Prüfungsklausur Mess- und Regelungstechnik 2 (MRT2)

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

14. Juli 2008

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	20	10	20	30	20	100
Note:	Ist:						

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Was ist eine Kaskadenregelung?

- ☐ Eine insbesondere in der Antriebstechnik sehr häufig verwendete Reglerstruktur.
- ☐ Eine Regelung, die aus einem inneren und mindestens einem umschließenden äußeren Regelkreis besteht.
- ☐ Eine Reihenschaltung zweier Regelkreise.

b) Welche Eigenschaften können dem Kalman-Filter zugeordnet werden?

- ☐ Das Kalman-Filter stellt eine Erweiterung des Luenberger-Beobachters dar.
- ☐ Das Kalman-Filter stellt eine Erweiterung des Zustandsreglers dar.
- ☐ Beim Kalman-Filter geht man von einer stochastischen Beschreibung der Signale und der Verlustfunktion aus.

c) Welche Aussagen treffen für das System $G(s) = s/(s^2 + 6s + 4)$ zu?

- ☐ Das System ist linear.
- ☐ Das System ist nichtlinear.
- ☐ Das System ist zeitvariant.

d) Wozu dient der Smith-Prädiktor?

- [ ] Zur Prädiktion von Störgrößen.
- [ ] Zur Regelung von Strecken mit Totzeit.
- [ ] Mit dem Smith-Prädiktor ist es möglich, Methoden wie z.B. das Hurwitz-Kriterium oder den Polvorgabe-Regler auch bei totzeitbehafteten Systemen anzuwenden.

e) Was gilt für die Zustände eines dynamischen Systems?

- [ ] Der Zustandsvektor kann mehr Elemente enthalten als nötig.
- [ ] Es gibt nur eine beschränkte Anzahl von Wahlmöglichkeiten für den Zustandsvektor, damit dasselbe Ein-/Ausgangsverhalten erreicht wird.
- [ ] Im Zustandsvektor muss alle innere Information über das System enthalten sein.

f) Was versteht man unter einer Hammerstein- oder Wiener-Struktur?

- [ ] Besondere Reglerstrukturen für den optimalen Reglerentwurf.
- [ ] Ein System, das sich in eine Reihenschaltung aus einem dynamischen linearen und einem statischen nichtlinearen Teilsystem zerlegen lässt.
- [ ] Beide Begriffe bedeuten das Gleiche und bezeichnen eine besondere nichtlineare Streckenstruktur.

g) Wann benötigt man Mehrgrößenregelungen?

- [ ] Wenn ein System in Zustandsform vorliegt.
- [ ] Insbesondere, wenn eine starke Kopplung mehrerer Stell- und Regelgrößen untereinander vorliegt.
- [ ] Allgemein, wenn eine Strecke mit mehreren Stell- und Regelgrößen vorliegt.

h) Sie möchten eine Folgeregelung entwerfen, bei der die Regelgröße einer rampenförmigen Führungsgröße ohne Regelfehler folgt (Inneres Modell Prinzip). Wann ist dies möglich?

- [ ] Wenn der Regler einen I-Anteil enthält.
- [ ] Wenn der offene Regelkreis einen doppelten I-Anteil enthält.
- [ ] Wenn der offene Regelkreis die Übertragungsfunktion $\frac{1}{s^2+\omega_0^2}$ enthält.

i) Was ist typisch für Regelungen mit einem Zweipunktregler mit Hysterese?

- [ ] Der stationäre Regelfehler $e(t \to \infty)$ strebt asymptotisch gegen Null.
- [ ] Die Regelgröße führt auch im stationären Zustand stets Dauerschwingungen aus.
- [ ] Durch die Verringerung der Hysteresebreite erhöht sich die Schalthäufigkeit des Reglers, aber der Regelfehler nimmt ab.

j) Was ist die Matrix-Riccati-Gleichung?

- [ ] Eine andere Bezeichnung für die Zustandsgleichung.
- [ ] Matrixgleichung, die bei einem optimalen Zustandsreglerentwurf gelöst werden muss.
- [ ] Matrixgleichung, die bei einem optimalen Zustandsbeobachterentwurf gelöst werden muss.

k) Welche Vorteile bzw. Nachteile hat die Transformation der Zustandsgleichungen der Regelstrecke in die Regelungsnormalform?

- [ ] Die Transformation kann auch bei vielen Zuständen sehr leicht von Hand durchgeführt werden.
- [ ] Bei einer Polvorgabe können die benötigten Reglerparameter sehr einfach ermittelt werden.
- [ ] Nicht alle vollständig zustandssteuerbaren Systeme mit einem Ein- und einem Ausgang lassen sich in Regelungsnormalform bringen.

l) Welches sind Eigenschaften von nichtlinearen Systemen?

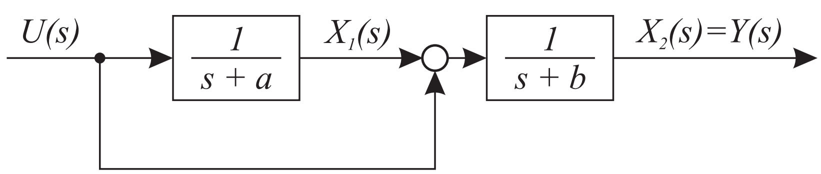
- [ ] Die Stabilität kann vom Eingangssignal abhängen.
- [ ] Das System wird vollständig durch einen Frequenzgang (Amplituden- und Phasengang) beschrieben.
- [ ] Die Reihenfolge von Blöcken im Blockschaltbild darf verändert werden.

m) Welche Kennlinien lassen sich immer invertieren?

- [ ] Streng monoton fallende Kennlinien.
- [ ] Monoton steigende Kennlinien.
- [ ] Eindeutige Kennlinien.

Aufgabe 2: Zustandsgleichungen

Gegeben sei das Blockschaltbild einer Regelstrecke im Bildbereich.



Stellen Sie die Zustandsgleichungen im Zeitbereich auf. Ermitteln Sie $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}^T$.

Aufgabe 3: Zustandsregler

Gegeben ist folgende Regelstrecke in Zustandsform:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \qquad \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

a) Ermitteln Sie die Pole des Systems. Ist das System stabil?

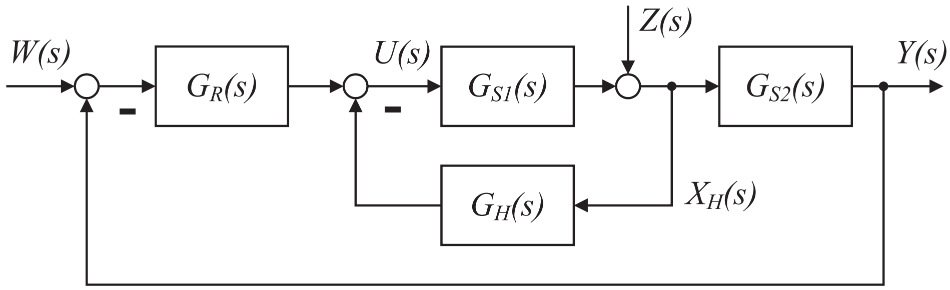
b) Zeigen Sie, dass das System vollständig zustandssteuerbar ist.

c) Zeigen Sie, dass das System vollständig zustandsbeobachtbar ist.

d) Entwerfen Sie einen Zustandsregler derart, dass die Eigenwerte (Pole) des Reglers bei $s = -6$ liegen.

Aufgabe 4: Hilfsregelgröße

Gegeben ist der unten abgebildete Regelkreis mit der Hilfsregelgröße $X_H(s)$. Die Regelstrecke besteht aus zwei Teilstrecken $G_{S1}(s)$ und $G_{S2}(s)$ zwischen denen eine Störung angreift.



a) Leiten Sie aus dem abgebildeten Blockschaltbild die Führungs- und Störübertragungsfunktionen des geregelten Systems her.

b) Welchen Vorteil bietet die Einführung der Hilfsregelgröße $X_H(s)$?

c) Die Strecken- und Reglerübertragungsfunktionen lauten:

$$G_{S1}(s) = \frac{1}{s+4}\,, \qquad G_{S2}(s) = \frac{2}{s+1}\,, \qquad G_R(s) = K_P$$

Bestimmen Sie für den Standardregelkreis **ohne Hilfsregelgröße** ($G_H(s) = 0$) den Reglerparameter K_P so, dass der geschlossene Regelkreis zwei reelle Pole hat (Dämpfung $D = 1$).

d) Um die Schnelligkeit des Regelkreises abzuschätzen, bestimmen Sie auch die Eckfrequenz ω_0. Wie muss K_P verändert werden, um die Eckfrequenz ω_0 zu vergrößern? Was passiert in diesem Fall mit der Dämpfung D?

e) Zeigen Sie, dass es bei Verwendung einer Hilfsregelgröße (P-Hilfsregler $G_H(s) = K_H$) möglich ist, die Dämpfung auf $D = 1$ festzulegen und trotzdem die Eckfrequenz des Regelkreises auf $\omega_0 = 5\,\mathrm{sec}^{-1}$ zu erhöhen.

Hinweis: Für den Fall, dass Sie **nicht** in der Lage waren, die Führungsübertragungsfunktion aufzustellen, rechnen Sie bitte mit der folgenden **Ersatzführungsübertragungsfunktion** weiter:

$$\boxed{G_W(s) = \frac{K_P}{s^2 + (4+K_H)s + K_P + K_H}}$$

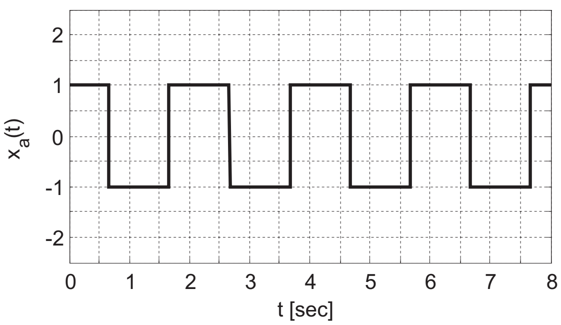
Die oben stehende **Ersatzführungsübertragungsfunktion** $G_W(s)$ stimmt **nicht** mit der korrekt errechneten Führungsübertragungsfunktion aus Aufgabenteil a) überein!

Aufgabe 5: Nichtlineare Kennlinien

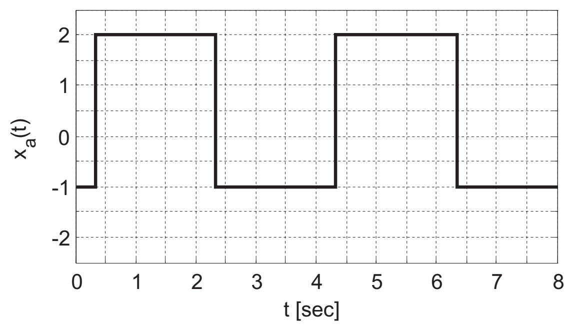
Gegeben sind die folgenden 8 Ausgangssignale (Systemantworten) $x_a(t)$ nichtlinearer Regelkreiselemente auf ein gegebenes Eingangssignal $x_e(t)$. Auf der folgenden Seite sind 5 unterschiedliche Systeme bestehend aus dem Eingangssignal $x_e(t)$ (I-V) und der jeweiligen dazugehörigen Kennlinie (I-V) abgebildet. Ordnen Sie den Systemen (I-V) das jeweilige korrekte Ausgangssignal zu und begründen Sie Ihre Zuordnung.

Hinweis: Nur 5 der 8 Ausgangssignale können zugeordnet werden!

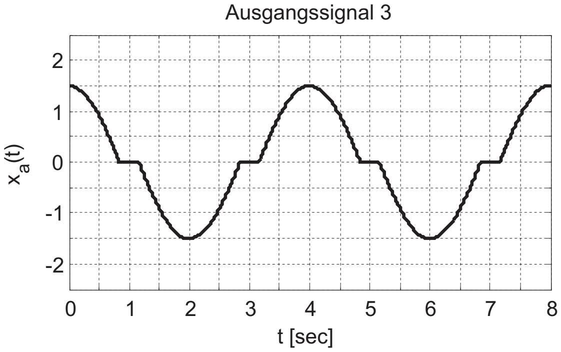
Ausgangssignal 1



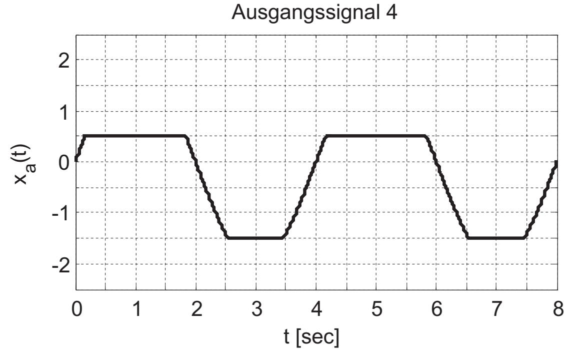
Ausgangssignal 2



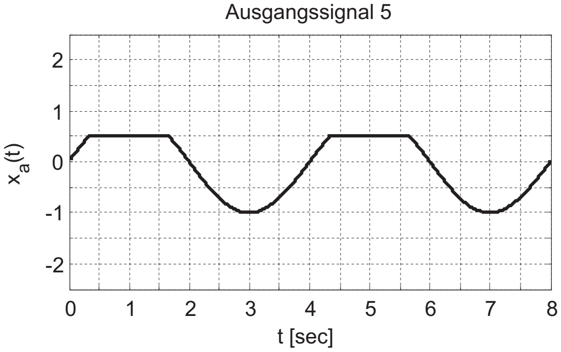
Ausgangssignal 3



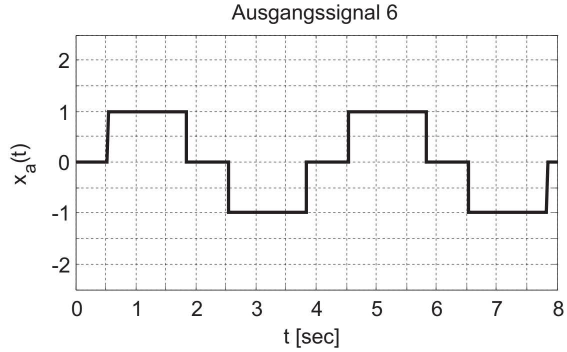
Ausgangssignal 4



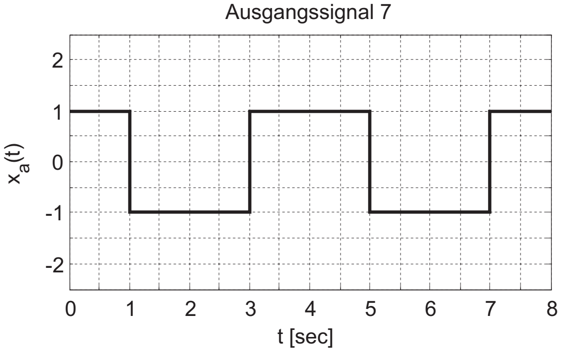
Ausgangssignal 5



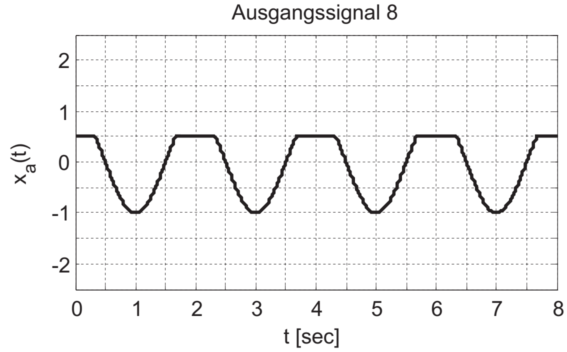
Ausgangssignal 6

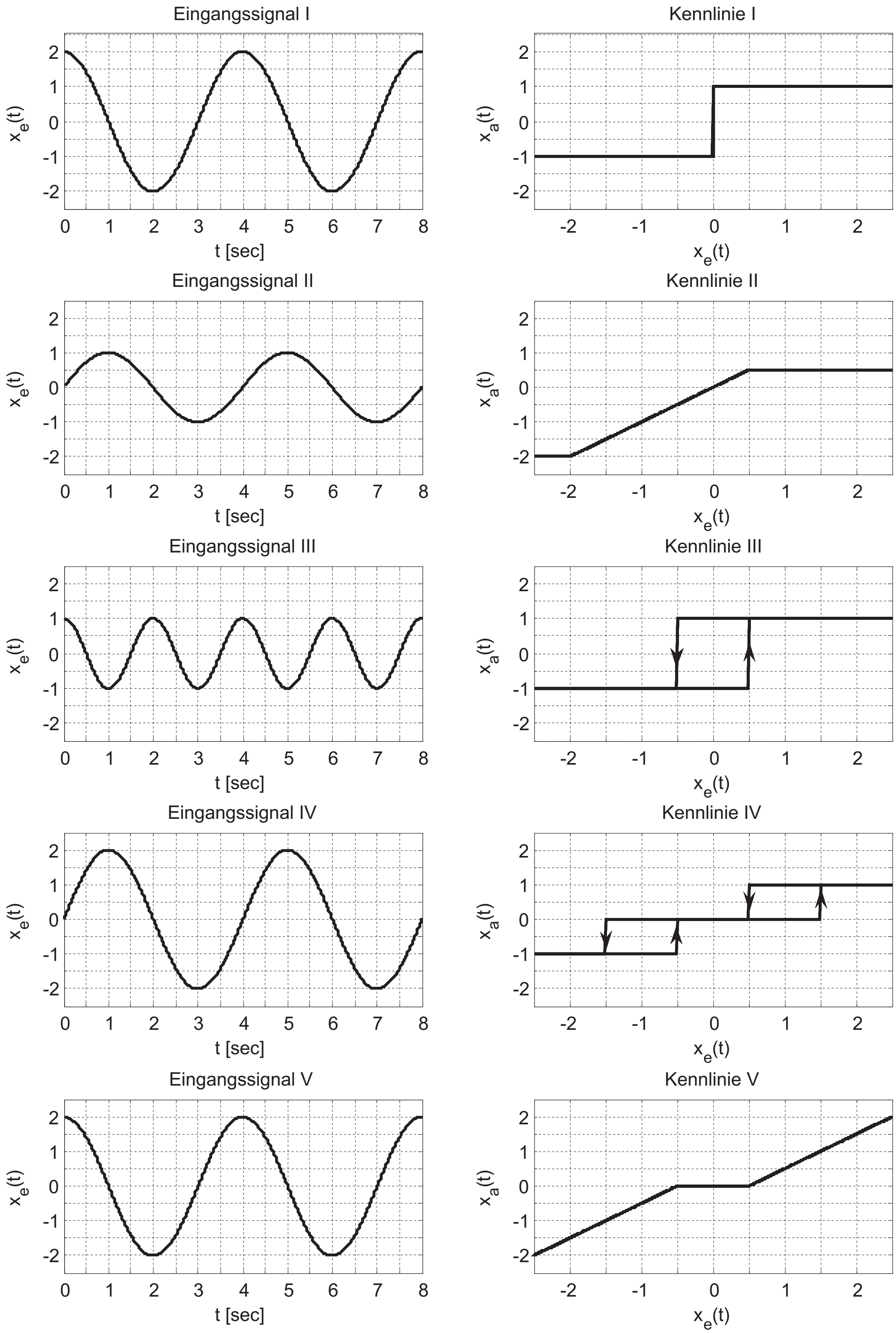


Ausgangssignal 7



Ausgangssignal 8




Eingangssignal I
Kennlinie I
Eingangssignal II
Kennlinie II
Eingangssignal III
Kennlinie III
Eingangssignal IV
Kennlinie IV
Eingangssignal V
Kennlinie V
$x_e(t)$
$x_a(t)$
t [sec]
$x_e(t)$

Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Was ist eine Kaskadenregelung?

- ■ Eine insbesondere in der Antriebstechnik sehr häufig verwendete Reglerstruktur.
- ■ Eine Regelung, die aus einem inneren und mindestens einem umschließenden äußeren Regelkreis besteht.
- □ Eine Reihenschaltung zweier Regelkreise.

b) Welche Eigenschaften können dem Kalman-Filter zugeordnet werden?

- ■ Das Kalman-Filter stellt eine Erweiterung des Luenberger-Beobachters dar.
- □ Das Kalman-Filter stellt eine Erweiterung des Zustandsreglers dar.
- ■ Beim Kalman-Filter geht man von einer stochastischen Beschreibung der Signale und der Verlustfunktion aus.

c) Welche Aussagen treffen für das System $G(s) = \frac{s}{s^2+6s+4}$ zu?

- ■ Das System ist linear.
- □ Das System ist nichtlinear.
- □ Das System ist zeitvariant.

d) Wozu dient der Smith-Prädiktor?

- □ Zur Prädiktion von Störgrößen.
- ■ Zur Regelung von Strecken mit Totzeit.
- ■ Mit dem Smith-Prädiktor ist es möglich, Methoden wie z.B. das Hurwitz-Kriterium oder den Polvorgabe-Regler auch bei totzeitbehafteten Systemen anzuwenden.

e) Was gilt für die Zustände eines dynamischen Systems?

- ■ Der Zustandsvektor kann mehr Elemente enthalten als nötig.
- □ Es gibt nur eine beschränkte Anzahl von Wahlmöglichkeiten für den Zustandsvektor, damit dasselbe Ein-/Ausgangsverhalten erreicht wird.
- ■ Im Zustandsvektor muss alle innere Information über das System enthalten sein.

f) Was versteht man unter einer Hammerstein- oder Wiener-Struktur?

- □ Besondere Reglerstrukturen für den optimalen Reglerentwurf.
- ■ Ein System, das sich in eine Reihenschaltung aus einem dynamischen linearen und einem statischen nichtlinearen Teilsystem zerlegen lässt.
- □ Beide Begriffe bedeuten das Gleiche und bezeichnen eine besondere nichtlineare Streckenstruktur.

g) Wann benötigt man Mehrgrößenregelungen?

- [ ] Wenn ein System in Zustandsform vorliegt.
- [x] Insbesondere, wenn eine starke Kopplung mehrerer Stell- und Regelgrößen untereinander vorliegt.
- [x] Allgemein, wenn eine Strecke mit mehreren Stell- und Regelgrößen vorliegt.

h) Sie möchten eine Folgeregelung entwerfen, bei der die Regelgröße einer rampenförmigen Führungsgröße ohne Regelfehler folgt (Inneres Modell Prinzip). Wann ist dies möglich?

- [ ] Wenn der Regler einen I-Anteil enthält.
- [x] Wenn der offene Regelkreis einen doppelten I-Anteil enthält.
- [ ] Wenn der offene Regelkreis die Übertragungsfunktion $\frac{1}{s^2+\omega_0^2}$ enthält.

i) Was ist typisch für Regelungen mit einem Zweipunktregler mit Hysterese?

- [ ] Der stationäre Regelfehler $e(t \to \infty)$ strebt asymptotisch gegen Null.
- [x] Die Regelgröße führt auch im stationären Zustand stets Dauerschwingungen aus.
- [x] Durch die Verringerung der Hysteresebreite erhöht sich die Schalthäufigkeit des Reglers, aber der Regelfehler nimmt ab.

j) Was ist die Matrix-Riccati-Gleichung?

- [ ] Eine andere Bezeichnung für die Zustandsgleichung.
- [x] Matrixgleichung, die bei einem optimalen Zustandsreglerentwurf gelöst werden muss.
- [x] Matrixgleichung, die bei einem optimalen Zustandsbeobachterentwurf gelöst werden muss.

k) Welche Vorteile bzw. Nachteile hat die Transformation der Zustandsgleichungen der Regelstrecke in die Regelungsnormalform?

- [ ] Die Transformation kann auch bei vielen Zuständen sehr leicht von Hand durchgeführt werden.
- [x] Bei einer Polvorgabe können die benötigten Reglerparameter effektiv mit numerischen Methoden ermittelt werden.
- [ ] Nicht alle vollständig zustandssteuerbaren Systeme mit einem Ein- und einem Ausgang lassen sich in Regelungsnormalform bringen.

l) Welches sind Eigenschaften von nichtlinearen Systemen?

- [x] Die Stabilität kann vom Eingangssignal abhängen.
- [ ] Das System wird vollständig durch einen Frequenzgang (Amplituden- und Phasengang) beschrieben.
- [ ] Die Reihenfolge von Blöcken im Blockschaltbild darf verändert werden.

m) Welche Kennlinien lassen sich immer invertieren?

- [x] Streng monoton fallende Kennlinien.
- [ ] Monoton steigende Kennlinien.
- [ ] Eindeutige Kennlinien.

$\boxed{\sum 20}$

Aufgabe 2: Zustandsgleichungen

Zustandsgleichungen im Bildbereich:

$$X_1(s) = \frac{1}{s+a} \cdot U(s) \quad \Leftrightarrow \quad \underline{s \cdot X_1(s) = -a \cdot X_1(s) + U(s)} \qquad \boxed{1}$$

$$X_2(s) = \frac{X_1(s) + U(s)}{s+b} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{s \cdot X_2(s) = X_1(s) - b \cdot X_2(s) + U(s)} \qquad \boxed{1}$$

$$\underline{Y(s) = X_2(s)} \qquad \boxed{1}$$

Zustandsgleichungen im Zeitbereich:

$$\dot{x}_1(t) = -a \cdot x_1(t) + u(t) \qquad \boxed{1}$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) - b \cdot x_2(t) + u(t) \qquad \boxed{1}$$

$$y(t) = x_2(t) \qquad \boxed{1}$$

$$\boxed{\dot{\mathbf{x}}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} -a & 0 \\ 1 & -b \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} u(t), \qquad \mathbf{y}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}^T} \mathbf{x}(t)} \qquad \boxed{4}$$

$\boxed{\sum 10}$

Aufgabe 3: Zustandsbeobachter

a) Stabilität:

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}] = 0$$

$$\begin{vmatrix} s-1 & 0 \\ -1 & s+3 \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \underline{(s-1)(s+3) = 0} \qquad \boxed{3}$$

Pole: $s_1 = 1; \quad s_2 = -3$ $\boxed{2}$

Das System ist instabil, da der Pol $s_1 = 1$ in der rechten s-Halbebene liegt. $\boxed{1}$

b) Zustandssteuerbarkeit:

Steuerbarkeitsmatrix $\mathbf{S}_S = [\mathbf{b} \;\; \mathbf{A}\mathbf{b}], \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\mathbf{S}_S = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \det[\mathbf{S}_S] = -3 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Rang}[\mathbf{S}_S] = 2 \qquad \boxed{3}$$

Das System ist **vollständig zustandssteuerbar**. $\boxed{1}$

c) Zustandsbeobachtbarkeit:

$$\text{Beobachtbarkeitsmatrix } \mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T \\ \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{A} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^T = [0 \quad 1]$$

$$\mathbf{S}_B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \det[\mathbf{S}_B] = -1 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Rang}[\mathbf{S}_B] = 2$$ 3

Das System ist **vollständig zustandsbeobachtbar**. 1

d) Entwurf eines Zustandsreglers:

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{k}^T] = \begin{vmatrix} s - 1 + k_1 & k_2 \\ k_1 - 1 & s + 3 + k_2 \end{vmatrix}$$ 3

$$= (s + k_1 - 1) \cdot (s + 3 + k_2) - k_2 \cdot (k_1 - 1) = 0$$ 1

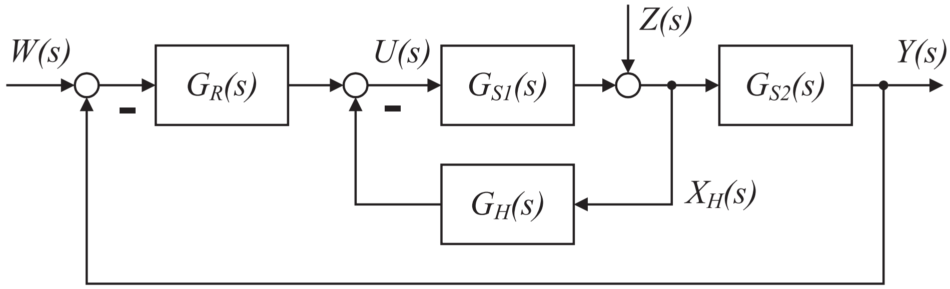
$\Rightarrow s^2 + (k_1 + k_2 + 2)s + 3 \cdot (k_1 - 1) = 0$

Vorgabe: alle Pole bei -6 $\Rightarrow (s+6)^2 = s^2 + 12s + 36$

Koeffizientenvergleich ergibt: $\boxed{\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 13 \\ -3 \end{bmatrix}}$ 2

$\sum 20$

Aufgabe 4: Hilfsregelgröße



a) Führungs- und Störübertragungsfunktionen des geregelten Systems:

Aus Gründen der besseren Übersicht wird in der nachfolgenden Lösung auf die Abhängigkeit von s verzichtet.

$$U = (W - Y) \cdot G_R - G_H \cdot X_H$$ 2

$$Y = G_{S2} \cdot X_H$$

Mit $X_H = U \cdot G_{S1} + Z$ ergibt sich:

$$Y = G_{S2} \cdot G_{S1} \cdot U + G_{S2} \cdot Z$$

$$U = (W - Y) \cdot G_R - G_H \cdot G_{S1} \cdot U - G_H \cdot Z$$

$$\Leftrightarrow \quad U = \frac{G_R}{1 + G_H \cdot G_{S1}} \cdot (W - Y) - \frac{G_H}{1 + G_H \cdot G_{S1}} \cdot Z$$

Einsetzen in Gleichung für Y ergibt:

$$Y = \frac{G_R \cdot G_{S2} \cdot G_{S1}}{1 + G_H \cdot G_{S1}} \cdot (W - Y) - \frac{G_H \cdot G_{S2} \cdot G_{S1}}{1 + G_H \cdot G_{S1}} \cdot Z + G_{S2} \cdot Z$$

$$[1 + G_H \cdot G_{S1} + G_R \cdot G_{S2} \cdot G_{S1}] \cdot Y =$$ 2

$$G_R \cdot G_{S2} \cdot G_{S1} \cdot W - G_H \cdot G_{S2} \cdot G_{S1} \cdot Z + G_{S2} \cdot (1 + G_H \cdot G_{S1}) \cdot Z$$

$$\boxed{Y = \underbrace{\frac{G_R \cdot G_{S2} \cdot G_{S1}}{1 + G_H \cdot G_{S1} + G_R \cdot G_{S2} \cdot G_{S1}}}_{G_W} \cdot W + \underbrace{\frac{G_{S2}}{1 + G_H \cdot G_{S1} + G_R \cdot G_{S2} \cdot G_{S1}}}_{G_Z} \cdot Z}$$ 2+2

b) Vorteil der Hilfsregelgröße X_H:

Die Hilfsregelgröße X_H stellt einen **zusätzlichen Freiheitsgrad** dar, der den Reglerentwurf verbessert. Da Informationen aus dem Inneren der Strecke zur Regelung herangezogen werden, kann die Regelung auf sich abzeichnende Abweichungen **schneller reagieren**. Z.B. wird eine Störung, die zwischen G_{S1} und G_{S2} angreift sofort registriert und nicht erst, wenn sie durch G_{S2} hindurch gelaufen ist. 2

c) Reglerparameter K_P für den Standardregelkreis ohne Hilfsstell- und Störgröße:

$$G_W = \frac{G_0}{1+G_0} \qquad \underline{\text{mit:}} \quad G_0 = G_R \cdot G_{S1} \cdot G_{S2}$$ $\boxed{1+1}$

$$G_{S1} = \frac{1}{s+4}\ , \quad G_{S2} = \frac{2}{s+1}\ , \quad G_R = K_P$$

$$G_W = \frac{\frac{2 \cdot K_P}{(s+4)\cdot(s+1)}}{1+\frac{2\cdot K_P}{(s+4)\cdot(s+1)}} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{G_W = \frac{2K_P}{s^2+5s+4+2K_P}}$$ $\boxed{2}$

Koeffizientenvergleich für Nennerpolynom:

$$s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2 = s^2 + 5s + 4 + 2K_P \qquad \underline{\text{mit:}} \quad D = 1$$ $\boxed{2}$

1) $2D\omega_0 = 5 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\omega_0 = 2{,}5}$ $\boxed{1}$

2) $\omega_0^2 = 4 + 2K_P \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{K_P = 1{,}125}$ $\boxed{1}$

d) Erhöhung der Eckfrequenz ω_0:

$\boxed{\omega_0 = 2{,}5}$ siehe Aufgabenteil c)

$\underline{\text{mit 2):}}$ $\omega_0^2 = 4 + 2K_P$

$\Rightarrow$ Wenn die Eckfrequenz ω_0 erhöht werden soll, muss die Reglerverstärkung K_P vergrößert werden. ($\omega_0^2 \sim K_P$) $\boxed{2}$

$\underline{\text{mit 1):}}$ $D = 2{,}5 \cdot \frac{1}{\omega_0}$

$\Rightarrow$ Wenn die Eckfrequenz ω_0 erhöht wird, wird die Dämpfung D kleiner. ($D \sim \frac{1}{\omega_0}$) $\boxed{2}$

e) Führungsübertragungsfunktion G_W, Reglerparameter K_H und K_P:

$$G_W = \frac{G_R \cdot G_{S2} \cdot G_{S1}}{1 + G_H \cdot G_{S1} + G_R \cdot G_{S2} \cdot G_{S1}} \qquad \text{siehe Aufgabenteil a)}$$ $\boxed{1}$

$$= \frac{\frac{2\cdot K_P}{(s+4)\cdot(s+1)}}{1 + \frac{K_H}{s+4} + \frac{2\cdot K_P}{(s+4)\cdot(s+1)}}$$

$$= \frac{2 \cdot K_P}{(s+4)\cdot(s+1) + K_H \cdot (s+1) + 2 \cdot K_P}$$ $\boxed{1}$

$$\Rightarrow \quad \boxed{G_W = \frac{2 \cdot K_P}{s^2 + (5+K_H)\cdot s + 4 + K_H + 2\cdot K_P}}$$ $\boxed{2}$

Koeffizientenvergleich für Nennerpolynom:

$$s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2 = s^2 + (5 + K_H) \cdot s + 4 + K_H + 2 \cdot K_P \qquad \underline{\text{mit:}} \quad D = 1\,, \quad \omega_0 = 5$$ $\boxed{2}$

1) $10 = 5 + K_H \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_H = 5}$ $\boxed{1}$

2) $25 = 4 + K_H + 2 \cdot K_P \quad \Rightarrow \quad \boxed{K_P = 8}$ $\boxed{1}$

$\boxed{\sum 30}$

Aufgabe 5: Nichtlineare Kennlinien

- Ausgangssignal 7 gehört zu System I (Eingangssignal I und Kennlinie I) $\boxed{2}$

  Der Cosinus am Eingang I verläuft zwischen +2 und −2. Durch die **Zweipunkt-Kennlinie I** wird dieser entweder auf +1 oder −1 begrenzt. Da nur **Werte am Ausgang von +1 oder −1 möglich** sind, kommt nur Ausgangssignal 1 oder 7 in Frage, wobei jedoch nur **Ausgangssignal 7 dieselbe Frequenz wie der Eingang** hat. $\boxed{2}$

- Ausgangssignal 5 gehört zu System II (Eingangssignal II und Kennlinie II) $\boxed{2}$

  Der Sinus am Eingang II verläuft zwischen +1 und −1. Durch die Kennlinie II wird dieser nach oben auf +0,5 begrenzt. Die Begrenzung der Kennlinie II nach unten würde erst ab dem Wert $x_e(t) = -2$ erfolgen, den der Eingang nie erreicht. Daher kommt nur ein Ausgangssignal in Frage, welches **zwischen +0,5 und −1 liegt, wobei nach unten keine Begrenzung** erfolgen darf, da man den linearen Bereich der Kennlinie II nach unten nicht verläßt. Somit kommt nur Ausgangssignal 5 in Frage. $\boxed{2}$

- Ausgangssignal 1 gehört zu System III (Eingangssignal III und Kennlinie III) $\boxed{2}$

  Der Cosinus am Eingang III verläuft zwischen +1 und −1. Durch die **Zweipunkt-Kennlinie III** mit Hysterese wird dieser entweder auf +1 oder −1 begrenzt. Da nur **Werte am Ausgang von +1 oder −1 möglich** sind, kommt nur Ausgangssignal 1 oder 7 in Frage, wobei jedoch nur **Ausgangssignal 1 dieselbe Frequenz wie der Eingang** hat. $\boxed{2}$
  Da Ausgangssignal 7 bereits System I zugeordnet wurde, bleibt nur noch Ausgangssignal 1 übrig.

- Ausgangssignal 6 gehört zu System IV (Eingangssignal IV und Kennlinie IV) $\boxed{2}$

  Der Sinus am Eingang IV verläuft zwischen +2 und −2. Durch die **Dreipunkt-Kennlinie IV** mit Hysterese kann der **Ausgang nur bei +1, 0 oder −1** liegen. Somit kommt nur Ausgangssignal 6 in Frage. $\boxed{2}$

- Ausgangssignal 3 gehört zu System V (Eingangssignal V und Kennlinie V) $\boxed{2}$

  Der Cosinus am Eingang V verläuft zwischen +2 und −2. Der **Startwert am Eingang** $x_e(t = 0) = 2$ zum Zeitpunkt $t = 0$ liefert durch die Kennlinie V einen **Startwert am Ausgang von** $x_a(t = 0) = 1{,}5$. Nur Ausgangssignal 3 beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$ bei 1,5. $\boxed{2}$

$\boxed{\sum 20}$