Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

24. Februar 2018

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	20	14	12	18	20	19	17	120
Note:	Ist:								

Dauer der Klausur: 2 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner und 4-seitige Formelsammlung

Aufgabe 1: Verständnisfragen (20 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche Entsprechung hat das Produkt $Y(s) = G(s) \cdot U(s)$ im Zeitbereich?

- ☐ $y(t) = g(t) + u(t)$.
- ☐ $y(t) = g(t) \cdot u(t)$.
- ☐ $y(t) = \int\limits_0^t g(t-\tau)u(\tau)\,d\tau$.

b) Wie beeinflusst die Lage der Nullstellen eines Systems dessen Verhalten?

- ☐ Nullstellen haben keinen Einfluss auf die Stabilität.
- ☐ Sind alle Nullstellen in der linken Halbebene ist das System stabil.
- ☐ Nullstellen in der rechten Halbebene führen zu Nichtphasenminimalität.

c) Totzeitglieder...

- ☐ ...wirken sich günstig auf die Stabilität eines Regelkreises aus.
- ☐ ...haben einen Phasengang der für $\omega \to \infty$ gegen $-\infty$ř strebt.
- ☐ ...reduzieren die Phasenreserve eines Regelkreises.

d) Welches Diagramme haben **keine** Frequenzachse?

- ☐ Zeitverlauf der Sprungantwort.
- ☐ Das Bode-Diagramm (logarithmische Frequenzkennlinien).
- ☐ Die Frequenzgangsortskurve.

e) Welche Bezeichnungen sind in der Regelungstechnik üblich?

- ☐ Mit $e(t)$ wird im Standard-Regelkreis der Regelfehler bezeichnet.
- ☐ Mit $y(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Regelgröße bezeichnet.
- ☐ Mit $u(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Störgöße bezeichnet.

f) Ein Regelkreis weist ein gutes stationäres Verhalten auf, wenn...

- ☐ ...der Frequenzgang der Führungsübertragungsfunktion für $\omega = 0$ gleich 1 ist.
- ☐ ...der Frequenzgang der Störübertragungsfunktion für $\omega = 0$ gleich 0 ist.
- ☐ ...der Frequenzgang der Führungsübertragungsfunktion für $\omega \to \infty$ gleich 1 ist.

g) Kann die Inverse der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s-1}{s+1}$ in der Praxis zur Vorsteuerung verwendet werden?

- ☐ Ja, denn Zähler- und Nennerordnung sind gleich groß.
- ☐ Nein, denn die resultierende Vorsteuerung wäre instabil.
- ☐ Nein, die Inverse muss, um realisiert werden zu können, um einen schnellen Pol ergänzt werden.

h) Was bedeutet Rückkopplung in der Regelungstechnik?

- [ ] Wirkung der Stellgröße auf die Regelgröße.
- [ ] Wirkung der Stellgröße auf die Störgröße.
- [ ] Wirkung der Regelgröße auf die Stellgröße.

i) Welche Übertragungsfunktionen sind identisch zu $G(s) = \dfrac{2s+4}{s^2+4s+3}$?

- [ ] $G(s) = \dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{1+\frac{1}{2}s}{1+\frac{4}{3}s+\frac{1}{3}s^2}$
- [ ] $G(s) = 2 \cdot \dfrac{s+2}{(s+1)^2(s+3)}$
- [ ] $G(s) = \dfrac{1}{s+1} + \dfrac{1}{s+3}$

j) Was gilt für die Sprungantwort $h(t)$ des Systems $G(s) = \dfrac{2s}{s+5}$?

- [ ] $h(t \to \infty) = 1/5, \quad h(t \to 0) = 2$
- [ ] $h(t \to \infty) = 0, \quad h(t \to 0) = 2$
- [ ] $h(t \to \infty) = 2/5, \quad h(t \to 0) = 0$

k) Mehrgrößenregelungen ...

- [ ] ... werden benötigt, wenn mehrere Stell- und Regelgrößen vorliegen, die zudem stark miteinander gekoppelt sind.
- [ ] ... werden in der Regel mit Hilfe von zusätzlichen Entkopplungsreglern entworfen.
- [ ] ... können grundsätzlich nicht mit den bekannten Reglerentwurfsmethoden für einschleifige Regelkreise entworfen werden.

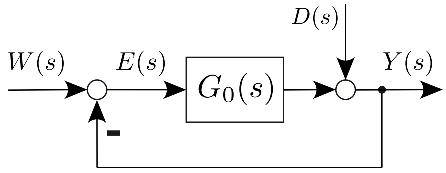
l) Bei einer Steuerung...

- [ ] ... ist keine Rückkopplung vorhanden.
- [ ] ... benötigt man immer eine Messeinrichtung.
- [ ] ... führen nicht messbare Störungen zur Abweichung vom gewünschten Verhalten.

$\sum$ 20

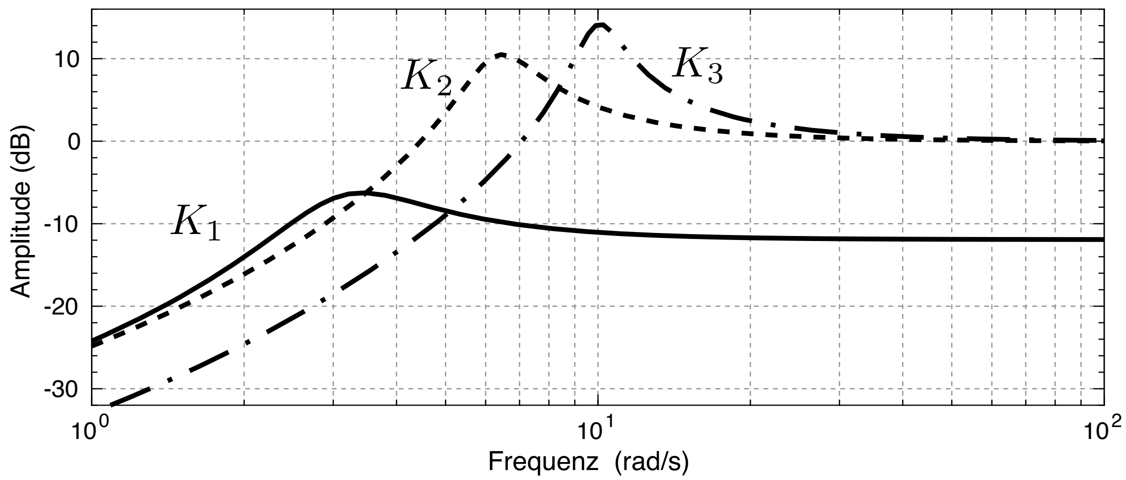
Aufgabe 2: Empfindlichkeitsfunktion (14 Punkte)

Gegeben ist ein Regelkreis mit einer Störung $d(t) = 0{,}1 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ am Ausgang. Die Frequenz der Störung beträgt $\omega = 10\,\text{rad/sec}$.



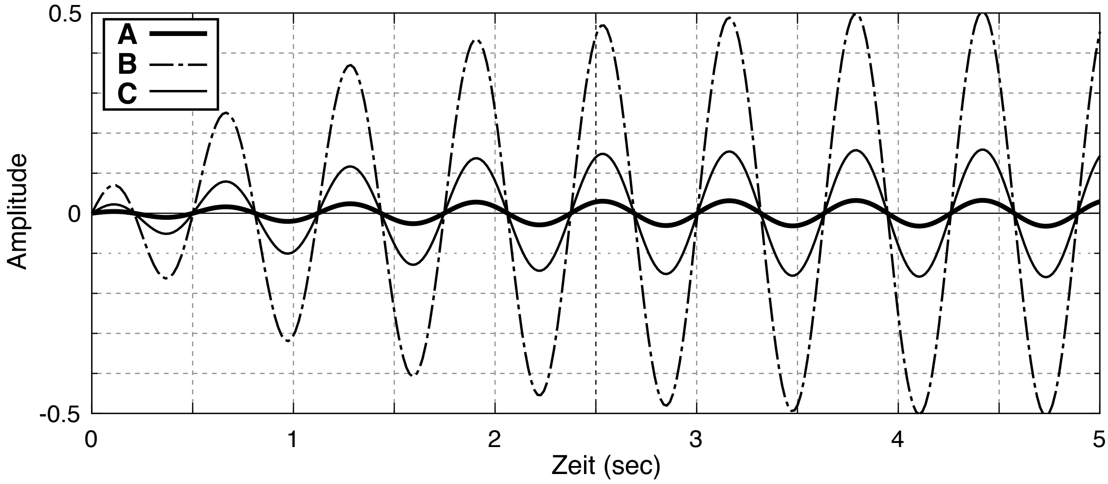
a) Die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises lautet $G_0(s) = \frac{20K_i}{s(s+2)^2}$. Berechnen Sie die Führungs- G_W(s) und Störübertragungsfunktion $G_D(s)$ des geschlossenen Regelkreises und geben Sie die Empfindlichkeitsfunktion $S(s)$ an.

b) Unten sind Amplitudengänge von $S(s)$ für 3 verschiedene K_i dargestellt. Welcher kann **nicht** zum obigen Regelkreis gehören (**kurze Begründung**)?



c) Bei welchem der drei Werte für K_i hat der Regelkreis eine Bandbreite von $\approx 4\,\text{rad/sec}$ (**kurze Begründung**)?

d) Nachfolgend sind Antworten des Regelkreises auf die oben genannte Störung $d(t)$ gegeben. Welche der Antworten gehört zu K_3 (**kurze Begründung**)? Wie heißt der Bereich von $S(s)$, in dem die Störung wirkt und was bedeutet das für die Regelung?



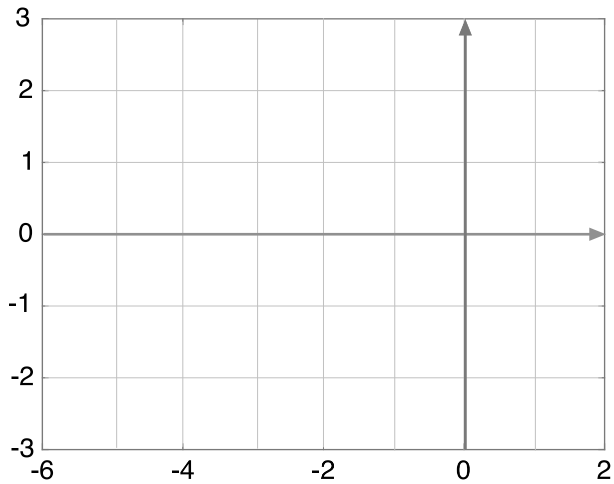
Aufgabe 3: Wurzelortskurve (12 Punkte)

Gegeben sei die Regelstrecke

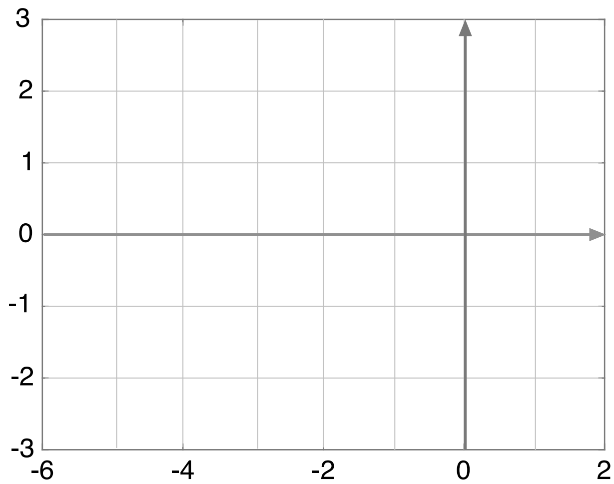
$$G_S = \frac{1-s}{s+1}$$

a) Zeichnen Sie Pole und Nullstellen in die unten angegebenen Diagramme ein und benennen Sie das System.

b) Das System soll mit einem I-Regler $G_R = \frac{K_I}{s}$ geregelt werden. Skizzieren Sie die Wurzelortskurve in das Diagram. Warum ist ein reiner I-Regler ungeeignet?

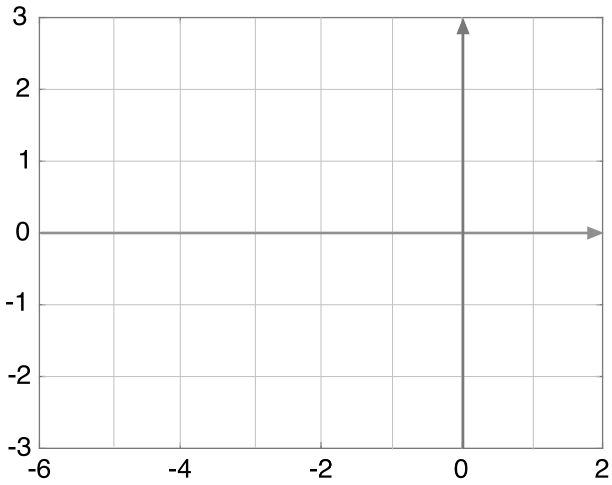


c) Das System soll stattdessen mit einem P-Regler $G_R = K_P$ geregelt werden. Skizzieren Sie auch hier die Wurzelortskurve.



d) Kann K_P so gewählt werden, dass das System schwingungsfähig und stabil ist? Markieren Sie, wenn dies möglich ist, mögliche Pole für diesen Fall in der Wurzelortskurve.

e) Nun soll das System mit einem realen D-Regler $G_R = \frac{K_D}{1+0.2s}$ geregelt werden. Skizzieren Sie auch hier die Wurzelortskurve.

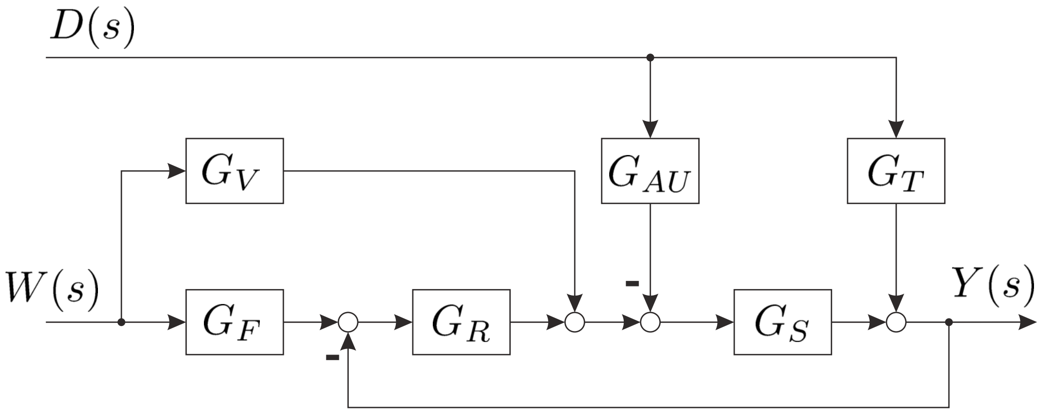


f) Kann nun K_D so gewählt werden, dass der geschlossene Regelkreis stabil und schwingungsfähig ist? Markieren Sie, wenn dies möglich ist, mögliche Pole für diesen Fall in der Wurzelortskurve.

Aufgabe 4: Vorsteuerung und Störgrößenaufschaltung (18 Punkte)

Auf einen Regelkreis bestehend aus einem Regler $G_R(s)$ und der Strecke $G_S(s)$ wirkt eine Störung über die Übertragungsfunktion $G_T(s)$.

Durch eine Störgrößenaufschaltung $G_{AU}(s)$ und eine Vorsteuerung $G_V(s)$ sollen das Stör- und Führungsverhalten verbessert werden. Die Übertragungsfunktion $G_F(s)$ bezeichnet dabei das gewünschte Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises. Es ergibt sich das folgende Blockschaltbild.



Hinweis: Die Aufgabenteile d) und e) können unabhängig gelöst werden.

a) Ermitteln Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ des geschlossenen Regelkreises, nehmen sie dazu für die Störung $D = 0$ an: $Y(s) = G_W(s) \cdot W(s)$

b) Wie muss die Übertragungsfunktion der Vorsteuerung $G_V(s)$ gewählt werden, damit die Regelstrecke ohne Störung ($D(s) = 0$) das gewünschte Führungsverhalten $G_F(s)$ aufweist: $Y(s) = G_F(s) \cdot W(s)$

c) Die Regelstrecke hat die Übertragungsfunktion $G_S(s) = \frac{1}{s+2} \cdot e^{-0{,}5s}$. Die Strecke soll durch die Vorsteuerung $G_V(s)$ fünfmal schneller werden. Schlagen Sie ein geeignetes $G_F(s)$ vor und berechnen Sie $G_V(s)$ (beachten Sie die Totzeit und die gewünschte Streckenverstärkung).

d) Erklären Sie kurz, warum im Blockschaltbild die Führungsgröße mit $G_F(s)$ gefiltert werden muss, um ein gutes Regelverhalten zu erreichen.

e) Die Störung wirkt über die Übertragungsfunktion $G_T(s) = \frac{0{,}5}{s+0{,}5} \cdot e^{-1{,}5s}$. Entwerfen Sie eine geeignete Störgrößenaufschaltung $G_{AU}(s)$. Begründen Sie kurz, warum der Störeinfluss vollständig eliminiert werden kann.

Aufgabe 5: Nyquist (20 Punkte)

Im Folgenden soll das vereinfachte Nyquist Kriterium behandelt werden. Hierzu werden verschiedene Reglerstrukturen eingesetzt. Als Prozess dient ein System 2. Ordnung:

$$G_S(s) = \frac{0{,}01}{s^2 + 0{,}1s + 0{,}01}$$

a) Zuerst soll ein P-Regler mit $K = 4$ verwendet werden. Wie lauten die Anfangs- und Endpunkte ($\omega \to 0$ und $\omega \to \infty$) der zugehörigen Frequenzgangsortskurve. Tragen Sie die Werte in die folgende Tabelle ein.

	$\omega \to 0$	$\omega \to \infty$
Realteil		
Imaginärteil		

b) Skizzieren Sie die Frequenzgangsortskurve in dem vorgegebenen Diagramm. Zeichnen Sie die Punkte aus Aufgabenteil a) exakt ein.

c) Für welche positive K ist der geschlossene Regelkreis stabil?

	untere Grenze	obere Grenze
K		

d) Nun Soll ein PI-Regler mit folgender Form verwendet werden.

$$G_R(s) = K\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$$

$K = 0{,}1$ und $T_I = 0{,}5$ verwendet werden. Bestimmen Sie den Amplitudengang $A(\omega)$ des offenen Regelkreises.

e) Bestimmen Sie die fehlenden Werte des unten stehenden Diagramms. Verwenden Sie wenn nötig den Amplitudengang $A(\omega)$ aus Aufgabenteil d):

ω in rad/s	$\to 0$	0,06	0,1	0,18	$\to \infty$
$\varphi(\omega)$ in Grad	-90^o	-135^o	-180^o	-225^o	-180^o
$A(\omega)$					

f) Skizzieren Sie die Frequenzgangsortskurve in dem vorgegebenen Diagramm. Zeichnen Sie die Punkte aus Aufgabenteil e) exakt ein.

g) Für welche positiven K ist der geschlossene Regelkreis stabil ($T_I = 0{,}5$)?

	untere Grenze	obere Grenze
K		

h) Kreuze sie die korrekten Felder in der folgenden Tabelle an. Hier soll angenommen werden, dass $G_0(s)$ nur stabile Pole besitzt:

	Amplitudenrand < 1	Phasenreserve > 0
Geschlossener Regelkreis stabil		
Geschlossener Regelkreis instabil		

Diagramm für Aufgabenteil b). Hinweis: 1 cm entspricht einer Längeneinheit.

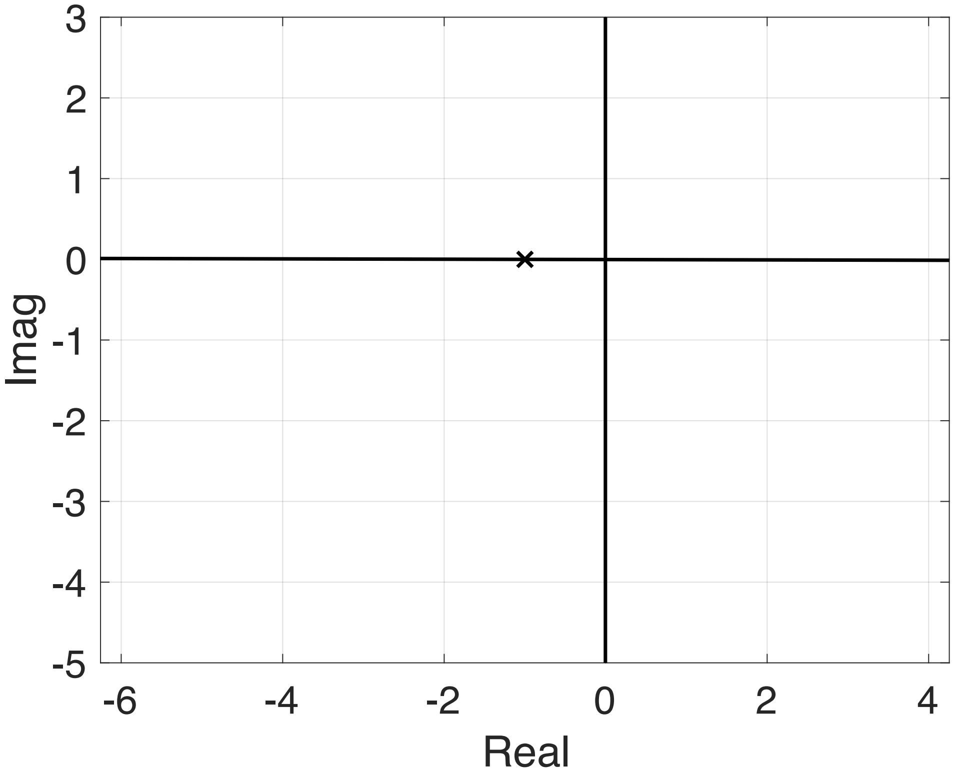
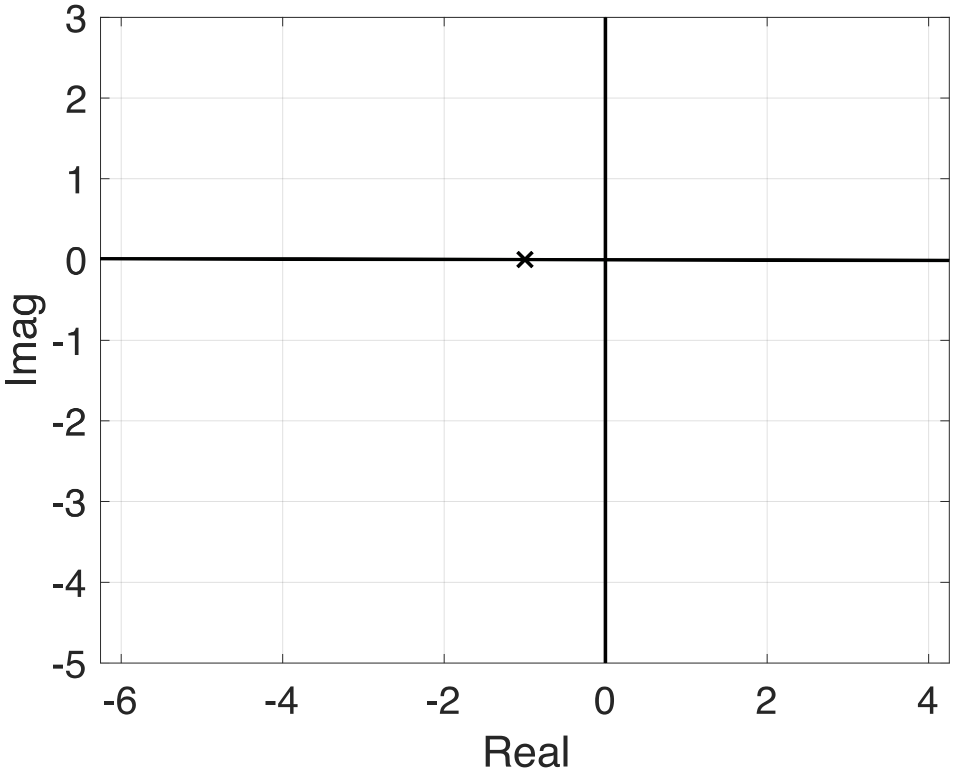


Diagramm für Aufgabenteil f). Hinweis: 1 cm entspricht einer Längeneinheit.

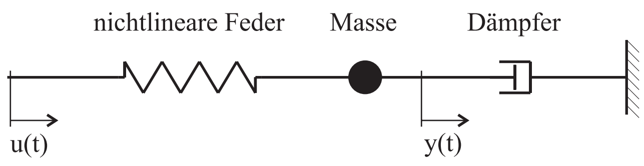


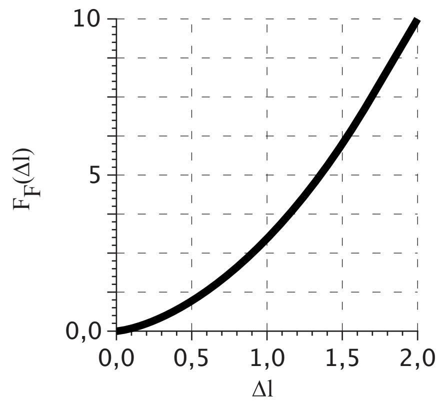
Aufgabe 6: Linearisierung und Laplace-Transformation (19 Punkte)

Gegeben ist ein Feder-Masse-Dämpfer System mit einer nichtlinearen Feder. Die Federkraft $F_F(\Delta l)$ ist eine Funktion der Längenänderung $\Delta l = y - u$. Die Differentialgleichung und die Federkennline $F_F(\Delta l)$ des Systems lauten:

$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + F_F(\Delta l) = 0, \quad \text{mit: } F_F(\Delta l) = \Delta l + 2 \cdot \Delta l^2$$

Das System und die Federkennline $F_F(\Delta l)$ sind nachfolgend dargestellt.





Anmerkung: Alle Aufgabenteile können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Setzen Sie $F_F(\Delta l)$ in die Differentialgleichung ein, und berechnen Sie die Stellgröße u_0, die nötig ist, damit das System stationär die Ausgangsgröße $y_0 = \frac{1}{4}$ einnimmt ($\ddot{y}(t) = 0$, $\dot{y}(t) = 0$). Wählen Sie die Lösung mit dem kleinsten Wert für u_0.

b) Linearisieren Sie die nichtlineare Differentialgleichung um den zuvor berechneten Betriebspunkt (u_0, y_0), und geben Sie die Übertragungsfunktion des linearisierten Sytems $G(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)}$ an.

Anmerkung: Wenn Sie a) nicht gelöst haben, rechnen Sie mit den Variablen u_0, y_0 weiter.

c) Für die weitere Berechnung nehmen Sie folgende Übertragungsfunktion an:

$$G(s) = \frac{4}{s^2 + 4s + 3}$$ Anmerkung: Dies ist nicht die richtige Lösung aus b).

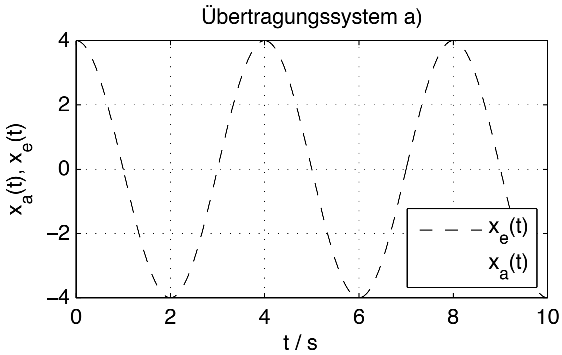
Berechnen Sie die Impulsantwort des Systems im Zeitbereich durch Partialbruchzerlegung und inverse Laplace-Transformation.

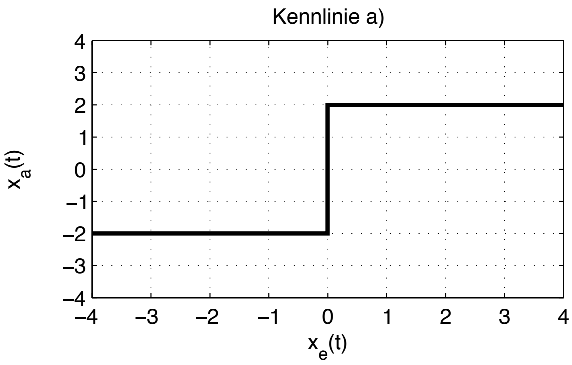
d) Berechnen Sie den Anfangs- und Endwert der *Impulsantwort* aus der Zeitfunktion aus Aufgabenteil c).

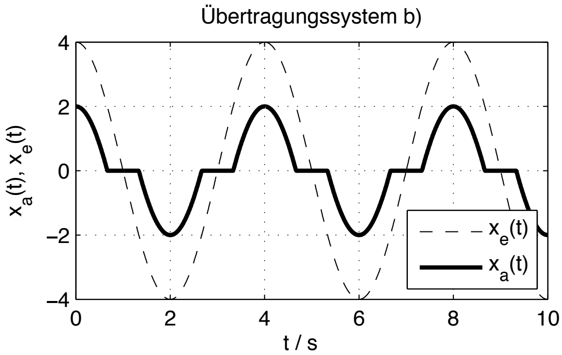
Anmerkung: Wenn Sie c) nicht gelöst haben, berechnen Sie den Anfangs- und Endwert der *Impulsantwort* mit der Übertragungsfunktion aus c) mit dem Anfangs- und Endwertsatz.

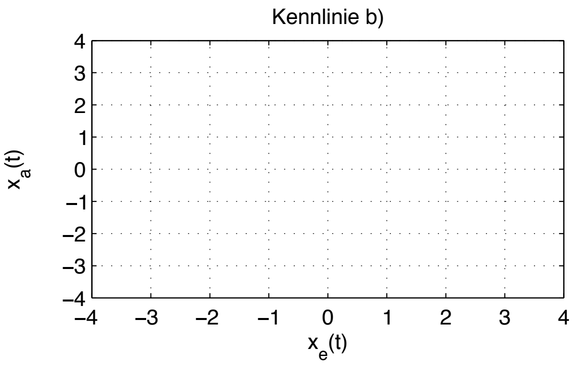
Aufgabe 7: Nichtlineare Kennlinien (17 Punkte)

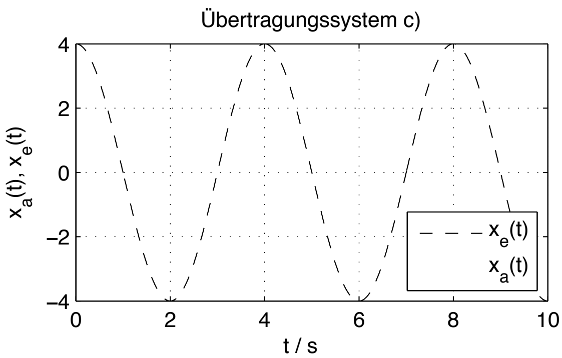
Gegeben sind die Systemantworten $x_a(t)$ nichtlinearer Regelkreiselemente auf ein Eingangssignal $x_e(t)$ oder ein Eingangssignal $x_e(t)$ und die Kennlinie des nichtlinearen Übertragungssystems. Zeichnen Sie die fehlenden Systemantworten (Teilaufgaben a) und d)) und die fehlenden Kennlinien (Teilaufgaben b) und c)) in die vorbereiteten Diagramme.

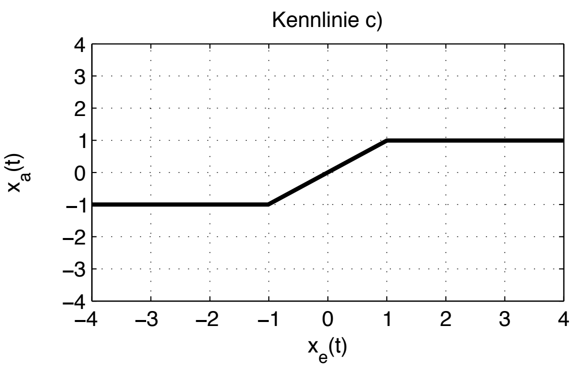


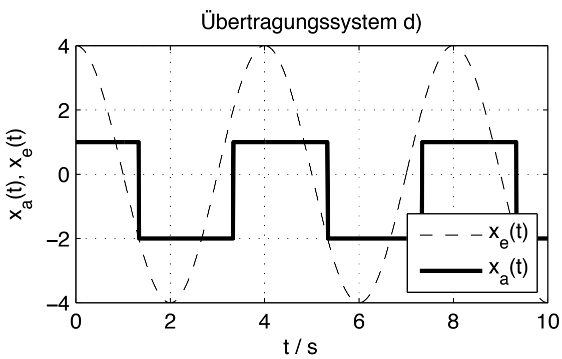


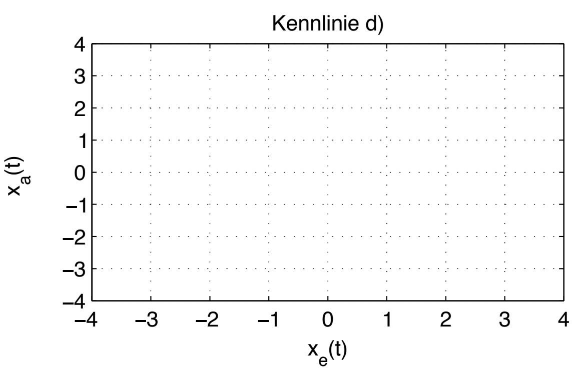












Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen (20 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche Entsprechung hat das Produkt $Y(s) = G(s) \cdot U(s)$ im Zeitbereich?

- [ ] $y(t) = g(t) + u(t)$.
- [ ] $y(t) = g(t) \cdot u(t)$.
- [x] $y(t) = \int\limits_0^t g(t-\tau)u(\tau)\,d\tau$.

b) Wie beeinflusst die Lage der Nullstellen eines Systems dessen Verhalten?

- [x] Nullstellen haben keinen Einfluss auf die Stabilität.
- [ ] Sind alle Nullstellen in der linken Halbebene ist das System stabil.
- [x] Nullstellen in der rechten Halbebene führen zu Nichtphasenminimalität.

c) Totzeitglieder...

- [ ] ...wirken sich günstig auf die Stabilität eines Regelkreises aus.
- [x] ...haben einen Phasengang der für $\omega \to \infty$ gegen $-\infty$ř strebt.
- [x] ...reduzieren die Phasenreserve eines Regelkreises.

d) Welches Diagramme haben **keine** Frequenzachse?

- [x] Zeitverlauf der Sprungantwort.
- [ ] Das Bode-Diagramm (logarithmische Frequenzkennlinien).
- [x] Die Frequenzgangsortskurve.

e) Welche Bezeichnungen sind in der Regelungstechnik üblich?

- [x] Mit $e(t)$ wird im Standard-Regelkreis der Regelfehler bezeichnet.
- [x] Mit $y(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Regelgröße bezeichnet.
- [ ] Mit $u(t)$ wird im Standard-Regelkreis die Störgöße bezeichnet.

f) Ein Regelkreis weist ein gutes stationäres Verhalten auf, wenn...

- [x] ...der Frequenzgang der Führungsübertragungsfunktion für $\omega = 0$ gleich 1 ist.
- [x] ...der Frequenzgang der Störübertragungsfunktion für $\omega = 0$ gleich 0 ist.
- [ ] ...der Frequenzgang der Führungsübertragungsfunktion für $\omega \to \infty$ gleich 1 ist.

g) Kann die Inverse der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{s-1}{s+1}$ in der Praxis zur Vorsteuerung verwendet werden?

- [ ] Ja, denn Zähler- und Nennerordnung sind gleich groß.
- [x] Nein, denn die resultierende Vorsteuerung wäre instabil.
- [ ] Nein, die Inverse muss, um realisiert werden zu können, um einen schnellen Pol ergänzt werden.

h) Was bedeutet Rückkopplung in der Regelungstechnik?

- ☐ Wirkung der Stellgröße auf die Regelgröße.
- ☐ Wirkung der Stellgröße auf die Störgröße.
- ■ Wirkung der Regelgröße auf die Stellgröße.

i) Welche Übertragungsfunktionen sind identisch zu $G(s) = \dfrac{2s+4}{s^2+4s+3}$?

- ■ $G(s) = \dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{1+\frac{1}{2}s}{1+\frac{4}{3}s+\frac{1}{3}s^2}$
- ☐ $G(s) = 2 \cdot \dfrac{s+2}{(s+1)^2(s+3)}$
- ■ $G(s) = \dfrac{1}{s+1} + \dfrac{1}{s+3}$

j) Was gilt für die Sprungantwort $h(t)$ des Systems $G(s) = \dfrac{2s}{s+5}$?

- ☐ $h(t \to \infty) = 1/5, \quad h(t \to 0) = 2$
- ■ $h(t \to \infty) = 0, \quad h(t \to 0) = 2$
- ☐ $h(t \to \infty) = 2/5, \quad h(t \to 0) = 0$

k) Mehrgrößenregelungen ...

- ■ ... werden benötigt, wenn mehrere Stell- und Regelgrößen vorliegen, die zudem stark miteinander gekoppelt sind.
- ■ ... werden in der Regel mit Hilfe von zusätzlichen Entkopplungsreglern entworfen.
- ☐ ... können grundsätzlich nicht mit den bekannten Reglerentwurfsmethoden für einschleifige Regelkreise entworfen werden.

l) Bei einer Steuerung...

- ■ ... ist keine Rückkopplung vorhanden.
- ☐ ... benötigt man immer eine Messeinrichtung.
- ■ ... führen nicht messbare Störungen zur Abweichung vom gewünschten Verhalten.

$\sum$ 20

Aufgabe 2: Empfindlichkeitsfunktion (14 Punkte)

a) Berechnung der Übertragungsfunktionen im geschlossenen Regelkreis:

$$(W - Y) \cdot \frac{20K_i}{s(s+2)^2} + D = Y \Leftrightarrow \frac{20K_i}{s(s+2)^2} \cdot W + D = \left(1 + \frac{20K_i}{s(s+2)^2}\right) Y$$

$$\Leftrightarrow 20K_i W + s(s+2)^2 D = \left(s(s+2)^2 + 20K_i\right) Y$$

$$\Leftrightarrow Y = \underbrace{\frac{20K_i}{s^3 + 4s^2 + 4s + 20K_i}}_{G_W(s)} \cdot W + \underbrace{\frac{s(s^2+4s+4)}{s^3 + 4s^2 + 4s + 20K_i}}_{G_D(s)=S(s)} \cdot D$$

6

b) Verschiedene Begründungen möglich:

- Für Regelkreise mit einem Polüberschuss von $G_0(s)$ von mindestens 2, gilt der **Wasserbetteffekt**: Die Fläche des Amplitudengangs der Empfindlichkeitsfunktion über und unter der 0 dB Linie müssen gleich groß sein. **Bei K_1 nicht erfüllt**, weil dann ein Teil des Amplitudengangs (Mittkopplungsbereich) über der 0 dB Linie liegen müsste.
- Explizite Berechnung des Amplitudengangs $S(\omega \to \infty)$:

$$S(\omega \to \infty) = \lim_{s \to \infty} \frac{s^3 + 4s^2 + 4s}{s^3 + 4s^2 + 4s + 20K_i} = \lim_{s \to \infty} \frac{1 + 4/s + 4/s^2}{1 + 4/s + 4/s^2 + 20K_i/s^3} = 1$$

Damit ist der Amplitudengang für K_1 falsch: $S(\omega \to \infty) = -12\,\text{dB} \neq 1$

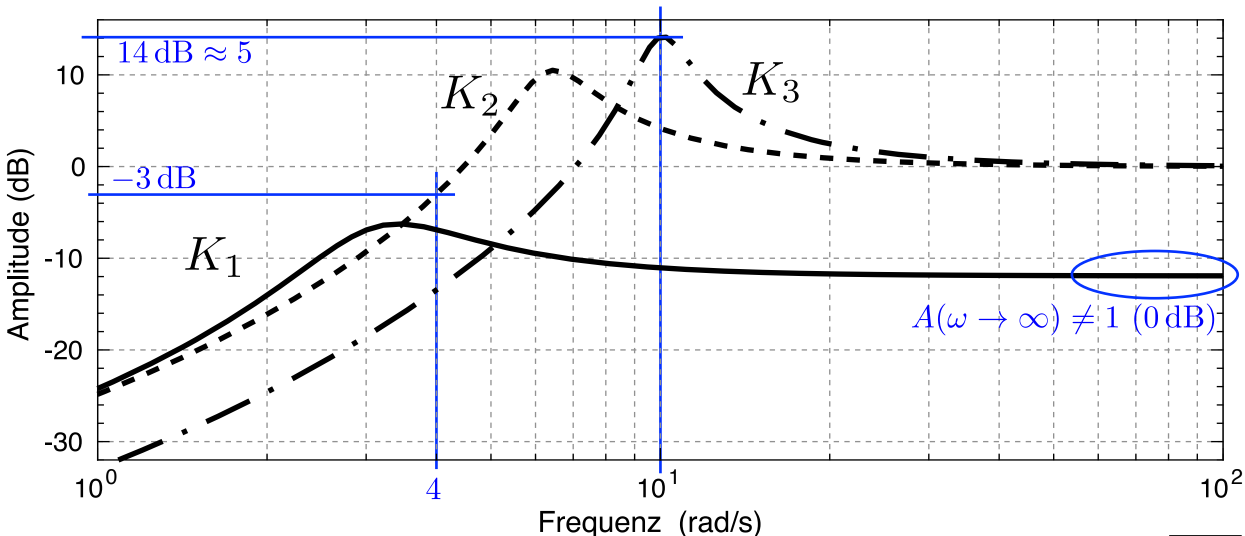
2

c) Die Bandbreite ist definiert als die Frequenz, bei der die Signalleistung halbiert wird. D.h. das Amplitudenverhältnis beträgt dort $1/\sqrt{2}$ was $-3\,\text{dB}$ entspricht. Aus dem Diagramm liest man ab, dass dies bei K_2 bei $\approx 4\,\text{rad/s}$ der Fall ist.

2

d) Aus dem Amplitudendiagramm liest man für K_3 bei der Störfrequenz 10 rad/s einen Wert von $14\,\text{dB} \approx 5$ ab. Damit beträgt die Amplitude der Störung am Ausgang $5 \cdot 0{,}1 = 0{,}5$. Dies trifft für die Kurve **B** zu (nach Einschwingvorgang). Diesen Bereich nennt man **Mitkopplungsbereich**, da die Amplitude der Störung vergrößert wird. Die Regelung verschlechtert hier das Störverhalten

4



$\sum 14$

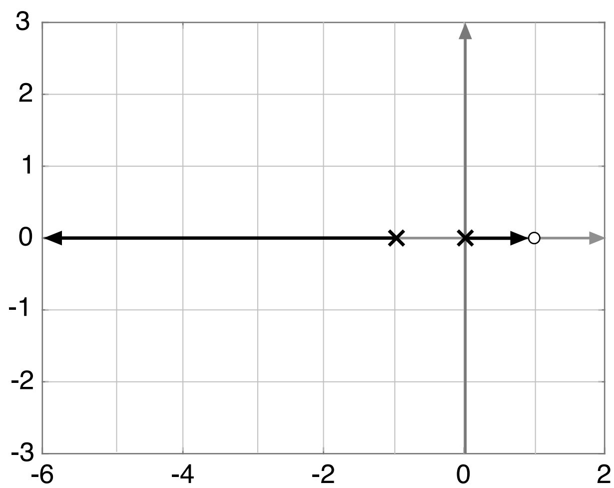
Aufgabe 3: Wurzelortskurve (12 Punkte)

Gegeben sei die Regelstrecke

$$G_s = \frac{1-s}{s+1}$$

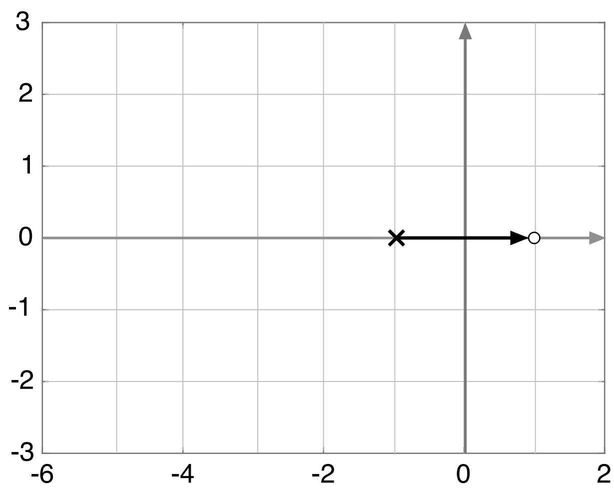
a) Zeichnen Sie Pole und Nullstellen in die unten angegebenen Diagramme und bennen Sie das System.
Pol: -1
Nullstelle: 1.
Das System ist ein Allpass. 2

b) Das System soll mit einem I-Regler $G_R = \frac{K_I}{s}$ geregelt werden. Skizzieren Sie die Wurzelortskurve in das Diagram. Warum ist ein reiner I-Regler ungeeignet?



Der Pol des I-Anteils wird in jedem Fall instabil, sobald $K_I > 0$ gewählt wird. 3

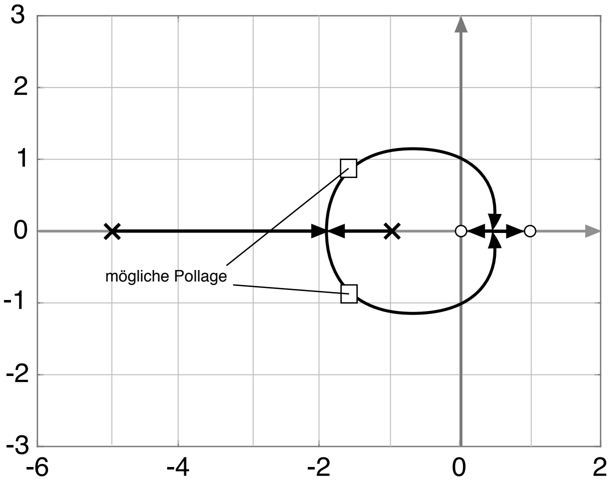
c) Das System soll stattdessen mit einem P-Regler $G_R = K_P$ geregelt werden. Skizzieren Sie auch hier die Wurzelortskurve.



2

d) Kann K_p so gewählt werden, dass das System schwingungsfähig und stabil ist? Markieren Sie, wenn dies möglich ist, mögliche Pole für diesen Fall in der Wurzelortskurve.
Dies ist nicht möglich, da alle Äste der WOK auf der reelen Achse liegen. $\boxed{1}$

e) Nun soll das System mit einem realen D-Regler $G_R = \frac{K_D}{1+0.2s}$ geregelt werden. Skizzieren Sie auch hier die Wurzelortskurve.



$\boxed{3}$

f) Kann nun K_D so gewählt werden, dass der geschlossene Regelkreis stabil und schwingungsfähig ist? Markieren Sie, wenn dies möglich ist, mögliche Pole für diesen Fall in der Wurzelortskurve.
Das ist möglich und durch die Vierecke in der Abbildung der WOK gekennzeichnet. $\boxed{1}$

Aufgabe 4: Vorsteuerung und Störgrößenaufschaltung (18 Punkte)

a) Ermittlung der Übertragungsfunktion $G_W(s)$:

Aus dem Blockschaltbild liest man ab:

$$\begin{aligned}
&[(G_F \cdot W - Y) \cdot G_R + G_V \cdot W] \cdot G_S = Y \\
&\Leftrightarrow G_F \cdot G_R \cdot G_S \cdot W - G_R \cdot G_S \cdot Y + G_V \cdot G_S \cdot W = Y \\
&\Leftrightarrow Y + G_R \cdot G_S \cdot Y = (G_F \cdot G_R \cdot G_S + G_V \cdot G_S) \cdot W \\
&\Leftrightarrow G_W = \frac{Y}{W} = \frac{G_F \cdot G_R \cdot G_S + G_V \cdot G_S}{1 + G_R \cdot G_S} = \frac{G_S \cdot (G_F \cdot G_R + G_V)}{1 + G_R \cdot G_S}
\end{aligned}$$ 5

b) Ermittlung der Vorsteuerung $G_V(s)$:

$$\begin{aligned}
&G_F \overset{!}{=} \frac{G_F \cdot G_R \cdot G_S + G_V \cdot G_S}{1 + G_R \cdot G_S} \\
&\Leftrightarrow G_F + \cancel{G_F \cdot G_R \cdot G_S} = \cancel{G_F \cdot G_R \cdot G_S} + G_V \cdot G_S \\
&\Rightarrow G_V = \frac{G_F}{G_S}
\end{aligned}$$ 3

c) Der Pol des vorgesteuerten Systems soll bei -10 liegen, eine Totzeit kann bei der Vorsteuerung nicht entfernt werden, muss daher in G_F verbleiben. Mit der Forderung nach einer Verstärkung von 1 ($Y = W$ für $t \to \infty$) ergibt sich:

$$G_F = \frac{10}{s+10} \cdot e^{-0{,}5s}$$

Daraus ergibt sich für die Vorsteuerung G_V:

$$G_V = \frac{G_F}{G_S} \Rightarrow G_V = \frac{10(s+2) \cdot \cancel{e^{-0{,}5s}}}{(s+10) \cdot \cancel{e^{-0{,}5s}}} = \frac{10(s+2)}{s+10}$$ 4

d) G_F ist nötig, da das gesteuerte System nicht exakt einer Führungsgrößenänderung folgen kann ($G_F = 1$), sondern nur verzögert oder, wie z.B. hier, durch die Totzeit verschoben. Daher würde auch bei einer perfekt ausgelegten Steuerung immer ein Regelfehler auftreten, die Regelung unerwünschterweise eingreifen und somit das Systemverhalten verschlechtern. 3

e) Aus dem Diagramm können die Kopplungs- und Entkopplungspfade direkt abgelesen werden:

$$-G_{AU} \cdot \underbrace{\frac{1}{s+2} \cdot e^{-0{,}5s}}_{G_S} \cdot \cancel{D} + \underbrace{\frac{0{,}5}{s+0{,}5} \cdot e^{-1{,}5s}}_{G_T} \cdot \cancel{D} = 0 \Rightarrow G_{AU} = \frac{G_T}{G_S} = \frac{0{,}5(s+2)}{s+0{,}5} \cdot e^{-s}$$

Die Störgrößenaufschaltung eliminiert den Störeinfluss zum einen vollständig, da keine zusätzlichen schnellen Polstellen hinzugefügt werden müssen, um sie realisierbar zu machen. Weiterhin ist Sie nur exakt möglich, weil die Totzeit von G_T größer ist als die von G_S (pos. Totzeit von G_{AU}, Exponent der e-Funktion negativ!). 3

$\sum$ 18

Aufgabe 5: Nyquist (20 Punkte)

Im Folgenden soll das vereinfachte Nyquist Kriterium behandelt werden. Hierzu werden verschiedene Reglerstrukturen eingesetzt. Als Prozess dient ein System 2. Ordnung:

$$G_S(s) = \frac{0{,}01}{s^2 + 0{,}1s + 0{,}01}$$

a) Wie lauten die Anfangs- und Endpunkte ($\omega \to 0$ und $\omega \to \infty$) der zugehörigen Frequenzgangsortskurve.
Die Amplitude des Anfangswerts ergibt sich aus der Verstärkung des Systems:

$$\begin{aligned}\lim_{s\to 0} s \cdot G_S(s) \cdot K \cdot \frac{1}{s} &= \lim_{s\to 0} G_S(s) \cdot K \\ &= \lim_{s\to 0} \frac{0{,}01K}{s^2 + 0{,}1s + 0{,}01} \\ &= \frac{0{,}01K}{0{,}01} \\ &= K\end{aligned}$$

Da weder I- noch D-Verhalten vorliegt, liegt die Phasenverschiebung für $\varphi(\omega \to 0)$ bei 0^o. Daraus folgt:

$$\begin{aligned}\mathrm{Re} &= A(\omega)\cos(\varphi(\omega)) = K = 4 \\ \mathrm{Im} &= A(\omega)\sin(\varphi(\omega)) = 0\end{aligned}$$

Für einen Polüberschuss von 2 ergibt sich eine Phasenabsenkung von $\varphi(\omega \to \infty) = -180^o$. Der Amplitudengang hat eine Steigung von -40dB/Dekade für $\omega \to \infty$. Daher strebt $A(\omega \to \infty)$ gegen $-\infty$ dB bzw. 0. Daraus folgt:

$$\begin{aligned}\mathrm{Re} &= A(\omega)\cos(\varphi(\omega)) = 0 \\ \mathrm{Im} &= A(\omega)\sin(\varphi(\omega)) = 0\end{aligned}$$

	$\omega \to 0$	$\omega \to \infty$
Realteil	4	0
Imaginärteil	0	0

2

b) Skizzieren Sie die Frequenzgangsortskurve in dem vorgegebenen Diagramm. Zeichnen Sie die Punkte aus Aufgabenteil a) exakt ein.
Lösung in nachfolgendem Diagramm. 3

c) Für welche positive K ist der geschlossene Regelkreis stabil?
Der Regelkreis ist strukturstabil, da die Frequanzgangsortskurve nur durch zwei Quadranten läuft und somit den Punkt $(-1, 0)$ nicht umschlingen kann.

	untere Grenze	obere Grenze
K	0	∞

1

d) Bestimmen Sie den Amplitudengang $A(\omega)$ des offenen Regelkreises mit PI-Regler.
Ersetze s mit $i\omega$:

$$
\begin{aligned}
A(\omega) &= \left| \frac{0{,}01}{(i\omega)^2 + 0{,}1 i\omega + 0{,}01} K \left(1 + \frac{1}{T_I i\omega}\right) \right| \\
&= \left| \frac{0{,}01K}{(i\omega)^2 + 0{,}1 i\omega + 0{,}01} \left(\frac{T_I i\omega}{T_I i\omega} + \frac{1}{T_I i\omega}\right) \right| \\
&= \left| \frac{0{,}01K\,(T_I i\omega + 1)}{((i\omega)^2 + 0{,}1 i\omega + 0{,}01)\,T_I i\omega} \right| \\
&= \left| \frac{0{,}01KT_I i\omega + 0{,}01K}{T_I (i\omega)^3 + 0{,}1 T_I (i\omega)^2 + 0{,}01 T_I i\omega} \right| \\
&= \left| \frac{0{,}01K + i \cdot 0{,}01KT_I\omega}{-0{,}1T_I\omega^2 + i \cdot (-T_I\omega^3 + 0{,}01T_I\omega)} \right| \\
&= \frac{\sqrt{(0{,}01K)^2 + (0{,}01KT_I\omega)^2}}{\sqrt{(-0{,}1T_I\omega^2)^2 + (-T_I\omega^3 + 0{,}01T_I\omega)^2}}
\end{aligned}
$$

3

e) Bestimmen Sie mit Hilfe des Amplitudengangs $A(\omega)$ die fehlenden Werte des unten stehenden Diagramms:
Die Werte für $A(\omega \to 0)$ und $A(\omega \to \infty)$ müssen nicht explizit berechnet werden, da diese aus dem asymptotischen Verhalten des Amplitudengangs ermittelt werden können.

ω in rad/s	$\to 0$	0,06	0,1	0,18	$\to \infty$
$\varphi(\omega)$ in Grad	-90^o	-135^o	-180^o	-225^o	-180^o
$A(\omega)$	∞	3,8	2,0	0,4	0

4

f) Skizzieren Sie die Frequenzgangsortskurve in dem vorgegebenen Diagramm. Zeichnen Sie die Punkte aus Aufgabenteil e) exakt ein.
Lösung in nachfolgendem Diagramm.

4

g) Für welche positiven K ist der geschlossene Regelkreis stabil (für $T_I = 0{,}5$)?
Für $K = 0{,}1$ schneidet die Frequenzsgangsortskurve bei 2 die Reelle Achse bei $\varphi(\omega) = -180^o$. Daraus folgt eine Amplitudenrand $k_\mathrm{R} = 0{,}5$. D.h. bei einer Verstärkung $K < 0{,}05$ ergibt sich ein stabiler Regelkreis.

	untere Grenze	obere Grenze
K	0	0,05

1

h) Kreuze sie die korrekten Felder in der folgenden Tabelle an. Hier soll angenommen werden, dass $G_0(s)$ nur stabile Pole besitzt:

	Amplitudenrand < 1	Phasenreserve > 0
Geschlossener Regelkreis stabil		X
Geschlossener Regelkreis instabil	X	

2

Diagramm für Aufgabenteil b). Ein qualitativ ähnliches Ergebnis zwischen Anfang und Endpunkt ergibt ebenfalls volle Punktzahl.

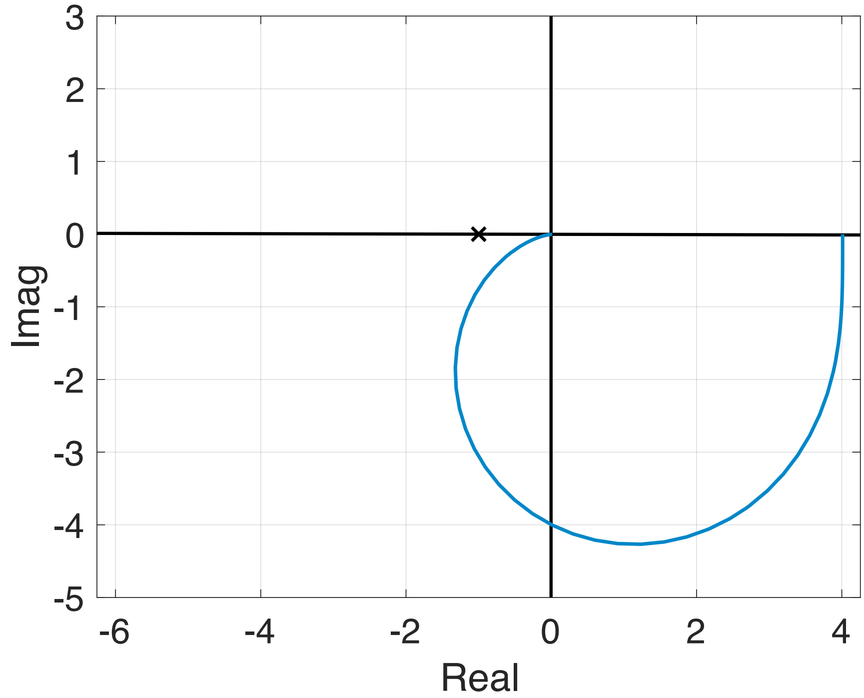
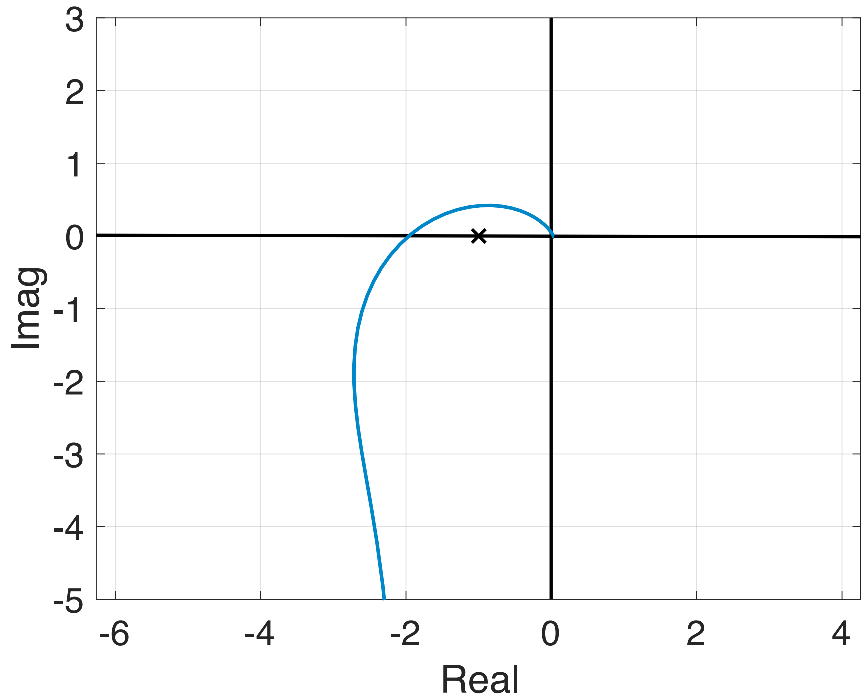


Diagramm für Aufgabenteil f). Ein qualitativ ähnliches Ergebnis zwischen Anfang und Endpunkt ergibt ebenfalls volle Punktzahl.



$\boxed{\sum 20}$

Aufgabe 6: Linearisierung und Laplace-Transformation

a) Berechnung der Stellgröße u_0 für den stationären Betriebspunkt $y_0 = 1$:

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + (y-u) + 2(y-u)^2 = 0$$

Mit $\ddot{y} = \dot{y} = 0$:

$$(y_0 - u_0) + 2(y_0 - u_0)^2 = 0 \Leftrightarrow (y_0 - u_0) \cdot (1 + 2(y_0 - u_0)) = 0$$ 1

$$\Leftrightarrow y_0 - u_0 = 0 \text{ und } 1 + 2(y_0 - u_0) = 0 \Leftrightarrow u_0 = y_0 \text{ und } u_0 = y_0 + \frac{1}{2}$$

Mit $y_0 = \frac{1}{4}$:

$$\Rightarrow \boxed{u_0 = \frac{1}{4}} \quad \text{und } u_0 = \frac{3}{4}$$ 2

b) Die nichtlineare Differentialgleichung

$$F = \ddot{y} + 3\dot{y} + (y-u) + 2(y-u)^2 = 0$$

wird linearisiert durch

$$\left.\frac{\partial F}{\partial \ddot{y}}\right|_{\Delta l=0} \Delta\ddot{y} + \left.\frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\right|_{\Delta l=0} \Delta\dot{y} + \left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_{\Delta l=0} \Delta y + \left.\frac{\partial F}{\partial u}\right|_{\Delta l=0} \Delta u = 0$$

Berechnung der partiellen Ableitungen:

$$\left.\frac{\partial F}{\partial \ddot{y}}\right|_{\Delta l=0} = 1, \quad \left.\frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\right|_{\Delta l=0} = 3, \quad \left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_{\Delta l=0} = 1 + 4(y_0 - u_0) = 1$$ 6

$$\left.\frac{\partial F}{\partial u}\right|_{\Delta l=0} = -1 - 4(y_0 - u_0) = -1$$

Damit ergibt sich die linearisierte Differentialgleichung:

$$\Delta\ddot{y} + 3\Delta\dot{y} + \Delta y - \Delta u = 0 \Leftrightarrow \boxed{\Delta\ddot{y} + 3\Delta\dot{y} + \Delta y = \Delta u}$$ 1

Die Übertragungsfunktion lautet daher:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 1}$$ 1

c) Berechnung der Partialbruchzerlegung (mit $s^2 + 4s + 3 = (s+1)(s+3)$):

$$Y(s) = G(s) \cdot 1 = \frac{4}{(s^2 + 4s + 3)} = \frac{4}{(s+1)(s+3)} = \frac{B_1}{s+1} + \frac{B_2}{s+3}$$ 1

Die Koeffizienten B_i berechnen sich mit den Polen p_i nach:

$$B_i = [Y(s) \cdot (s - p_i)]_{s=p_i}$$

$$B_1 = \left[(s+1) \cdot \frac{4}{(s+1)(s+3)}\right]_{s=-1} = \frac{4}{-1+3} \Rightarrow \boxed{B_1 = 2}$$ 1

$$B_2 = \left[(s+3) \cdot \frac{4}{(s+1)(s+3)}\right]_{s=-3} = \frac{4}{-3+1} \Rightarrow \boxed{B_2 = -2}$$ 1

Durch inverse Laplace-Transformation (Korrespondenztabelle) ergibt sich:

$$Y(s) = \frac{2}{s+1} - \frac{2}{s+3} \bullet\!\!-\!\!\circ \boxed{y(t) = \left(2e^{-t} - 2e^{-3t}\right) \cdot \delta(t)}$$ 3

d) Für $t \to \infty$ und $t \to 0$ ergeben sich aus dem unter c) ermittelten Zeitverlauf:

$$y(t \to \infty) = (2e^{-\infty} - 2e^{-\infty}\cdot)\delta(\infty) = (2 \cdot 0 - 2 \cdot 0) \Rightarrow \boxed{y(t \to \infty) = 0}$$ 1

$$y(t \to 0) = (2e^{-0} - 2e^{-0}\cdot)\delta(0) = (2 \cdot 1 - 2 \cdot 1) \cdot 1 \Rightarrow \boxed{y(t \to 0) = 0}$$ 1

Mit Anfangs- und Endwertsatz:

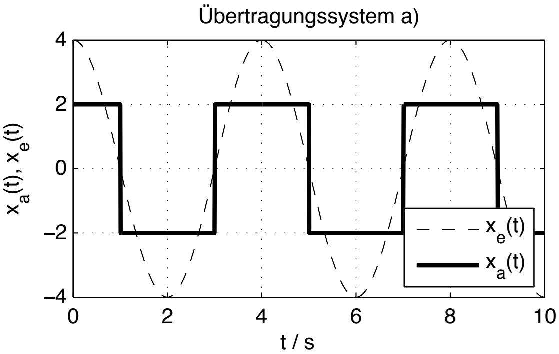
$$y(t \to \infty) = \lim_{s\to 0} s \cdot Y(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot (\frac{2}{s+1} - \frac{2}{s+3}) = 0 \cdot (\frac{2}{1} - \frac{2}{3}) = 0$$ 1

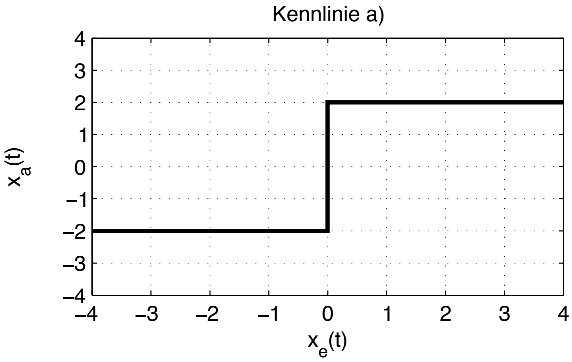
$$y(t \to 0) = \lim_{s\to \infty} s \cdot Y(s) = \lim_{s\to \infty} s \cdot (\frac{2}{s+1} - \frac{2}{s+3}) = \infty \cdot (\frac{2}{\infty} - \frac{2}{\infty}) = 0$$ 1

$\sum 19$

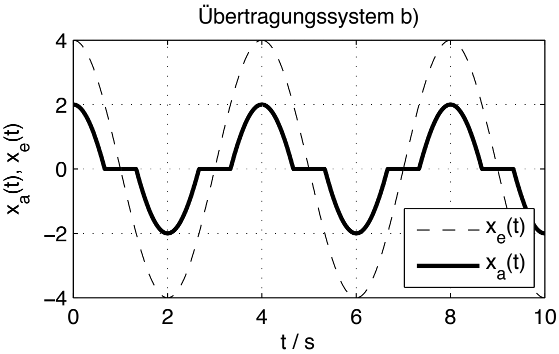
Aufgabe 7: Nichtlineare Kennlinien

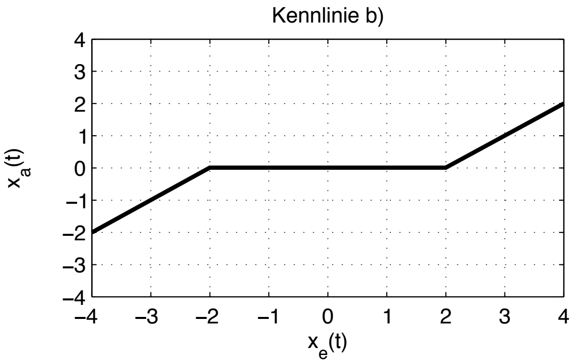
a) Gegeben sind die Systemantworten $x_a(t)$ nichtlinearer Regelkreiselemente auf ein Eingangssignal $x_e(t)$ oder ein Eingangssignal $x_e(t)$ und die Kennlinie des nichtlinearen Übertragungssystems. Zeichnen Sie die fehlenden Systemantworten (Teilaufgaben a) und d)) und die fehlenden Kennlinien (Teilaufgaben b) und c)) in die vorbereiteten Diagramme.



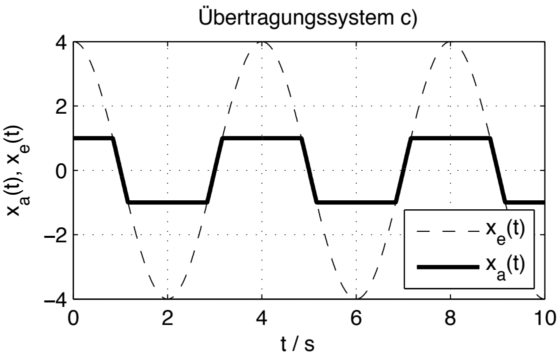


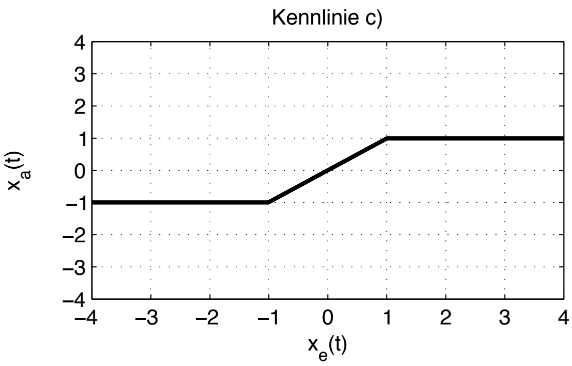
4



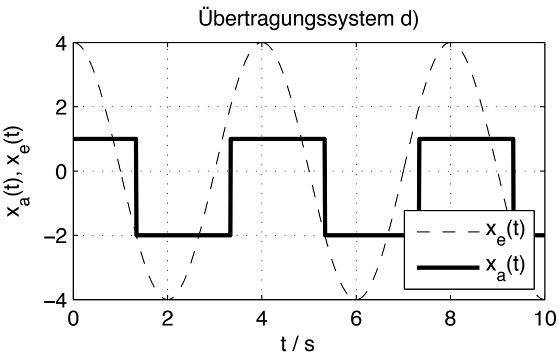


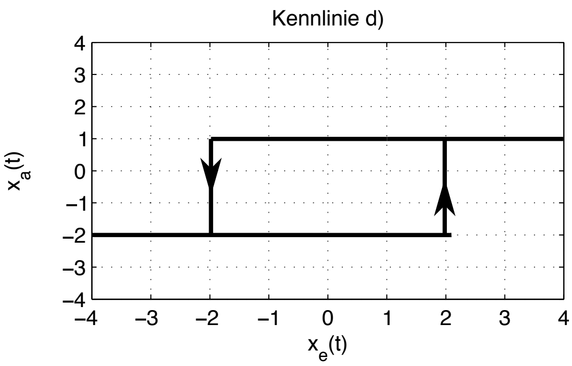
4





4





5

$\sum 17$