Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 1 (MRT1)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

4. Februar 2009

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	20	28	28	24	100
Note:	Ist:					

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Die Differentialgleichung $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) = 3\ddot{u}(t) + 5\dot{u}(t) + 2u(t)$ kann als Übertragungsfunktion $G(s)$ folgendermaßen geschrieben werden:
- ☐ $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s^2+2s}{3s^2+5s+2}$
- ☐ $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3s^2+5s+2}{s^2+2s}$
- ☐ $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3s^2+5s+2}{s(s+2)}$

b) Für ein System 2. Ordnung mit der Dämpfung D gilt:
- ☐ Für $D = 0$ sind Resonanzfrequenz ω_m und Eigenfrequenz ω_e gleich groß.
- ☐ Für $D < 1$ ist das System nicht schwingungsfähig.
- ☐ Für $D < 1/\sqrt{2}$ zeigt der Amplitudengang eine Resonanzüberhöhung.

c) Welche Systeme sind nicht phasenminimal?
- ☐ Systeme, die negative Nullstellen aufweisen.
- ☐ Systeme, die eine Totzeit enthalten.
- ☐ Systeme, die eine minimale Phasenverschiebung von weniger als -360° haben.

d) Warum wird der Amplitudenverlauf im Bodediagramm doppelt logarithmisch aufgetragen?

- ☐ Weil der Verlauf dann näherungsweise mit linearen Asymptoten dargestellt werden kann.
- ☐ Weil die Parallelschaltung mehrerer Übertragungsglieder einer einfachen Addition der Amplitudengänge entspricht.
- ☐ Weil die Reihenschaltung mehrerer Übertragungsglieder einer einfachen Addition der Amplitudengänge entspricht.

e) Wofür ist die Frequenzgangsortskurve besonders geeignet?

- ☐ Zur Ermittlung von Amplitude und Phasenverschiebung bei einer bestimmten Kreisfrequenz.
- ☐ Um die Lage der Pole des geschlossenen Regelkreises abzulesen.
- ☐ Um die Stabilität des geschlossenen Regelkreises zu analysieren.

f) Das Gütekriterium zur Optimierung eines linearen Reglers sei $J = \int_0^T [e^2(t) + \alpha u^2(t)]dt$. Welche Aussagen treffen zu?

- ☐ Für $\alpha \to 0$ erhält man den schnellstmöglichen Regler.
- ☐ Für $\alpha \to \infty$ erhält man sehr große Stellgrößen u.
- ☐ Für jeden Wert von α ergibt sich ein optimaler Regler.

g) Woran erkennt man, ob ein System globales P-, I- oder D-Verhalten hat?

- ☐ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \to \infty$.
- ☐ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \to \infty$.
- ☐ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \to 0$.

h) Welche Aussagen bezüglich der Einstellregel 1 (Sprungantwort) nach Ziegler-Nichols treffen zu?

- ☐ Ein explizites Modell wird nicht benötigt.
- ☐ Mit den Einstellregeln kann jeder beliebige lineare Regler parametriert werden.
- ☐ Die Regelstrecke muss stabiles Verhalten aufweisen.

i) Wann ist ein System asymptotisch stabil?

- ☐ Wenn alle Pole einen positiven Realteil haben.
- ☐ Wenn die Impulsantwort (Gewichtsfunktion) für $t \to \infty$ auf einem endlichen Wert verharrt.
- ☐ Wenn die Sprungantwort für $t \to \infty$ auf einem endlichen Wert verharrt.

j) Welche Entsprechung hat die Faltung $y(t) = \int\limits_0^t g(t-\tau)u(\tau)\,d\tau$ im Bildbereich?

- ☐ $Y(s) = G(s) + U(s)$.
- ☐ $Y(s) = G(s) \cdot U(s)$.
- ☐ $Y(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s) \cdot U(s)$.

k) Worauf ist beim Dauerschwingversuch zur Einstellregel 2 nach Ziegler-Nichols zu achten?

- [ ] Die Regelstrecke wird mit einem reinen P-Regler an die Stabilitätsgrenze gebracht.
- [ ] Um einen P-Regler einzustellen, benötigt man die Periodendauer T_{krit} der Dauerschwingung.
- [ ] Um einen PI-Regler einzustellen, benötigt man die Periodendauer T_{krit} der Dauerschwingung.

l) Welche Bezeichnungen sind in der Regelungstechnik üblich?

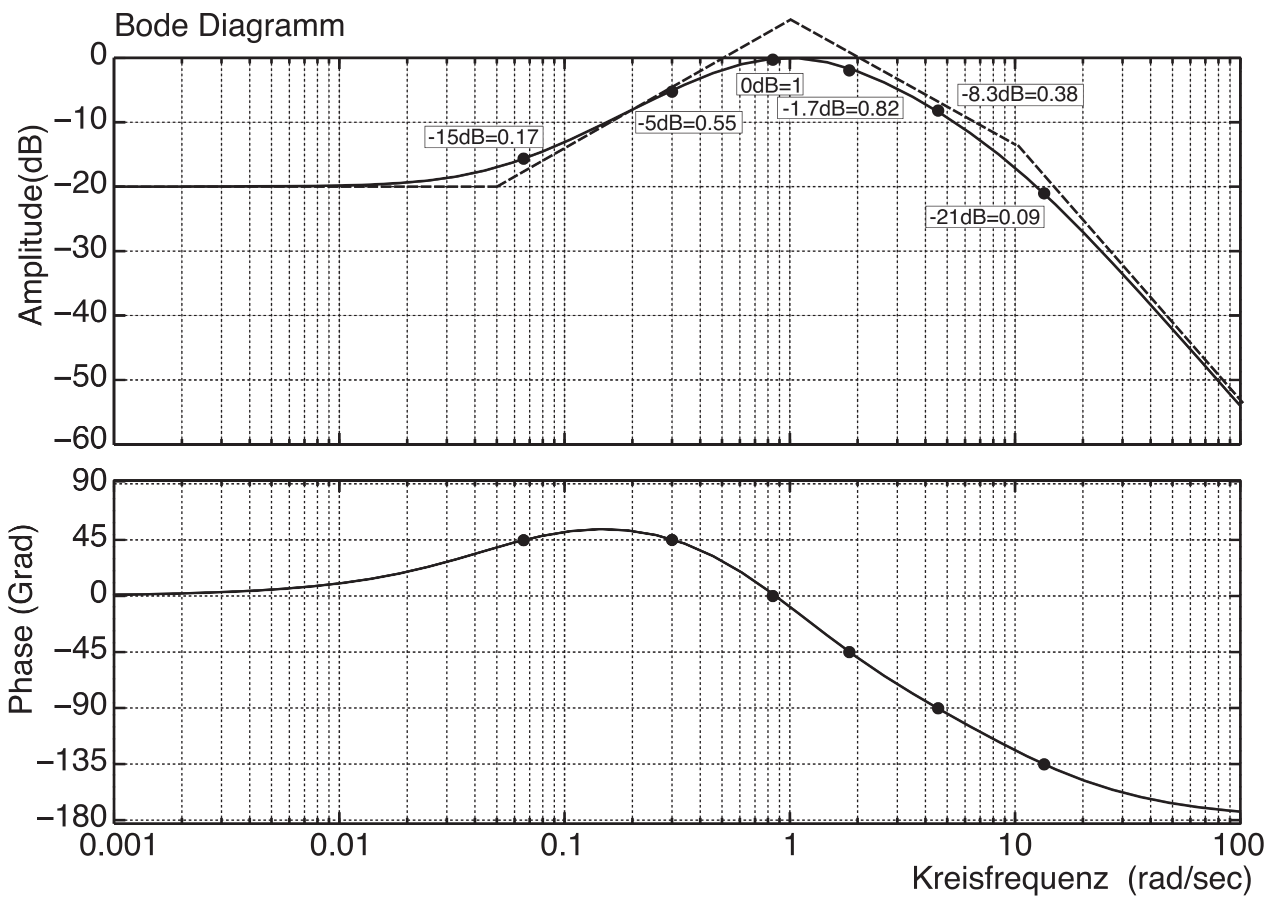
- [ ] Mit $w(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Führungsgröße bzw. der Sollwert bezeichnet.
- [ ] Mit $w(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Führungsgröße bzw. der Istwert bezeichnet.
- [ ] Mit $y(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Stellgröße bzw. die Regelgröße bezeichnet.

m) Wie beeinflusst die Pollage eines Systems dessen dynamisches Verhalten?

- [ ] Systeme mit reellen Doppelpolen sind schwingungsfähig.
- [ ] Je weiter links die Pole des Systems liegen, um so langsamer ist es.
- [ ] Bei konjugiert komplexen Polen kann das System schwingen.

Aufgabe 2: Frequenzbereich

Gegeben ist der Frequenzgang (Bodediagramm) einer Regelstrecke $G_S(i\omega)$. Neben dem tatsächlichen Verlauf des Amplituden- und Phasengangs ist auch der asymptotische Verlauf des Amplitudengangs (gestrichelt) dargestellt. Weiterhin sind für 6 Punkte mit Phasenverschiebungen von 0°, ±45°, -90° und -135° die genauen Zahlenwerte des Amplitudenverhältnisses angegeben.



a) Ermitteln Sie aus dem Amplitudengang die Eckfrequenzen ω_{e1} bis ω_{e3} und die Asymptotensteigungen und tragen Sie diese in das Bodediagramm ein.

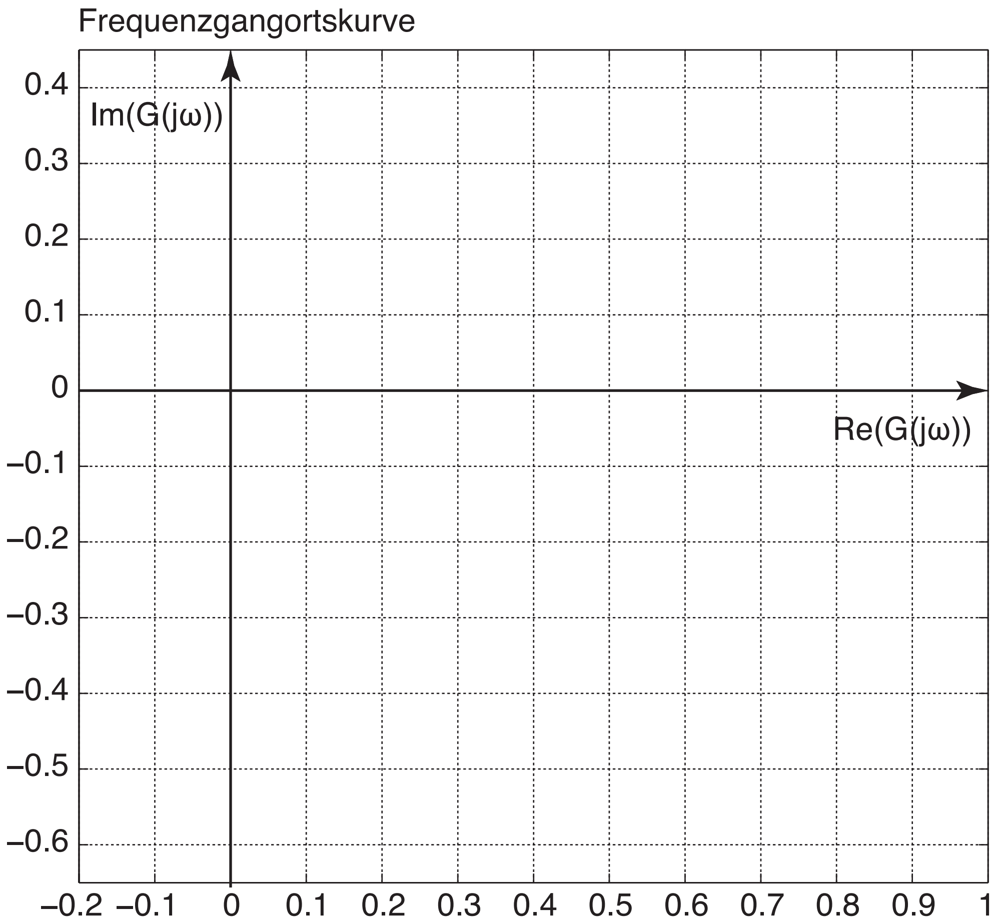
b) Zeichnen Sie den asymptotischen Phasengang in das Bodediagramm ein.

c) Welches globale Verhalten hat die Regelstrecke und wie groß ist deren Verstärkung?

d) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G_S(s)$ des Systems.

e) Übertragen Sie die 6 gegebenen Punkte aus dem Bodediagramm in das umseitig dargestellte Diagramm für die Frequenzgangortskurve. Ergänzen Sie außerem je einen Punkt für $\omega = 0$ und $\omega \to \infty$. Zeichnen Sie mit Hilfe dieser 8 Punkte qualitativ die Frequenzgangortskurve in das Diagramm ein.

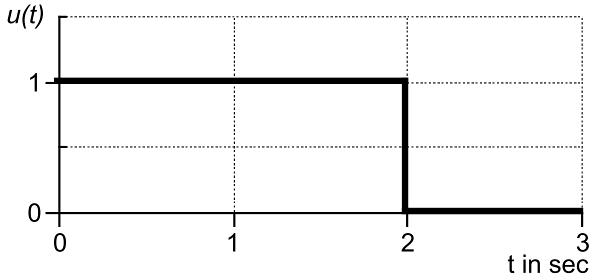
f) Beurteilen Sie an Hand des Bodediagramms oder der Ortskurve, ob bei Verwendung eines P-Reglers $G_R(s) = K_p$ das geregelte System instabil werden kann.



Aufgabe 3: Laplace-Transformation

Ein System mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ wird mit dem Eingangssignal $U(s)$ angeregt.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0{,}5}{s(s+0{,}5)}$$



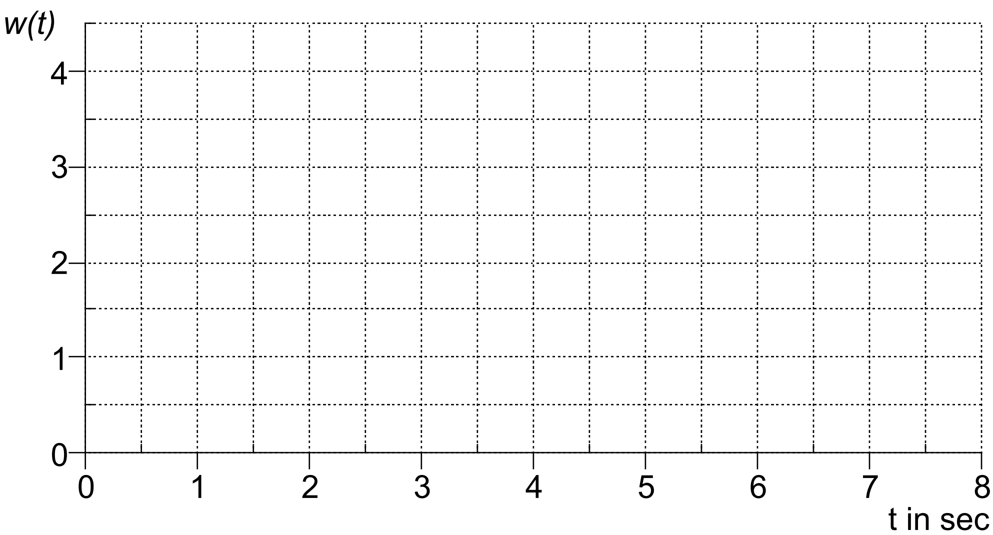
a) Bestimmen Sie das Eingangssignal U(s) aus dem oben abgebildeten Zeitverlauf $u(t)$. $(u(t \leq 0) = 0)$

b) Berechnen Sie den Zeitverlauf $y(t)$, indem Sie eine Partialbruchzerlegung durchführen oder den Integrationssatz anwenden und mit Hilfe bekannter Korrespondenzen in den Zeitbereich zurücktransformieren. Falls Sie den Integrationssatz verwenden, bestimmen Sie in diesem Fall die Integrationskonstante so, dass $y(t=0) = 0$ gilt.

c) Zeichnen Sie den Zeitverlauf $w(t)$, welcher durch die folgende Gleichung beschrieben wird, in das unten vorbereitete Diagramm.

$$w(t) = \sigma(t) + (t-1)\cdot\sigma(t-1) - (t-2)\cdot\sigma(t-2) + \sigma(t-3) - (t-6)\cdot\sigma(t-6)$$

Hinweis: Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von a) und b) gelöst werden.



Aufgabe 4: Systemidentifikation

In nachfolgender Tabelle werden in der linken Spalte vier Reglerstrukturen vorgegeben. Die rechte Spalte enthält zu jeder Reglerstruktur ein leeres Pol-/Nullstellendiagramm.

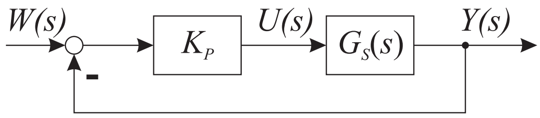
a) Zeichnen Sie qualitativ die Pol-/Nullstellenkonfiguration für die jeweils vorgegebene Reglerstruktur. Markieren Sie dazu alle Nullstellen mit einem Kreis und alle Polstellen mit einem Kreuz.

Hinweis: Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von b) bis e) gelöst werden.

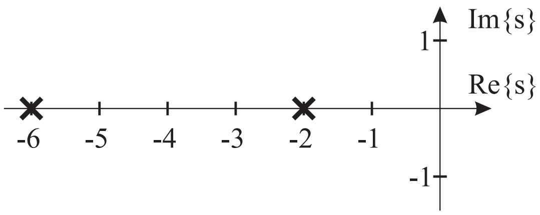
PI	
PID	
PD	
PD-T_1 (realer PD-Regler)	

b) Für den Standardregelkreis mit Proportionalregler sind die vier nachfolgend dargestellten Pol-/Nullstellenverteilungen des **offenen** Regelkreises bekannt. Ermitteln Sie die zugehörigen Übertragungsfunktionen der Regelstrecken (die Streckenverstärkungen können Sie beliebig annehmen).

c) Zeichnen Sie qualitativ die Wurzelortskurven in die Diagramme ein.

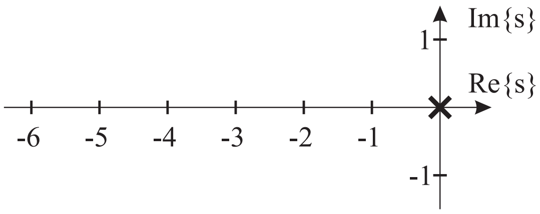


a)



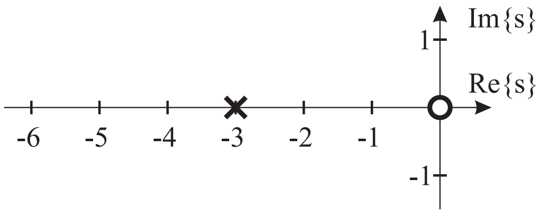
$G_S(s)=$

b)



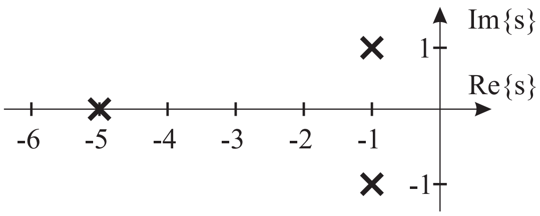
$G_S(s)=$

c)



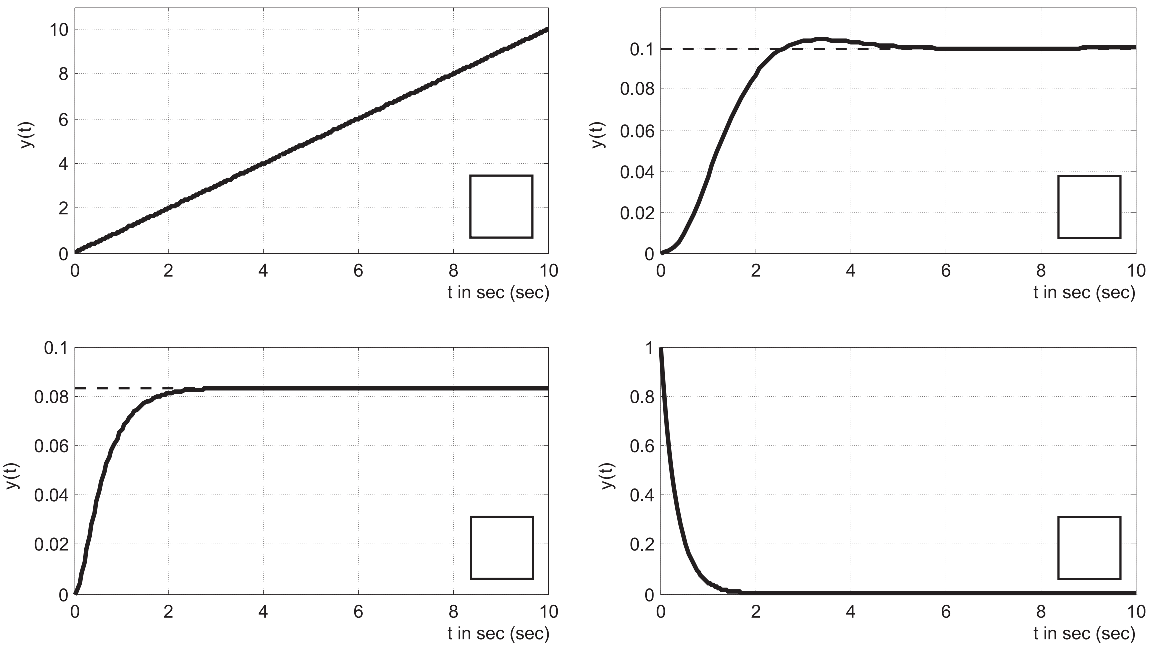
$G_S(s)=$

d)



$G_S(s)=$

d) Ordnen Sie die vier Pol-/Nullstellenverteilungen bzw. Übertragungsfunktionen der jeweiligen Sprungantwort zu.



e) Die vier Systeme sollen so geregelt werden, dass die Regelabweichung für $t \to \infty$ verschwindet. Zur Auswahl stehen die folgenden Reglerstrukturen:

1) P
2) PI
3) PI
4) PI_2

Welche Reglerstruktur ist für welches System geeignet? Begründen Sie Ihre Antwort. Jede der aufgelisteten Reglerstrukturen darf nur **einmal** verwendet werden.

System	Reglerstruktur	Begründung
a)		
b)		
c)		
d)		

Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

a) Die Differentialgleichung $\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) = 3\ddot{u}(t) + 5\dot{u}(t) + 2u(t)$ kann als Übertragungsfunktion $G(s)$ folgendermaßen geschrieben werden:

☐ $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s^2+2s}{3s^2+5s+2}$

■ $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3s^2+5s+2}{s^2+2s}$

■ $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3s^2+5s+2}{s(s+2)}$

b) Für ein System 2. Ordnung mit der Dämpfung D gilt:

■ Für $D = 0$ sind Resonanzfrequenz ω_m und Eigenfrequenz ω_e gleich groß.

☐ Für $D < 1$ ist das System nicht schwingungsfähig.

■ Für $D < 1/\sqrt{2}$ zeigt der Amplitudengang eine Resonanzüberhöhung.

c) Welche Systeme sind nicht phasenminimal?

☐ Systeme, die negative Nullstellen aufweisen.

■ Systeme, die eine Totzeit enthalten.

☐ Systeme, die eine minimale Phasenverschiebung von weniger als -360° haben.

d) Warum wird der Amplitudenverlauf im Bodediagramm doppelt logarithmisch aufgetragen?

■ Weil der Verlauf dann näherungsweise mit linearen Asymptoten dargestellt werden kann.

☐ Weil die Parallelschaltung mehrerer Übertragungsglieder einer einfachen Addition der Amplitudengänge entspricht.

■ Weil die Reihenschaltung mehrerer Übertragungsglieder einer einfachen Addition der Amplitudengänge entspricht.

e) Wofür ist die Frequenzgangsortskurve besonders geeignet?

☐ Zur Ermittlung von Amplitude und Phasenverschiebung bei einer bestimmten Kreisfrequenz.

☐ Um die Lage der Pole des geschlossenen Regelkreises abzulesen.

■ Um die Stabilität des geschlossenen Regelkreises zu analysieren.

f) Das Gütekriterium zur Optimierung eines linearen Reglers sei $J = \int_0^T [e^2(t) + \alpha u^2(t)]dt$. Welche Aussagen treffen zu?

■ Für $\alpha \to 0$ erhält man den schnellstmöglichen Regler.

☐ Für $\alpha \to \infty$ erhält man sehr große Stellgrößen u.

■ Für jeden Wert von α ergibt sich ein optimaler Regler.

g) Woran erkennt man, ob ein System globales P-, I- oder D-Verhalten hat?

☐ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \to \infty$.

■ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \to \infty$.
■ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \to 0$.

h) Welche Aussagen bezüglich der Einstellregel 1 (Sprungantwort) nach Ziegler-Nichols treffen zu?
■ Ein explizites Modell wird nicht benötigt.
□ Mit den Einstellregeln kann jeder beliebige lineare Regler parametriert werden.
■ Die Regelstrecke muss stabiles Verhalten aufweisen.

i) Wann ist ein System asymptotisch stabil?
□ Wenn alle Pole einen positiven Realteil haben.
□ Wenn die Impulsantwort (Gewichtsfunktion) für $t \to \infty$ auf einem endlichen Wert verharrt.
■ Wenn die Sprungantwort für $t \to \infty$ auf einem endlichen Wert verharrt.

j) Welche Entsprechung hat die Faltung $y(t) = \int\limits_0^t g(t-\tau)u(\tau)\,d\tau$ im Bildbereich?
□ $Y(s) = G(s) + U(s)$.
■ $Y(s) = G(s) \cdot U(s)$.
□ $Y(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s) \cdot U(s)$.

k) Worauf ist beim Dauerschwingversuch zur Einstellregel 2 nach Ziegler-Nichols zu achten?
■ Die Regelstrecke wird mit einem reinen P-Regler an die Stabilitätsgrenze gebracht.
□ Um einen P-Regler einzustellen, benötigt man die Periodendauer T_{krit} der Dauerschwingung.
■ Um einen PI-Regler einzustellen, benötigt man die Periodendauer T_{krit} der Dauerschwingung.

l) Welche Bezeichnungen sind in der Regelungstechnik üblich?
■ Mit $w(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Führungsgröße bzw. der Sollwert bezeichnet.
□ Mit $w(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Führungsgröße bzw. der Istwert bezeichnet.
□ Mit $y(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Stellgröße bzw. die Regelgröße bezeichnet.

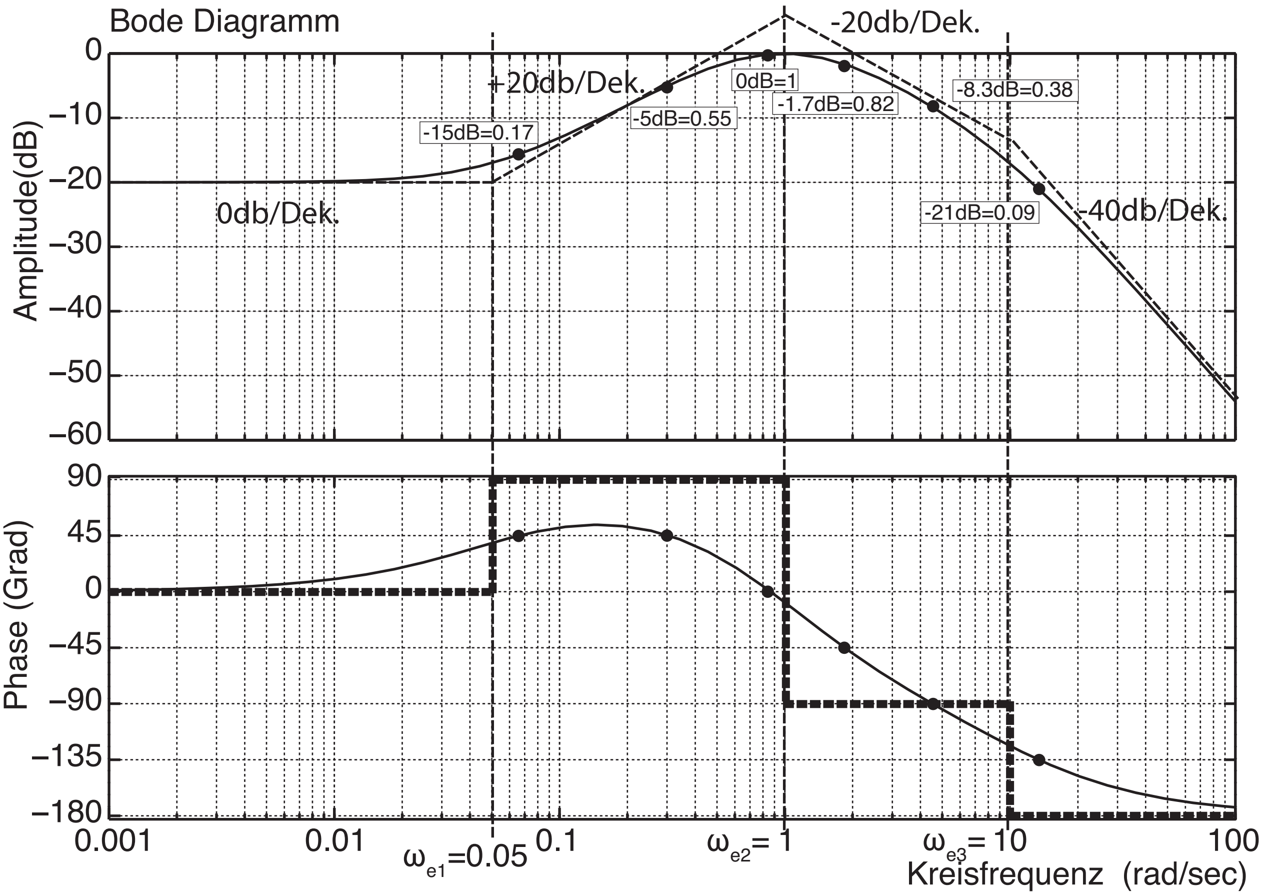
m) Wie beeinflusst die Pollage eines Systems dessen dynamisches Verhalten?
□ Systeme mit reellen Doppelpolen sind schwingungsfähig.
□ Je weiter links die Pole des Systems liegen, um so langsamer ist es. $\sum 20$
■ Bei konjugiert komplexen Polen kann das System schwingen.

Aufgabe 2: Frequenzbereich

a) Eckfrequenzen ω_{e1} bis ω_{e3} und Asymptotensteigungen siehe Diagramm. 7

b) Asymptotischer Phasengang siehe Diagramm. Je 20 dB Steigung beträgt die Phasenverschiebung 90°: 0 dB/Dek. Steigung → 0° Phasenverschiebung, +20 dB/Dek. → 90°, -20 dB/Dek. → -90° und -40 dB/Dek. → -180°. 2

c) Die Regelstrecke hat globales P-Verhalten, weil das Amplitudenverhältnis für $\omega = 0$ einen konstanten Wert einnimmt. Dieser konstante Wert ist die Verstärkung und beträgt $K = -20\,\text{dB} \hat{=} 0{,}1$. 2



d) Die Übertragungsfunktion $G_S(s)$ setzt sich aus folgenden Teilen zusammen:

$A(\omega = 0) = -20\,\text{dB} \hat{=} 0{,}1$: Steigung 0 dB/Dekade ⇒ P-Glied: $K = 0{,}1$

$\omega_{e1} = 0{,}05 = 1/20$: Steigungsänderung +20 dB/Dekade ⇒ PD_1: $(1 + 20s)$ 2

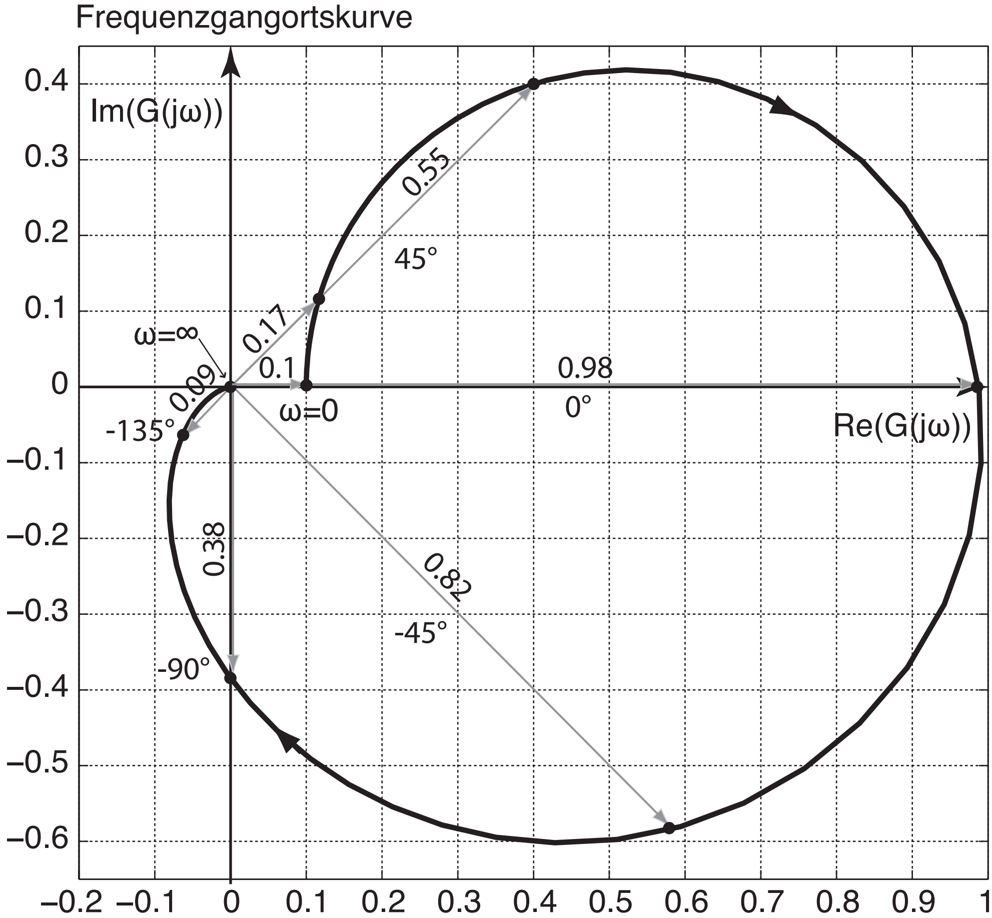
$\omega_{e2} = 1$: Steigungsänderung -40 dB/Dekade ⇒ PT_2: $\dfrac{1}{(1+s)^2}$ 2

$\omega_{e3} = 10 = 1/0{,}1$: Steigungsänderung -20 dB/Dekade ⇒ PT_1: $\dfrac{1}{(1+0{,}1s)}$ 2

Damit ergibt sich die gesamte Übertragungsfunktion zu:

$$G_S(s) = \frac{0{,}1(1+20s)}{(1+0{,}1s)(1+s)^2} \qquad \text{oder:} \qquad G_S(s) = \frac{20(s+0,05)}{(s+10)(s+1)^2}$$ 1

e) Frequenzgangortskurve siehe Diagramm. Fehlende Punkte: Für $\omega = 0$ beträgt die Phase $\varphi(0) = 0°$ und das Amplitudenverhältnis $A(0) = -20\,\mathrm{dB}\hat{=}0{,}1$, d.h. die Ortskurve beginnt auf der reellen Achse bei 0,1. Für $\omega \to \infty$ gilt $\varphi(\omega \to \infty) = -180°$ und $A(\omega \to \infty) = 0$, d.h. die Ortskurve endet asymptotisch zur reellen Achse im Ursprung des Koordinatensystems. $\boxed{8}$



f) Bei Verwendung eines P-Reglers kann das geregelte System nicht instabil werden, es nähert sich mit zunehmender Reglerverstärkung allerdings asymptotisch der Stabilitätsgrenze. $\boxed{2}$

Dies ist z.B. an Hand der Ortskurve (vereinfachtes Nyquistkriterium) zu erkennen. Da die Ortskurve für $\omega \to \infty$ asymptotisch zur reellen Achse in den Ursprung einläuft, kann sie auch bei beliebig hoher Reglerverstärkung keinen Punkt auf der negativen Seite der reellen Achse umschlingen, somit auch nicht den Punkt (-1,0). Weiterhin kann die Amplituden- und Phasenreserve im Bodediagramm betrachtet werden. Weil der Phasengang für $\omega \to \infty$ sich asymptotisch der -180° Linie nähert, diese aber nicht unterschreitet, kann sich auch die Phasenreserve für steigende Verstärkungen (Verschiebung des Amplitudengangs nach oben) nur asymptotisch dem Wert Null nähern, aber nie kleiner als Null werden. Dies bedeutet weiterhin, dass die Amplitudenreserve unendlich groß sein muss, da erst bei einer unendlichen Verstärkung die Stabilitätsgrenze erreicht wird. $\boxed{\sum 28}$

Aufgabe 3: Laplace-Transformation

a) Der abgebildete Zeitverlauf lässt sich aus der Differenz von zwei zeitlich verschobenen Sprüngen konstruieren:

$$u(t) = 1 \cdot \sigma(t) - 1 \cdot \sigma(t-2)$$ $\boxed{2}$

$$\circ\!\!-\!\!\bullet$$

$$U(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-2s} = \frac{1}{s}(1 - e^{-2s})$$ $\boxed{2}$

b) Das Ausgangssignal im Bildbereich lautet:

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s)$$

$$Y(s) = \frac{0{,}5}{s(s+0{,}5)} \cdot \frac{1}{s}(1 - e^{-2s}) = \underbrace{\frac{0{,}5}{s^2(s+0{,}5)}}_{I} - \underbrace{\frac{0{,}5}{s^2(s+0{,}5)} \cdot e^{-2s}}_{II}$$ $\boxed{2}$

I) Weil ein Doppelpol bei $s = 0$ vorliegt, berechnet sich die Partialbruchzerlegung wie folgt:

$$Y_I(s) = \frac{B_{11}}{s} + \frac{B_{12}}{s^2} + \frac{B_1}{s+0{,}5}$$

$$B_{11} = \frac{1}{(2-1)!} \cdot \frac{\mathrm{d}^{2-1}}{\mathrm{d}s^{2-1}} \left[Y(s) \cdot s^2\right]_{s=0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left[\frac{0{,}5}{s+0{,}5}\right]_{s=0} = -\frac{0{,}5}{(s+0{,}5)^2}\bigg|_{s=0}$$

$$\Rightarrow \boxed{B_{11} = -2}$$ $\boxed{2}$

$$B_{12} = \frac{1}{(2-2)!} \cdot \frac{\mathrm{d}^{2-2}}{\mathrm{d}s^{2-2}} \left[Y(s) \cdot s^2\right]_{s=0} = \frac{0{,}5}{s+0{,}5}\bigg|_{s=0} \Rightarrow \boxed{B_{12}(s) = 1}$$ $\boxed{2}$

$$B_1 = \left[Y(s) \cdot (s+0{,}5)\right]_{s=-0{,}5} = \frac{0{,}5}{s^2}\bigg|_{s=-0{,}5} \Rightarrow \boxed{B_1 = 2}$$ $\boxed{2}$

Folgende Korrespondenzen werden benötigt:

$$\frac{1}{s} \bullet\!\!-\!\!\circ\ \sigma(t)\ , \qquad \frac{1}{s^2} \bullet\!\!-\!\!\circ\ t \cdot \sigma(t)\ , \qquad \frac{1}{s+a} \bullet\!\!-\!\!\circ\ e^{-at} \cdot \sigma(t)$$

$$\Rightarrow \boxed{y_I(t) = (t - 2 + 2e^{-0{,}5t}) \cdot \sigma(t)}$$ $\boxed{2}$

Alternativ: Integration folgender Korrespondenz:

$$\frac{1}{s(s+a)} \bullet\!\!-\!\!\circ\ \frac{1}{a}\left(1 - e^{-at}\right) \Longleftrightarrow \frac{1}{s^2(s+a)} \bullet\!\!-\!\!\circ\ \frac{1}{a}\int \left(1 - e^{-at}\right) \mathrm{d}t$$

$$\Rightarrow y_I(t) = 0,5 \cdot \frac{1}{0{,}5} \int \left(1 - e^{-0{,}5t}\right) = t + 2e^{-0{,}5t} + c$$

Mit $y(0) = 0 \Rightarrow 2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -2$

$$\Rightarrow \boxed{y_I(t) = t - 2 + 2e^{-0,5t}} \text{ für } t \geq 0 \text{ und } y(t) = 0 \text{ für } t < 0$$

Oder:

$$\Rightarrow \boxed{y_I(t) = (t - 2 + 2e^{-0,5t}) \cdot \sigma(t)}$$

II) Mit Hilfe der zeitlichen Verschiebung ($f(t-T) \circ\!\!-\!\!\bullet\, F(s)e^{-sT}$) lässt sich der Summand II direkt aus dem Ergebnis von Summand I herleiten, ohne erneut eine Partialbruchzerlegung durchführen zu müssen:

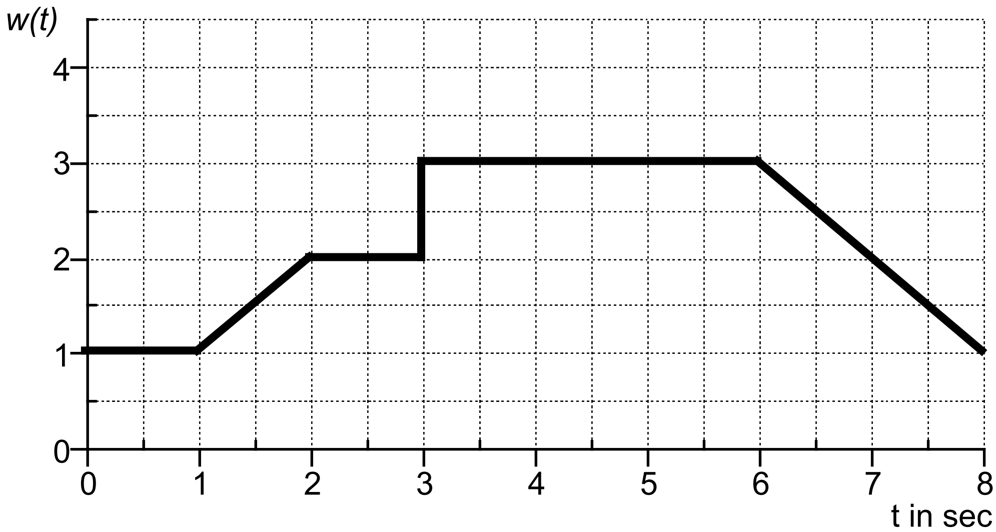
$$y_{II}(t) = ((t-2) - 2 + 2e^{-0,5(t-2)}) \cdot \sigma(t-2)$$ 2

$$\Rightarrow \boxed{y_{II}(t) = (t - 4 + 2e^{-0,5(t-2)}) \cdot \sigma(t-2)}$$ 2

Der Zeitverlauf $y(t)$ berechnet sich aus der Differenz von $y_I(t)$ und $y_{II}(t)$:

$$\Rightarrow \boxed{y(t) = (t - 2 + 2e^{-0,5t}) \cdot \sigma(t) - (t - 4 + 2e^{-0,5(t-2)}) \cdot \sigma(t-2)}$$ 1

c) Durch Überlagerung von zeitlich verschobenen Sprüngen und Rampen ergibt sich folgender Zeitverlauf $w(t)$:



9

$$w(t) = \sigma(t) + (t-1) \cdot \sigma(t-1) - (t-2) \cdot \sigma(t-2) + \sigma(t-3) - (t-6) \cdot \sigma(t-6)$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ sec springt die Funktion $\sigma(t)$ von 0 auf 1. Zu diesem Signal wird zum Zeitpunkt $t = 1$ sec eine Rampenfunktion mit der Steigung von 1 addiert. Da zum Zeitpunkt $t = 2$ sec eine weitere Rampenfunktion von den beiden bisherigen Signalen abgezogen wird, bleibt der Zeitverlauf von $w(t)$ konstant bis zum Zeitpunkt $t = 3$ sec. An dieser Stelle addiert sich eine weitere Sprungfunktion $\sigma(t-3)$ zu den bisherigen Signalen. Bei $t = 6$ sec wird die letzte Rampenfunktion $(t-6) \cdot \sigma(t-6)$ abgezogen, wodurch der Zeitverlauf von $w(t)$ linear mit der Steigung von -1 fällt.

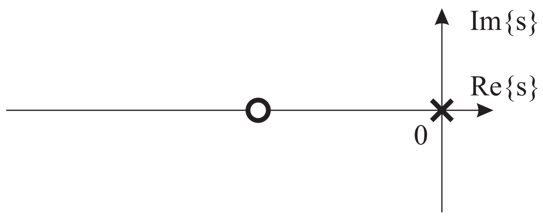
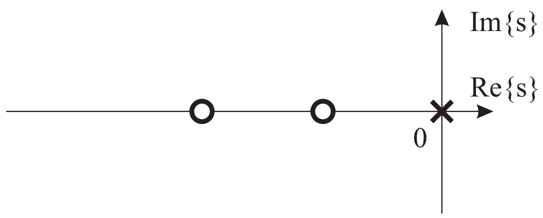
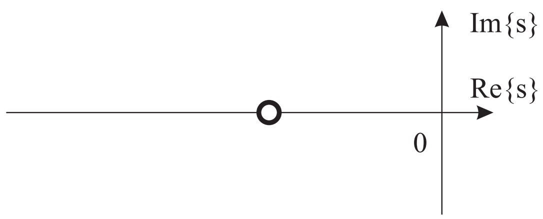
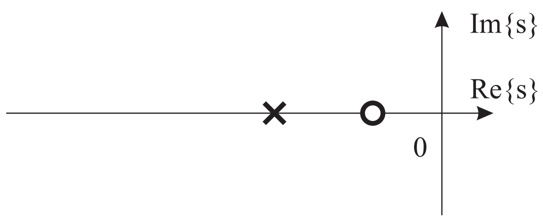
$\sum 28$

Aufgabe 4: Systemidentifikation

In nachfolgender Tabelle werden in der linken Spalte vier Reglerstrukturen vorgegeben. Die rechte Spalte enthält zu jeder Reglerstruktur ein leeres Pol-/Nullstellendiagramm.

a) Zeichnen Sie qualitativ die Pol-/Nullstellenkonfiguration für die jeweils vorgegebene Reglerstruktur. Markieren Sie dazu alle Nullstellen mit einem Kreis und alle Polstellen mit einem Kreuz.

Hinweis: Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von b) bis e) gelöst werden.

PI		1
PID		1
PD		1
PD-T_1 (realer PD-Regler)		1

Ergänzende Bemerkungen:

PI-Regler: $G_R(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = \frac{K_P s + K_I}{s} \Leftrightarrow \frac{s+a}{s}$

PID-Regler: $G_R(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \Leftrightarrow \frac{(s+a)(s+b)}{s}$

PD-Regler: $G_R(s) = K_P + K_D s \Leftrightarrow s + a$

PD-T_1-Regler: $G_R(s) = K_P + \frac{K_D s}{1+Ts} = \frac{(K_P T + K_D)s + K_P}{1+Ts} \Leftrightarrow \frac{s+a}{s+b}$

b) Für den Standardregelkreis mit Proportionalregler sind die vier nachfolgend dargestellten Pol-/Nullstellenverteilungen des **offenen** Regelkreises bekannt. Ermitteln Sie die zugehörigen Übertragungsfunktionen der Regelstrecken (die Streckenverstärkungen können Sie beliebig annehmen).

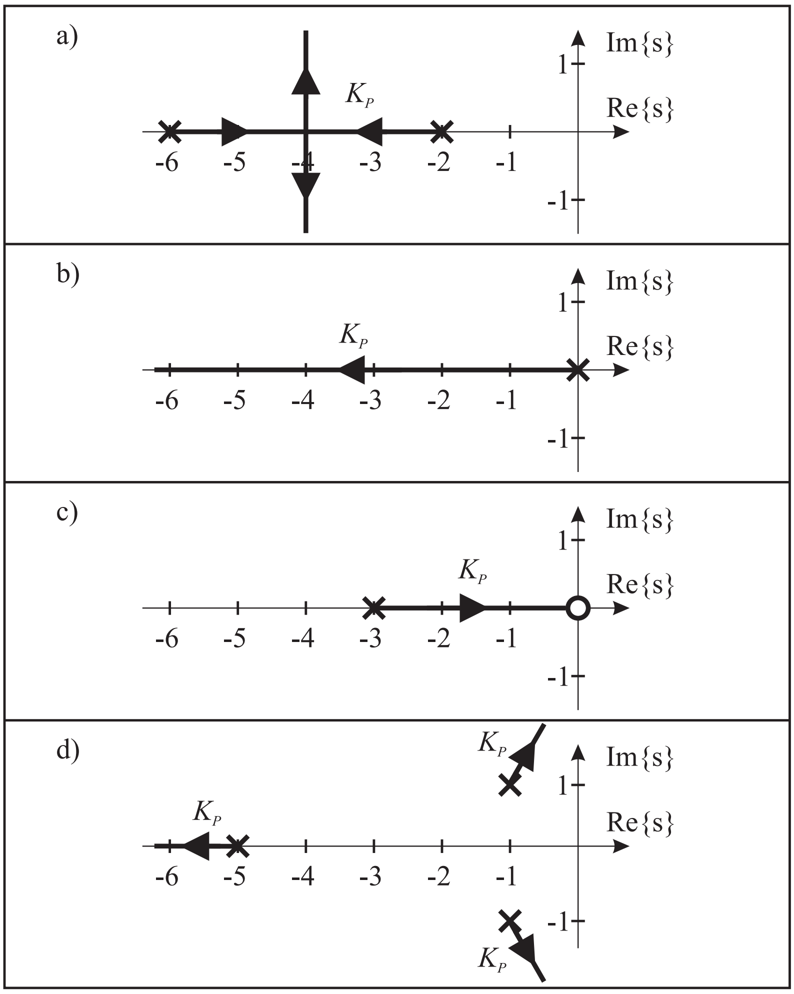
1) $\boxed{G_S(s) = \frac{1}{(s+6)(s+2)}}$ $\boxed{1}$

2) $\boxed{G_S(s) = \frac{1}{s}}$ $\boxed{1}$

3) $\boxed{G_S(s) = \frac{s}{(s+3)}}$ $\boxed{1}$

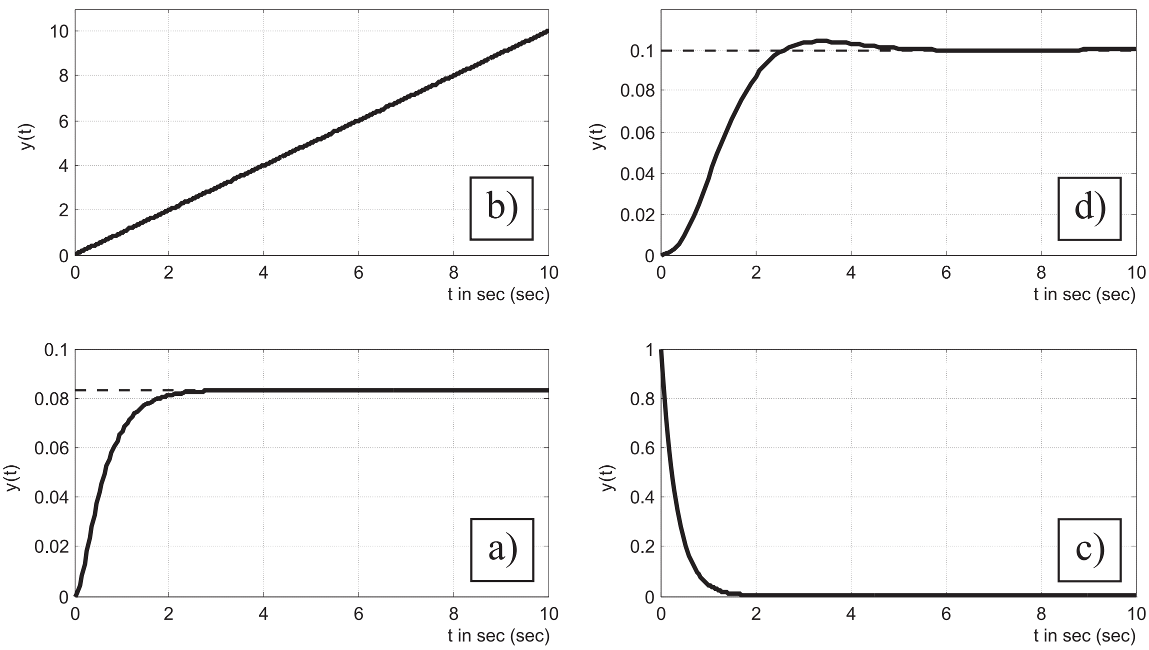
4) $\boxed{G_S(s) = \frac{1}{(s+5)(s^2+2s+2)}}$ $\boxed{1}$

c) Zeichnen Sie qualitativ die Wurzelortskurven in die Diagramme ein.



$\boxed{1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{1}$

d) Ordnen Sie die vier Pol-/Nullstellenverteilungen bzw. Übertragungsfunktionen der jeweiligen Sprungantwort zu.



4

e) Die vier Systeme sollen so geregelt werden, dass die Regelabweichung für $t \to \infty$ verschwindet. Zur Auswahl stehen die folgenden Reglerstrukturen:

1) P
2) PI
3) PI
4) PI_2

Welche Reglerstruktur ist für welches System geeignet? Begründen Sie Ihre Antwort. Jede der aufgelisteten Reglerstrukturen darf nur **einmal** verwendet werden.

System	Reglerstruktur	Begründung	
a)	PI-Regler	Strecke mit globalem P-Verhalten	2
b)	P-Regler	Strecke mit globalem I-Verhalten	2
c)	PI_2-Regler	Strecke mit globalem D-Verhalten	2
d)	PI-Regler	Strecke mit globalem P-Verhalten	2

$\sum 24$