Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

20. Februar 2019

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	23	18	19	12	14	14	20	120
Note:	Ist:								

Dauer der Klausur: 2 Stunden

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner und 4-seitige Formelsammlung

Aufgabe 1: Verständnisfragen (23 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche der Systeme sind **nicht**phasenminimal?

- ☐ $G(s) = \frac{10(s-1)}{(s+2)(s+5)}$.
- ☐ $G(s) = \frac{1}{(s+1)} \cdot e^{-0{,}2s}$.
- ☐ $G(s) = \frac{2s}{(s+2)^3(s+5)}$.

b) Welches Hilfsmittel ist nicht geeignet, um die Stabilität eines Standardregelkreises mit Totzeit zu prüfen?

- ☐ Der Amplituden- und Phasenrand.
- ☐ Das Hurwitzkriterium.
- ☐ Das Nyquistkriterium.

c) Wie lautet die **ideale** Vorsteuerung für die Strecke $G(s) = \frac{s+1}{(s+5)^2} \cdot e^{-2s}$?

- ☐ $\frac{s+5}{s+1} \cdot e^{-2s}$
- ☐ $\frac{(s+5)^2}{s+1} \cdot e^{-2s}$
- ☐ $\frac{(s+5)^2}{s+1} \cdot e^{2s}$

d) Wie lauten **realisierbare** Vorsteuerungen für $G(s) = \frac{s+1}{(s+5)^2} \cdot e^{-2s}$, wenn der zukünftige Verlauf der Führungsgröße unbekannt ist?

- ☐ $\frac{5(s+5)}{s+1}$
- ☐ $\frac{(s+5)^2}{(s+1)(1+Ts)}$, mit $T \to 0$
- ☐ $\frac{(s+5)^2}{(s+1)(1+Ts)} \cdot e^{2s}$, mit $T \to 0$

e) Woran erkennt man, ob ein System globales I-Verhalten hat?

- ☐ Die Frequenzgangortskurve beginnt ($\omega = 0$) im Ursprung.
- ☐ Die Impulsantwort hat einen endlichen Endwert ($\neq 0$).
- ☐ Der Phasengang beginnt ($\omega \to 0$) mit -90° (einfaches I-Verhalten).

f) Woran erkennt man einen stabilen Regelkreis?

- ☐ Nach einer endlichen Erregung durch eine Führungsgröße nimmt die Regelgröße ebenfalls einen endlichen Endwert ein.
- ☐ Nach einer endlichen Erregung durch eine Führungsgröße klingt die Regelgröße auf Null ab.
- ☐ Nach einer impulsartigen Erregung durch eine Führungsgröße klingt die Regelgröße auf Null ab.

g) Was gilt für die Empfindlichkeitsfunktion eines Regelkreises?

- [ ] Die Empfindlichkeitsfunktion wird durch den Regler beeinflusst.
- [ ] Sie ist identisch mit der Übertragungsfunktion von Führungsgröße zu Stellgröße ($w \to u$).
- [ ] Sie ist identisch mit der Störübertragungsfunktion ($d \to y$).

h) Welches Verhalten kann bei Verwendung eines Zweipunktreglers mit Hysterese beobachtet werden?

- [ ] Es tritt eine Dauerschwingung der Regelgröße auf, deren Frequenz von der Hysteresebreite abhängt.
- [ ] Es tritt eine Dauerschwingung der Regelgröße auf, deren Frequenz von der Breite und Höhe der Hysterese unabhängig ist.
- [ ] Es tritt keine Dauerschwingung der Regelgröße auf, sondern die Regelgröße nähert sich stets asymptotisch dem Sollwert an.

i) Was ist ein Smith-Prädiktor?

- [ ] Eine spezielle Regelkreisstruktur, die auch bei Systemen mit Totzeit einen Reglerentwurf basierend auf den Polen des Regelkreises erlaubt (z.B. mit Hurwitz).
- [ ] Eine Regelkreisstruktur, die ein Modell der Regelstrecke benötigt.
- [ ] Ein Verfahren zur Bestimmung der Länge der Totzeit einer Regelstrecke.

j) Was versteht man unter einer Hammerstein- oder Wiener-Struktur?

- [ ] Ein System, das sich in eine Reihenschaltung aus einem linearen dynamischen und einem nichtlinearen statischen Teilsystem zerlegen lässt.
- [ ] Besondere Reglerstrukturen für den optimalen Reglerentwurf.
- [ ] Bei der Wiener-Struktur geht das Eingangssignal zunächst durch lineares dynamisches und dann durch ein nichtlineares statisches Teilsystem.

k) Nichtlineare Systeme haben folgende Eigenschaften:

- [ ] Sie können genauso wie lineare Systeme zum einfacheren Reglerentwurf mit der Laplace-Transformation in den Frequenzbereich übertragen werden.
- [ ] Die Stabilität kann von der Amplitude des Eingangssignal abhängen.
- [ ] In einer Reihenschaltung von nichtlinearen Systemen hat die Reihenfolge der Systeme keinen Einfluss auf das Gesamtübertragungsverhalten.

l) Wenn ein lineares System mit Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz angeregt wird, gilt:

- [ ] Die Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangssignal kann von der Amplitude des Eingangssignals abhängig sein.
- [ ] Frequenz und Signalform am Ein- und Ausgang können sich unterscheiden.
- [ ] Das Verhältnis von Aus- und Eingangsamplitude ist ausschließlich von der Frequenz abhängig.

m) Welche dieser Systeme sind nichtlinear?

- ☐ Totzeit $\left(y(t) = u(t - T_t), \text{ bzw. } G(s) = e^{-T_t s}\right)$
- ☐ Sättigung (z.B. Stellgrößenbegrenzung)
- ☐ Coulombsche (trockene) Reibung (konstante aber richtungsabhängige Kraft)

n) Wie kann man bei Reglern das sogenannte *Windup* verhindern?

- ☐ Durch Begrenzen des D-Anteils im Regler.
- ☐ Durch Verwenden eines Reglers ohne Integrator.
- ☐ Durch Begrenzen des I-Anteils im Regler.

Aufgabe 2: Zuordnungsaufgabe (18 Punkte)

Gegeben sind folgende Systeme $G_1(s)$ - $G_{14}(s)$:

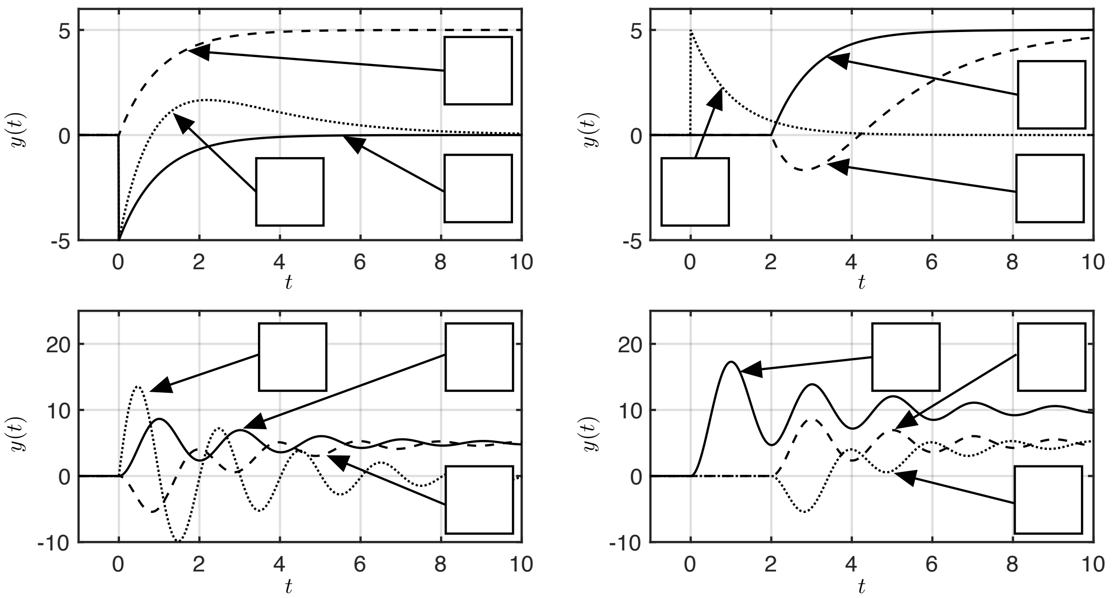
$$G_1(s)=\frac{5}{s+1} \quad G_2(s)=\frac{5\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2} \quad G_3(s)=\frac{5\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2}e^{-2s} \quad G_4(s)=\frac{10\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2}$$

$$G_5(s)=\frac{10}{s+1} \quad G_6(s)=\frac{5}{s+1}e^{-2s} \quad G_7(s)=\frac{1}{s}\frac{10\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2}$$

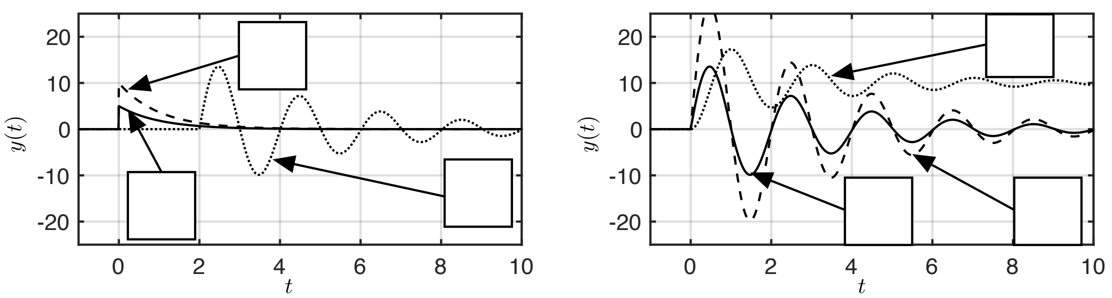
$$G_8(s)=s\frac{-5}{s+1} \quad G_9(s)=s\frac{10\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2} \quad G_{10}(s)=\frac{5\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2}\frac{-s+0.5}{s+0.5} \quad G_{11}(s)=\frac{5}{s+1}\frac{-s+0.5}{s+0.5}e^{-2s}$$

$$G_{12}(s)=s\frac{5}{s+1} \quad G_{13}(s)=s\frac{5}{s+1}\frac{-s+0.5}{s+0.5} \quad G_{14}(s)=\frac{5\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2}\frac{-s+0.5}{s+0.5}e^{-2s}$$

a) Unten stehend sehen Sie 12 Sprungantworten. Ordnen Sie jede Sprungantwort einem System von oben zu indem sie die Nummer des Systems in das dafür vorgesehene Kästchen schreiben.



b) Unten stehend sehen Sie 6 Impulsantworten. Ordnen Sie jede Impulsantwort einem System von oben zu indem sie die Nummer des Systems in das dafür vorgesehene Kästchen schreiben. Verwenden Sie hierfür nur die Systeme $G_1(s)$ - $G_7(s)$.

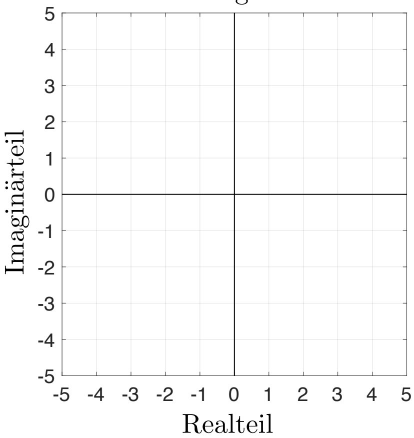


Aufgabe 3: Wurzelortskurve (19 Punkte)

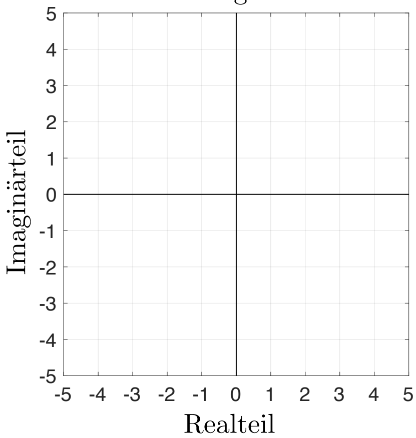
Gegeben ist das System $G(s) = \frac{1}{s^2+1}$, welches mit einem P-, I-, D- und DT_1-Regler geregelt werden soll. Der Pol des DT_1-Reglers liegt bei $p = -3$.

a) Skizzieren Sie die vier, sich ergebenden Wurzelortskurven in die unten gegebenen Diagramme. Geben Sie die Asymptotenschnittpunkte für das System mit DT_1-Regler an und markieren Sie diese im Diagramm. Hierfür können Sie folgende Formel benutzen: $s_A = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} p_i - \sum\limits_{i=1}^{m} n_i}{n-m}$.

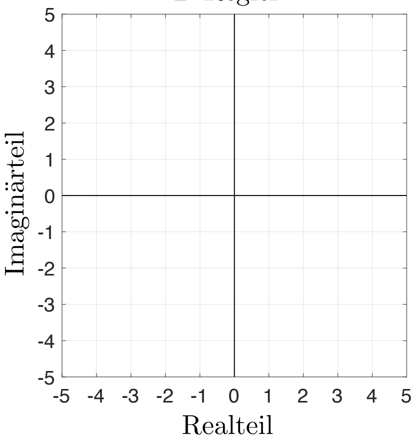
P-Regler



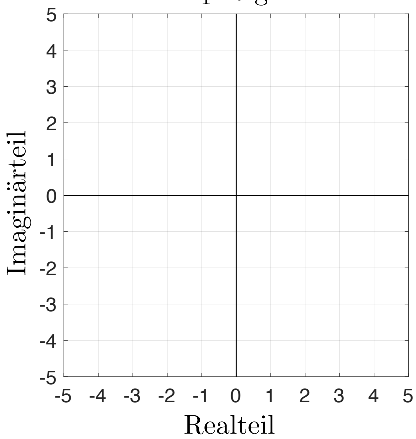
I-Regler



D-Regler



DT_1-Regler



b) ergänzenden Sie folgende Tabelle indem Sie die zutreffenden Antwort („ja“ oder „nein“) in das entsprechende Feld eintragen.

Reglertyp:	P	I	D	DT_1
Ist der geschlossene Regelkreis schwingungsfähig für $K \to \infty$?				
Ist der geschlossene Regelkreis (grenz-) stabil für $K > 0$?				
Ist der Regler realisierbar?				

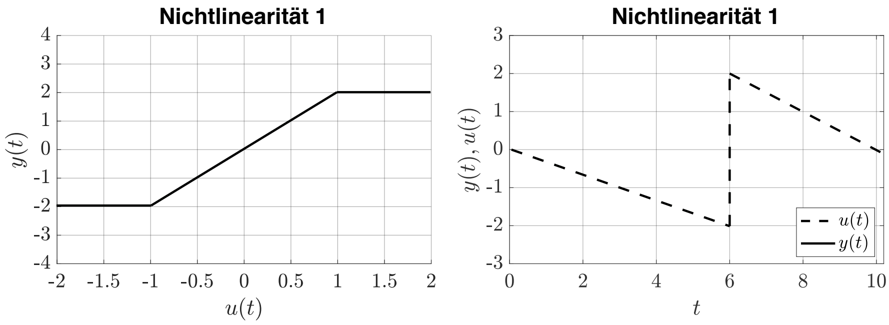
Hinweis: Jede korrekte Antwort gibt 1/2 Punkt, jede Falsche gibt -1/2 Punkt. Sie können jedoch in diesem Aufgabenteil keine negativen Punkte sammeln.

Aufgabe 4: Nichtlineare Systeme (12 Punkte)

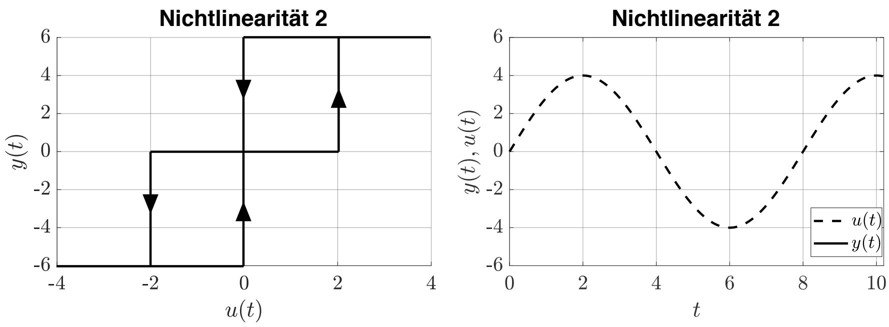
Gegeben ist folgendes nichtlineares System:

Es werden nun vier verschiedene Nichtlinearitäten für den nichtlinearen Block verwendet. Ergänzen Sie in den dargestellten Diagrammen für jede dieser Nichtlinearitäten die fehlende Größe (Ausgang für a) und b) und nichtlineare Kennlinie für c) und d)).

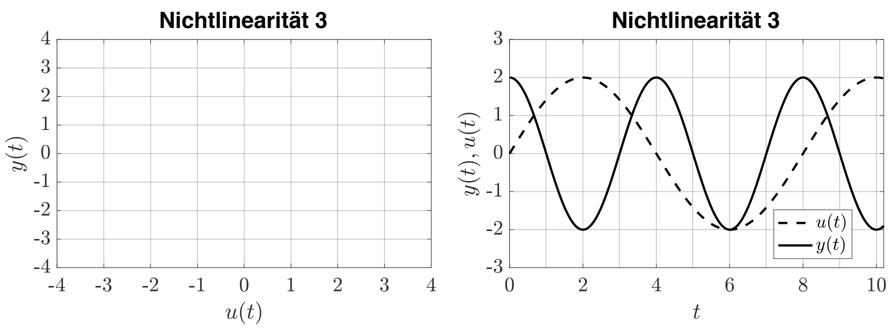
a)



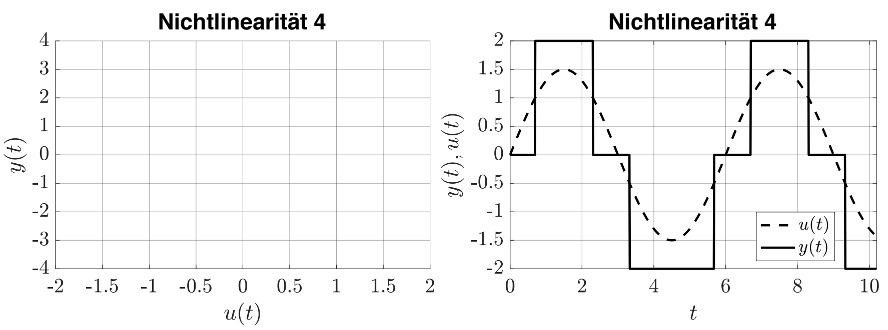
b)



c)



d)



Aufgabe 5: Steuerung nichtphasenminimaler Systeme (14 Punkte)

Gegeben ist das nichtphasenminimale System

$$G(s) = \frac{1 - s}{(s + a)(s + b)(s + c)},$$

welches genutzt werden soll, um Steuerungen auszulegen.
Hinweis: Achten Sie bei der Auslegung der Steuerungen darauf, dass diese realisierbar sind.

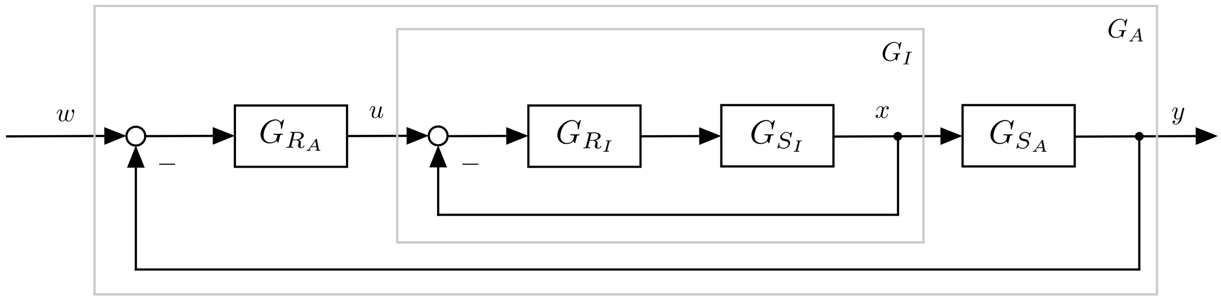
a) Legen Sie eine optimale Steuerung für das vorliegende System aus, und stellen Sie die Übertragungsfunktion $G_w(s)$ für das gesteuerte System auf. Instabile Nullstellen des Systems sollen dabei ignoriert werden.

b) Eine weitere Möglichkeit zur Auslegung der Steuerung nichtphasenminimaler Systeme beruht darauf, die bestmögliche Amplitudenwiedergabe zu erreichen. Legen Sie die Steuerung nach diesem Kriterium aus und stellen Sie die Übertragungsfunktion auf.

c) Alternativ kann für die Steuerung die bestmögliche Phasenwiedergabe als Auslegungskriterium verwendet werden. Legen Sie die Steuerung nach diesem Kriterium aus, und stellen Sie die Übertragungsfunktion auf.

Aufgabe 6: Kaskadenregelung (14 Punkte)

Gegeben ist der abgebildete Regelkreis mit innerer und äußerer Rückkopplung:



Die Übertragungsfunktionen der Regler und Strecken sind gegeben mit:

$$G_{SI}(s) = \frac{1}{1+5\,s}$$
$$G_{RI}(s) = K_P$$
$$G_{SA}(s) = \frac{1}{1+s}$$

a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen, inneren Regelkreises. Wie wird das System bezeichnet $(P, PI, PD, PT_1, \ldots)$?

b) Betrachten Sie zunächst lediglich den inneren Regelkreis $G_I(s)$. Berechnen Sie, ob bei einem Sprung der Größe u eine bleibende Regelabweichung $u - x$ auftritt.

c) Wählen Sie einen der beiden folgenden Regler für den äußeren Regelkreis. Begründen Sie Ihre Wahl.

$$G_{RA,1}(s) = K \cdot \frac{1+T_I s}{T_I s}$$
$$G_{RA,2}(s) = K \cdot \frac{1+T_D s}{1+T s}$$

Für die folgenden Aufgabenteile sei $T_I = T_D = T = 1$ gegeben.

d) Berechnen Sie den offenen Regelkreis $G_0(s)$ für die gesamte Kaskadenregelung $w \to y$.

e) Berechnen Sie, ob bei einem Sprung der Führungsgröße w eine bleibende Regelabweichung im äußeren Regelkreis auftritt.

f) Nehmen Sie an, dass der innere Regelkreis den Strom und der äußere Regelkreis die Position einer elektrischen Maschine regelt. Darf eine bleibende Regelabweichung für den inneren oder den äußeren Regelkreis auftreten?

Aufgabe 7: Bode-Plot PT_1 (20 Punkte)

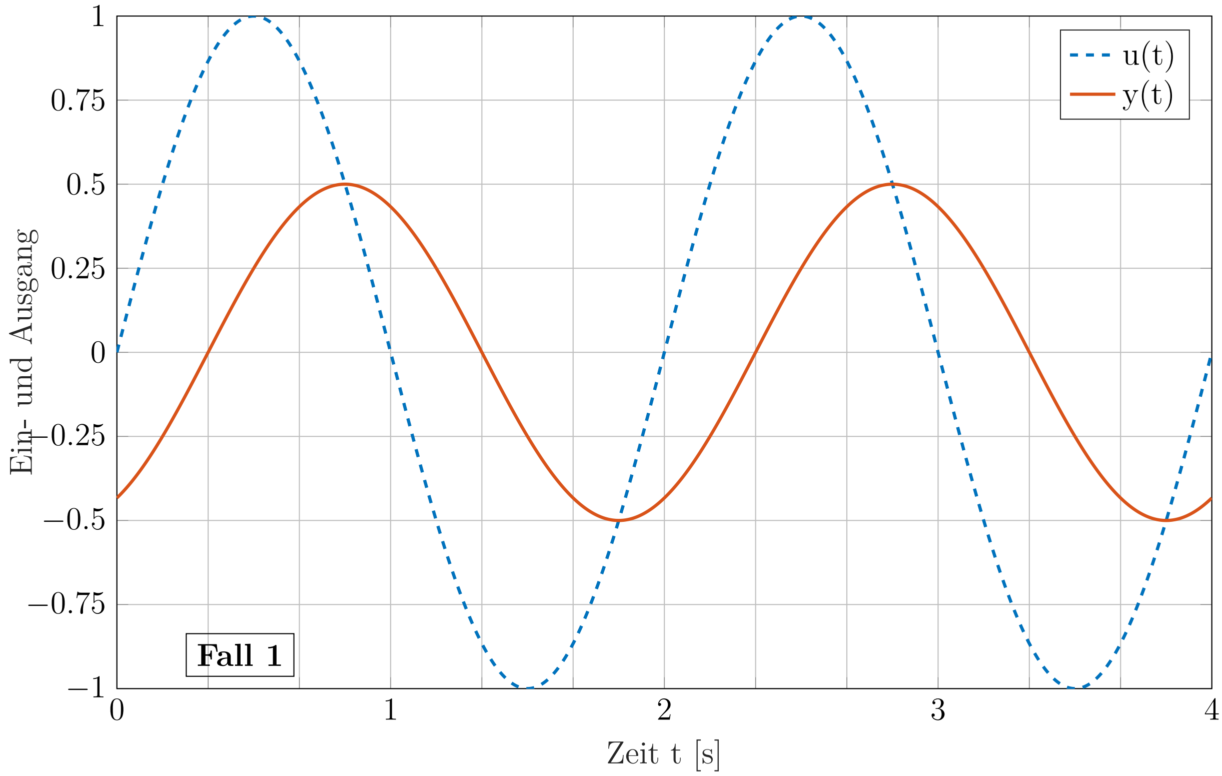
Gegeben ist folgendes PT_1-System,

$$G(s) = \frac{1{,}8}{s + 1{,}8}$$

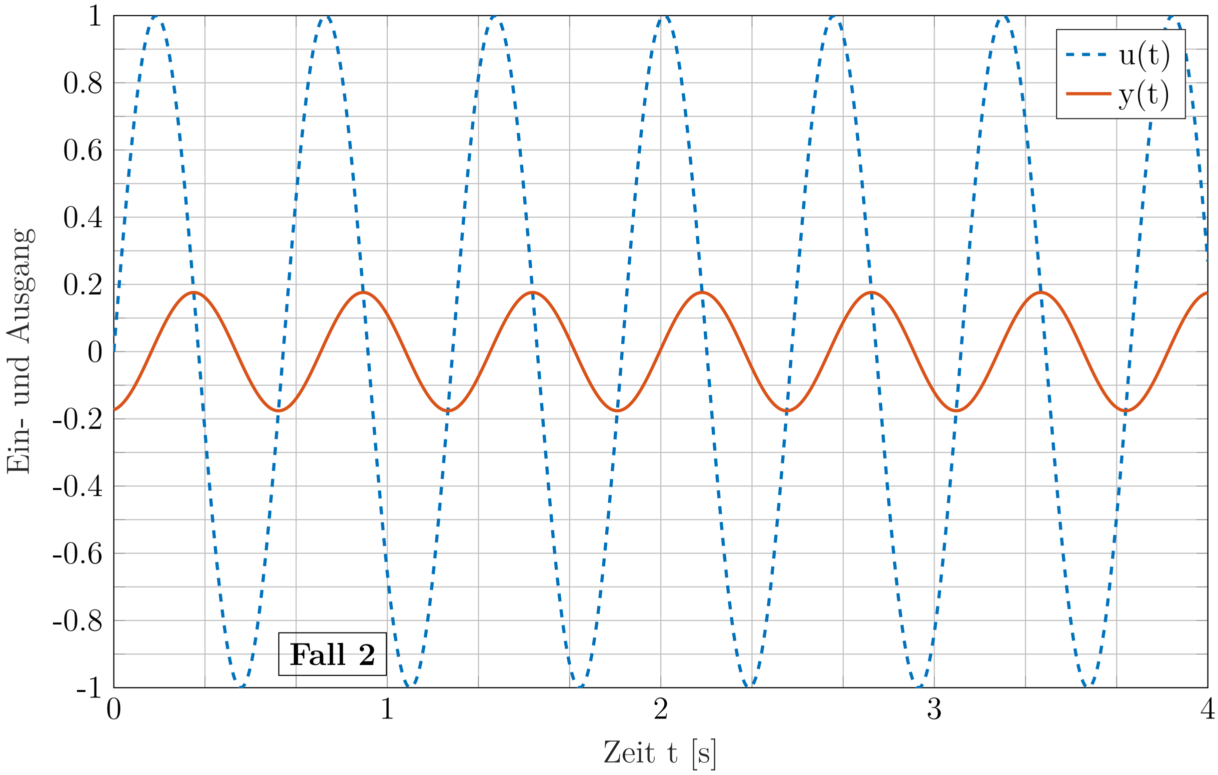
und die Aufzeichnungen des Ausganges $y(t)$ für den Eingang $u(t) = \sin(\omega_s t)$. Die Aufzeichnungen geben nur das Verhalten des eingeschwungenen Systemes wieder.

a) Berechnen Sie die Eckfrequenz ω_e des Systemes $G(s)$.

b) Ermitteln Sie die Frequenz ω_{s1}, die Amplitudenverstärkung $A(\omega_{s1})$ und die Phasenverschiebung $\varphi(\omega_{s1})$ für das gegebene Ausgangssignal (Fall 1).



c) Ermitteln Sie die Frequenz ω_{s2}, die Amplitudenverstärkung $A(\omega_{s2})$ und die Phasenverschiebung $\varphi(\omega_{s2})$ für das gegebene Ausgangssignal (Fall 2).

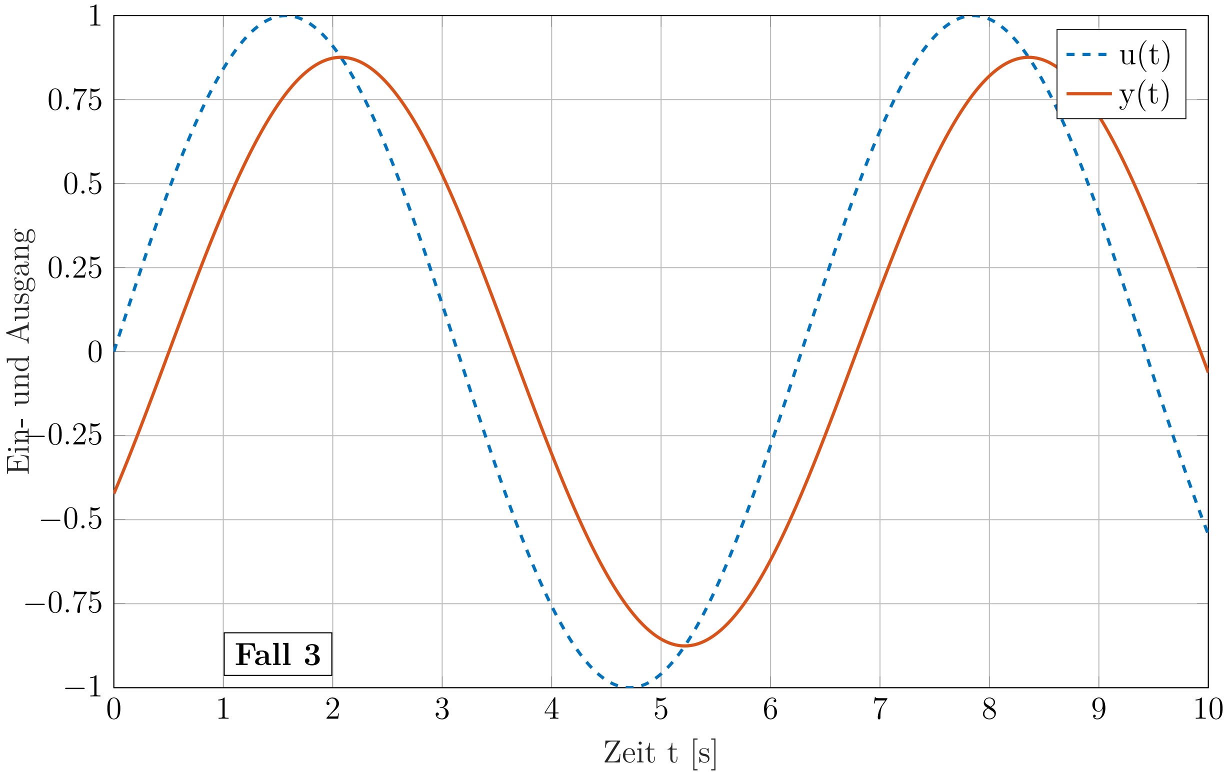


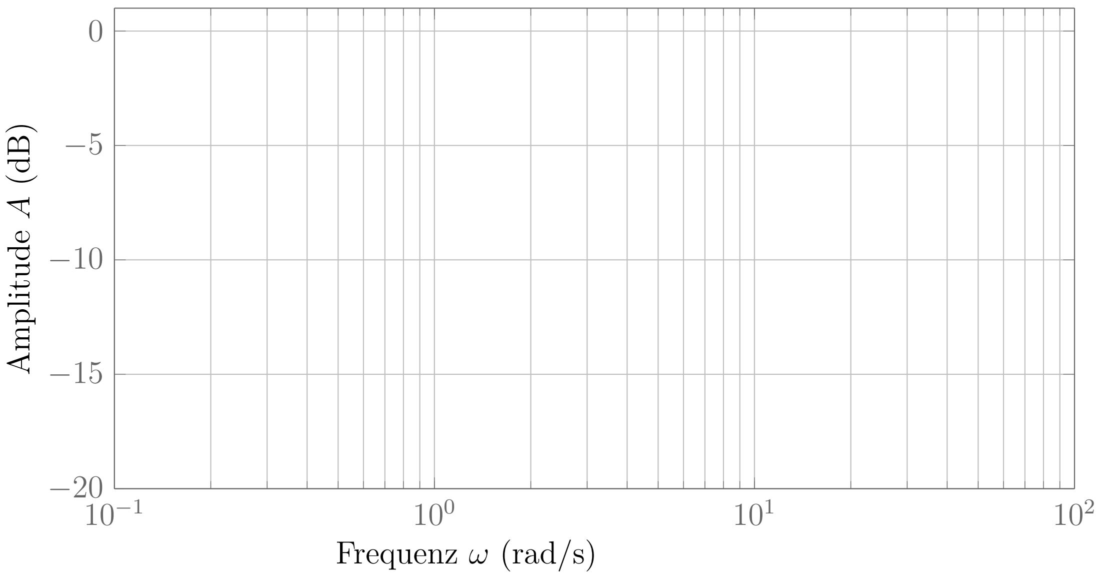
d) Ermitteln Sie die Frequenz ω_{s3}, die Amplitudenverstärkung $A(\omega_{s3})$ und die Phasenverschiebung $\varphi(\omega_{s3})$ für das gegebene Ausgangssignal (Fall 3, siehe nächste Seite).

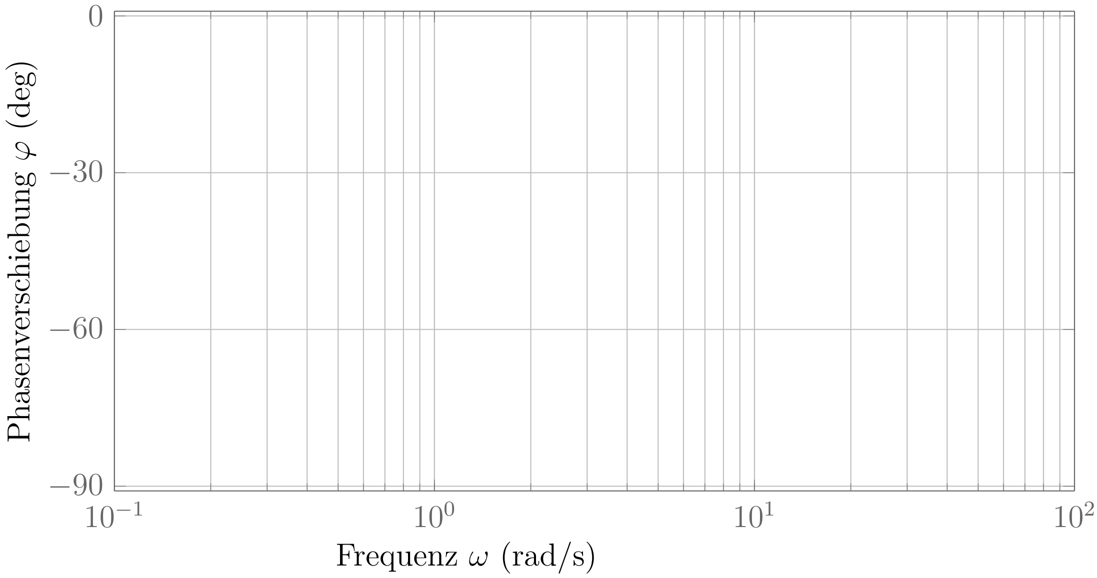
e) Zeichnen und markieren Sie die Punkte für die gegebenen Frequenzen ω_s und die Eckfrequenz ω_e in den Diagrammen für Amplituden und Phasengang (siehe nächste Seite).

f) Skizzieren sie den vollständigen Amplituden und Phasengang (siehe nächste Seite).

g) Was müssen Sie bei der grafischen Ermittlung der Phasenverschiebung aus gemessenen Daten beachten, wenn bei einem PT$_n$-System der Nennergrad größer als 4 ist? *Hinweis: Überlegen Sie, welche maximale Phasenverschiebung ein PT_5 hätte.*


u(t)
y(t)
Fall 3
Ein- und Ausgang
Zeit t [s]


Amplitude A (dB)
Frequenz ω (rad/s)


Phasenverschiebung φ (deg)
Frequenz ω (rad/s)

Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen (23 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche der Systeme sind nichtphasenminimal?

■ $G(s) = \frac{10(s-1)}{(s+2)(s+5)}$.

■ $G(s) = \frac{1}{(s+1)} \cdot e^{-0,2s}$.

☐ $G(s) = \frac{2s}{(s+2)^3(s+5)}$.

b) Welches Hilfsmittel ist nicht geeignet, um die Stabilität eines Standardregelkreises mit Totzeit zu prüfen?

☐ Der Amplituden- und Phasenrand.

■ Das Hurwitzkriterium.

☐ Das Nyquistkriterium.

c) Wie lautet die **ideale** Vorsteuerung für die Strecke $G(s) = \frac{s+1}{(s+5)^2} \cdot e^{-2s}$?

☐ $\frac{s+5}{s+1} \cdot e^{-2s}$

☐ $\frac{(s+5)^2}{s+1} \cdot e^{-2s}$

■ $\frac{(s+5)^2}{s+1} \cdot e^{2s}$

d) Wie lauten **realisierbare** Vorsteuerungen für $G(s) = \frac{s+1}{(s+5)^2} \cdot e^{-2s}$, wenn der zukünftige Verlauf der Führungsgröße unbekannt ist?

■ $\frac{5(s+5)}{s+1}$

■ $\frac{(s+5)^2}{(s+1)(1+Ts)}$, mit $T \to 0$

☐ $\frac{(s+5)^2}{(s+1)(1+Ts)} \cdot e^{2s}$, mit $T \to 0$

e) Woran erkennt man, ob ein System globales I-Verhalten hat?

☐ Die Frequenzgangortskurve beginnt ($\omega = 0$) im Ursprung.

■ Die Impulsantwort hat einen endlichen Endwert ($\neq 0$).

■ Der Phasengang beginnt ($\omega \to 0$) mit -90° (einfaches I-Verhalten).

f) Woran erkennt man einen stabilen Regelkreis?

■ Nach einer endlichen Erregung durch eine Führungsgröße nimmt die Regelgröße ebenfalls einen endlichen Endwert ein.

☐ Nach einer endlichen Erregung durch eine Führungsgröße klingt die Regelgröße auf Null ab.

■ Nach einer impulsartigen Erregung durch eine Führungsgröße klingt die Regelgröße auf Null ab.

g) Was gilt für die Empfindlichkeitsfunktion eines Regelkreises?

■ Die Empfindlichkeitsfunktion wird durch den Regler beeinflusst.

□ Sie ist identisch mit der Übertragungsfunktion von Führungsgröße zu Stellgröße ($w \to u$).

■ Sie ist identisch mit der Störübertragungsfunktion ($d \to y$).

h) Welches Verhalten kann bei Verwendung eines Zweipunktreglers mit Hysterese beobachtet werden?

■ Es tritt eine Dauerschwingung der Regelgröße auf, deren Frequenz von der Hysteresebreite abhängt.

□ Es tritt eine Dauerschwingung der Regelgröße auf, deren Frequenz von der Breite und Höhe der Hysterese unabhängig ist.

□ Es tritt keine Dauerschwingung der Regelgröße auf, sondern die Regelgröße nähert sich stets asymptotisch dem Sollwert an.

i) Was ist ein Smith-Prädiktor?

■ Eine spezielle Regelkreisstruktur, die auch bei Systemen mit Totzeit einen Reglerentwurf basierend auf den Polen des Regelkreises erlaubt (z.B. mit Hurwitz).

■ Eine Regelkreisstruktur, die ein Modell der Regelstrecke benötigt.

□ Ein Verfahren zur Bestimmung der Länge der Totzeit einer Regelstrecke.

j) Was versteht man unter einer Hammerstein- oder Wiener-Struktur?

■ Ein System, das sich in eine Reihenschaltung aus einem linearen dynamischen und einem nichtlinearen statischen Teilsystem zerlegen lässt.

□ Besondere Reglerstrukturen für den optimalen Reglerentwurf.

■ Bei der Wiener-Struktur geht das Eingangssignal zunächst durch lineares dynamisches und dann durch ein nichtlineares statisches Teilsystem.

k) Nichtlineare Systeme haben folgende Eigenschaften:

□ Sie können genauso wie lineare Systeme zum einfacheren Reglerentwurf mit der Laplace-Transformation in den Frequenzbereich übertragen werden.

■ Die Stabilität kann von der Amplitude des Eingangssignal abhängen.

□ In einer Reihenschaltung von nichtlinearen Systemen hat die Reihenfolge der Systeme keinen Einfluss auf das Gesamtübertragungsverhalten.

l) Wenn ein lineares System mit Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz angeregt wird, gilt:

□ Die Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangssignal kann von der Amplitude des Eingangssignals abhängig sein.

□ Frequenz und Signalform am Ein- und Ausgang können sich unterscheiden.

■ Das Verhältnis von Aus- und Eingangsamplitude ist ausschließlich von der Frequenz abhängig.

m) Welche dieser Systeme sind nichtlinear?

- [ ] Totzeit $\left(y(t) = u(t - T_t), \text{ bzw. } G(s) = e^{-T_t s}\right)$
- [x] Sättigung (z.B. Stellgrößenbegrenzung)
- [x] Coulombsche (trockene) Reibung (konstante aber richtungsabhängige Kraft)

n) Wie kann man bei Reglern das sogenannte *Windup* verhindern?

- [ ] Durch Begrenzen des D-Anteils im Regler.
- [x] Durch Verwenden eines Reglers ohne Integrator.
- [x] Durch Begrenzen des I-Anteils im Regler.

$\sum$ 23

Aufgabe 2: Zuordnungsaufgabe (18 Punkte)

Gegeben sind folgende Systeme $G_1(s)$ - $G_{14}(s)$:

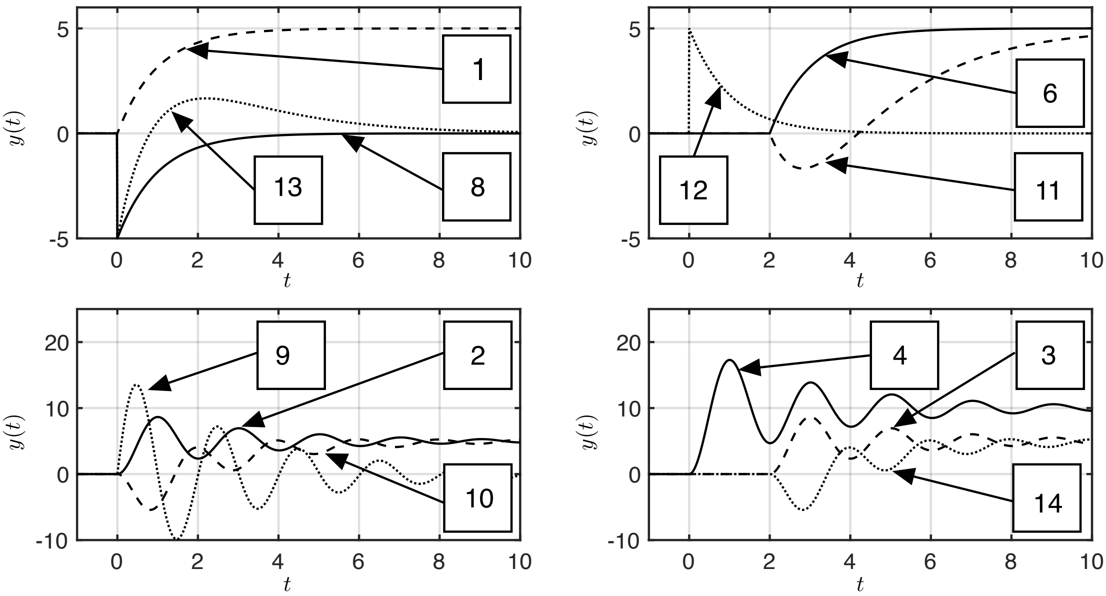
$$G_1(s)=\frac{5}{s+1} \quad G_2(s)=\frac{5\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2} \quad G_3(s)=\frac{5\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2}e^{-2s} \quad G_4(s)=\frac{10\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2}$$

$$G_5(s)=\frac{10}{s+1} \quad G_6(s)=\frac{5}{s+1}e^{-2s} \quad G_7(s)=\frac{1}{s}\frac{10\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2}$$

$$G_8(s)=s\frac{-5}{s+1} \quad G_9(s)=s\frac{10\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2} \quad G_{10}(s)=\frac{5\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2}\frac{-s+0.5}{s+0.5} \quad G_{11}(s)=\frac{5}{s+1}\frac{-s+0.5}{s+0.5}e^{-2s}$$

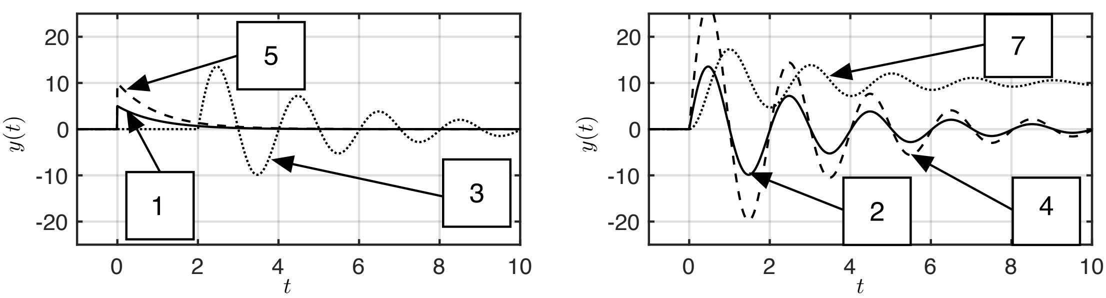
$$G_{12}(s)=s\frac{5}{s+1} \quad G_{13}(s)=s\frac{5}{s+1}\frac{-s+0.5}{s+0.5} \quad G_{14}(s)=\frac{5\pi^2}{s^2+0.2\pi s+\pi^2}\frac{-s+0.5}{s+0.5}e^{-2s}$$

a) Unten stehend sehen Sie 12 Sprungantworten. Ordnen Sie jede Sprungantwort einem System von oben zu indem sie die Nummer des Systems in das dafür vorgesehene Kästchen schreiben.



12

b) Unten stehend sehen Sie 6 Impulsantworten. Ordnen Sie jede Impulsantwort einem System von oben zu indem sie die Nummer des Systems in das dafür vorgesehene Kästchen schreiben. Verwenden Sie hierfür nur die System G_1 - G_7 .



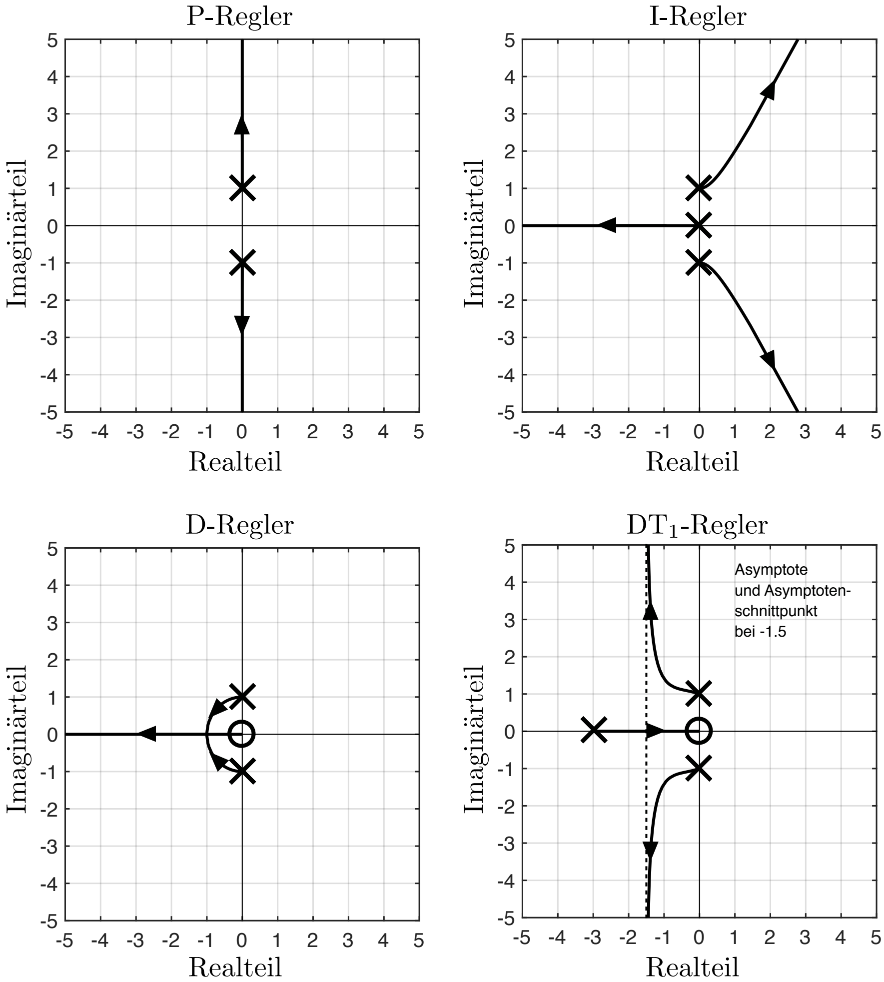
6

$\sum 18$

Aufgabe 3: Wurzelortskurve (19 Punkte)

Gegeben ist das System $G(s) = \frac{1}{s^2+1}$, welches mit einem P-, I-, D- und DT_1-Regler geregelt werden soll. Der Pol des DT_1-Reglers liegt bei $p = -3$.

a) Skizzieren Sie die vier, sich ergebenden Wurzelortskurven in die unten gegebenen Diagramme. Geben Sie die Asymptotenschnittpunkte für das System mit DT_1-Regler an und markieren Sie diese im Diagramm. Hierfür können Sie folgende Formel benutzen: $s_A = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i - \sum_{i=1}^{m} n_i}{n-m}$.



12

$$\text{DT}_1\text{-Regler: } s_A = \frac{\sum_{i=1}^{3} p_i - \sum_{i=1}^{1} n_i}{2} = \frac{-i + i - 3 - 0}{2} = -1.5$$

1

b) ergänzenden Sie folgende Tabelle indem Sie die zutreffenden Antwort („ja“ oder „nein“) in das entsprechende Feld eintragen.

Reglertyp:	P	I	D	DT_1
Ist der geschlossene Regelkreis schwingungsfähig für $K \to \infty$?	ja	ja	nein	ja
Ist der geschlossene Regelkreis (grenz-) stabil für $K > 0$?	ja	nein	ja	ja
Ist der Regler realisierbar?	ja	ja	nein	ja

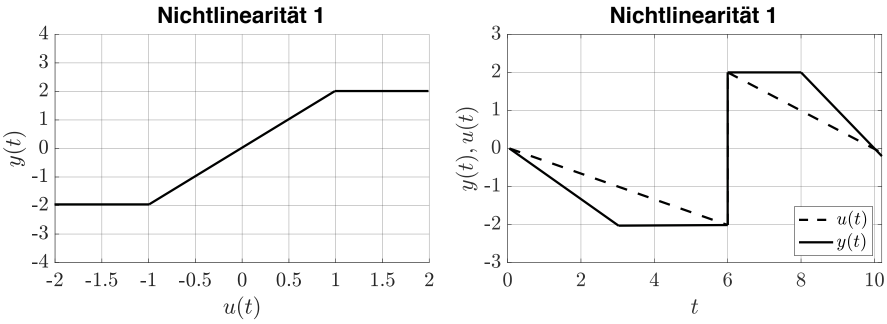
6

19

Aufgabe 4: Nichtlineare Kennlinien (12 Punkte)

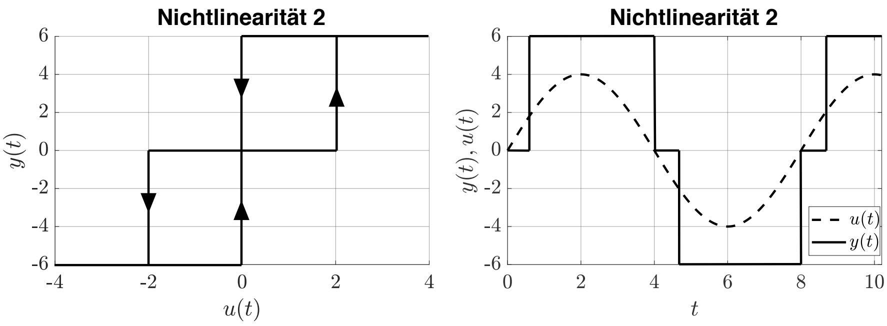
Die folgenden Kennlinien sind richtig

a)



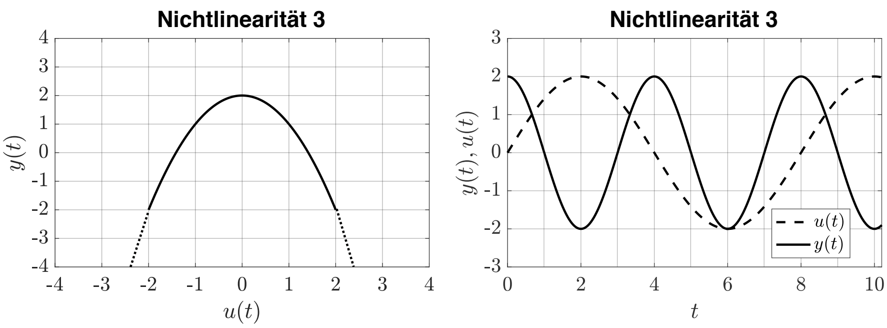
3

b)



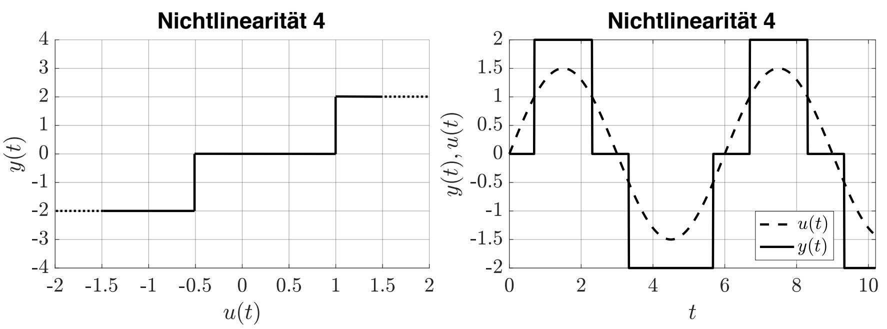
3

c)



3

d)



3

$\sum 12$

Aufgabe 5: Steuerung nichtphasenminimaler Systeme (14 Punkte)

Gegeben ist das nichtphasenminimale System

$$G(s) = \frac{1-s}{(s+a)(s+b)(s+c)},$$

welches genutzt werden soll um Steuerungen auszulegen.
Hinweis: Achten Sie bei der Auslegung der Steuerungen darauf, dass diese realisierbar sind.

a) Legen Sie eine optimale Steuerung für das vorliegende System aus und stellen Sie die Übertragungsfunktion $G_w(s)$ für das gesteuerte System auf. Instabile Nullstellen des Systems sollen dabei ignoriert werden.

$$G_w(s) = G_R(s)G_S(s)$$

Ideale Steuerung:

$$G_{R,ideal}(s) = G_S(s)^{-1} = \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{1-s}$$

Reale Steuerung:

$$G_{R,real}(s) = \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{(1+Ts)^3}$$

$$G_w(s) = \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{(1+Ts)^3}\frac{1-s}{(s+a)(s+b)(s+c)} = \frac{1-s}{(1+Ts)^3}$$

4

b) Eine weitere Möglichkeit zur Auslegung der Steuerung nichtphasenminimaler Systeme beruht darauf, die bestmögliche Amplitudenwiedergabe erreichen zu wollen. Legen Sie die Steuerung nach diesem Kriterium aus und stellen Sie die Übertragungsfunktion auf.
Um $|G_w(s)| = 1$ zu erreichen, muss jede instabile Nullstelle der Strecke mit ihrem gespiegelten Gegenpart im Nenner der Steuerung kompensiert werden.

$$G_{RA}(s) = \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{(s+1)(1+Ts)^2}$$

$$G_{wA}(s) = G_{RA}(s)\,G_S(s) = \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{(s+1)(1+Ts)^2}\frac{1-s}{(s+a)(s+b)(s+c)} = \frac{1-s}{(s+1)(1+Ts)^2}$$

5

c) Alternativ kann die Steuerung für die bestmögliche Phasenwiedergabe ausgelegt werden. Legen Sie die Steuerung nach diesem Kriterium aus und stellen Sie die Übertragungsfunktion auf.
Der ideale Phasengang, d.h. wenn $\angle G_w(i\omega) = 0$ gilt, ergibt sich, wenn jede instabile Nullstelle der Strecke mit ihrem gespiegelten Gegenpart im Zähler der Steuerung kompensiert wird. $\angle G_w(i\omega) = 0$ wird im vorliegenden Fall nicht erreicht.

$$G_{RP,ideal}(s) = (s+a)(s+b)(s+c)(s+1)$$

$$G_{RP,real}(s) = \frac{(s+a)(s+b)(s+c)\,(s+1)}{(1+Ts)^4}$$

$$G_{wP}(s) = G_{RP,real}(s)G_S(s) = \frac{((s+a)(s+b)(s+c)\,(s+1)}{(1+Ts)^4} \cdot \frac{1-s}{(s+a)(s+b)(s+c)}$$

$$\Rightarrow G_{wP}(s) = \frac{1-s^2}{(1+Ts)^4}$$

$\boxed{5}$

$\boxed{\sum 14}$

Aufgabe 6: Kaskadenregelung (14 Punkte)

a) Die Übertragungsfunktion des geschlossenen inneren Regelkreises lautet

$$G_i(s) = \frac{X(s)}{U(S)} = \frac{G_{R2}(s)\,G_{S1}(s)}{1 + G_{R2}(s)\,G_{S1}(s)} = \frac{K_P}{K_P + 1 + 5s}$$ 2

Es handelt sich um ein PT_1-System. 1

b)

$$E = S \cdot U$$

$$E = \frac{1}{1 + G_R\,G_S} \cdot U \;\Rightarrow\; E = \frac{1}{1 + \frac{K_P}{1+5s}} \cdot \frac{1}{s}$$

$$E = \frac{1 + 5s}{K_P + 1 + 5s} \cdot \frac{1}{s}$$

$$e(t \to \infty) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{1 + 5s}{K_P + 1 + 5s} \cdot \frac{\cancel{1}}{\cancel{s}} = \frac{1}{1 + K_P} \neq 0 \text{ bleibende Regelabweichung!}$$ 3

c) Für den äußeren Regelkreis sollte ein Regler mit I-Anteil gewählt werden, um bleibende Regelabweichungen zu vermeiden. Da es sich bei dem ersten Regler um einen PI-Regler handelt, ist dieser die richtige Wahl. Der zweite Regler (PD-T_1) besitzt keinen I-Anteil. 1

d) Die Übertragungsfunktion $G_0(s)$ des offenen Gesamtregelkreises mit aktiver, innerer Rückkopplung lautet

$$G_0(s) = G_{R1}(s) \cdot G_i(s) \cdot G_{S2}(s) = K_I \cdot \frac{s + 1}{s} \cdot \frac{K_P}{K_P + 1 + 5s} \cdot \frac{1}{1 + s}$$

$$\Leftrightarrow G_0(s) = \frac{K_I\,K_P}{s \cdot (5s + K_P + 1)}$$

2

e) Berechnung de Regelfehlers $e(t \to \infty)$ für einen Führungssprung:

$$E = S \cdot W$$

$$E = \frac{1}{1 + G_0(s)} \cdot W \;\Rightarrow\; E = \frac{1}{1 + \frac{K_I\,K_P}{s \cdot (5s + K_P + 1)}} \cdot \frac{1}{s}$$

$$E = \frac{s \cdot (5s + K_P + 1)}{K_I K_P + s \cdot (5s + K_P + 1)} \cdot \frac{1}{s}$$

$$e(t \to \infty) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{s \cdot (5s + K_P + 1)}{K_I K_P + s \cdot (5s + K_P + 1)} \cdot \frac{\cancel{1}}{\cancel{s}} = \frac{0}{K_I K_P} = 0$$ 3

f) Für das beschriebene Problem darf der innere Regler eine bleibende Regelabweichung. Der Endwert des Motorstroms ist für die Güte der Regelung irrelevant. 1

Im äußeren Regelkreis wird die Position zurückgeführt, die die eigentliche Regelgröße darstellt. Hier ist natürlich keine bleibende Regelabweichung gewünscht. Der Positionssollwert sollte so gut wie möglich erreicht werden 1

$\sum 14$

Aufgabe 7: Bode-Plot PT_1 (20 Punkte)

Gegeben ist folgendes PT_1-System,

$$G(s) = \frac{1{,}8}{s + 1{,}8}$$

und die Aufzeichnungen des Ausganges $y(t)$ für den Eingang $u(t) = \sin(\omega_s t)$. Die Aufzeichnungen geben nur das Verhalten des eingeschwungenen Systemes wieder.

a) Berechnen Sie die Eckfrequenz ω_e des Systemes $G(s)$.
Antwort:

$$\begin{aligned} T_1 &= 1/1{,}8 = 0{,}556\text{sec} \\ \omega_e &= 1/T_1 = 1{,}8\text{rad/sec} \end{aligned}$$

$\boxed{2}$

b) Ermitteln Sie die Frequenz ω_{s1}, die Amplitudenverstärkung $A(\omega_{s1})$ und die Phasenverschiebung $\varphi(\omega_{s1})$ für das gegebene Ausgangssignal (Fall 1).
Antwort:
Frequenz:
Aus dem Graph lässt sich ablesen, dass eine Periode 2 Sekunden benötigt. Das entspricht 0.5Hz. Da die Frequenz für Schwingungen in rad/sec angegeben wird, und eine Schwingungsperiode 2π entspricht, ist die Frequenz

$$\omega_{s1} = 0{,}5\text{Hz} * 2\pi = 3{,}1416\text{rad/sec}.$$

Amplitude:
Die Amplitude lässt sich aus dem Verhältnis der Amplituden im Graphen bestimmen. Das Eingangssignal hat die Amplitude 1 und das Ausgangssignal die Amplitude 0.5. Im Bode-Plot wird die Amplitude in dB angegeben. Die Umrechnung für einen Wert x in dB ist in diesem Fall

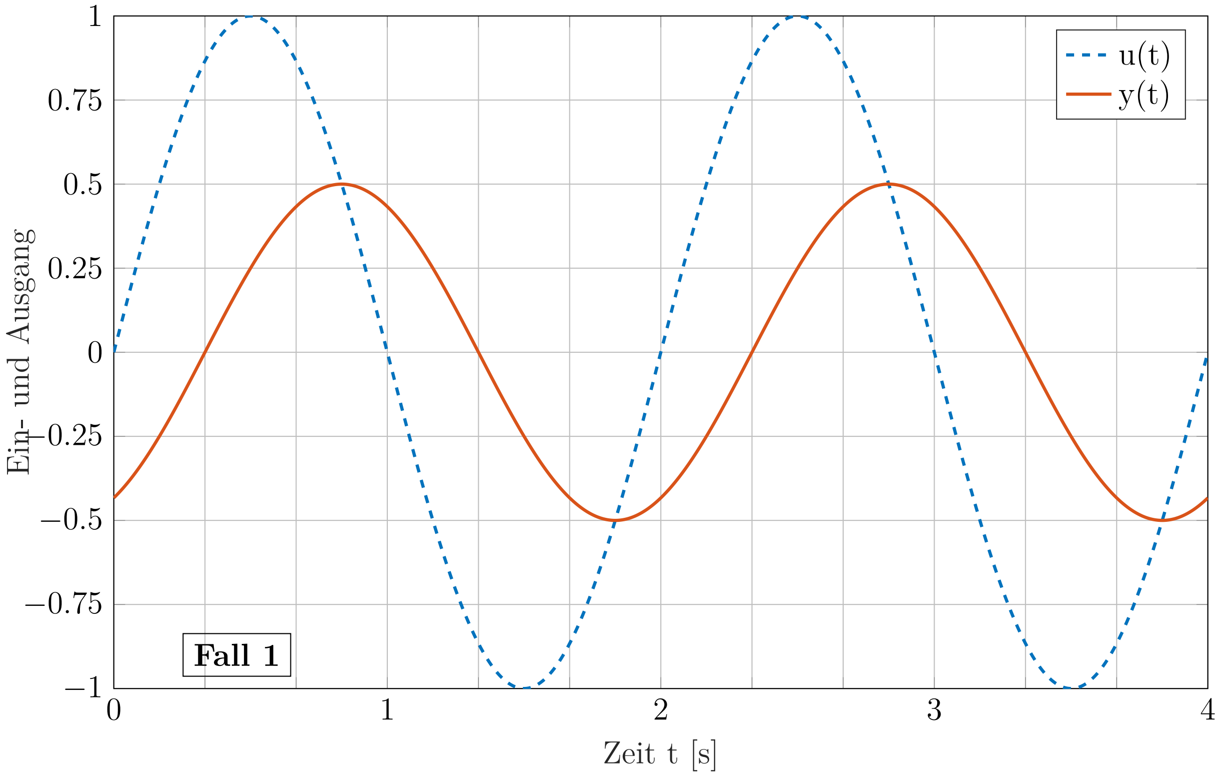
$$20 \log_{10}(x)\,\text{dB},$$

somit ergibt die sich die Amplitude

$$0{,}5/1 = A(\omega_{s1}) = 0{,}5 \mathrel{\widehat{=}} 20 \log_{10}(0{,}5)\,\text{dB} = -6\text{dB}.$$

Phasenverschiebung:
Zur grafischen Ermittlung der Phasenverschiebung betrachtet man die zeitliche Verschiebung der Signale. Das Ausgangssignal ist um -1/3 Sekunden gegenüber dem Eingangssignal verschoben. Diese zeitliche Verschiebung lässt sich mit der Frequenz multiplizieren, um die Phasenverschiebung in rad zu berechnen. Für die Berechnung in ° kann Zeitverschiebung durch die Dauer einer Periode geteilt werden. Der daraus resultierende Faktor wird mit 360° multipliziert und ergibt die Phasenverschiebung in °.

$$\begin{aligned} 2\text{sec} &\mathrel{\widehat{=}} 360^\circ \\ -1/3\text{sec} &\mathrel{\widehat{=}} -60^\circ = \varphi(\omega_{s1}) \end{aligned}$$



Alternativ lässt sich die Phasenverschiebung auch mit

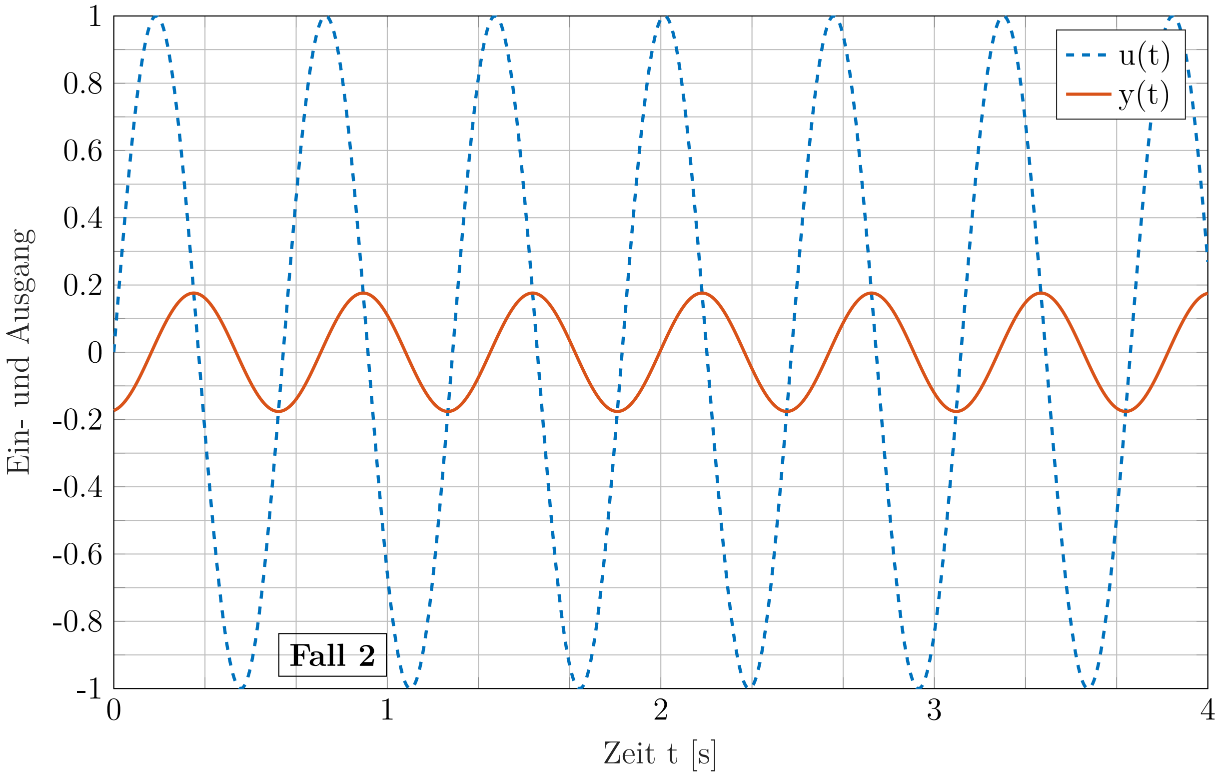
$$\tan\left(\varphi\left(\omega_{s1}\right)\right) = -\omega_{s1}T_1$$
$$-\arctan(\omega_{s1}T_1) = \varphi(\omega_{s1})$$

berechnen. 6

c) Ermitteln Sie die Frequenz ω_{s2}, die Amplitudenverstärkung $A(\omega_{s2})$ und die Phasenverschiebung $\varphi(\omega_{s2})$ für das gegebene Ausgangssignal (Fall 2).
Antwort:
Frequenz: $\omega_{s2} = 10{,}14\text{rad/sec}$
Amplitude: $A(\omega_{s2}) = 0{,}176 \mathrel{\hat{=}} -15{,}1\text{dB}$
Phasenverschiebung: $\varphi(\omega_{s2}) = -79{,}86°$

3

d) Ermitteln Sie die Frequenz ω_{s3}, die Amplitudenverstärkung $A(\omega_{s3})$ und die Phasenverschiebung $\varphi(\omega_{s3})$ für das gegebene Ausgangssignal (Fall 3).
Antwort:
Frequenz: $\omega_{s2} = 1\text{rad/sec}$



Amplitude: $A(\omega_{s2}) = 0{,}8757 \hat{=} -1{,}16\text{dB}$
Phasenverschiebung: $\varphi(\omega_{s2}) = -28{,}87°$

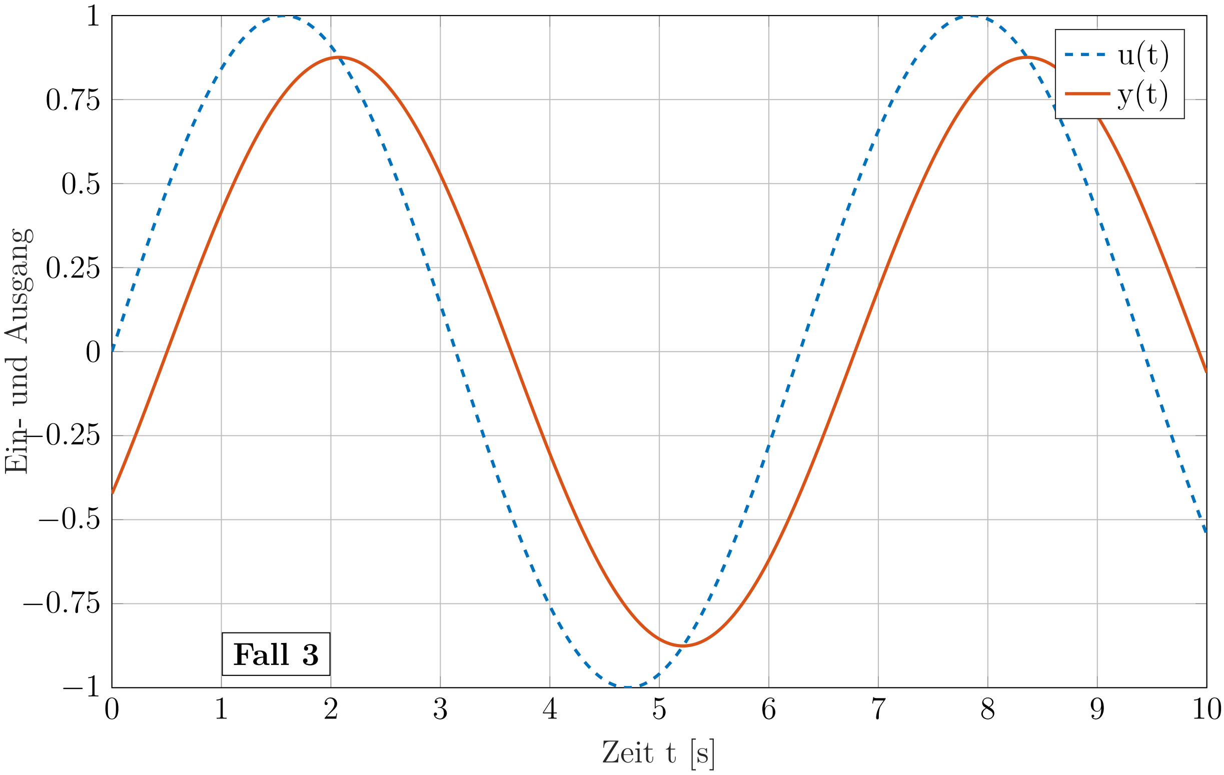
3

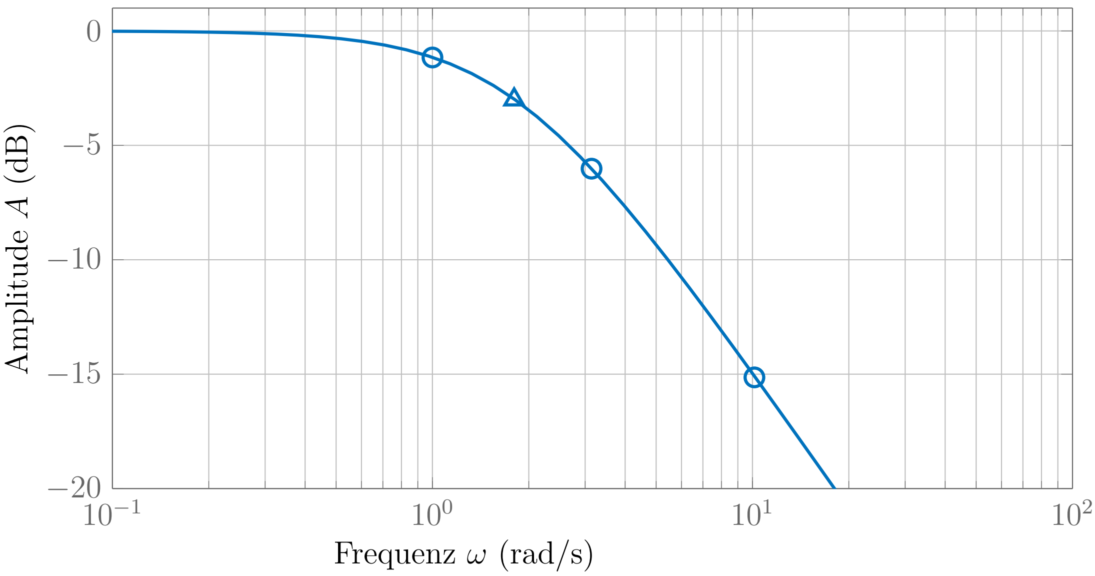
e) Zeichnen und markieren Sie die Punkte für die gegebene Frequenz ω_s und die Eckfrequenz ω_e in den Diagrammen für Amplituden- und Phasengang.
Antwort: Siehe Bodediagramm 2

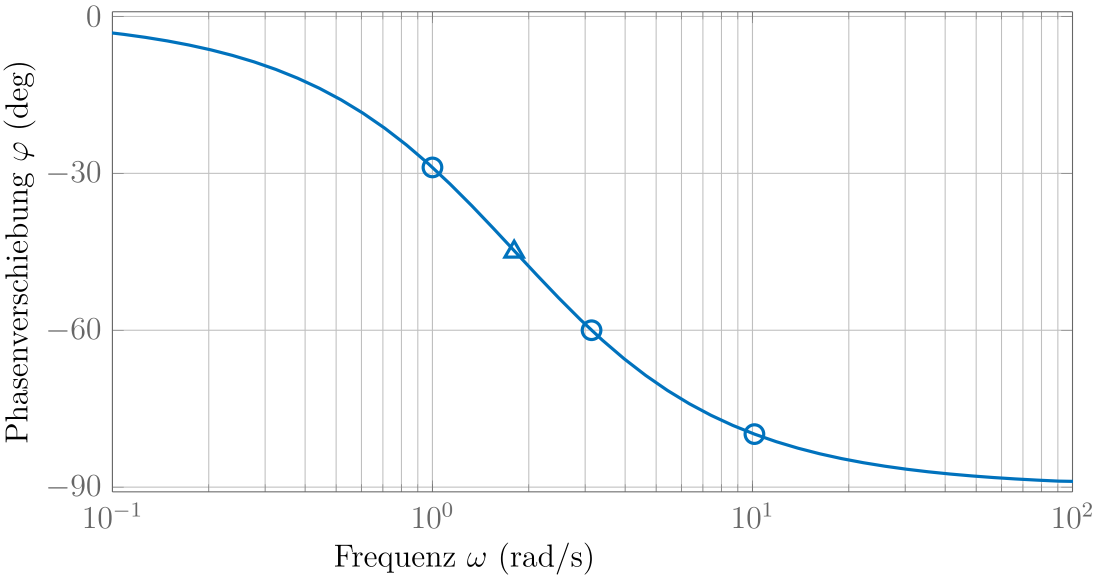
f) Skizzieren sie den vollständigen Amplituden und Phasengang.
Antwort: Siehe Bodediagramm 2

g) Was müssen Sie bei der grafischen Ermittlung der Phasenverschiebung aus gemessenen Daten beachten, wenn bei einem PT_n-System der Nennergrad größer als 4 ist?
Hinweis:
Überlegen Sie, welche maximale Phasenverschiebung ein PT_5 hätte.
Antwort: Eine Phasenverschiebung von mehr als -360° lässt sich rein grafisch für ein eingeschwungenes System nicht eindeutig bestimmen, da eine Phasenverschiebung von -365° nicht von einer Phasenverschiebung um -5° zu unterscheiden ist. 2

$\sum 20$


u(t)
y(t)
Fall 3
Ein- und Ausgang
Zeit t [s]
1
0.75
0.5
0.25
0
−0.25
−0.5
−0.75
−1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10


Amplitude A (dB)
Frequenz ω (rad/s)
0
−5
−10
−15
−20
10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2}


Phasenverschiebung φ (deg)
Frequenz ω (rad/s)
0
−30
−60
−90
10^{-1} 10^{0} 10^{1} 10^{2}