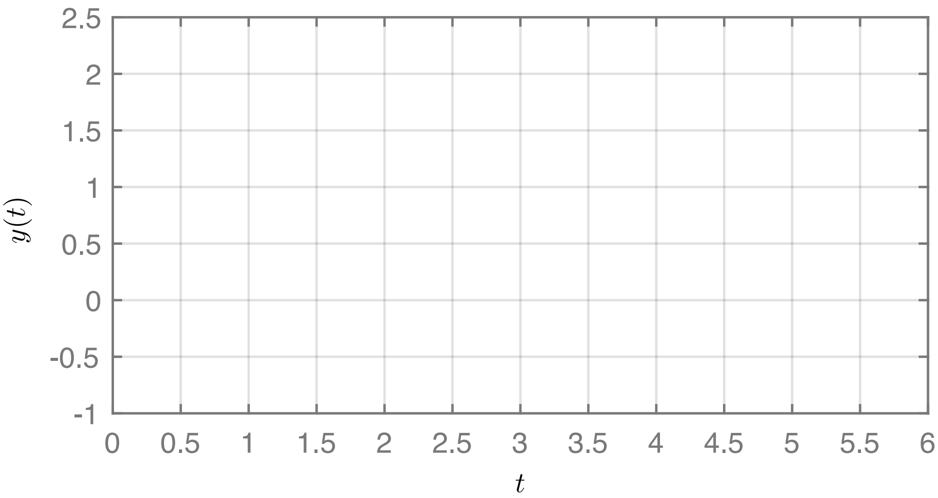


Bild 1: Sprungantwort von G_1

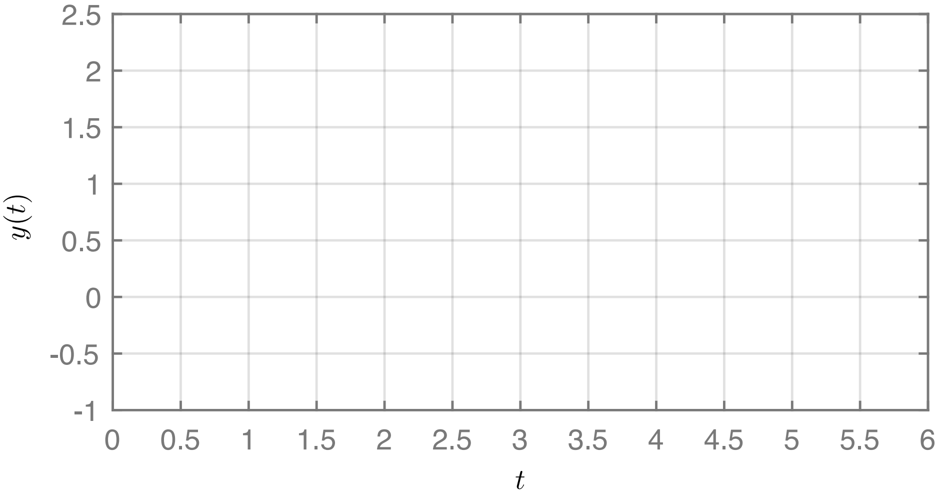


Bild 2: Sprungantwort von G_2

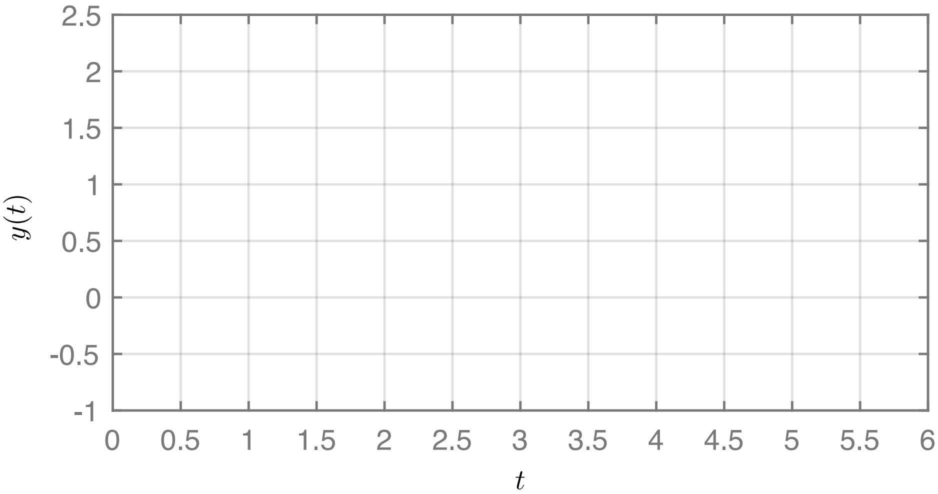


Bild 3: Sprungantwort von G_3

Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Was ist typisch für Regelungen mit einem Zweipunktregler mit Hysterese?

- ☐ Der stationäre Regelfehler $e(t \to \infty)$ strebt asymptotisch gegen Null.
- ■ Die Regelgröße führt auch für $t \to \infty$ stets Dauerschwingungen aus.
- ■ Durch die Verringerung der Hysteresebreite erhöht sich die Schalthäufigkeit des Reglers, aber der Regelfehler nimmt ab.

b) Wie beeinflusst die Pollage eines Systems dessen dynamisches Verhalten?

- ■ Konjugiert komplexe Pole auf der Imaginärachse führen zu Dauerschwingungen.
- ☐ Reelle Doppelpole führen zu schwingendem Verhalten.
- ■ Instabile System haben mindestens einen Pol mit positivem Realteil.

c) Für eine Mehrgrößenregelung wird folgendes Entkopplungsglied benötigt:

$$R_{12} = \frac{(s+1)(s+2)}{s+5}$$

Welche Aussagen sind richtig ($T \to 0$)?

- ☐ Das Entkopplungsglied kann so verwendet werden (realisierbar).
- ■ Zur Realisierung muss der Ausdruck $(1 + Ts)$ im Nenner hinzugefügt werden.
- ☐ Zur Realisierung muss der Ausdruck $(T + s)$ im Nenner hinzugefügt werden.

d) Welche Aussagen gelten für die Empfindlichkeitsfunktion?

- ☐ Die Empfindlichkeitsfunktion entspricht der Führungsübertragungsfunktion.
- ■ Die Empfindlichkeitsfunktion entspricht der Störübertragungsfunktion.
- ■ Die Summe aus Empfindlichkeitsfunktion und komplementärer Empfindlichkeitsfunktion ist immer gleich 1.

e) Welche Diagramme haben eine Frequenzachse?

- ☐ Die Wurzelortskurve.
- ☐ Die Frequenzgangsortskurve.
- ■ Das Bode-Diagramm (logarithmische Frequenzkennlinien).

f) Die Übertragungsfunktion $G(s) = \dfrac{s^2 - 2s + 2}{s^2 + 2s + 1}$ ...

- ☐ ... ist phasenminimal.
- ■ ... hat eine Dämpfung von $D = 1$ und daher 2 stabile reele Pole.
- ■ ... ist sprungfähig und hat eine Sprungantwort mit dem Anfangswert 1.

g) Was gilt für den Kompensationsreglerentwurf?

■ Der Polüberschuss der Regelstrecke muss berücksichtigt werden, um einen realisierbaren Regler zu erhalten.

■ Die Regelstrecke muss stabil sein.

□ Die Reglerstruktur ergibt sich nicht aus der Berechnung sondern muss im Voraus festgelegt werden.

h) Warum werden im Bodediagramm logarithmische Darstellungen verwendet?

□ Weil dann die Addition mehrerer Übertragungsglieder einer einfachen Addition der Amplitudengänge entspricht.

□ Weil dann der Phasengang von Totzeitgliedern sehr gut mit linearen Asymptoten angenähert werden kann.

■ Weil dann die Multiplikation mehrerer Übertragungsglieder einer einfachen Addition der Amplitudengänge entspricht.

i) Welche Bezeichnungen sind in der Regelungstechnik üblich?

□ Mit $e(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Eingangsgröße bezeichnet.

■ Mit $w(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Führungsgröße bezeichnet.

■ Mit $u(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Stellgröße bezeichnet.

j) Wie kann die folgende Differentialgleichung im Laplace-Bereich dargestellt werden?

$$2\dot{u}(t) + 4u(t) = 2\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t)$$

□ $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{2s^2 + 2s}{2s + 4}$

■ $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{2s + 4}{s(2s + 2)}$

■ $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{s + 2}{s^2 + s}$

k) Woran erkennt man, ob ein System instabil ist?

□ An Nullstellen der Übertragungsfunktion mit einem Realteil > 0.

□ Am Abklingen der Impulsantwort auf Null für $t \to \infty$.

■ Am exponentiellen Ansteigen der Impulsantwort auf einen unendlich hohen Betrag für $t \to \infty$.

l) Welche Aussagen gelten für das Faltungsintegral $y(t) = \int_0^t g(t-\tau)u(\tau)\,d\tau$?

□ Es ist nötig, um ein Signal vom Zeit- in den Laplace-Bereich zu transformieren.

■ Die Entsprechung im Laplace-Bereich lautet: $Y(s) = G(s) \cdot U(s)$.

■ Es kann verwendet werden, um mit Hilfe der Impulsantwort eines Systems die Antwort des Systems auf beliebige Eingangssignale zu berechnen.

$\sum$ 20

Aufgabe 2: Wurzelortskurve

a) Es gilt

$$G_1 = \frac{s-1}{s^2-2s+5} = \frac{s-1}{(s-1+2i)(s-1-2i)} \tag{1}$$

$$G_2 = \frac{s-1}{s^2+2s+5} = \frac{s-1}{(s+1+2i)(s+1-2i)} \tag{2}$$

G_1: Pole: $p_{1,2} = 1 \pm 2i$ Nullstelle: $n = 1$.
G_2: Pole: $p_{1,2} = -1 \pm 2i$ Nullstelle: $n = 1$.
Die Pole von System G_1 haben einen positiven Realteil, damit ist System G_1 instabil. Die Pole von System G_2 haben einen negativen Realteil, damit ist System G_2 stabil.

$\boxed{4}$

b) Für System G_1 muss gelten

$$\frac{1}{-1-1} = \frac{1}{-1-1+2i} + \frac{1}{-1-1-2i} \tag{3}$$

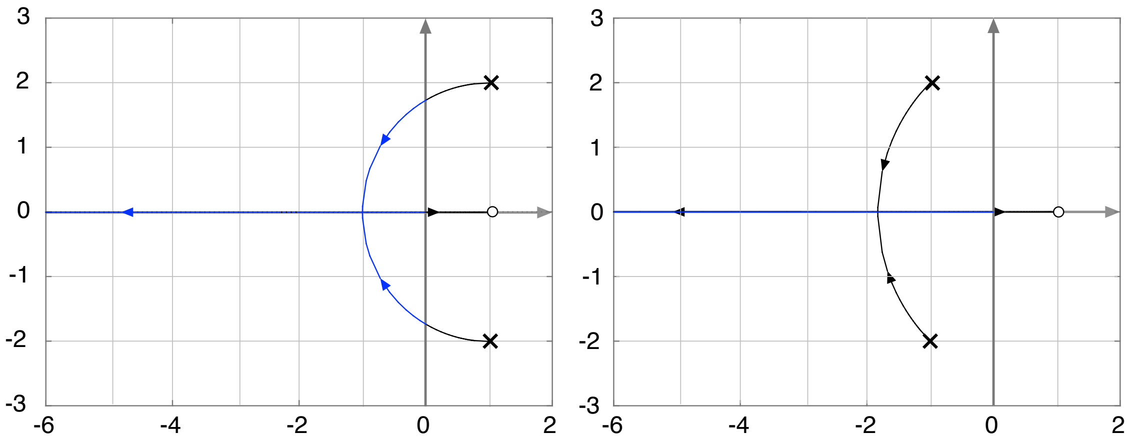
$$-\frac{1}{2} = \frac{-4}{(-2-2i)(-2+2i)} \tag{4}$$

$$-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \tag{5}$$

Da der Verzweigungspunkt -1 diese Bedingung erfüllt, kann er Verzweigungspunkt von dem System sein.

$\boxed{3}$

c) Die Lösung ist in den Diagrammen dargestellt



$\boxed{6}$

d) Der Bereich ist in dem Diagram blau gekennzeichnet.

$\boxed{2}$

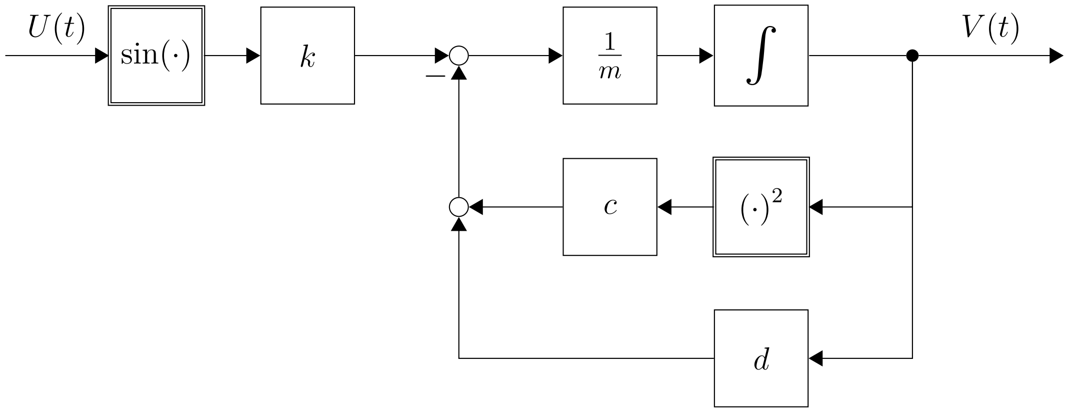
e) Der Bereich ist in dem Diagram blau gekennzeichnet.

$\boxed{2}$

$\boxed{\sum 17}$

Aufgabe 3: Luftwiderstand

a) Blockschaltbild



6

b) Es gilt $\dot{V}(t) = 0$ im Gleichgewichtszustand, daher gilt

$$k\sin(U_0) = dV_0 + cV_0^2 \tag{6}$$

$$V_0 = -\frac{d}{2c} \pm \sqrt{\frac{d^2}{4c^2} + \frac{k\sin(U_0)}{c}} \tag{7}$$

Da $V_0 > 0$ bleibt nur

$$V_0 = -\frac{d}{2c} + \sqrt{\frac{d^2}{4c^2} + \frac{k\sin(U_0)}{c}} \tag{8}$$

2

c) Es gilt

$$h(F, \dot{V}, V) = mV^2 + dV + cV - k\sin(U) \tag{9}$$

$$\frac{\partial h}{\partial U} = -k\cos(U) \tag{10}$$

$$\frac{\partial h}{\partial V} = 2cV + d \tag{11}$$

$$\frac{\partial h}{\partial \dot{V}} = m \tag{12}$$

damit folgt im Kleinsignalbereich

$$k\cos(U_0)u(t) = m\dot{v}(t) + (d + 2cV_0)\,v(t) \tag{13}$$

4

d) Transformation in den Laplace Bereich führt auf

$$k\cos(U_0)U(s) = mV(s)s + (d + 2cV_0)\,V(s) \tag{14}$$

1

e) Umformung auf Übertragungsfunktion

$$\frac{V(s)}{U(s)} = \frac{k\cos(U_0)}{ms + d + 2cV_0} \tag{15}$$

Es handelt sich somit um ein PT_1 System. $\boxed{2}$

f) Berechnung der Verstärkung des Systems

$$\frac{V(s)}{F(s)} = \frac{k\cos(U_0)}{2cv_0 + d} \frac{1}{\frac{m}{2cV_0+d}s + 1} \tag{16}$$

Die Verstärkung $\frac{k\cos(U_0)}{2cV_0+d}$ des linearisierten Systems nimmt mit steigendem U_0 für $0 \leq U_0 \leq \frac{\pi}{2}$ ab. $\boxed{2}$

$\boxed{\sum 17}$

Aufgabe 4: Frequenzgang und Stabilität

Gegeben sind die folgenden zwei Übertragungsfunktionen:

$$G_1(s) = \frac{4}{1+5s}, \qquad G_2(s) = \frac{1-5s}{1+5s}$$

a) G_1 ist ein Verzögerungsglied 1. Ordnung (P-T_1) mit einem Pol bei -0,2. G_2 ist ein Allpassglied mit einem Pol bei -0,2 und einer Nullstelle bei +0,2. Wegen der positiven Nullstelle ist G_2 im Gegensatz zu G_1 **nichtphasenminimal**. $\boxed{6}$

b) Asymptotische Amplituden- und Phasengänge von G_1, G_2 und $G_1 \cdot G_2$ siehe Diagramm. Beachten: Die Amplitudengänge von G_1 und $G_1 \cdot G_2$ sind identisch, da der Amplitudengang von G_2 konstant 1 bzw. 0 dB ist. Da die Verstärkung von G_1 gleich 4 ist beginnen die Amplitudengänge bei 12 dB. Bei der Eckfrequenz $\omega = 0{,}2\,s^{-1}$ knickt G_1 und damit auch $G_1 \cdot G_2$ mit der Steigung -20 dB/Dek. ab. $\boxed{10}$

c) Zuordnung Phasengänge G_1, G_2 und $G_1 \cdot G_2$: Die Phasengänge können leicht an ihrem Wert für $\omega \to \infty$ unterschieden werden. Das Verzögerungsglied 1. Ordnung G_1 fällt auf -90° ab, das Allpassglied G_2 auf -180° und die Reihenschaltung von beiden $G_1 \cdot G_2$ entsprechend auf -270°. $\boxed{3}$

d) Amplituden- und Phasenreserven von G_1 bzw. $G_1 \cdot G_2$:

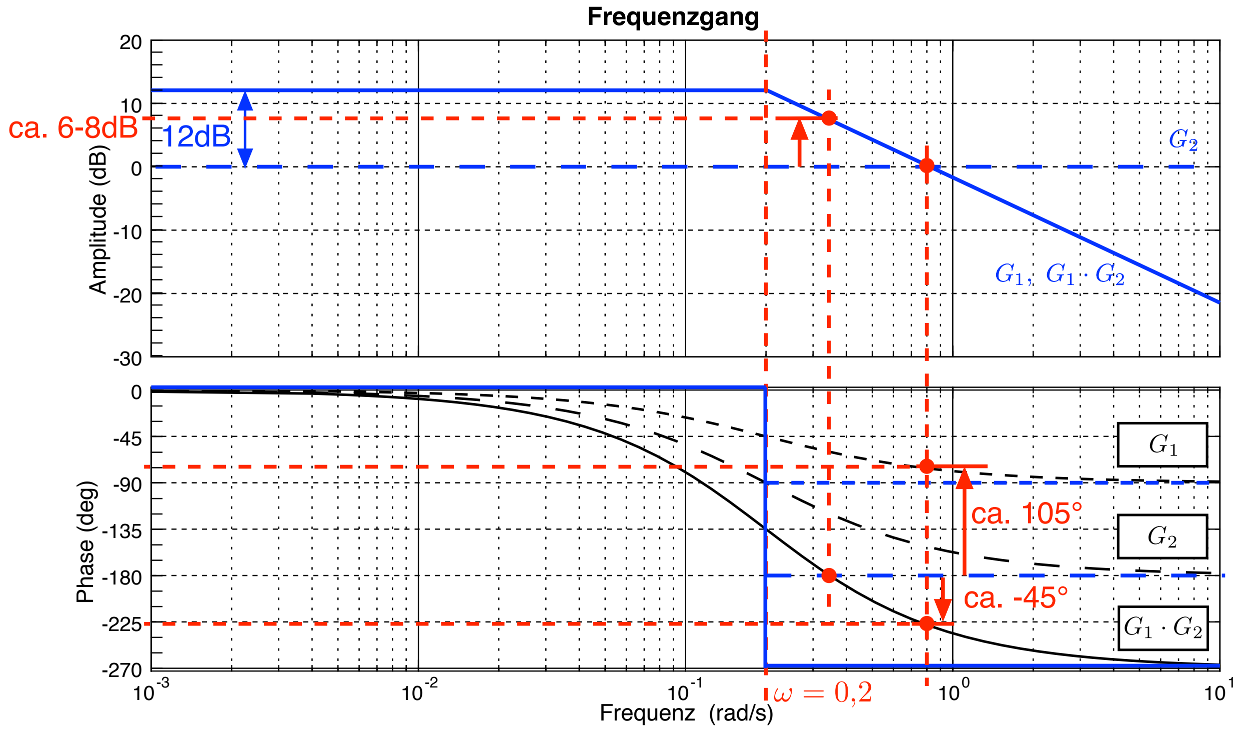
Für G_1 beträgt die Phasenreserve $\varphi_r \approx 105°$. Die Amplitudenreserve A_r ist unendlich groß, denn die Phase ist auch für $\omega \to \infty$ immer größer als -180° (sogar größer als -90°). Damit gilt für die Schnittfrequenz $\omega_s = \infty$ und da $A(\omega \to \infty) = 0$ ist, gilt $A_r = 1/A(\omega_s) = \infty$.

Durch die zusätzliche Phasenabsenkung durch den Allpass ergibt sich für $G_1 \cdot G_2$ ein Phasenreserve von $\varphi_r \approx$ -45° und eine Amplitudenreserve A_r zwischen -6 und -8 dB (ca. 0,4 bis 0,5) im Rahmen der Ablesegenauigkeit. $\boxed{5}$

e) Stabilität im geschlossenen Regelkreises:

Für G_1 ist der geschlossene Regelkreis für alle Reglerparameter $K_R > 0$ stabil (strukturstabil), denn φ_r ist immer positiv (>90°) und A_r immer größer 1 (unendlich), da die Phase für $\omega \to \infty$ nicht unter -180° fallen kann.

Da für $G_1 \cdot G_2$ $\varphi_r < 0°$ (-45°) bzw. $A_r < 0$ dB (zwischen -6 und -8 dB) bzw $A_r < 1$ ist, wäre der geschlossene Regelkreis mit dem P-Regler $K_R = 1$ instabil. Die zusätzliche Verstärkung, um die Stabilitätsgrenze zu erreichen, entspricht immer der Amplitudenreserve, also $K_{Rgrenz} = K_R \cdot A_r \approx 0,4$ bis $0,5$ für $G_1 \cdot G_2$. $\boxed{3}$


Frequenzgang
ca. 6-8dB
12dB
Amplitude (dB)
G_2
G_1, $G_1 \cdot G_2$
Phase (deg)
G_1
G_2
$G_1 \cdot G_2$
ca. 105°
ca. -45°
$\omega = 0{,}2$
Frequenz (rad/s)

$\sum 27$

Aufgabe 5: Vorsteuerung und Störgrößenaufschaltung (18 Punkte)

a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_{W\to Y}$ und die Störübertragungsfunktion $G_{Z\to Y}$.

$$\begin{aligned} ((W-Y)G_R + G_V W - G_A Z)\, G_S + G_D Z &= Y \\ (G_R G_S + G_V G_S)W + (G_D - G_A G_S)Z &= Y + G_R G_S Y \\ Y &= \underbrace{\frac{G_R G_S + G_V G_S}{1+G_R G_S}}_{G_{W\to Y}} W + \underbrace{\frac{G_D - G_A G_S}{1+G_R G_S}}_{G_{Z\to Y}} Z \end{aligned}$$

4

b) Berechnen Sie die Verstärkung der Streckenübertragungsfunktion.

$$\lim_{s\to 0} s \cdot \frac{3s^2 - 15s + 18}{s^2 + 11s + 10} \cdot \frac{1}{s} = 1.8$$

1

c) Regelstrecke in Produkt-Standardform:

$$G_S(s) = 3 \cdot \frac{(s-2)\cdot(s-3)}{(s+10)\cdot(s+1)}$$

5

d) Entwerfen Sie eine realisierbare Vorsteuerung für die gegebene Regelstrecke $G_S(s)$.

Aus dem Ignorieren der instabilen Nullstellen folgt die Notwendigkeit ein PT_2-Glied hinzuzufügen

$$G_V^{\mathrm{real}} = \frac{(s+10)\cdot(s+1)}{18(Ts+1)^2}\,,$$

mit der zu wählenden Zeitkonstante T. Die Verstärkung der Vorsteuerung muss dem Kehrwert der Verstärkung der Regelstrecke entsprechen! Andere Methoden zur Steuerung der nicht phasenminimalen Regelstrecke geben natürlich auch die volle Punktzahl (1 Punkt jeweils für richtigen Zähler und Nenner, 2 Punkte für korrekte Verstärkung).

4

e) Entwerfen Sie eine realisierbare Störgrößenaufschaltung.

Ziel der Störgrößenaufschaltung: Den Einfluss von der Störgröße $z(t)$ auf die Regelgröße $y(t)$ eliminieren, daher muss $G_{Z\to Y} = 0$ sein. Daraus folgt:

$$\begin{aligned} G_D - G_A G_S &= 0 \\ G_A &= \frac{G_D}{G_S} \\ G_A &= \underbrace{\frac{100}{(s+12)\cdot(s+10)}\mathrm{e}^{-2s}}_{G_D} \cdot \underbrace{\frac{(s+10)\cdot(s+1)}{18}}_{1/G_S}\,, \end{aligned}$$

wobei nun das PT_2-Glied aufgrund der Struktur von G_D unnötig für die Realisierbarkeit ist.

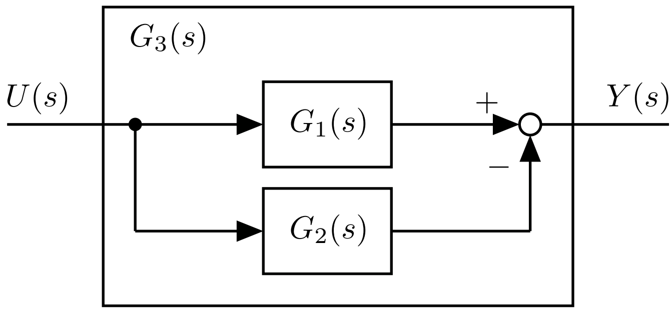
3

f) Wie beeinflusst die Übertragungsfunktion des Reglers $G_R(s)$ die Vorsteuerung?

Gar nicht. 1

$\sum 18$

Aufgabe 6: Blockschaltbild lesen (21 Punkte)



Gegeben ist das Blockschaltbild des Gesamtsystems G_3.

a) Stellen Sie die Übertragungsfunktionen für die Systeme G_1 und G_2 auf.
Allgemein ergibt sich die Übertragungsfunktion zu:

$$G_{\mathrm{PT}_1}(s) = \frac{K}{1+Ts} \quad \Rightarrow \quad G_1(s) = \frac{2}{1+2s} \quad \text{und} \quad G_2(s) = \frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{1}{2}s} \tag{1}$$

1

b) Welche Pol- und Nullstellen ergeben sich für die Systeme G_1 und G_2?
Ein PT_1 besitzt keine Nullstelle. Die Pole ergeben sich allgemein zu:

$$1 + Ts = 0 \Rightarrow p_1 = -\frac{1}{T} \tag{2}$$

$$\Rightarrow p_{G_1} = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \tag{3}$$

$$p_{G_2} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2 \tag{4}$$

1

c) Transformieren Sie die Sprungantwort der Systeme G_1 und G_2 in den Zeitbereich.
Allgemein gilt für die Sprungantwort eines PT_1 (siehe Korrespondenztabelle):

$$\frac{1}{s(s+a)} \bullet\!\!-\!\!\circ \frac{1}{a}\left(1 - e^{-at}\right) \tag{5}$$

$$G_1(s)\frac{1}{s} = \frac{1}{0.5+s}\frac{1}{s} \bullet\!\!-\!\!\circ \frac{1}{0.5}\left(1 - e^{-0.5t}\right) \tag{6}$$

$$G_2(s)\frac{1}{s} = \frac{3}{2+s}\frac{1}{s} \bullet\!\!-\!\!\circ \frac{3}{2}\left(1 - e^{-2t}\right) \tag{7}$$

2

d) Werten Sie die Sprungantwort an folgenden Zeitpunkten aus und ergänzen Sie die Tabelle.

	$t = 0.5$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 4$	$t = 6$
Sprungantwort G_1	0.4424	0.7869	1.2642	1.7293	1.9004
Sprungantwort G_2	0.9482	1.2970	1.4725	1.4995	1.5000

2

e) Skizzieren Sie die Sprungantworten für beide Systeme.
Die Lösung befindet sich in Bild 4 und Bild 5.

6

f) Stellen Sie die Übertragungsfunktion G_3 auf.

$$G_3 = G_1 - G_2 \tag{8}$$
$$\Rightarrow G_3 = \frac{2}{1+2s} - \frac{1.5}{1+\frac{1}{2}s} \tag{9}$$
$$G_3 = \frac{2\left(1+\frac{1}{2}s\right)}{(1+2s)\left(1+\frac{1}{2}s\right)} - \frac{1.5\,(1+2s)}{\left(1+\frac{1}{2}s\right)(1+2s)} \tag{10}$$
$$G_3 = \frac{2\left(1+\frac{1}{2}s\right) - 1.5\,(1+2s)}{(1+2s)\left(1+\frac{1}{2}s\right)} \tag{11}$$
$$G_3 = \frac{2+s-1.5-3s}{(1+2s)\left(1+\frac{1}{2}s\right)} \tag{12}$$
$$G_3 = \frac{0.5-2s}{(1+2s)\left(1+\frac{1}{2}s\right)} \tag{13}$$

2

g) Wie lautet der Endwert für $Y(S)$, wenn der Eingang zu $\frac{1}{s}$ gewählt wird?
Gleich dem Endwert der Sprungantwort!

$$\lim_{s\to 0} s \frac{0.5-s}{(1+2s)\left(1+\frac{1}{2}s\right)} \frac{1}{s} = \frac{0.5-0}{(1+0)\,(1+0)} = \frac{1}{2} \tag{14}$$

1

h) Welche Pol- und Nullstellen ergeben sich für das System G_3?
Nullstelle:

$$(0.5-s) = 0 \tag{15}$$
$$\Rightarrow n_1 = 0.5 \tag{16}$$

Polstelle:

$$(1+2s)\left(1+\frac{1}{2}s\right) = 0 \tag{17}$$
$$(1+2s) = 0 \qquad \vee \qquad \left(1+\frac{1}{2}s\right) = 0 \tag{18}$$
$$\Rightarrow p_1 = -0.5 \qquad \wedge \qquad p_2 = -2 \tag{19}$$

2

i) Skizzieren Sie anhand Ihrer Lösungen die Sprungantwort für G_3.
Die Sprungantwort des Gesamtsystems ist die Differenz der Sprungantworten der einzelnen Systeme. Die grafische Lösung befindet sich in Bild 6.

3

j) Treffen Sie eine Aussage zur Phasenminimalität der Systeme G_1, G_2 und G_3.
Die Systeme G_1 und G_2 sind phasenminimal (keine instabile Nullstelle oder Totzeit). Das System G_3 hat eine instabile Nullstelle und ist somit nicht phasenminimal. Dies wird auch durch das Unterschwingen in Bild 6 deutlich.

1

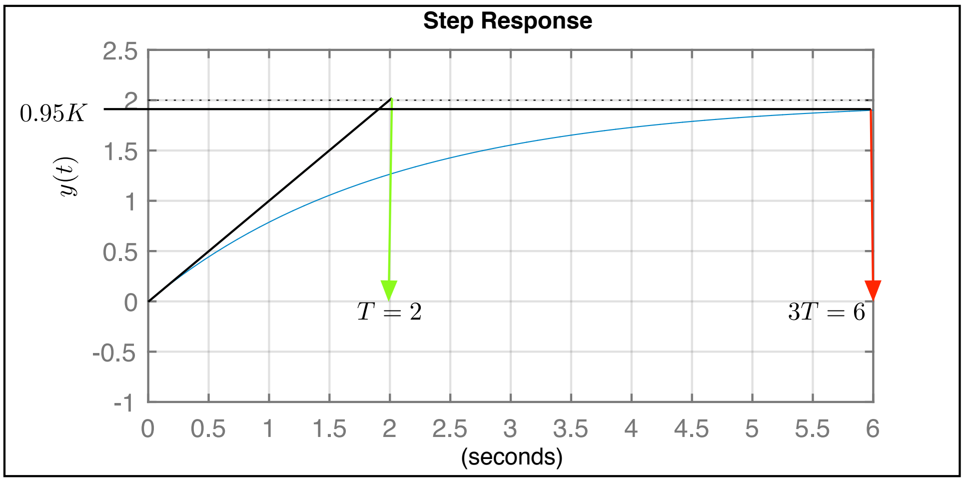


Bild 4: Sprungantwort von G_1

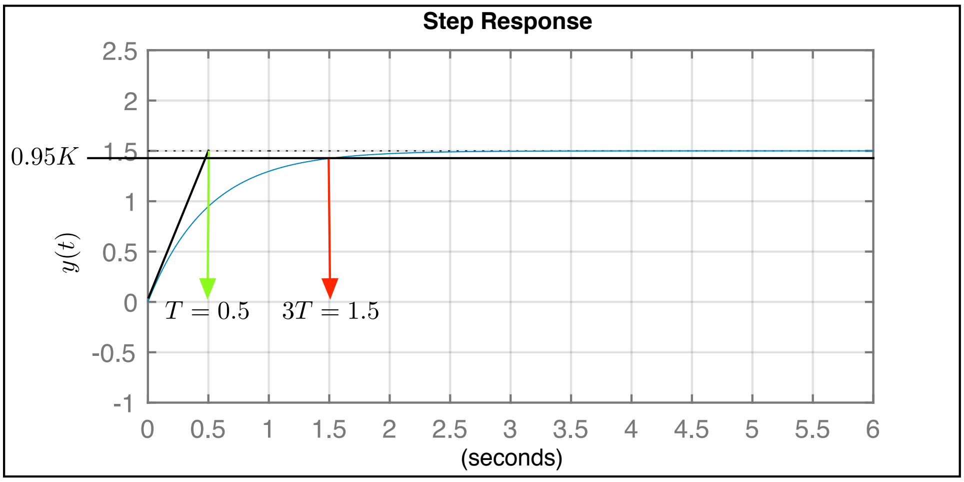


Bild 5: Sprungantwort von G_2

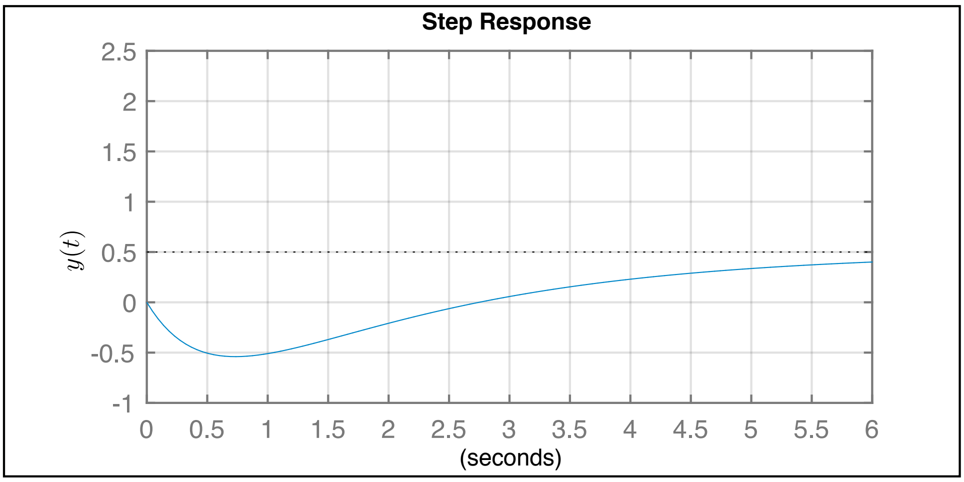


Bild 6: Sprungantwort von G_3

$\sum 20$