Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

17. August 2013

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	12	20	11	17	12	18	10	20	120
Note:	Ist:									

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Wann ist ein System nichtphasenminimal?

- ☐ Wenn es eine Nullstelle oder Pol bei $s = 0$ aufweist.
- ☐ Wenn es eine Totzeit besitzt.
- ☐ Wenn eine Nullstelle in der rechten s-Halbebene liegt.

b) Welches Hilfsmittel kann betrachtet werden, um eine Aussage zur Stabilität eines Systems zu machen, wenn die Regelstrecke eine Totzeit besitzt?

- ☐ Das Hurwitzkriterium.
- ☐ Der Amplituden- und Phasenrand.
- ☐ Das Nyquistkriterium.

c) Wodurch ist sichergestellt, dass die Regelgröße $y(t)$ der Führungsgröße $w(t)$ möglichst gut folgt?

- ☐ Die Führungsübertragungsfunktion sollte möglichst einen I-Anteil aufweisen.
- ☐ Die Führungsübertragungsfunktion sollte möglichst gleich Eins sein.
- ☐ Die Führungsübertragungsfunktion sollte möglichst einen D-Anteil aufweisen.

d) Woran erkennt man, ob ein System globales P-, I- oder D-Verhalten hat?

- ☐ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \to \infty$.
- ☐ Am Verlauf der Sprungantwort für $t \to 0$.
- ☐ Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \to 0$.

e) Ein System besitzt die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{1}{s+1}$ und wird durch ein sinusförmiges Signal angeregt. Wie verhalten sich Amplitude und Phase des Ausgangssignals?

- ☐ Für Frequenzen $\omega \ll 1$ ist die Amplitude abgeschwächt.
- ☐ Für Frequenzen $\omega \gg 1$ ist die Amplitude abgeschwächt.
- ☐ Für Frequenzen $\omega \gg 1$ ist die Phase verschoben.

f) Woran erkennt man einen stabilen Regelkreis?

- ☐ Nach einer endlichen Erregung durch eine Führungsgröße klingt die Regelgröße auf Null ab.
- ☐ Nach einer impulsartigen Erregung durch eine Führungsgröße klingt die Regelgröße auf Null ab.
- ☐ Nach einer endlichen Erregung durch eine Führungsgröße nimmt die Regelgröße ebenfalls einen endlichen Endwert ein.

g) Das vereinfachte Nyquistkriterium darf angewendet werden, auch wenn der offene Regelkreis …

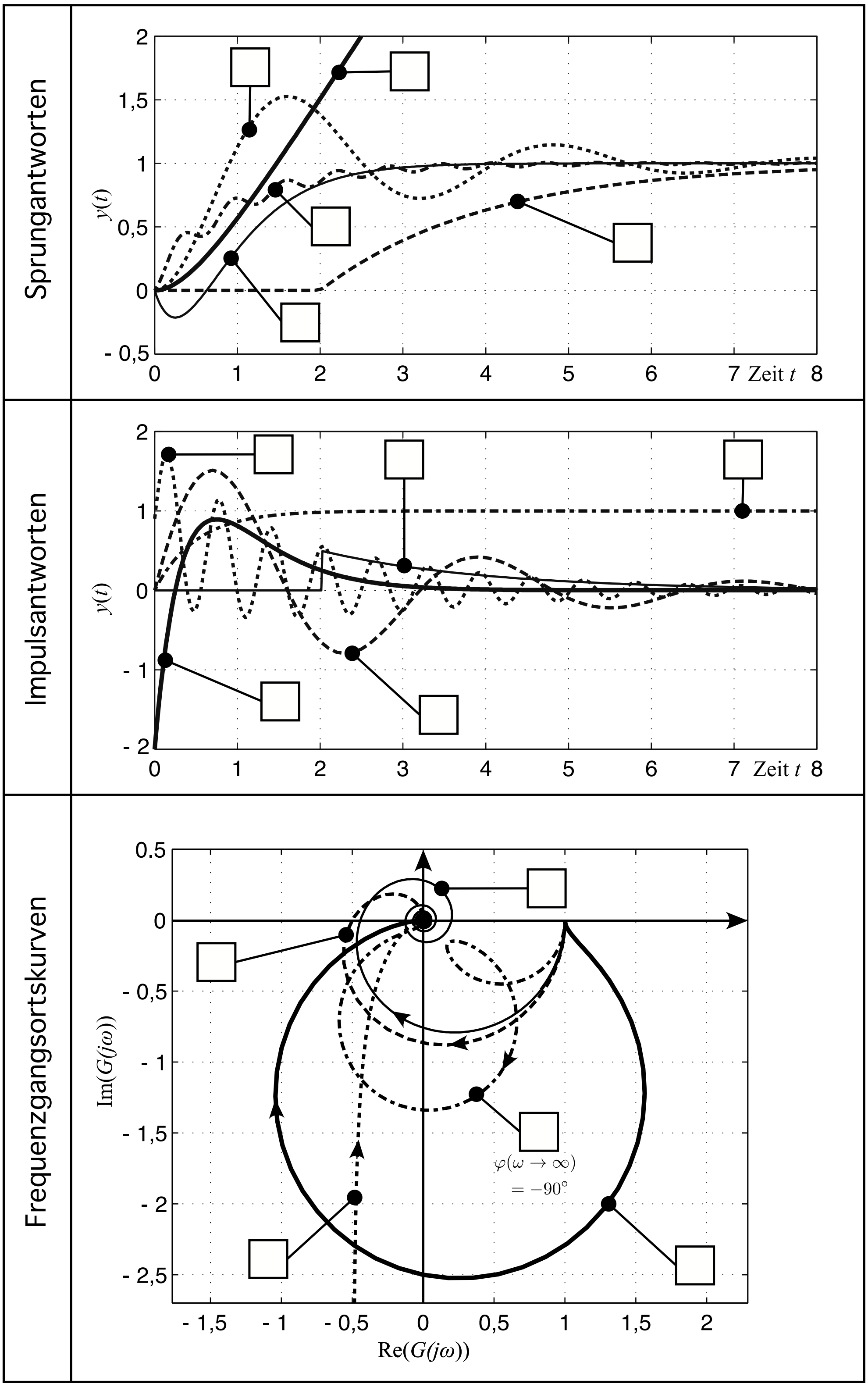
- ☐ instabilen Pole aufweisen.
- ☐ eine Totzeit aufweisen.
- ☐ einen Pol bei $s = 0$ aufweist.

$\sum$ 12

Aufgabe 2: Dynamische Systeme

Ordnen Sie die Kurven in den Diagrammen diesen Systemen zu (**kurze Begründung!**):

A) $\frac{4}{s^2+0{,}8s+4}$ B) $\frac{0{,}9}{s+1}+\frac{10}{s^2+0{,}8s+100}$ C) $\frac{2}{s(s+2)}$ D) $\frac{2(1-0{,}5s)}{(1+0{,}5s)(s+2)}$ E) $\frac{0{,}5}{s+0{,}5}\cdot e^{-2s}$



Aufgabe 3: Wurzelortskurve

Gegeben ist ein Regelkreis, bestehend aus einem Regler G_R und einer Regelstecke G_S, die Verstärkung des Reglers sei immer positiv:

$$G_R(s) = K$$
$$G_S(s) = \frac{s+1}{s \cdot (s-1)}$$

a) Muss für die Konstruktion der Wurzelortskurve der offene, oder der geschlossene Regelkreis verwendet werden?

b) Zeichnen Sie die entsprechenden Pole und Nullstellen ein.

c) Berechnen Sie die Anzahl der Äste der Wurzelortskurve, die im Unendlichen enden.

d) Berechnen Sie (sofern nötig) die Asymtotenwinkel der Äste, die ins Unendliche gehen.

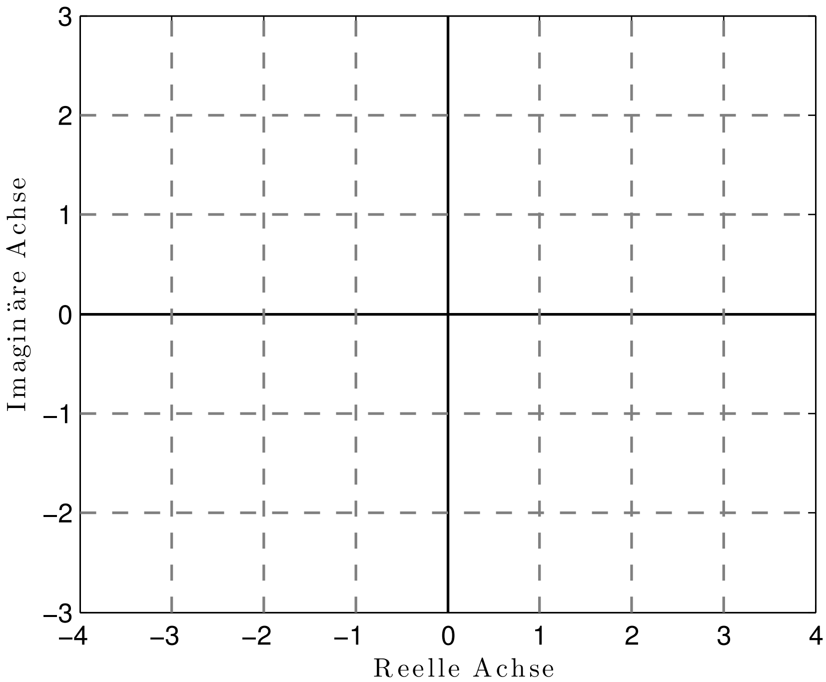
e) Berechnen Sie (sofern nötig) die Verzweigungspunkte der Wurzelortskurve.

f) Was stellen die Äste der Wurzelortskurve dar?

g) Zeichnen Sie die Äste der Wurzelortskurve ein. Markieren Sie die Richtung der Äste eindeutig.

h) Begründen Sie kurz anhand der Wurzelortskurve, ob der geschlossene Regelkreis schwingungsfähig ist. Eine ausführliche Berechnung ist nicht notwendig.

i) Begründen Sie kurz anhand der Wurzelortskurve, ob der geschlossener Regelkreis stabil ist. Eine ausführliche Berechnung ist nicht notwendig.

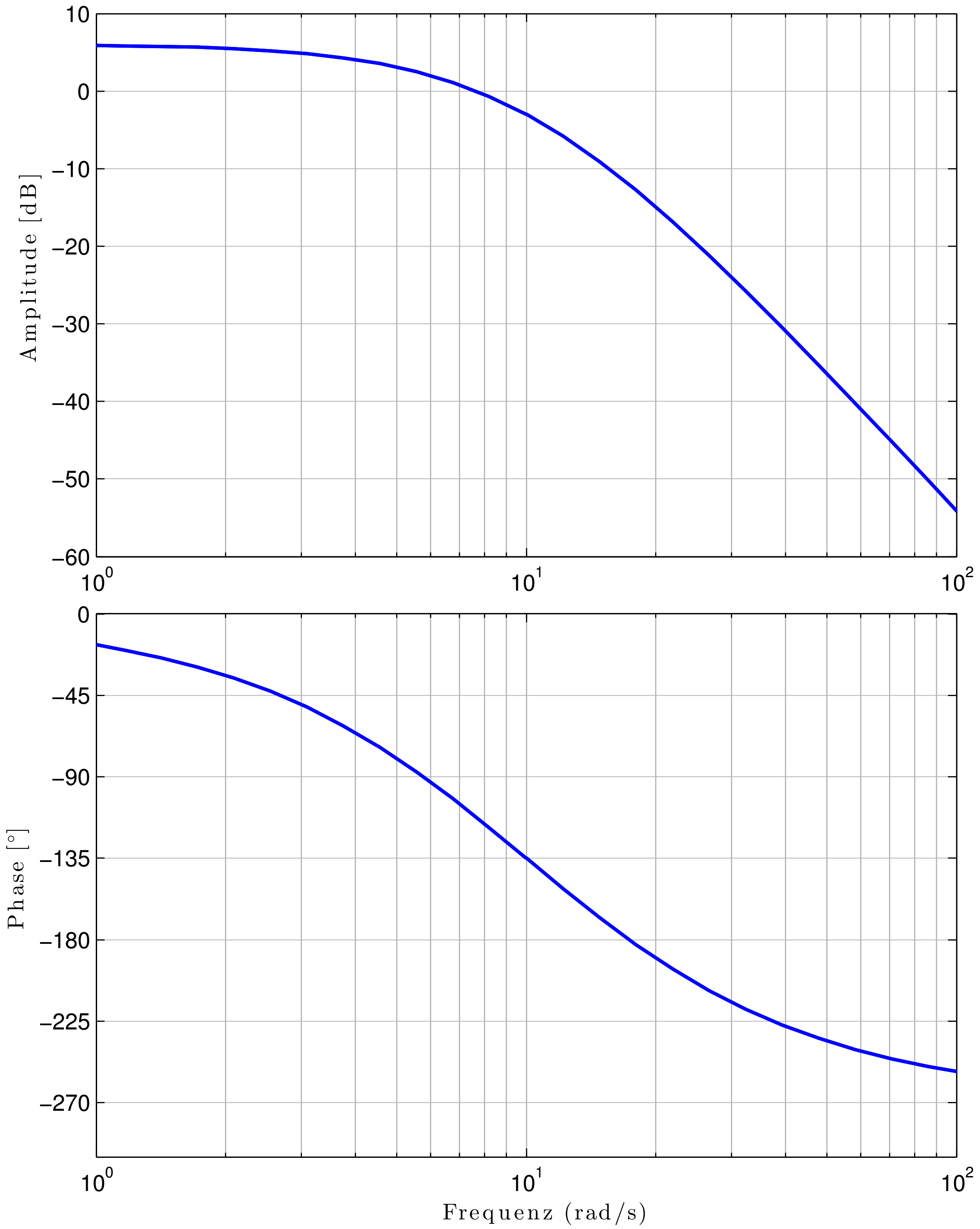


Aufgabe 4: Amplituden- und Phasengang

Die Stabilität eines linearen, dynamischen Systems soll anhand seines Amplituden- und Phasengangs untersucht werden. Das System besteht aus einem Regler G_R und Strecke G_{S1}:

$$G_R(s) = K, \qquad G_{S1}(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{10} \cdot s\right)^3}$$

a) Mit einer Reglerverstärkung $K = 2$ ergibt sich folgender Amplituden- und Phasengang. Lesen sie aus dem Diagramm den Amplituden- und Phasenrand ab.



b) Erläutern sie **kurz** was der Amplituden- und Phasenrand aussagt. Ist der geschlossene Regelkreis mit G_{S1} stabil?

c) Die Regelstrecke habe abweichend von a) zusätzlich eine Totzeit T_t:

$$G_{S2}(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{10} \cdot s\right)^3} \cdot e^{-T_t\, s}$$

Leiten Sie den Amplitudengang $A(\omega)$ und den Phasengang $\varphi(\omega)$ des totzeitbehafteten offenen Regelkreises $G_0 = G_R(s) \cdot G_{S2}(s)$ her.

d) Ist das System bei einer Reglerverstärkung $K = 2$ und einer geringen Totzeit von nur $T_t = 0{,}2\,\mathrm{sec}$ stabil? Berechnen Sie dazu den Phasenrand.

Aufgabe 5: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Was gilt für die Empfindlichkeitsfunktion eines Regelkreises?

- ☐ Die Empfindlichkeitsfunktion wird **nicht** durch den Regler beeinflusst.
- ☐ Sie ist identisch mit der Übertragungsfunktion von Führungsgröße zu Regelfehler ($w \to e$).
- ☐ Sie ist identisch mit der Störübertragungsfunktion ($d \to y$).

b) Wozu kann eine Vorsteuerung verwendet werden?

- ☐ Zur Entfernung von Störeinflüssen.
- ☐ Zur Verbesserung des Führungsverhaltens z.B. durch Kürzen unerwünschter Nullstellen in der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises.
- ☐ Zur Kompensation von Allpassverhalten (positive Nullstellen) und Totzeiten.

c) Welche Aussagen sind für einen Zweipunktregler richtig?

- ☐ Ein Regelkreis mit Zweipunktregler ist nichtlinear.
- ☐ Im Regelkreis kann ein sogenanntes Chattering auftreten (Rattern, andauerndes hochfrequentes Springen zwischen maximaler und minimaler Stellgröße).
- ☐ Das Problem des Chatterings kann auch durch Verwendung eines Zweipunktreglers mit Hysterese nicht beeinflusst werden.

d) Welches Reglerhalten kann bei Verwendung eines Zweipunktreglers mit Hysterese beobachtet werden?

- ☐ Bei einem Führungssprung nähert sich die Regelgröße stets asymptotisch dem Sollwert an.
- ☐ Es tritt eine Dauerschwingung auf, deren Amplitude von der Hysteresebreite abhängt.
- ☐ Eine solche Dauerschwingung lässt sich durch Verwendung einens Zweipunktreglers mit toter Zone vermeiden.

e) Wozu dient ein Smith-Prädiktor?

- ☐ Verbesserung der Regelung eines Systems mit Totzeit.
- ☐ Zur Vorhersage des Auftretens einer Störgröße.
- ☐ Die Länge der Totzeit einer Regelstrecke zu bestimmen.

f) Welche Vor- und Nachteile hat die Verwendung von Hilfsstell- und Hilfsregelgrößen?

- ☐ Es kann lediglich das Führungs- und nicht das Störverhalten verbessert werden.
- ☐ Jede Strecke, die mit einem Standardregelkreis geregelt wird, kann mit Hilfsstell- und Regelgrößen erweitert werden.
- ☐ Das Verfahren kann nur verwendet werden, wenn die Regelstrecke die Möglichkeit bietet zusätzliche Mess- oder Stelleinrichtungen anzubringen.

g) Nichtlineare Systeme haben folgende Eigenschaften:

- ☐ Sie können genauso wie lineare Systeme zum einfacheren Reglerentwurf mit der Laplace-Transformation in den Frequenzbereich übertragen werden.
- ☐ Die Stabilität kann **nicht** vom Eingangssignal abhängen.
- ☐ In einer Reihenschaltung von nichtlinearen Systemen hat die Reihenfolge der Systeme in der Regel einen Einfluss auf das Gesamtübertragungsverhalten.

h) Was versteht man bei Reglern unter *Anti-Windup*?

- ☐ Verbesserung des Verhaltens eines Reglers mit I-Anteil bei Auftreten von Stellgrößenschränkungen (z.B. starkes Überschwingen vermeiden).
- ☐ Bei Auftreten einer Stellgrößenbeschränkung werden der P- und D-Anteils eines Reglers begrenzt.
- ☐ Bei Auftreten einer Stellgrößenbeschränkung wird der I-Anteils eines Reglers begrenzt.

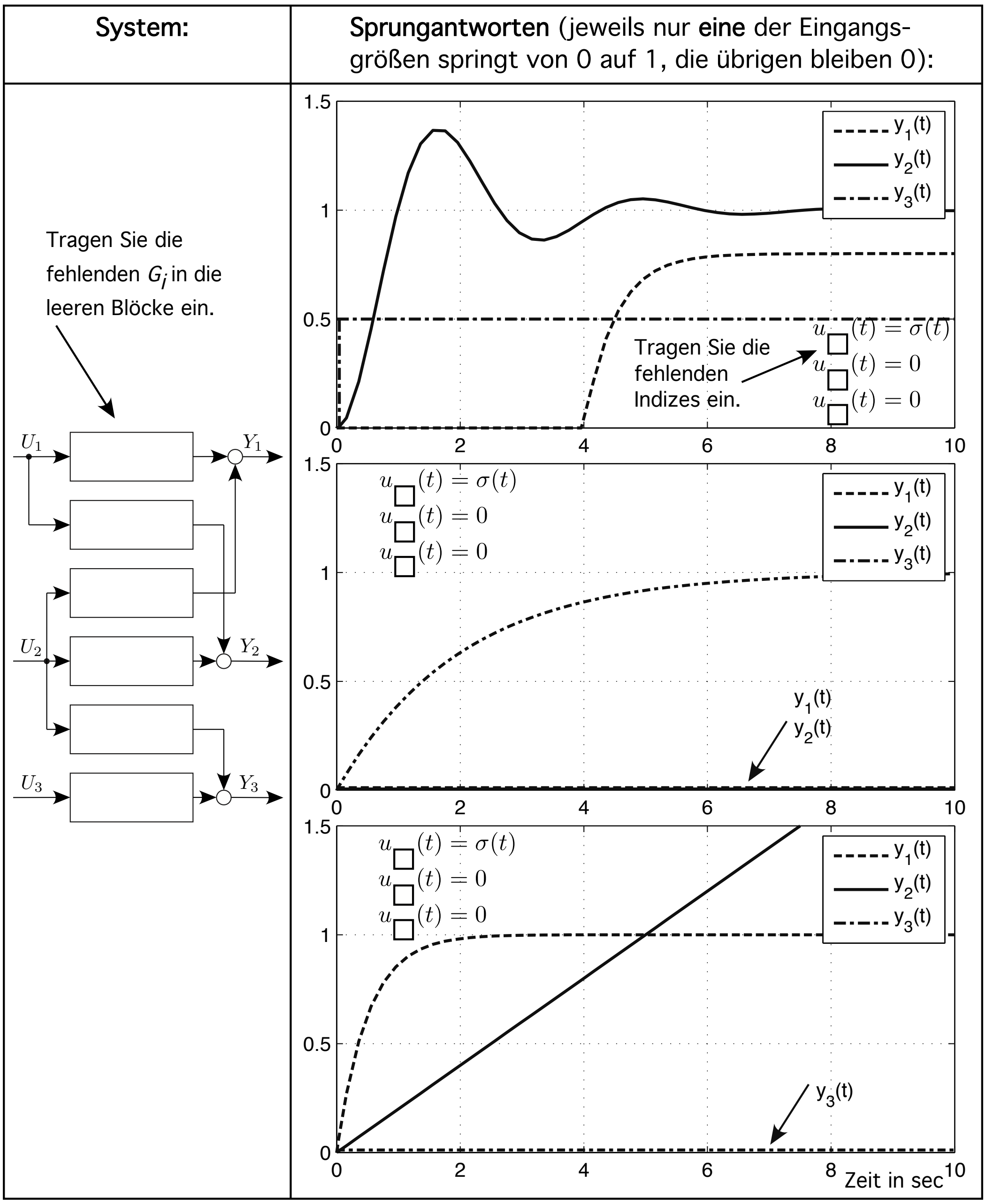
Aufgabe 6: Mehrgrößensysteme

Ein System mit jeweils 3 Eingangs- (u_i) und Ausgangsgrößen (y_i) besteht aus folgenden 6 Teilübertragungsfunktionen:

$$G_1 = 0{,}5 \quad G_2 = \frac{1{,}6}{s+2} \cdot e^{-4s} \quad G_3 = \frac{2}{s+2} \quad G_4 = \frac{0{,}5}{s+0{,}5} \quad G_5 = \frac{4}{s^2+1{,}2s+4} \quad G_6 = \frac{0{,}2}{s}$$

a) Die Übertragungsfunktionen G_i sollen nun den leeren Blöcken des unten dargestellten Systems zugeordnet werden. **Jeweils kurze Begründung angeben!**

Benutzen Sie dazu die drei unten abgebildeten Diagramme, die jeweils die 3 Antworten y_i des Systems auf den Sprung **einer** der 3 Eingangsgrößen u_i darstellen. Welche der Eingangsgrößen jeweils springt, ist nicht angegeben, sondern muss anhand der Struktur des Systems erkannt und im jeweiligen Diagramm eingetragen werden. **Tipp:** Beachten Sie, dass einige Ausgänge y_i nicht auf alle Eingänge u_i reagieren.



b) Ermitteln Sie Übertragungsmatrix **G** des Gesamtsystems:

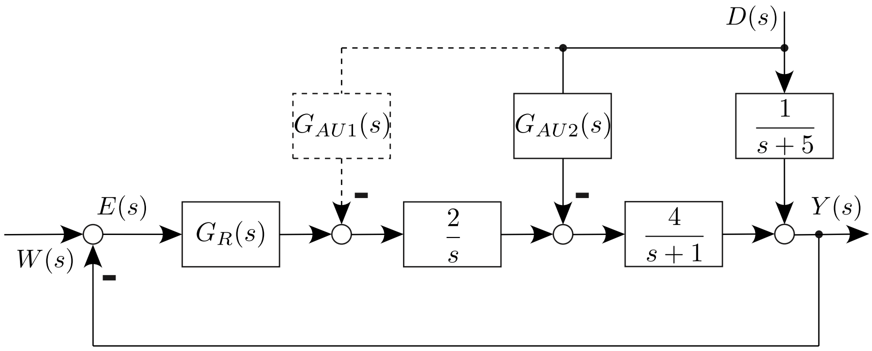
$$\mathbf{y} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{u} \Rightarrow \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

Hinweis: Falls Sie a) nicht gelöst haben, tragen Sie einfach beliebige Bezeichnungen in die leeren Blöcke des Systems ein und stellen damit die Matrix **G** auf.

Aufgabe 7: Störgrößenaufschaltung

Gegeben ist der unten dargestellte Regelkreis mit 2 Teilregelstrecken. Die Wirkung der Störgröße $D(s)$ kann bei dieser Regelstecke auf zwei Arten kompensiert werden:

- Störgrößenaufschaltung $G_{AU1}(s)$ vor der ersten Teilregelstrecke.
- Störgrößenaufschaltung $G_{AU2}(s)$ vor der zweiten Teilregelstrecke.



a) Berechnen Sie die ideale Störgrößenaufschaltung für jede der beiden Möglichkeiten (G_{AU1}, G_{AU2}).

b) Zeigen Sie, dass nur eine der beiden Aufschaltungen realisierbar ist und daher bevorzugt verwendet werden sollte.

c) Geben Sie für die nicht realisierbare Aufschaltung eine näherungsweise realisierbare **dynamische** Aufschaltung an.

d) Warum ist die Verwendung einer näherungsweise realisierbaren **statischen** Aufschaltung in diesem Fall nicht sinnvoll.

Aufgabe 8: Nichtlinearer Regelkreis

Gegeben ist eine nichtlineare Regelstrecke $y = f(u)$, bestehend aus einer statischen Nichtlinearität

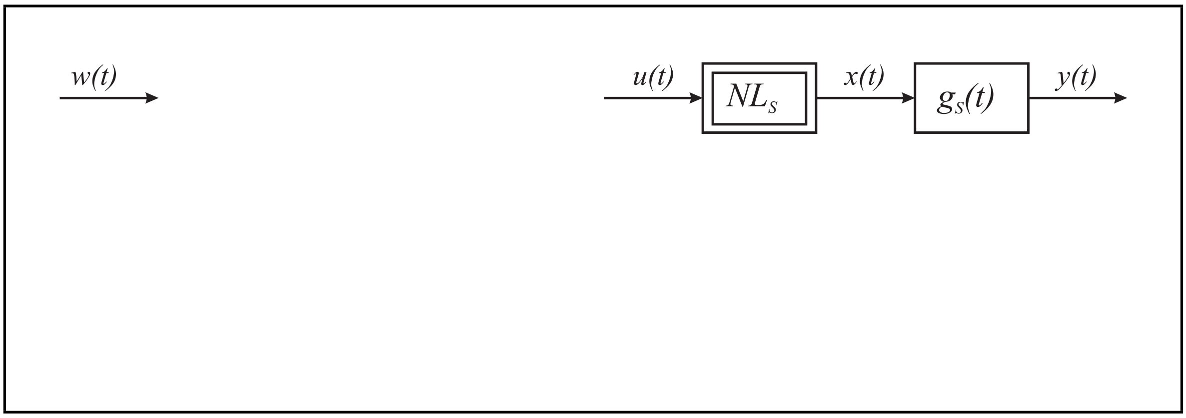
$\mathrm{NL}_s: \; x(t) = \arctan(u(t))$

und einem linear dynamischen System $G_S(s) \bullet\!\!-\!\!\circ\, g_S(t)$, beschrieben durch folgende Differentialgleichung:

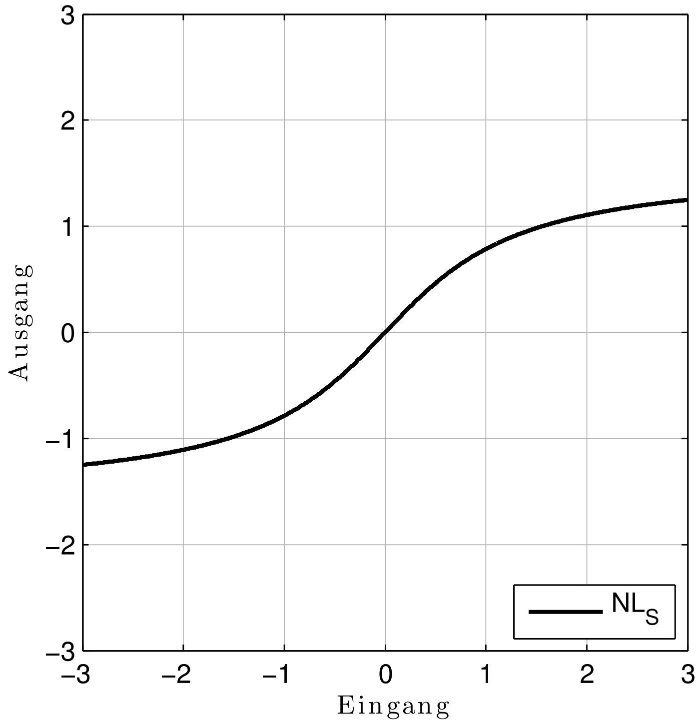
$\dot{y}(t) + 2\,y(t) = x(t)$

Ein geeigneter Regler besteht aus zwei Teilen:
Einem linear dynamischen Teil $G_R(s) \bullet\!\!-\!\!\circ\, g_R(t)$ und einer statischen Nichtlinearität (NL_R), die die Nichtlinearität der Strecke kompensieren soll.

a) Zeichnen sie eine geeignete Anordnung für den geschlossenen Regelkreis unten ein.



b) Wie muss die statische Nichtlinearität des Reglers gewählt werden, um die Nichtlinearität der Stecke zu kompensieren? Zeichnen sie die Lösung unten ein



c) Wie lautet die Differentialgleichung der vollständigen Regelstrecke $y = f(u)$ im Zeitbereich?

d) Führen sie eine Linearisierung der DGL der vollständigen Regelstrecke durch.

e) Wie lautet die linearisierte Strecke im Bildbereich für den stationären Arbeitspunkt $y_0 = 0$?

f) Wählen sie einen Regler, der keine bleibende Regelabweichung aufweist und berechnen sie den offenen Regelkreis mit der linearisierten Strecke.

Hinweis:

$$\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

a) Wann ist ein System nicht phasenminimal?

- [ ] Wenn es eine Nullstelle oder Pol bei $s = 0$ aufweist.
- [x] Wenn es eine Totzeit besitzt.
- [x] Wenn eine Nullstelle in der rechten s-Halbebene liegt.

b) Welches Hilfsmittel kann betrachtet werden, um eine Aussage zur Stabilität eines Systems zu machen, wenn die Regelstrecke eine Totzeit besitzt?

- [ ] Das Hurwitzkriterium.
- [x] Der Amplituden- und Phasenrand.
- [x] Das Nyquistkriterium.

c) Wodurch ist sichergestellt, dass die Regelgröße $y(t)$ der Führungsgröße $w(t)$ möglichst gut folgt?

- [ ] Die Führungsübertragungsfunktion sollte möglichst einen I-Anteil aufweisen.
- [x] Die Führungsübertragungsfunktion sollte möglichst gleich Eins sein.
- [ ] Die Führungsübertragungsfunktion sollte möglichst einen D-Anteil aufweisen.

d) Woran erkennt man, ob ein System globales P-, I- oder D-Verhalten hat?

- [ ] Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \to \infty$.
- [ ] Am Verlauf der Sprungantwort für $t \to 0$.
- [x] Am Verlauf des Frequenzgangs für $\omega \to 0$.

e) Ein System besitzt die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{1}{s+1}$ und wird durch ein Sinusförmiges Signal angeregt. Wie verhalten sich Amplitude und Phase des Ausgangssignals?

- [ ] Für Frequenzen $\omega \ll 1$ ist die Amplitude abgeschwächt.
- [x] Für Frequenzen $\omega \gg 1$ ist die Amplitude abgeschwächt.
- [x] Für Frequenzen $\omega \gg 1$ ist die Phase verschoben.

f) Woran erkennt man einen stabilen Regelkreis?

- [ ] Nach einer endlichen Erregung durch eine Führungsgröße klingt die Regelgröße auf Null ab.
- [x] Nach einer impulsartigen Erregung durch eine Führungsgröße klingt die Regelgröße auf Null ab.
- [x] Nach einer endlichen Erregung durch eine Führungsgröße nimmt die Regelgröße ebenfalls einen endlichen Endwert ein.

g) Das vereinfachte Nyquistkriterium darf angewendet werden, auch wenn der offene Regelkreis . . .

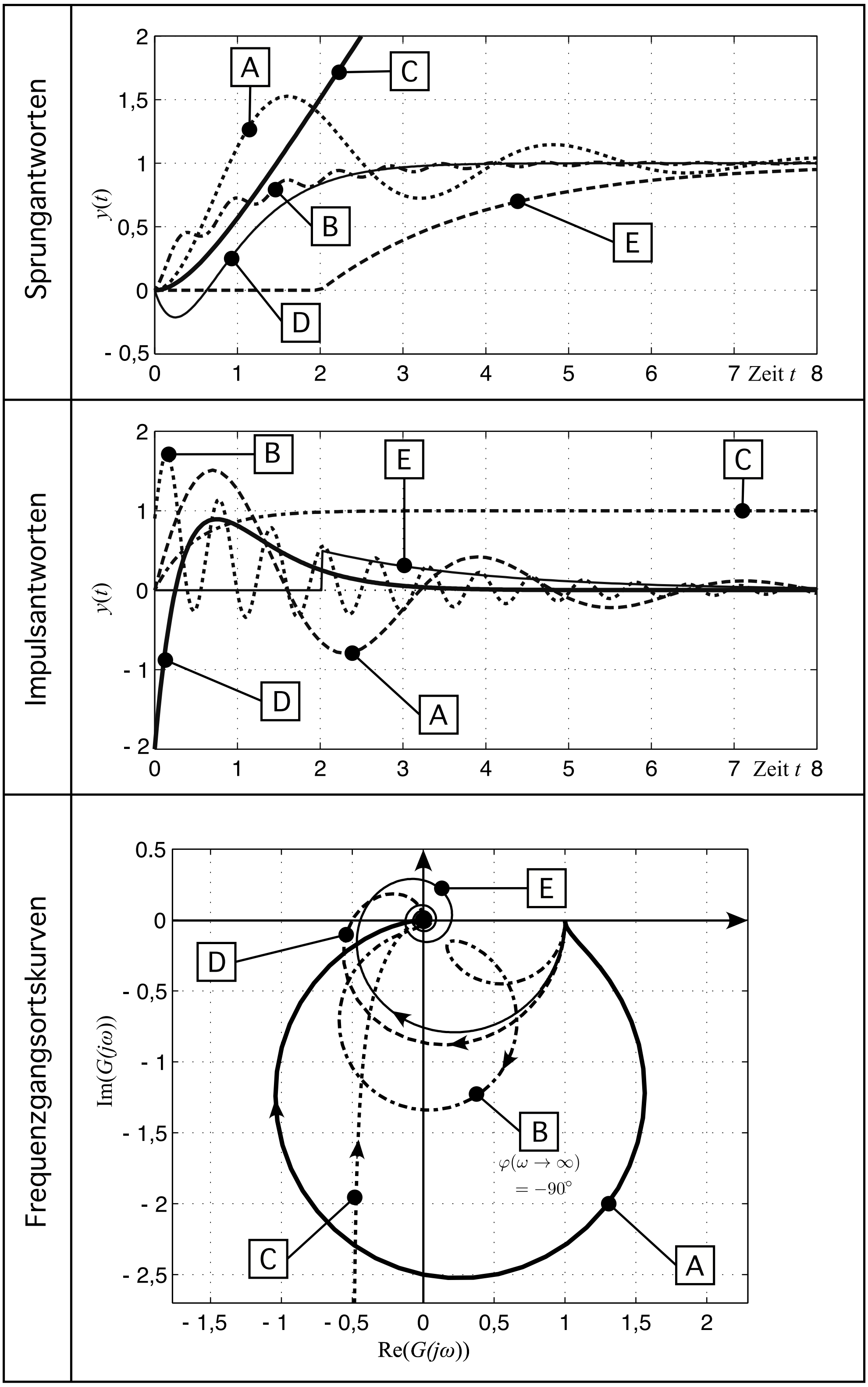
☐ instabilen Pole aufweisen.

■ eine Totzeit aufweisen.

■ einen Pol bei $s = 0$ aufweist.

$\sum$ 12

Aufgabe 2: Dynamische Systeme



5

5

5

Begründungen: 5

Die Begründungen in dieser Musterlösung sind umfangreicher und ausführlicher, als dies in der Klausur für die volle Punktzahl erwartet wurde.

A) $\frac{4}{s^2+0{,}8s+4}$:

$\omega_0^2 = 4$, $2D\omega_0 = 0{,}8 \Rightarrow D = 0{,}2 < 1$. Schwach gedämpftes schwingungsfähiges System 2. Ordnung mit relativ kleiner Schwingungsfrequenz (verglichen mit dem anderen schwingungsfähigen System). Verstärkung 1 (P-Verhalten).
Sprungantwort: System bewegt sich mit abklingender Schwingung von 0 auf den asymptotischen Endwert 1.
Impulsantwort: Gleiches Schwingverhalten, klingt aber auf Null ab.
Ortskurve: Zeigt von 0 bis -180° einen typisch kreisförmigem Verlauf und großen Zeigerlängen wegen Resonanz.

B) $\frac{0{,}9}{s+1} + \frac{10}{s^2+0{,}8s+100} = \frac{0{,}9s^2+10{,}72s+100}{s^3+1{,}8s^2+100{,}8+100}$:

Addition eines Verzögerungsgliedes und eines sehr schwach gedämpften schwingungsfähigen System mit höherer Frequenz im Vergleich zu A: $\omega_0^2 = 100$, $2D\omega_0 = 0,8 \Rightarrow D = 0{,}04 < 1$. Verstärkung 1 (P-Verhalten).

Sprungantwort: Zeigt langsamen Anstieg des Verzögerungsgliedes von Null auf den Endwert 1 mit überlagertem hochfrequentem Schwingen mit geringer Amplitude.
Impulsantwort: Gleiches Schwingverhalten, klingt aber auf Null ab.
Ortskurve: Läuft von 0 bis -90° (Zusammenfassen der Summe zu einer Übertragungsfunktion: Polüberschuss $n - m = 1$) zeigt aber zunächst für PT1 typischen Halbkreis, der in den typischen Kreis eines schwach gedämpften Systems 2. Ordnung übergeht.

C) $\frac{2}{s(s+2)}$:

System mit I-Verhalten (Faktor s im Nenner) in Reihe geschaltet mit einem PT1 Glied.
Sprungantwort: Strebt durch das PT1 verzögert aber schwingungsfrei für $t \to \infty$ gegen ∞.
Impulsantwort: Da das System einfaches I-Verhalten hat, verbleibt die Ausgangsgröße nach dem Impuls auf einem endlichen Wert.
Ortskurve: Beginnt im Unendlichen mit -90° und endet im Ursprung mit -180° (Polüberschuss 2).

D) $\frac{2(1-0{,}5s)}{(1+0{,}5s)(s+2)}$:

Reihenschaltung von Allpass- (Pol und Nullstelle an der Imaginärachse gespiegelt) und Verzögerungsglied (PT1). Verstärkung 1 (P-Verhalten).
Sprungantwort: Sprungantwort strebt zunächst in die negative Richtung, dann verzögert und schwingungsfrei auf den Endwert 1.
Impulsantwort: Beginnt für $t = 0$ bei -2 (Anfangswertsatz: $y(t \to 0) = \lim_{s\to\infty} sG(s)$) klingt dann schwingungsfrei auf Null ab.
Ortskurve: Beginnt bei 0° und endet bei -270°, weil das Allpassglied alleine bereits -180° Phase erzeugt, dazu kommen dann noch die -90° des PT1.

E) $\frac{0{,}5}{s+0{,}5} \cdot e^{-2s}$:

Verzögerungsglied erster Ordnung (PT1) mit einer Totzeit von 2 sec. Verstärkung 1 (P-Verhalten).
Sprungantwort: Sprungantwort beginnt erst bei $t = 2$ und strebt verzögert aber schwingungsfrei gegen 1.

Impulsantwort: Zeigt die gleiche Zeitverschiebung und dynamisches Verhalten klingt aber auf Null ab.
Ortskurve: Zeigt aufgrund der der starken Phasenverschiebung des Totzeitgliedes den typischen spiralförmigen Verlauf für große ω. $\boxed{\sum 20}$

Aufgabe 3: Wurzelortskurve

a) Muss für die Konstruktion der Wurzelortskurve der offene, oder der geschlossene Regelkreis verwendet werden?

Die Konstruktion erfolgt anhand der Pole und Nullstellen des **offenen** Regelkreises. 0,5

b) Zeichnen sie die entsprechenden Pole und Nullstellen ein.

(siehe Zeichnung) 0,5

c) Berechnen sie die Anzahl der Äste der Wurzelortskurve die im Unendlichen enden.

Es endet $n - m = 1$ Ast der WOK im Unendlichen. 0,5

d) Berechnen sie (sofern nötig) die Asymtotemwinkel der Äste, die ins Unendliche gehen.

Basierend auf der Formel

$$\Phi_l = (1 + 2 \cdot l) \cdot \frac{180^\circ}{n - m} \qquad \text{mit:} \quad l = 0, 1, \ldots, n - m - 1$$

ergibt sich mit $n - m = 1$ daraus $l = 0$:

$$\Phi_0 = (1 + 2 \cdot 0) \cdot \frac{180^\circ}{1} = 180^\circ$$

1

e) Berechnen sie (sofern nötig) die Verzweigungspunkte der Wurzelortskurve.

Mit der Formel

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{s_v - n_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{s_v - p_i}$$

ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{1}{s_v + 1} &= \frac{1}{s_v} + \frac{1}{s_v - 1} \\ s_v \cdot (s_v - 1) &= ((s_v - 1) + s_v) \cdot (s_v + 1) \\ 0 &= s_v^2 + 2\, s_v - 1 \end{aligned}$$

Daraus ergeben sich die beiden Verzweigungspunkte der WOK

$$s_{v\,1,2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + 1} = -1 \pm \sqrt{2}$$

3,5

f) Was stellen die Äste der Wurzelortskurve dar?

Den Verlauf der Pole des **geschlossenen** Regelkreises für zunehmende Verstärkung K. 1

g) Zeichnen sie die Äste der Wurzelortskurve ein. Makieren sie die Richtung der Äste eindeutig.

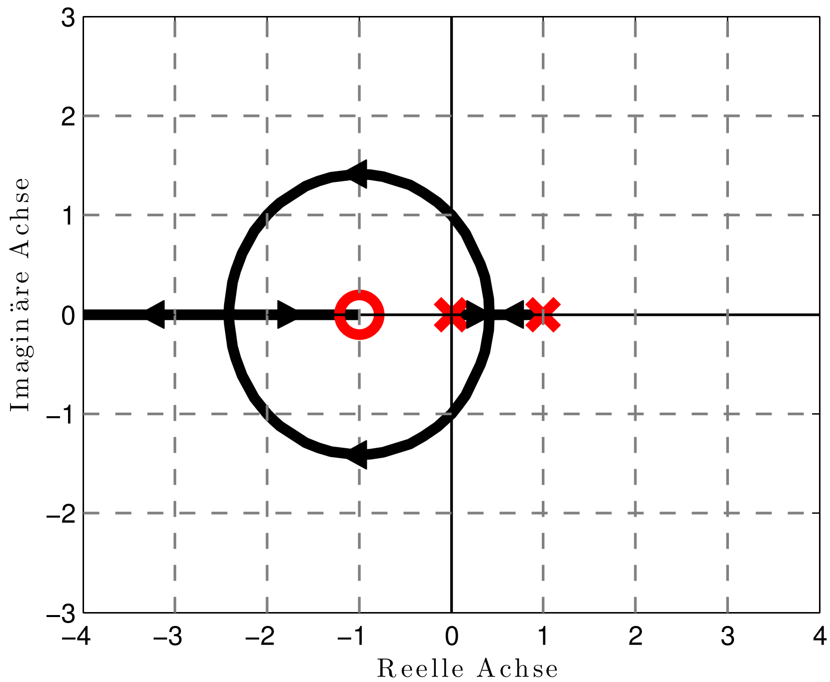
(siehe Zeichnung) 1

h) Begründen sie kurz anhand der Wurzelortskurve, ob der geschlossene Regelkreis schwingungsfähig ist. Eine ausführliche Berechnung ist nicht notwendig.

Wie in der Zeichnung zu sehen ist, verlassen zwei Äste der WOK für einen begrenzten Intervall von K die reelle Achse. Das bedeutet es existiert ein Bereich für K, in dem der geschlossene Regelkreis schwingungsfähig ist. 1,5

i) Begründen sie kurz anhand der Wurzelortskurve, ob der geschlossener Regelkreis stabil ist. Eine ausführliche Berechnung ist nicht notwendig.

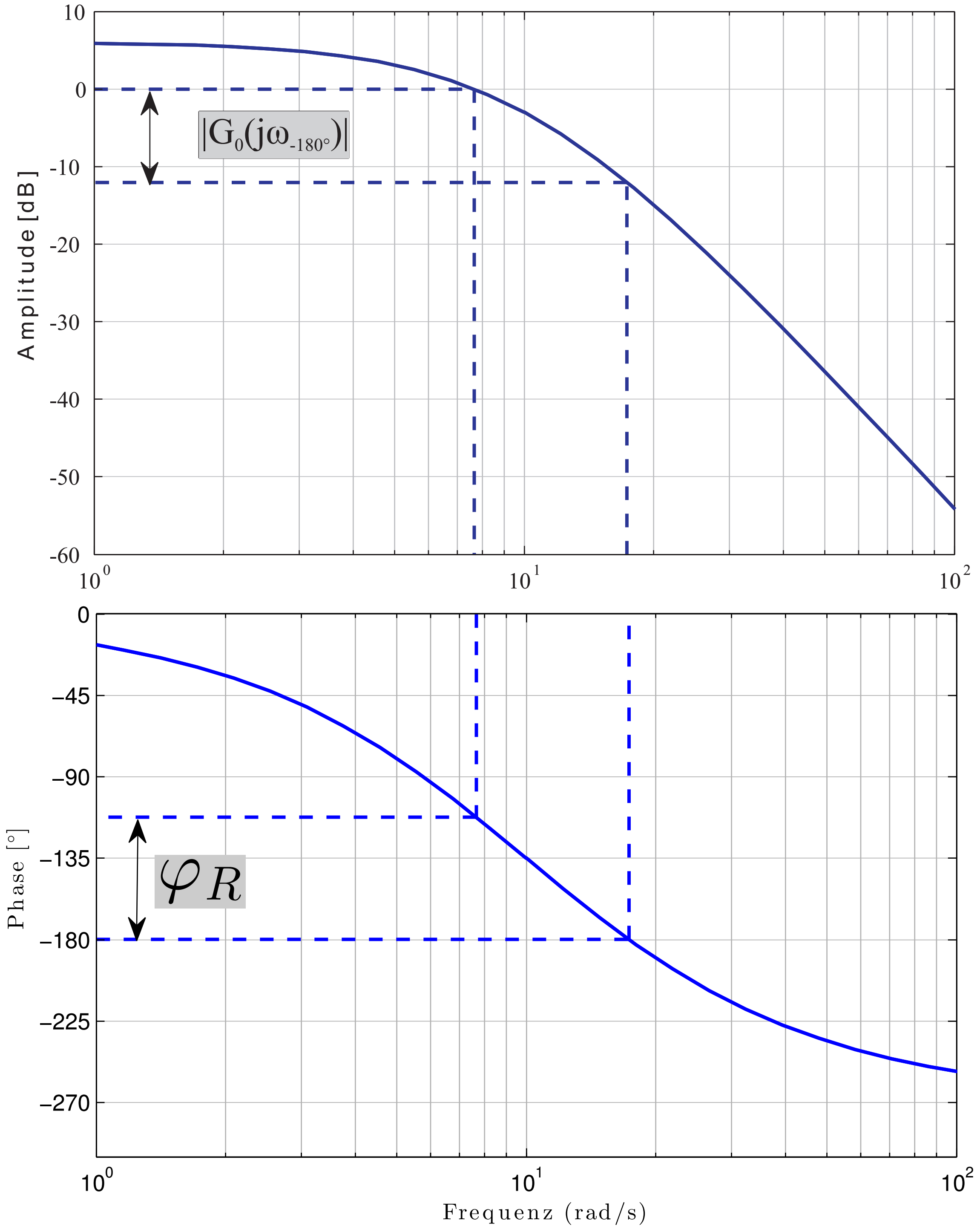
Wie in der Zeichnung zu sehen ist, verlassen zwei Äste der WOK die rechte Halbebende erst ab einem bestimmten Wert von K. K muss also einen Mindestwert annehmen, bevor der geschlossene Regelkreis stabil ist. 1,5



$\sum 11$

Aufgabe 4: Amplituden- und Phasengang

a) Lesen Sie aus dem Diagramm den Amplituden- und Phasenrand ab.



Aus den Diagrammen ist abzulesen:

- Amplitudenrand:

$$k_R = \frac{1}{|G_0(j\omega_{-180°})|} \approx \frac{1}{-12 \text{ dB}} \approx \frac{1}{0{,}25} \approx 4$$

- Phasenrand:

$$\varphi_R = 180° - |-112| = 68°$$

4,5

b) Erläutern sie **kurz** was der Amplituden- und Phasenrand aussagt.

Der Amplitudenrand gibt den Faktor an, um den die Kreisverstärkung erhöht werden kann, bis die Stabilitätsgrenze erreicht wird.

Der Phasenrand gibt den Winkel an, um den die Phasenverschiebung erhöht werden kann, bis die Stabilitätsgrenze erreicht wird.

Da der Amplitudenrand > 1 und der Phasenrand > 0 ist, ist der geschlossene Regelkreis mit $G_R = 2$ stabil.

1,5

Das reale System besteht aus einem P-Regler und einer totzeitbehafteten Strecke:

$$G_R(s) = K \qquad \text{mit } K > 0$$

$$G_S(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{10} \cdot s\right)^3} \cdot e^{-T_t\, s} \qquad \text{mit } T_t > 0$$

c) Berechnen sie den Amplituden- und Phasengang des realen Systems.

$$G_0(s) = K \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{10} \cdot s\right)^3} \cdot e^{-T_t\, s}$$

$$G_0(j\omega) = K \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{10} \cdot j\omega\right)^3} \cdot e^{-T_t\, j\omega}$$

Amplitudengang

$$\begin{aligned} A(G_0) &= |G_0(j\omega)| \\ &= |K| \cdot \left| \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{10} \cdot j\omega\right)^3} \right| \cdot \left| e^{-T_t\, j\omega} \right| \\ &= K \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{100} \cdot \omega^2\right)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

Phasengang

$$\begin{aligned} \varphi(G_0) &= \arg(G_0(j\omega)) \\ &= \arg(K) + \arg\left(\frac{1}{\left(1 + \frac{1}{10} \cdot j\omega\right)^3} \right) + \arg\left(e^{-T_t\, j\omega}\right) \\ &= \arg(K) - 3 \cdot \arg\left(1 + \frac{1}{10} \cdot j\omega\right) + \arg\left(e^{-T_t\, j\omega}\right) \\ &= \arctan\left(\frac{0}{K}\right) - 3 \cdot \arctan\left(\frac{\frac{1}{10} \cdot \omega}{1}\right) - T_t\, \omega \\ &= -3 \cdot \arctan\left(\frac{1}{10} \cdot \omega\right) - T_t\, \omega \end{aligned}$$

4

d) Ist das System bei einer Reglerverstärkung $K = 2$ und einer Totzeit $T_t = 0{,}2$ stabil? Betrachten sie dazu den Phasenrand.

Für den Phasenrand gilt $\varphi_R = 180° - |\varphi(\omega_D)|$, d.h zunächst wird die Durchtrittsfrequenz ω_D benötigt. Für diese gilt

$$\begin{aligned}
|G(j\,\omega_D)| &= 1 \\
K \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{100}\cdot\omega_D^2\right)^{\frac{3}{2}}} &= 1 \\
K &= \left(1 + \frac{1}{100}\cdot\omega_d^2\right)^{\frac{3}{2}} \\
100\cdot\left(K^{\frac{2}{3}} - 1\right) &= \omega_D^2 \\
\omega_D &= 10\cdot\sqrt{K^{\frac{2}{3}} - 1}
\end{aligned}$$

Für $K = 2$ ist $\omega_D \approx 7{,}66$. Damit ist der Phasenrand

$$\begin{aligned}
\varphi_R &= 180° - |\varphi(\omega_D)| \\
&= 180° - \left|-3\cdot\arctan\left(\frac{1}{10}\cdot\omega_D\right) - T_t\,\omega_D\right| \\
&\approx \pi - |-1{,}96 - 1{,}53| \\
&\approx -0{,}35 \mathrel{\hat{\approx}} -20°
\end{aligned}$$

Der Phasenrand ist negativ, dass System ist also für das gewählte K bei einer Totzeit mit $T_t = 0{,}2$ nicht stabil. $\boxed{7}$

Aufgabe 5: Verständnisfragen

a) Was gilt für die Empfindlichkeitsfunktion eines Regelkreises?

- [ ] Die Empfindlichkeitsfunktion wird **nicht** durch den Regler beeinflusst.
- [x] Sie ist identisch mit der Übertragungsfunktion von Führungsgröße zu Regelfehler ($w \to e$).
- [x] Sie ist identisch mit der Störübertragungsfunktion ($d \to y$).

b) Wozu kann eine Vorsteuerung verwendet werden?

- [ ] Zur Entfernung von Störeinflüssen.
- [x] Zur Verbesserung des Führungsverhaltens z.B. durch Kürzen unerwünschter Nullstellen in der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises.
- [ ] Zur Kompensation von Allpassverhalten (positive Nullstellen) und Totzeiten.

c) Welche Aussagen sind für einen Zweipunktregler richtig?

- [x] Ein Regelkreis mit Zweipunktregler ist nichtlinear.
- [x] Im Regelkreis kann ein sogenanntes Chattering auftreten (Rattern, andauerndes hochfrequentes Springen zwischen maximaler und minimaler Stellgröße).
- [ ] Das Problem des Chatterings kann auch durch Verwendung eines Zweipunktreglers mit Hysterese nicht beeinflusst werden.

d) Welches Reglerhalten kann bei Verwendung eines Zweipunktreglers mit Hysterese beobachtet werden?

- [ ] Bei einem Führungssprung nähert sich die Regelgröße stets asymptotisch dem Sollwert an.
- [x] Es tritt eine Dauerschwingung auf, deren Amplitude von der Hysteresebreite abhängt.
- [x] Eine solche Dauerschwingung lässt sich durch Verwendung einens Zweipunktreglers mit toter Zone vermeiden.

e) Wozu dient ein Smith-Prädiktor?

- [x] Verbesserung der Regelung eines Systems mit Totzeit.
- [ ] Zur Vorhersage des Auftretens einer Störgröße.
- [ ] Die Länge der Totzeit einer Regelstrecke zu bestimmen.

f) Welche Vor- und Nachteile hat die Verwendung von Hilfsstell- und Hilfsregelgrößen?

- [ ] Es kann lediglich das Führungs- und nicht das Störverhalten verbessert werden.
- [ ] Jede Strecke, die mit einem Standardregelkreis geregelt wird, kann mit Hilfsstell- und Regelgrößen erweitert werden.
- [x] Das Verfahren kann nur verwendet werden, wenn die Regelstrecke die Möglichkeit bietet zusätzliche Mess- oder Stelleinrichtungen anzubringen.

g) Nichtlineare Systeme haben folgende Eigenschaften:

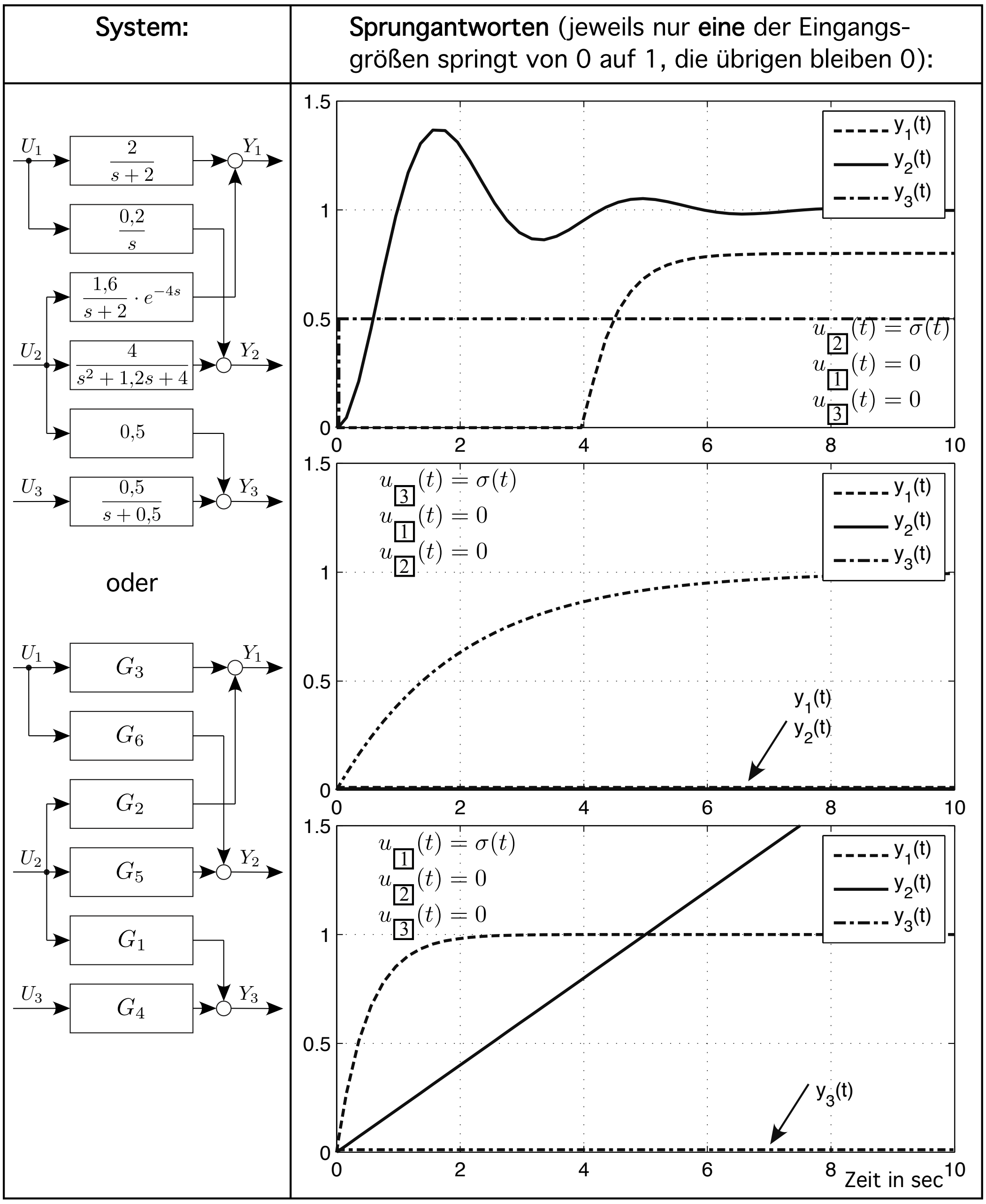
- [ ] Sie können genauso wie lineare Systeme zum einfacheren Reglerentwurf mit der Laplace-Transformation in den Frequenzbereich übertragen werden.
- [ ] Die Stabilität kann **nicht** vom Eingangssignal abhängen.
- [x] In einer Reihenschaltung von nichtlinearen Systemen hat die Reihenfolge der Systeme in der Regel einen Einfluss auf das Gesamtübertragungsverhalten.

h) Was versteht man bei Reglern unter *Anti-Windup*?

- [x] Verbesserung des Verhaltens eines Reglers mit I-Anteil bei Auftreten von Stellgrößenschränkungen (z.B. starkes Überschwingen vermeiden).
- [ ] Bei Auftreten einer Stellgrößenbeschränkung werden der P- und D-Anteils eines Reglers begrenzt.
- [x] Bei Auftreten einer Stellgrößenbeschränkung wird der I-Anteils eines Reglers begrenzt.

$\sum$ 12

Aufgabe 6: **Mehrgrößensysteme**



12

a) **Begründungen**:
Nur die Stellgröße u_2 wirkt auf alle Ausgänge, daher oberes Diagramm, u_3 wirkt nur auf y_3 daher mittleres Diagramm, u_1 wirkt auf y_1 und y_2, daher unteres Diagramm.

Oberes Diagramm: y_2 schwingt, daher System 2. Ordnung (G_5) zwischen u_2 und y_2, y_1 zeigt verzögertes Verhalten und eine Zeitverschiebung, daher PT-1 mit Totzeit (G_2) zwischen u_2 und y_1, y_3, ist konstant, daher P-Glied (G_1) zwischen u_2 und y_3.

Mittleres Diagramm: y_3 zeigt verzögertes Verhalten, daher PT-1. Es stehen aber zwei PT-1 zur Auswahl G_3 und G_4. Da im unteren Diagramm noch ein schnelleres Verzögerungsverhalten zu erkennen ist, muss hier das langsamere, also G_4 zwischen u_3 und y_3 eingefügt werden.

Unteres Diagramm: y_1 zeigt das schnellere Verzögerungsverhalten, daher G_3 zwischen u_1 und y_1. y_2 zeigt I-Verhalten, daher Integrator (G_6) zwischen u_1 und y_2.

b) Aus dem Blockschaltbild liest man ab:

$$y_1 = G_3 \cdot u_1 + G_2 \cdot u_2$$
$$y_2 = G_6 \cdot u_1 + G_5 \cdot u_2$$
$$y_3 = G_1 \cdot u_2 + G_4 \cdot u_3$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_3 & G_2 & 0 \\ G_6 & G_5 & 0 \\ 0 & G_1 & G_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$ $\boxed{6}$

$\boxed{\sum 18}$

Aufgabe 7: Störgrößenaufschaltung

a) Für die Aufschaltung ergeben sich folgende Bedingungen, die aus dem Blockschaltbild abgelesen werden können:

$$\frac{1}{s+5} \cdot Z - G_{AU1} \cdot \frac{2}{s} \cdot \frac{4}{s+1} \cdot Z = 0 \Leftrightarrow \boxed{G_{AU1} = \frac{s(s+1)}{8(s+5)}}$$ 3

$$\frac{1}{s+5} \cdot Z - G_{AU2} \cdot \frac{4}{s+1} \cdot Z = 0 \Leftrightarrow \boxed{G_{AU2} = \frac{s+1}{4(s+5)}}$$ 3

b) Bei einem realisierbaren dynamischen System muss die Nennerordnung n größer oder gleich der Zählerordnung m sein:

$$G_{AU1}: \; n = 1, \; m = 2 \Rightarrow n < m \Rightarrow \boxed{\text{nicht realisierbar}}$$ 1

$$G_{AU2}: \; n = 1, \; m = 1 \Rightarrow n = m \Rightarrow \boxed{\text{realisierbar}}$$ 1

G_{AU2} ist also bevorzugt zu verwenden.

c) Um G_{AU1} verwenden zu können, muss ein (möglichst schneller) Pol hinzugefügt werden um $n = m = 2$ zu erhalten:

$$G_{AU1_{real}} = \frac{s(s+1)}{8(s+5)(1+Ts)}, \qquad T \to 0$$ 1

d) Eine statische Aufschaltung ist nicht sinnvoll, da G_{AU1} D-Verhalten hat (Faktor s im Zähler), d.h. der Ausgang der Aufschaltung muss bei sprungförmiger Anregung stets auf Null abklingen. Dies ist bei einem statischen Übertragungsglied (P-Glied) nur für $G_{AU_{real}} = 0$ der Fall, also wenn gar keine Aufschaltung vorliegt! Dies ergibt sich auch aus der Berechnung des stationären Endwertes:

$$G_{AU1_{real}} = \lim_{s \to 0} G_{AU1} = \frac{0(0+1)}{8(0+5)} = \frac{0}{40} = 0$$ 1

$\sum 10$

Aufgabe 8: Nichtlinearer Regelkreis

Gegeben ist eine nichtlineare Regelstrecke, bestehend aus einer statischen Nichtlinearität

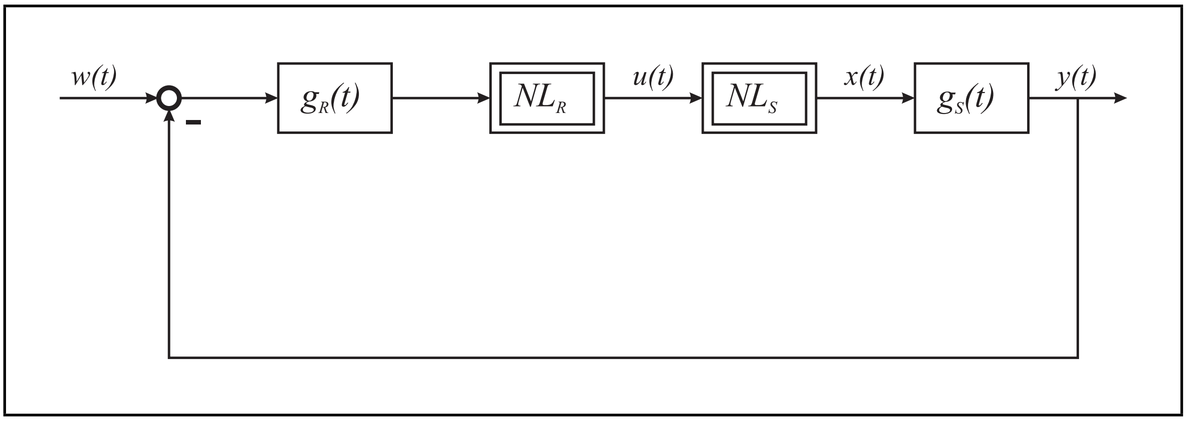
$$\mathrm{NL}_S: \quad x = \arctan(u)$$

und einem linear dynamischen System

$$G_S(s) = \frac{1}{s+2}$$

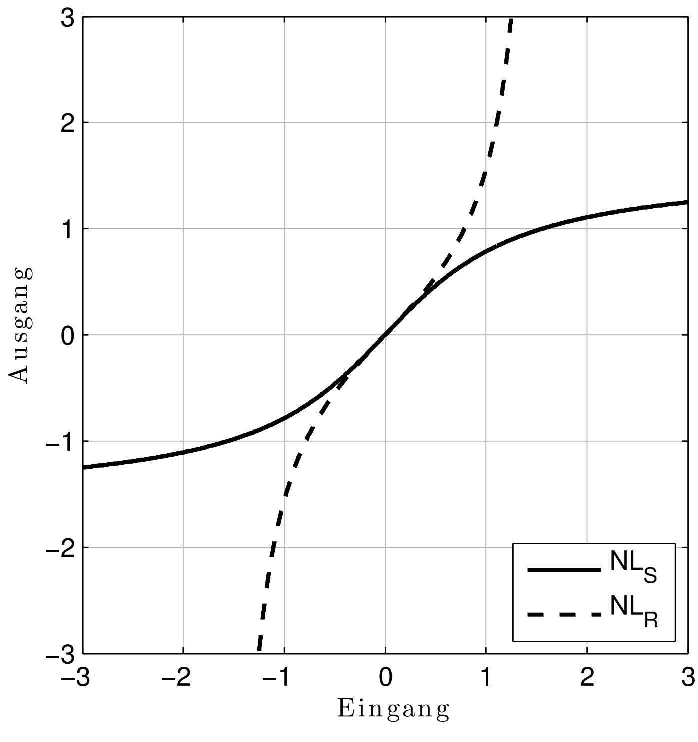
Ein geeigneter Regler besteht aus zwei Teilen: Einem linear dynamischen PI-Anteil (G_R) und einer statischen Nichtlinearität (NL_R), die die Nichtlinearität der Strecke kompensiert.

a) Zeichnen sie eine geeignete Anordnung für den geschlossenen Regelkreis unten ein.



3

b) Wie muss die statische Nichtlinearität des Reglers gewählt werden, um die Nichtlinearität der Stecke zu kompensieren? Zeichnen sie die Lösung unten ein.



3

c) Wie lautet die Differentialgleichung der vollständigen Regelstrecke im Zeitbereich?

$$\dot{y}(t) + 2\,y(t) = \arctan u(t)$$ 1

d) Führen sie eine Linearisierung der DGL der vollständigen Regelstrecke durch.
Die linearisierte Form lautet:

$$F(\dot{y}, y, u) = \dot{y}(t) + 2\,y(t) - \arctan u(t) = 0$$

$$F_{\text{lin}} = \underbrace{F|_{\text{AP}}}_{=0} + \left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_{\text{AP}} \cdot \Delta\, y + \left.\frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\right|_{\text{AP}} \cdot \Delta\, \dot{y} + \left.\frac{\partial F}{\partial u}\right|_{\text{AP}} \cdot \Delta\, u = 0$$ 1

Darin ist ein Arbeitspunkt AP bestimmt mit:

AP: $\dot{y}(t) = \dot{y}_0$ $\qquad y(t) = y_0$ $\qquad u(t) = u_0$

$$F|_{\text{AP}} = \dot{y}_0 + 2\,y_0 - \arctan u_0$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial y}\right|_{\text{AP}} = 2$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial \dot{y}}\right|_{\text{AP}} = 1$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial u}\right|_{\text{AP}} = -\left.\frac{1}{1+u(t)^2}\right|_{\text{AP}} = -\frac{1}{1+u_0^2}$$ 2

Die linearisierte Form lautet damit:

$$0 = 2 \cdot \Delta\, y + 1 \cdot \Delta\, \dot{y} - \frac{1}{1+u_0^2} \cdot \Delta\, u$$

$$0 = 2 \cdot (y_{\text{lin}}(t) - y_0) + 1 \cdot (\dot{y}_{\text{lin}}(t) - \dot{y}_0) - \frac{1}{1+u_0^2} \cdot (u_{\text{lin}}(t) - u_0)$$

2

e) Wie lautet die linearisierte Strecke im Bildbereich für den stationären Arbeitspunkt $y_0 = 0$?

Für einen stationären Arbeitspunkt gilt: Alle Ableitungen sind gleich Null. Daher gilt hier

$$\underbrace{\dot{y}(t)}_{=0} + 2\,y(t) - \arctan u(t) = 0$$

also

3

$$y_0 = \frac{1}{2} \arctan u_0 \qquad \Leftrightarrow \qquad u_0 = \tan(2\,y_0) \qquad \Leftrightarrow \qquad u_0 = \tan(0) = 0$$

Die linearisierte Strecke im Zeitbereich lautet also

$$2\,y_{\text{lin}}(t) + \dot{y}_{\text{lin}}(t) - u_{\text{lin}}(t) = 0$$ $\boxed{2}$

und im Bilbereich somit

$$G_{S\,\text{lin}}(s) = \frac{1}{s+2}$$ $\boxed{1}$

f) Wählen sie einen Regler, der keine bleibende Regelabweichung aufweist und berechnen sie den offenen Regelkreis mit der linearisierten Strecke.

Die Strecke besitzt PT_1 Verhalten, daher ist z.B. ein PI-Regler ausreichend: $\boxed{1}$

$$G_R(s) = K \cdot \left(1 + \frac{1}{T\,s}\right) = K \cdot \frac{T\,s+1}{T\,s}$$
$$G_{0\,\text{lin}} = K \cdot \frac{T\,s+1}{T\,s} \cdot \frac{1}{s+2}$$ $\boxed{1}$

Hinweis:

$$\frac{d}{dx}\arctan x = \frac{1}{1+x^2}$$