Prüfungsklausur Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. O. Nelles
Institut für Mechanik und Regelungstechnik
Universität Siegen

05. März 2014

Name:	Punkte	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Ges.
Mat.-Nr.:	Soll:	12	20	15	13	12	18	18	12	120
Note:	Ist:									

Aufgabe 1: Verständnisfragen (12 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Welche Aussagen über Steuerungen sind richtig?

- ☐ Die Messung der Steuergröße wird benötigt.
- ☐ Die Steuerung basiert auf der (näherungsweise) Inversen des Streckenmodells.
- ☐ Instabilität kann einfach vermieden werden.

b) Welche Aussagen über Regelungen sind richtig

- ☐ Die Regelgröße muss gemessen werden.
- ☐ Eine Regelung kann niemals instabil werden.
- ☐ Eine Regelung reagiert unrobust auf kleinste Änderungen der Regelstrecke.

c) Welches sind typische Beispiele für die Verwendung von Regelungen?

- ☐ Herdplatte, Mikrowelle.
- ☐ Kühlschrank, Backofen.
- ☐ Straßenbeleuchtung.

d) Woran erkennt man, ob ein System globales D-Verhalten hat?

- ☐ Im Zähler der Übertragungsfunktion lässt sich s ausklammern.
- ☐ Der Amplitudengang strebt für $\omega \to 0$ gegen ∞ dB
- ☐ Die Sprungantwort klingt für $t \to \infty$ auf 0 ab.

e) Welche Aussagen gelten für Systeme mit Totzeit?

- ☐ Sie haben nichtlineares Verhalten.
- ☐ Sie sind schwierig zu regeln, weil sie eine starke negative Phasenverschiebung erzeugen.
- ☐ Sie gehören, wie Allpassglieder, zu den nichtphasenminimalen Systemen.

f) Was gilt für den Polvorgaberegler?

- ☐ Er kann **nicht** für instabile Regelstrecken verwendet werden.
- ☐ Die Reglerordnung ergibt sich aus dem Polüberschuss der Regelstrecke.
- ☐ Zur Ermittlung der Reglerparameter muss ein lineares Gleichungssystem gelöst werden.

g) Was gilt für den Kompensationsregler?

- ☐ Er kann auch bei instabilen Regelstrecken verwendet werden.
- ☐ Für den Entwurf gibt man das gewünschte Führungsverhalten G_W vor.
- ☐ Das Führungsverhalten kann beliebig gewählt werden.

h) Welche Möglichkeiten gibt es, instabile Nullstellen (Nullstellen mit positivem Realteil) eines Systems bei einer Steuerung zu berücksichtigen?

- ☐ Instabile Nullstellen mit **umgekehrtem** Vorzeichen des Realteils in den **Nenner der Steuerung** aufnehmen.
- ☐ Instabile Nullstellen mit **umgekehrtem** Vorzeichen des Realteils in den **Zähler der Steuerung** aufnehmen.
- ☐ Instabile Nullstellen werden in den **Nenner der Steuerung** aufgenommen und damit weggekürzt.

Aufgabe 2: Dynamische Systeme (20 Punkte)

Gegeben sind folgende dynamische Systeme:

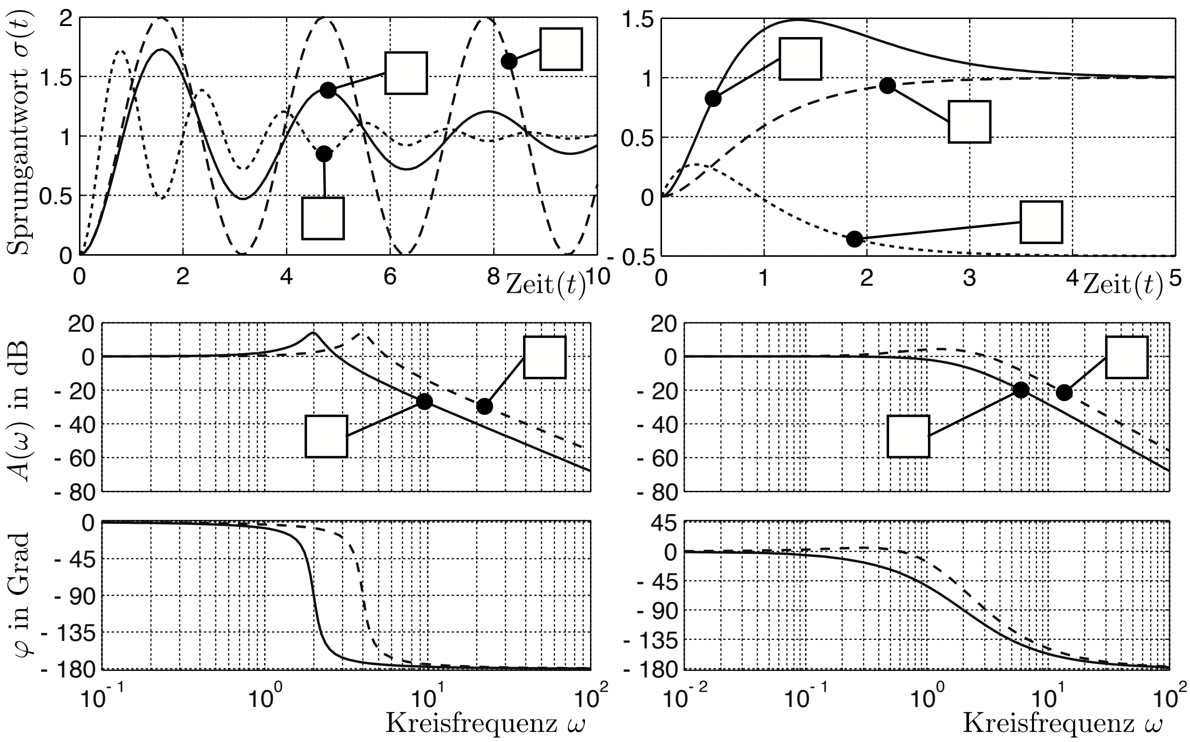
$$G_1(s) = \frac{16}{s^2 + 0{,}8s + 16} \quad G_2(s) = \frac{2(s-1)}{(s+2)^2} \quad G_3(s) = \frac{4}{s^2 - 0{,}1s + 4}$$

$$G_4(s) = \frac{4}{(s+2)^2} \quad G_5(s) = \frac{16(s+0{,}5)}{(s+2)^3} \quad G_6(s) = \frac{4}{s^2 + 4}$$

$$G_7(s) = \frac{4}{s^2 + 0{,}4s + 4} \quad G_8(s) = \frac{2}{s+2} \cdot e^{-0{,}5s}$$

a) Ordnen Sie diese Systeme den unten abgebildeten **Sprungantworten** zu. **Begründen** Sie **kurz** Ihre Wahl! Beachten Sie, dass zwar 8 Systeme gegeben sind, aber nur 6 Sprungantworten. **Es können also nicht alle Systeme zugeordnet werden!**

b) Die abgebildeten **Frequenzgänge** gehören jeweils zu den darüber abgebildeten Sprungantworten. Ordnen Sie auch hier die Systeme zu und **begründen** Sie **kurz** Ihre Wahl! Auch hier **können nicht alle Systeme zugeordnet werden**, da für die drei Sprungantworten jeweils nur zwei Frequenzgänge dargestellt sind.



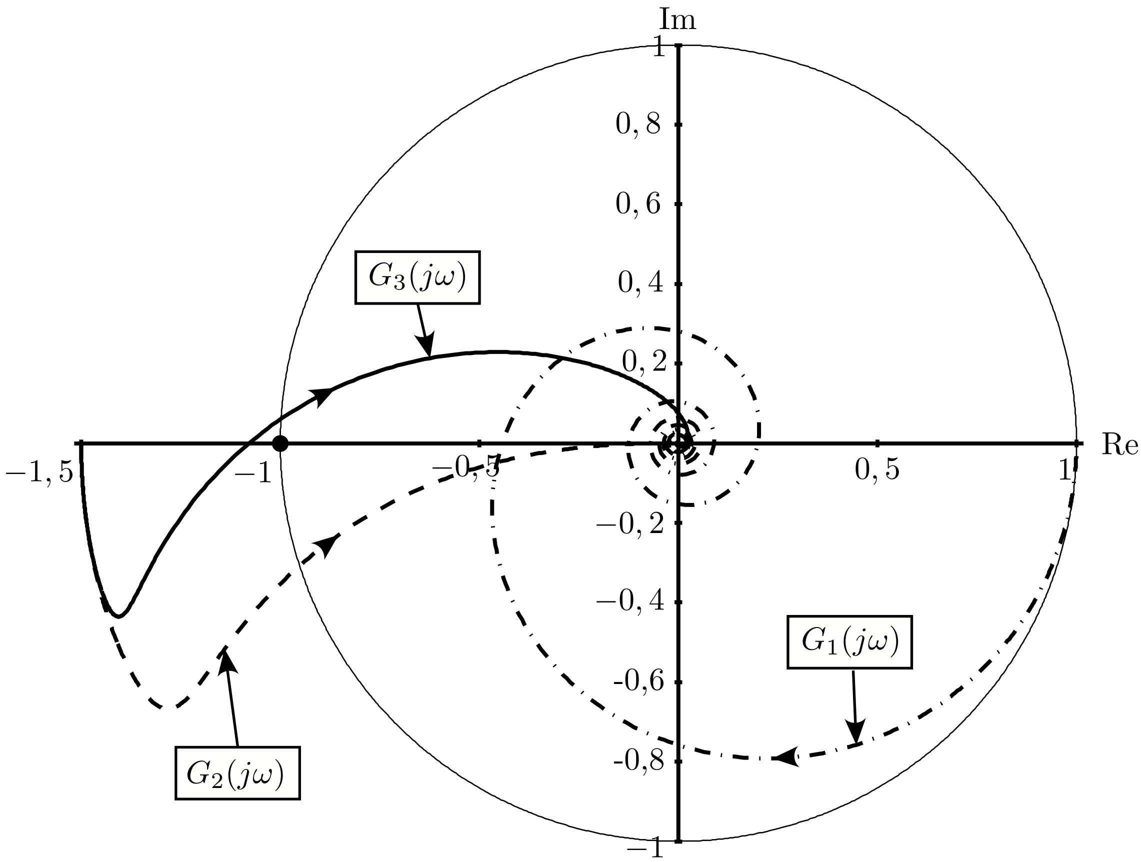
Aufgabe 3: Stabilitätskriterien (15 Punkte)

Beurteilen Sie die Stabilität des geschlossenen Regelkreises für die folgenden Systeme anhand eines geeigneten Stabilitätskriteriums. Es ist jeweils der offene Regelkreis und die zugehörige Frequenzortsgangskurve gegeben:

$$G_1(s) = \frac{1}{(s+1)} \cdot e^{-s}$$

$$G_2(s) = 3 \cdot \frac{(s+1)}{(s^2+2\,s+2)\,(s-1)}$$

$$G_3(s) = 3 \cdot \frac{(s+1)}{(s^2+2\,s+2)\,(s-1)} \cdot e^{-\frac{1}{4}\,s}$$



Aufgabe 4: Wurzelortskurve (13 Punkte)

Hinweis: Alle Aufgabenteile sind unabhängig lösbar.

Gegeben ist ein Regelkreis, bestehend aus einer Strecke

$$G_S(s) = \frac{1}{(s+2)^2}$$

die mit einem PI-Regler G_R geregelt werden soll.

a) Legen Sie einen PI-Regler so aus, dass sich eine stabile Pol-Nullstellenkürzung ergibt. Wie muss $G_R(s)$ lauten?

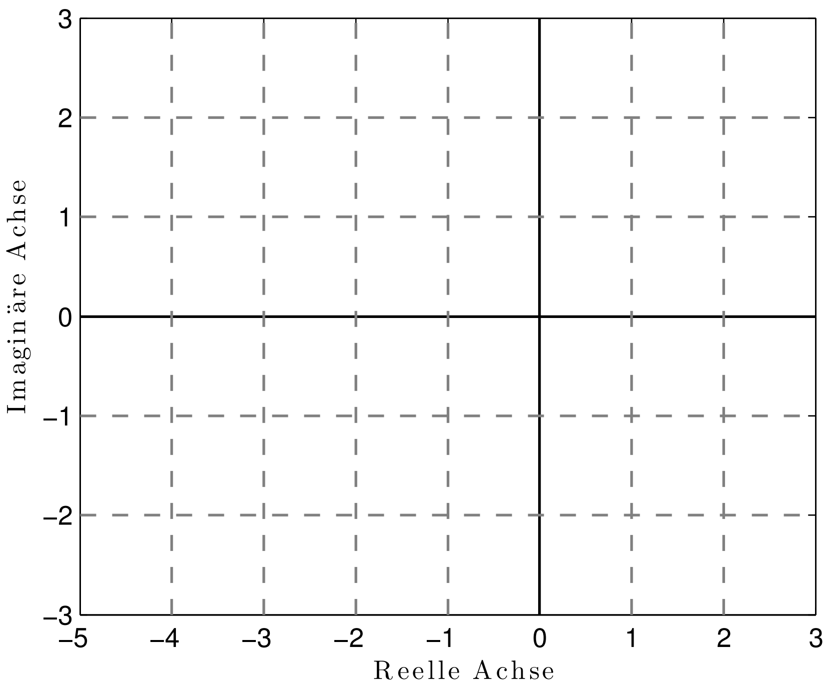
b) Für den oben beschriebenen PI-Regler ergibt sich der offene Regelkreis zu

$$G_0(s) = K \cdot \frac{1}{s\,(s+2)}.$$

Skizzieren Sie die Wurzelortskurve für den entstehenden Regelkreis.

c) Für welche Verstärkung des Reglers ist der geschlossene Regelkreis stabil?

d) Welche Werte darf die Verstärkung des Reglers annehmen, damit die Dämpfung D des geschlossenen Regelkreises mindestens $D > \frac{1}{\sqrt{2}}$ ist?



Aufgabe 5: Verständnisfragen (12 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Um eine Regelung möglichst robust zu machen, bemüht man sich die Regelung so zu entwerfen, dass alle (in der Stör- und Führungsgröße enthaltenen) relevanten Frequenzen im ...

- ☐ Gegenkopplungsbereich liegen.
- ☐ Mitkopplungsbereich liegen.
- ☐ Unempfindlichkeitsbereich liegen.

b) Die Robustheit eines Regelkreises wird durch die Kreisverstärkung beeinflusst. Wenn die Kreisverstärkung erhöht wird, dann ...

- ☐ vergrößert sich der Gegenkopplungsbereich.
- ☐ verkleinert sich der Gegenkopplungsbereich.
- ☐ liegt der Unempfindlichkeitsbereich bei höheren Frequenzen.

c) Aus dem Wunsch nach einer idealen optimalen Steuerung ergibt sich das Konzept der Vorsteuerung und des Vorfilters.

- ☐ Die Wirkung von Vorsteuerung und Vorfilter sind **nicht** gleichwertig und sie können **nicht** ineinander umgerechnet werden.
- ☐ Die Wirkung von Vorsteuerung und Vorfilter sind gleichwertig und sie können in einander umgerechnet werden.
- ☐ Vorsteuerung und Vorfilter haben den Vorteil, das durch Einführung eines zweiten Freiheitsgrades der Regelkreis bezüglich Störgrößenunterdrückung **und** Führungsgrößenfolge ausgelegt werden kann.

d) Eine Störgrößenaufschaltung dient dazu, den Einfluss einer Störung auf die Regelgröße zu minimieren.

- ☐ Der Einsatz einer Störgrößenaufschaltung **destabilisiert** einen Regelkreises.
- ☐ Der Einsatz einer Störgrößenaufschaltung beeinflusst die Stabilität eines Regelkreises **nicht**.
- ☐ Eine Störgrößenaufschaltung muss exakt realisiert werden um zu wirken, eine näherungsweise Realisierung hat keinen positiven Einfluss.

e) Eine Kaskadenregelung ist eine Regelkreis, ...

- ☐ in dem eine Führungsgröße auf mehrere Regelgrößen wirkt.
- ☐ in dem mehrere Führungsgrößen auf eine Regelgröße wirken.
- ☐ der aus ineinander geschachtelten Regelkreisen besteht.

f) Der sogenannte Wind-up-Effekt kann auftreten, wenn…

- ☐ eine Stellgrößenbeschränkung vorliegt und **kein I-Anteil** im offenen Regelkreis vorhanden ist.
- ☐ eine Stellgrößenbeschränkung vorliegt und **ein I-Anteil** im offenen Regelkreis vorhanden ist.
- ☐ der Gegenkopplungsbereich vergrößert wird, auch wenn keine Stellgrößenbeschränkung vorliegt.

g) Gegeben ist eine Hysterese als Kennlinie. Eine Hysterese ist …

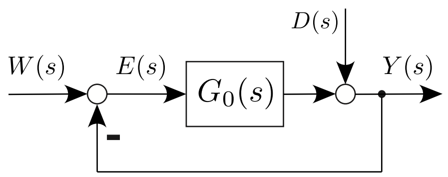
- ☐ eindeutig.
- ☐ mehrdeutig.
- ☐ nichtlinear.

h) Eine Strecke mit Totzeit soll geregelt werden. Der Smith-Prädiktor …

- ☐ dient dazu, die Regelung von Prozessen mit Totzeit zu verbessern.
- ☐ verhindert nicht die Auswirkung der Totzeit auf die Regelgröße.
- ☐ verhindert das Absenken der Phase im Frequenzgang infolge der Totzeit.

Aufgabe 6: Empfindlichkeitsfunktion (18 Punkte)

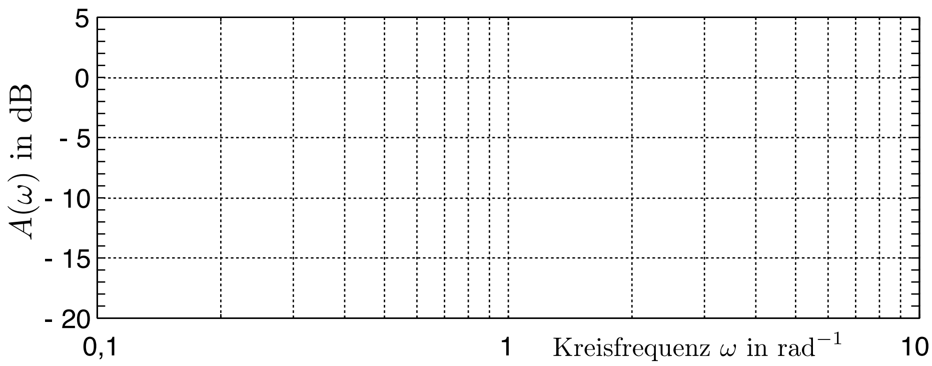
Gegeben ist der unten abgebildete Regelkreis mit $G_0(s) = \dfrac{K}{s(s+1)}$, einer Führungsgröße $W(s)$ und einer Störung $D(s)$ am Ausgang $Y(s)$:



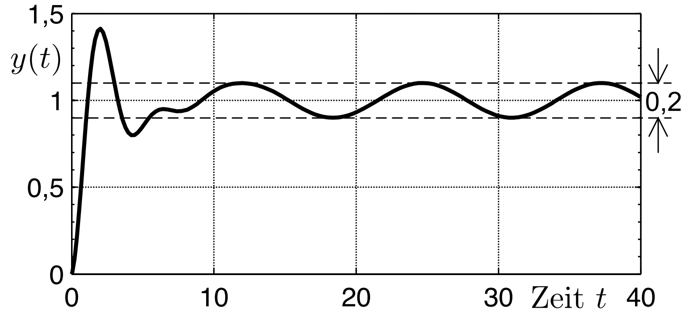
a) Berechnen Sie die Empfindlichkeitsfunktion $S(s)$ des Regelkreises.

b) Berechnen Sie den Amplitudengang der Empfindlichkeitsfunktion des Regelkreises $A(\omega) = |S(i\omega)|$.

c) Skizzieren Sie den Amplitudengang für $K = 1$ in das abgebildete Diagramm. Berechnen Sie dazu $A(\omega)$ für folgende Werte: $\omega = 0{,}1;\ 0{,}3;\ 0{,}7;\ 1;\ 5;\ 10$ (auf ganze dB runden!). Kennzeichnen Sie den Gegenkopplungsbereich und geben Sie die Frequenz ω an, bei der der Gegenkopplungsbereich endet und in den Mitkopplungsbereich übergeht.



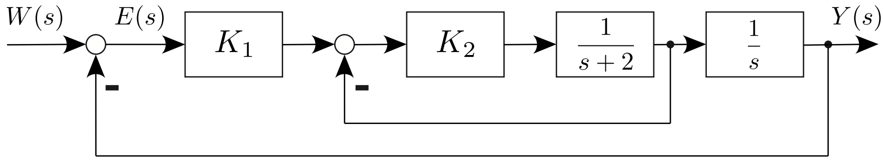
d) Die Antwort $y(t)$ des Regelkreise für eine Führungsgröße $w(t) = \sigma(t)$ und eine Störgröße $d(t) = 0{,}4 \cdot \sin(0{,}5 \cdot t)$ ist im nachfolgenden Diagramm dargestellt. Ermitteln Sie an Hand der Störungsamplitude und des Amplitudengangs $A(\omega)$ aus b), für welchen Wert von K sich der dargestellte Verlauf ergibt.



Aufgabe 7: Kaskaden- und Mehrgrößenregelung (18 Punkte)

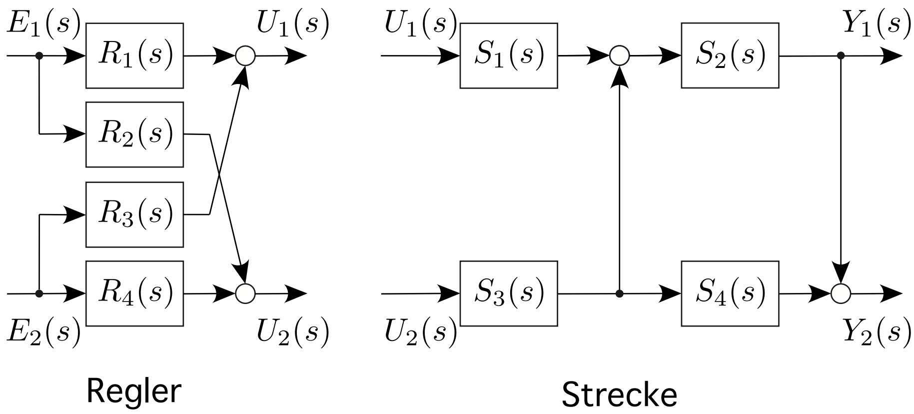
Im Folgenden sollen eine Kaskaden- und eine Zweigrößenregelung entworfen werden. Alle Aufgabenteile sind **unabhängig voneinander lösbar!**

a) Gegeben ist die unten dargestellte Kaskadenregelung mit den zwei Teilstrecken $G_1 = \frac{1}{s+2}$, $G_2 = \frac{1}{s}$ und den zwei P-Reglern $K_1,\ K_2$:



Leiten Sie die Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$ her und bestimmen Sie die Reglerparameter $K_1,\ K_2$ so, dass die Pole von $G_W(s)$ bei -3 liegen.

b) Gegeben ist die unten dargestellte Regelstrecke und der zugehörige Regler, bestehend aus mehreren Teilübertragungsfunktionen $S_i(s)$ und $R_i(s)$:



Leiten Sie die Übertragungsmatrizen $\mathbf{S}(s)$ und $\mathbf{R}(s)$ von Strecke und Regler her, die jeweils zwei Ein- und Ausgänge haben:

$$\text{Strecke: } \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \mathbf{S}(s) \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \qquad \text{Regler: } \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} = \mathbf{R}(s) \cdot \begin{bmatrix} E_1(s) \\ E_2(s) \end{bmatrix}$$

c) Für eine bestimmte Wahl der Teilübertragungsfunktionen $S_i(s)$ der Zweigrößenregelung ergibt sich folgende Übertragungsmatrix des offenen Regelkreises $\mathbf{S}(s) \cdot \mathbf{R}(s)$:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2}{s+4} \cdot R_1 + \frac{2}{(s+4)(s+1)} \cdot R_2 & \frac{2}{s+4} \cdot R_3 + \frac{2}{(s+4)(s+1)} \cdot R_4 \\ \frac{2}{s+4} \cdot R_1 + \frac{4(s+2)}{s(s+4)(s+1)} \cdot R_2 & \frac{2}{s+4} \cdot R_3 + \frac{4(s+2)}{s(s+4)(s+1)} \cdot R_4 \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}(s)\cdot\mathbf{R}(s)} \cdot \begin{bmatrix} E_1(s) \\ E_2(s) \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie in Abhängigkeit der Reglerübertragungsfunktionen R_1 und R_4, wie R_2 und R_3 gewählt werden müssen, um die Regelkreise zu entkoppeln. Sind die Entkopplungen realisierbar unter der Annahme, dass R_1 und R_4 P-Regler sind? Schlagen Sie gegebenenfalls eine näherungsweise Entkopplung vor.

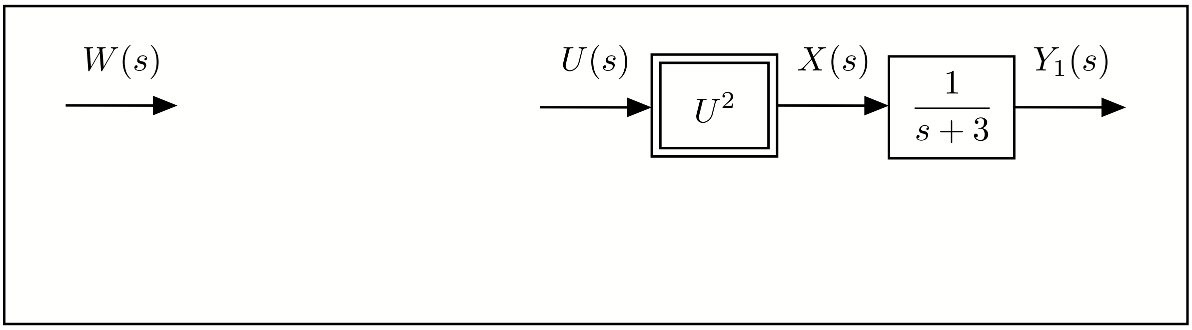
Aufgabe 8: Nichtlinearitäten (12 Punkte)

Gegeben ist eine Strecke, bestehend aus einer nichtlinearen Kennlinie und einem linear dynamischen Prozess in unterschiedlicher Reihenfolge. Für die Führungsgröße gilt $w(t) \geq 0$.

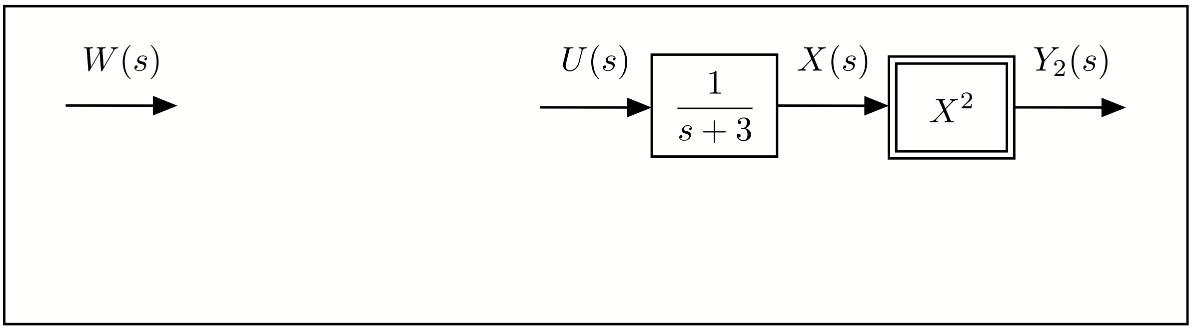
Ergänzen Sie die Blockschaltbilder jeweils zu einer **Steuerung** in einer geeigneten Anordnung aus Inversen der Kennlinie (Umkehrfunktion) und einem P-Glied. Wie müssen dabei der P-Glied und die Inverse der Kennlinie jeweils gewählt werden, so dass gilt $y(t \to \infty) = w$?

(Sie können ein geeignetes P-Glied und die Inverse der Kennlinie direkt in die Schaubilder eintragen)

a) Für die nichtlineare Kennlinie gilt: $X = U^2$.

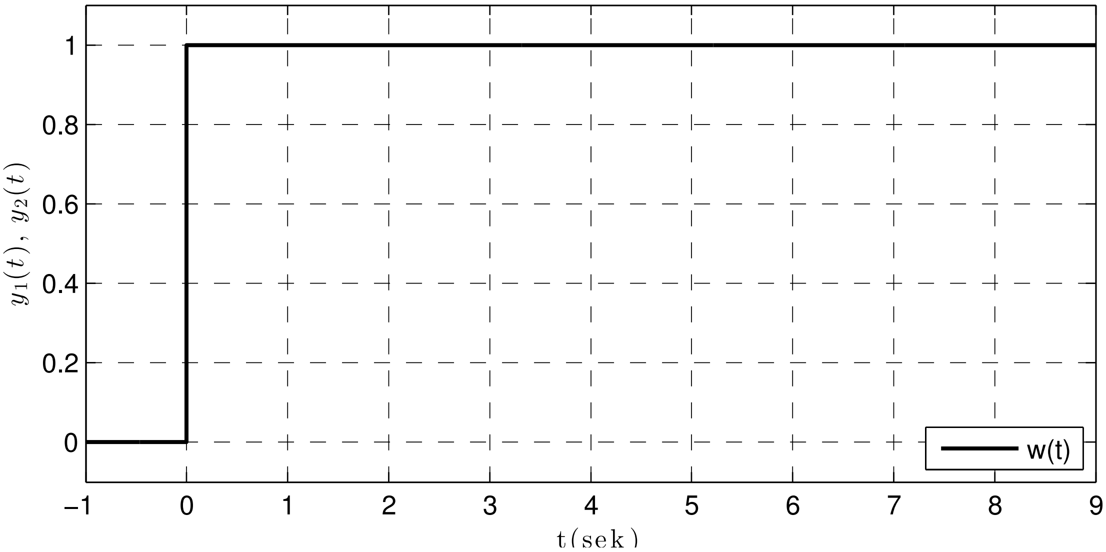


b) Für die nichtlineare Kennlinie gilt: $Y_2 = X^2$.



c) Ergibt sich für $y_1(t)$ und $y_2(t)$ ein identischer Verlauf oder unterscheiden sich diese? Begründen Sie **kurz**.

d) Skizzieren Sie jeweils qualitativ die Regelgröße $y_1(t)$ und $y_2(t)$ für das gegebene $w(t)$ mit der unter a) und b) gewählten Steuerung



Lösungen:

Aufgabe 1: Verständnisfragen

a) Welche Aussagen über Steuerungen sind richtig?

☐ Die Messung der Steuergröße wird benötigt.

■ Die Steuerung basiert auf der (näherungsweise) Inversen des Streckenmodells.

■ Instabilität kann einfach vermieden werden.

b) Welche Aussagen über Regelungen sind richtig

■ Die Regelgröße muss gemessen werden.

☐ Eine Regelung kann niemals instabil werden.

☐ Eine Regelung reagiert unrobust auf kleinste Änderungen der Regelstrecke.

c) Welches sind typische Beispiele für die Verwendung von Regelungen?

☐ Herdplatte, Mikrowelle.

■ Kühlschrank, Backofen.

☐ Straßenbeleuchtung.

d) Woran erkennt man, ob ein System globales D-Verhalten hat?

■ Im Zähler der Übertragungsfunktion lässt sich s ausklammern.

☐ Der Amplitudengang strebt für $\omega \to 0$ gegen ∞ dB

■ Die Sprungantwort klingt für $t \to \infty$ auf 0 ab.

e) Welche Aussagen gelten für Systeme mit Totzeit?

☐ Sie haben nichtlineares Verhalten.

■ Sie sind schwierig zu regeln, weil sie eine starke negative Phasenverschiebung erzeugen.

■ Sie gehören, wie Allpassglieder, zu den nichtphasenminimalen Systemen.

f) Was gilt für den Polvorgaberegler?

☐ Er kann **nicht** für instabile Regelstrecken verwendet werden.

☐ Die Reglerordnung ergibt sich aus dem Polüberschuss der Regelstrecke.

■ Zur Ermittlung der Reglerparameter muss ein lineares Gleichungssystem gelöst werden.

g) Was gilt für den Kompensationsregler?

☐ Er kann auch bei instabilen Regelstrecken verwendet werden.

■ Für den Entwurf gibt man das gewünschte Führungsverhalten G_W vor.

☐ Das Führungsverhalten kann beliebig gewählt werden.

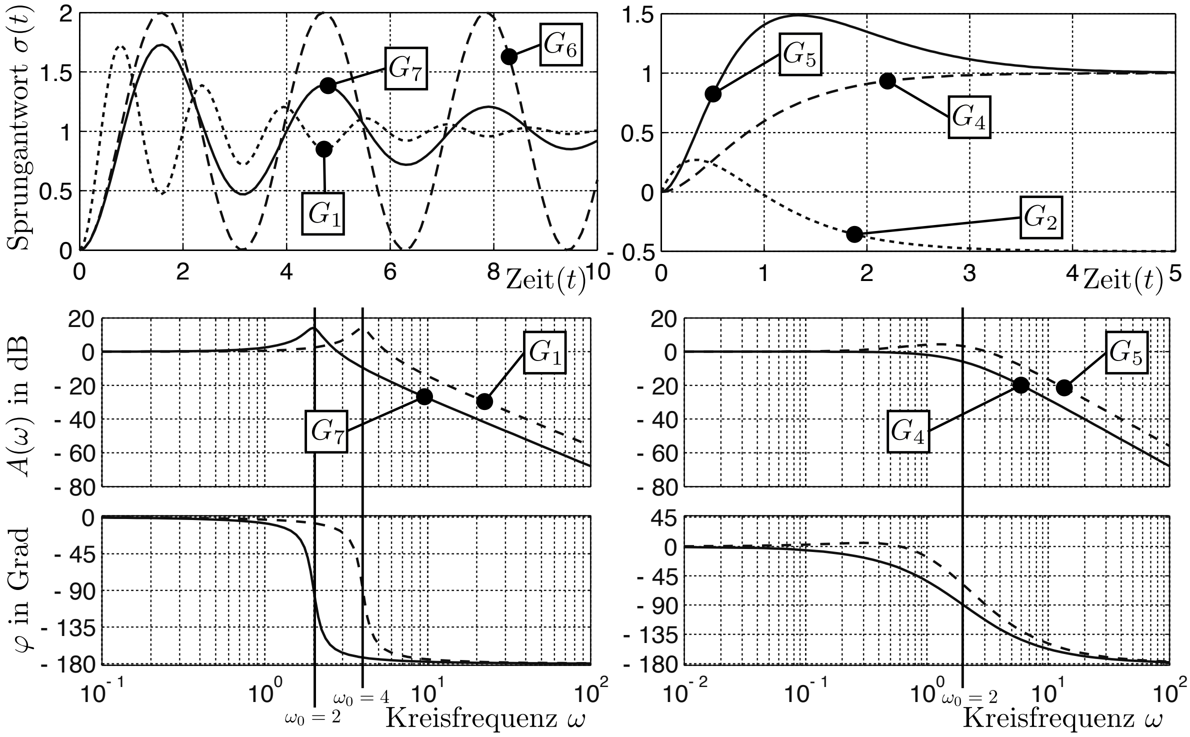
h) Welche Möglichkeiten gibt es, instabile Nullstellen (Nullstellen mit positivem Realteil) eines Systems bei einer Steuerung zu berücksichtigen?

- ■ Instabile Nullstellen mit **umgekehrtem** Vorzeichen des Realteils in den **Nenner der Steuerung** aufnehmen.
- ■ Instabile Nullstellen mit **umgekehrtem** Vorzeichen des Realteils in den **Zähler der Steuerung** aufnehmen.
- ☐ Instabile Nullstellen werden in den **Nenner der Steuerung** aufgenommen und damit weggekürzt.

$\boxed{\sum 12}$

Aufgabe 2: Dynamische Systeme

Zuordnung der dynamischen Systeme:



Begründungen:

a) G_3 ist ein instabiles System (negativer Koeffizient im Nenner) und G_8 hat eine Totzeit, es gibt jedoch keine Sprungantwort die gegen Unendlich stebt oder zeitverschoben reagiert, d.h. Diese Systeme sind nicht dargestellt. 12

G_2, G_4, G_5 haben ausschließlich reelle Pole und können nicht schwingen, sie sind daher im rechten und nicht im linken Diagramm dargestellt. G_2 hat eine positive Nullstelle (+1), ist also nichtphasenminimal, dazu passt die Sprungantwort die zunächst in positive Richtung ausschlägt und dann gegen einen negativen Wert konvergiert (Allpass-Anteil). G_4 zeigt das typische Verhalten eines Verzögerungsgliedes PT_2 (nähert sich asymptotisch dem Endwert). G_5 hat eine Nullstelle (die langsamer als der Pol ist), dadurch „schwingt" das System zunächst über den Endwert hinaus.

G_1 ($\omega_0^2 = 16,\ 2D\omega_0 = 0{,}8 \Rightarrow \omega_0 = 4,\ D = 0{,}1$) und G_7 ($\omega_0 = 2,\ D = 0{,}1$) haben die gleiche Dämpfung, aber G_1 hat die doppelte Eckfrequenz ω_0. Von den gedämpften (abklingenden) Sprungantworten gehört also die höherfrequente zu G_1, die langsamere zu G_7. Die (ungedämpfte) Dauerschwingung gehört zu G_6 ($D = 0$, kein s im Nenner).

b) Die Systeme im linken Amplitudengang zeigen die typische Resonanzüberhöhung eines (schwach) gedämpften Systems. Es muss sich also um G_1 und G_7 handeln (G_6, ist ungedämpft und hätte eine unendliche Resonanzüberhöhung). Um die Systeme zuzuordnen, müssen lediglich die Eckfrequenzen abgelesen werden. Das System mit der langsameren Eckfrequenz $\omega_0 = 2$ (G_7) hat die Resonanzüberhöhung weiter links, als das andere. 8

Für die Systeme im rechten Frequenzgang kommt G_2 nicht in Frage, da es wegen der positiven Nullstelle $-270°$ Phasenverschiebung für $\omega \to \infty$ haben müsste. G_5 hat im Unterschied zu G_4 eine Nullstelle, die die Phase und auch den Amplitudengang anhebt. Deshalb gehört der gestrichelte Verlauf zu G_5 und der andere zu G_4 .

$\boxed{\sum 20}$

Aufgabe 3: Stabilitätskriterien (15 Punkte)

Mögliche Stabilitätskriteren sind das Hurwitzkriterium, das vereinfachte Nyquistkriterium und das allgemeine Nyquistkriterium. Wenn eine Totzeit vorliegt darf das Huwitzkriterium nicht genutzt werden. Wenn ein instabiler Pol vorliegt, darf das vereinfachte Nyquistkriterium nicht genutzt werden.

- Da eine Totzeit vorliegt darf das Hurwitzkriterium nicht genutzt werden. Da in

  $$G_1(s) = \frac{1}{(s+1)} \cdot e^{-s}$$

  nur stabile Pole vorliegen, darf das vereinfachte Nyquistkriterium benutzt werden. Da der Punkt $(-1, 0)$ nicht umschlungen ist, ist der geschlossene Regelkreis stabil. $\boxed{4}$

- Da in

  $$G_2(s) = 3 \cdot \frac{(s+1)}{(s^2+2\,s+2)\,(s-1)}$$

  keine Totzeit vorkommt, darf das Hurwitzkriterium angewendet werden. Für die chrakteristische Gleichung ergibt sich

  $$s^3 + s^2 + 3s + 1$$

  Die erste Bedingung, alle $c_i > 0$ ist erfüllt. Die zweite Bedingung $c_1 \cdot c_2 - c_0 \cdot c_3 > 0$ ebenfalls, d.h. der geschlossene Regelkreis ist stabil. Alternativ ergibt sich aus dem allgemeinen Nyquistkriterium

  $$\begin{aligned}\angle\,(1 + G_0(j\omega)|_{\omega=0\ldots\infty}) &= -\pi\, n_0^+ - \frac{\pi}{2}\, n_0^g \\ &= -\pi \cdot 1 = -180°\end{aligned}$$

  Damit das System stabil ist. Aus der Frequenzortsgangskurve wird abgelesen $-180°$, d.h. das System ist stabil. $\boxed{5}$

- Da in

  $$G_3(s) = 3 \cdot \frac{(s+1)}{(s^2+2\,s+2)\,(s-1)} \cdot e^{-\frac{1}{4}\,s}$$

  eine Totzeit und ein instabiler Pol vorliegt, muss das allgemeine Nyquistkriterium genutzt werden. Für $\angle\,(1 + G_0(j\omega)|_{\omega=0\ldots\infty})$ ergibt sich

  $$\begin{aligned}\angle\,(1 + G_0(j\omega)|_{\omega=0\ldots\infty}) &= -\pi\, n_0^+ - \frac{\pi}{2}\, n_0^g \\ &= -\pi \cdot 1 = -180°\end{aligned}$$

  Der überstrichene Winkel in der Frequnezortsgangskurve ist jedoch $+180°$, d.h. das System ist nicht stabil. $\boxed{6}$

$\boxed{\sum 15}$

Aufgabe 4: Wurzelortskurve (13 Punkte)

a) Ein allgemeiner PI-Regler hat die Form

$$G_R = K \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s}\right) = K \cdot \left(\frac{T_I \cdot s + 1}{T_I \cdot s}\right)$$

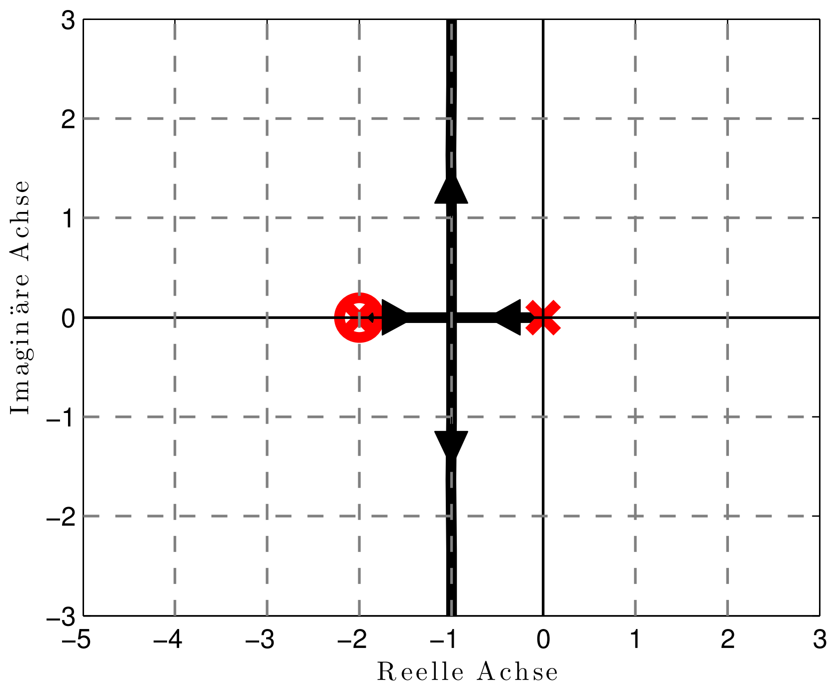
Damit ein Pol im offenen Regelkreis gekürzt wird, muss $T_I = 0,5$ gesetzt werden, es ergibt sich dann

$$G_R = K \cdot \left(\frac{0,5 \cdot s + 1}{0,5 \cdot s}\right) = K \cdot \frac{s+2}{s}$$

$$G_0 = G_R \cdot G_S = K \cdot \frac{s+2}{s} \cdot \frac{1}{(s+2)^2} = K \cdot \frac{1}{s\,(s+2)}$$

$\boxed{3}$

b)



$\boxed{3}$

c) Aus der WOK ist ersichtlich, das der geschlossene RK für alle $K > 0$ stabil ist, da die Äste der WOK die linke Halbebene nicht verlassen. Der geschlossene RK hat also für alle $K > 0$ stabile Pole. Alternativ aus dem Hurwitzkriterium:

$$G_W = \frac{K}{s^2 + 2\,s + K}$$

Die Bedingung alle $c_i > 0$ ist erfüllt wenn $K > 0$, d.h. der geschlossene Regelkreis ist für alle $K > 0$ stabil. $\boxed{3}$

d) Es handelt sich um ein schwingungsfähiges System 2. Ordnung für das gilt:

$$G_W(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\,D\,\omega \cdot s + \omega_0^2} = \frac{K}{s^2 + 2\,s + K}$$

Daraus ergibt sich

$$\omega_0^2 = K \tag{1}$$

$$2\,D\,\omega = 2 \quad \Leftrightarrow \quad D\,\sqrt{K} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad D = \frac{1}{\sqrt{K}} \tag{2}$$

Mit $D \overset{!}{>} \frac{1}{\sqrt{2}}$ folgt

$$\frac{1}{\sqrt{K}} > \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{2} > \sqrt{K} \quad \Leftrightarrow \quad 2 > K \tag{3}$$

Die Bedingung $D \overset{!}{>} \frac{1}{\sqrt{2}}$ ist also für alle $K < 2$ erfüllt.

$\boxed{4}$

$\boxed{\sum 13}$

Aufgabe 5: Verständnisfragen (12 Punkte)

Bei den nachfolgenden Fragen sind die richtigen Antworten deutlich zu kennzeichnen.
Jede Frage hat entweder eine oder zwei richtige Antworten!
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt. Wird bei einer Frage eine richtige und eine falsche Antwort angekreuzt, gibt es für diese Frage keinen Punkt.

a) Um eine Regelung möglichst robust zu machen, bemüht man sich die Regelung so zu entwerfen, dass alle (in der Stör- und Führungsgröße enthaltenen) relevanten Frequenzen im …

- [x] Gegenkopplungsbereich liegen.
- [ ] Mitkopplungsbereich liegen.
- [ ] Unempfindlichkeitsbereich liegen.

b) Die Robustheit eines Regelkreises wird durch die Kreisverstärkung beeinflusst. Wenn die Kreisverstärkung erhöht wird, dann …

- [ ] vergrößert sich der Gegenkopplungsbereich.
- [x] verkleinert sich der Gegenkopplungsbereich.
- [x] liegt der Unempfindlichkeitsbereich bei höheren Frequenzen.

c) Aus dem Wunsch nach einer idealen optimalen Steuerung ergibt sich das Konzept der Vorsteuerung und des Vorfilters.

- [ ] Die Wirkung von Vorsteuerung und Vorfilter sind **nicht** gleichwertig und sie können **nicht** ineinander umgerechnet werden.
- [x] Die Wirkung von Vorsteuerung und Vorfilter sind gleichwertig und sie können in einander umgerechnet werden.
- [x] Vorsteuerung und Vorfilter haben den Vorteil, das durch Einführung eines zweiten Freiheitsgrades der Regelkreis bezüglich Störgrößenunterdrückung **und** Führungsgrößenfolge ausgelegt werden kann.

d) Eine Störgrößenaufschaltung dient dazu, den Einfluss einer Störung auf die Regelgröße zu minimieren.

- [ ] Der Einsatz einer Störgrößenaufschaltung **destabilisiert** einen Regelkreises.
- [x] Der Einsatz einer Störgrößenaufschaltung beeinflusst die Stabilität eines Regelkreises **nicht**.
- [ ] Eine Störgrößenaufschaltung muss exakt realisiert werden um zu wirken, eine näherungsweise Realisierung hat keinen positiven Einfluss.

e) Eine Kaskadenregelung ist eine Regelkreis, …

- [ ] in dem eine Führungsgröße auf mehrere Regelgrößen wirkt.
- [ ] in dem mehrere Führungsgrößen auf eine Regelgröße wirken.
- [x] der aus ineinander geschachtelten Regelkreisen besteht.

f) Der sogenannte Wind-up-Effekt kann auftreten, wenn...

- [ ] eine Stellgrößenbeschränkung vorliegt und **kein I-Anteil** im offenen Regelkreis vorhanden ist.
- [x] eine Stellgrößenbeschränkung vorliegt und **ein I-Anteil** im offenen Regelkreis vorhanden ist.
- [ ] der Gegenkopplungsbereich vergrößert wird, auch wenn keine Stellgrößenbeschränkung vorliegt.

g) Gegeben ist eine Hysterese als Kennlinie. Eine Hysterese ist ...

- [ ] eindeutig.
- [x] mehrdeutig.
- [x] nichtlinear.

h) Eine Strecke mit Totzeit soll geregelt werden. Der Smith-Prädiktor ...

- [x] dient dazu, die Regelung von Prozessen mit Totzeit zu verbessern.
- [x] verhindert nicht die Auswirkung der Totzeit auf die Regelgröße.
- [ ] verhindert das Absenken der Phase im Frequenzgang infolge der Totzeit.

$\boxed{\sum 12}$

Aufgabe 6: Empfindlichkeitsfunktion

a) Empfindlichkeitsfunktion $S(s)$ des Regelkreises:

$$G_0 = \frac{K}{s(s+1)} \qquad S(s) = \frac{1}{1+G_0} \Rightarrow \boxed{S(s) = \frac{s(s+1)}{s^2+s+K}}$$ 2

b) Amplitudengang der Empfindlichkeitsfunktion $A(\omega) = |S(i\omega)|$:

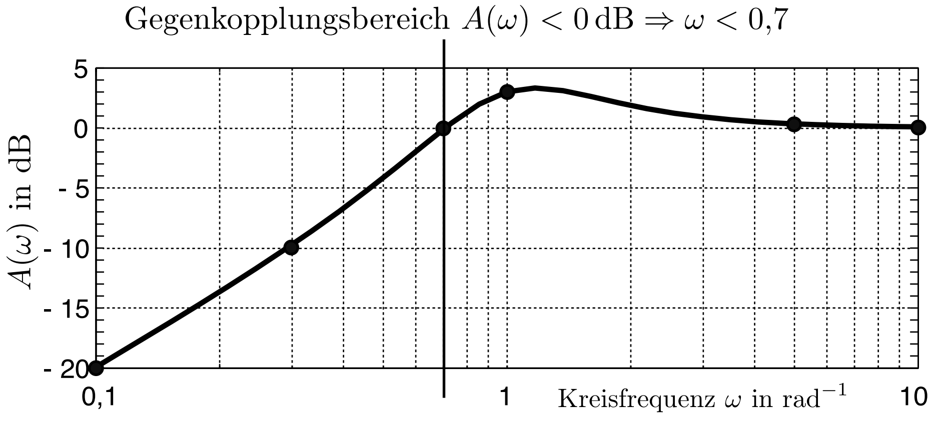
$$A(\omega) = |S(i\omega)| = \left|\frac{i\omega(i\omega+1)}{(i\omega)^2+i\omega+K}\right| = \left|\frac{-\omega^2+i\omega}{-\omega^2+i\omega+K}\right| = \frac{|-\omega^2+i\omega|}{|-\omega^2+i\omega+K|}$$

$$A(\omega) = \frac{\sqrt{\omega^4+\omega^2}}{\sqrt{(K-\omega^2)^2+\omega^2}} \Leftrightarrow \boxed{A(\omega) = \sqrt{\frac{\omega^4+\omega^2}{(K-\omega^2)^2+\omega^2}}}$$ 4

c) Skizzieren des Amplitudengangs für $K = 1$:

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{\omega^4+\omega^2}{(1-\omega^2)^2+\omega^2}} = \sqrt{\frac{\omega^4+\omega^2}{\omega^4-\omega^2+1}}$$

ω	0,1	0,3	0,7	1	5	10
$A_{dB}(\omega)$	≈ -20	≈ -10	≈ 0	≈ 3	≈ 0	≈ 0



7

d) Berechnung von K. Die Amplitude der Störung $d(t)$ beträgt 0,4, im Diagramm ließt man jedoch lediglich eine Amplitude von 0,1 ab. Das Amplitudenverhältnis muss bei $\omega = 0{,}5$ also 0,25 betragen:

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{\omega^4+\omega^2}{(K-\omega^2)^2+\omega^2}} \Rightarrow A(0{,}5) = \sqrt{\frac{0{,}5^4+0{,}5^2}{(K-0{,}5^2)^2+0{,}5^2}} = 0{,}25$$

$$\Leftrightarrow \frac{0{,}3125}{K^2-0{,}5K+0{,}3125} = 0{,}0625 \Leftrightarrow K^2 - 0{,}5K - 4{,}6875 = 0$$

$$\Leftrightarrow K_{1,2} = 0{,}25 \pm \sqrt{0{,}25^2+4{,}6875} = 0{,}25 \pm \sqrt{4{,}75}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{K_1 = 2{,}43} \quad (K_2 = -1{,}93 < 0,\ \text{instabil})$$ 5

$\sum 18$

Aufgabe 7: Kaskaden- und Mehrgrößenregelung

a) **Kaskadenregelung:** Berechnung der Übertragungsfunktion des inneren Regelkreises G_i:

$$G_i = \frac{\frac{K_2}{s+2}}{1+\frac{K_2}{s+2}} = \frac{K_2}{s+2+K_2}$$

Berechnung der gesamten Führungsübertragungsfunktion:

$$G_W = \frac{\frac{K_1}{s}\cdot G_i}{1+\frac{K_1}{s}\cdot G_i} = \frac{\frac{K_1K_2}{s(s+2+K_2)}}{1+\frac{K_1K_2}{s(s+2+K_2)}} \Leftrightarrow \boxed{G_W = \frac{K_1K_2}{s^2+(2+K_2)s+K_1K_2}}$$

Berechnung der Reglerparameter, Polvorgabe: Doppelpol bei -3:

$$(s+3)^2 = s^2+6s+9 = s^2+(2+K_2)s+K_1K_2$$ 6

$$2+K_2 = 6 \Rightarrow \boxed{K_2 = 4}, \qquad K_1K_2 = 9 \Leftrightarrow K_1 = \frac{9}{K_2} \Rightarrow \boxed{K_1 = 2{,}25}$$

b) Ermittlung der Übertragungsmatrizen $\mathbf{S}(s)$ und $\mathbf{R}(s)$: Aus dem Blockschaltbild der Strecke liest man ab:

$$Y_1 = S_2(S_1U_1+S_3U_2), \qquad Y_2 = S_3S_4U_2+Y_1 = S_3S_4U_2+S_2(S_1U_1+S_3U_2)$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= S_1S_2U_1+S_2S_3U_2 \\ Y_2 &= S_1S_2U_1+(S_2S_3+S_3S_4)U_2 \end{aligned} \Rightarrow \boxed{\mathbf{S}(s) = \begin{bmatrix} S_1S_2 & S_2S_3 \\ S_1S_2 & S_2S_3+S_3S_4 \end{bmatrix}}$$ 6

Für den Regler kann man direkt ablesen (P-kanonische Struktur):

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{R}(s) = \begin{bmatrix} R_1 & R_3 \\ R_2 & R_4 \end{bmatrix}}$$

c) Berechnung der Entkopplungsbedingungen (Nebendiagonalelemente = 0):

$$\frac{2}{s+4}\cdot R_3 + \frac{2}{(s+4)(s+1)}\cdot R_4 = 0 \Leftrightarrow \boxed{R_3 = -\frac{1}{s+1}\cdot R_4} \Rightarrow n > m\,,\ \textbf{realisierbar!}$$

$$\frac{2}{s+4}\cdot R_1 + \frac{4(s+2)}{s(s+4)(s+1)}\cdot R_2 = 0 \Leftrightarrow \boxed{R_2 = -\frac{s(s+1)}{2(s+2)}\cdot R_1}$$

Für R_2 ist der Nennergrad kleiner ($n = 1$) als der Zählergrad ($n = 2$), wenn R_1 ein P-Regler ist, somit ist R_2 nicht realisierbar. Entweder wird ein Regler R_1 mit Polüberschuss benötigt, oder ein schneller Pol $(1+Ts)$ (mit $T \to 0$) muss hinzugefügt werden. 6

$\sum 18$

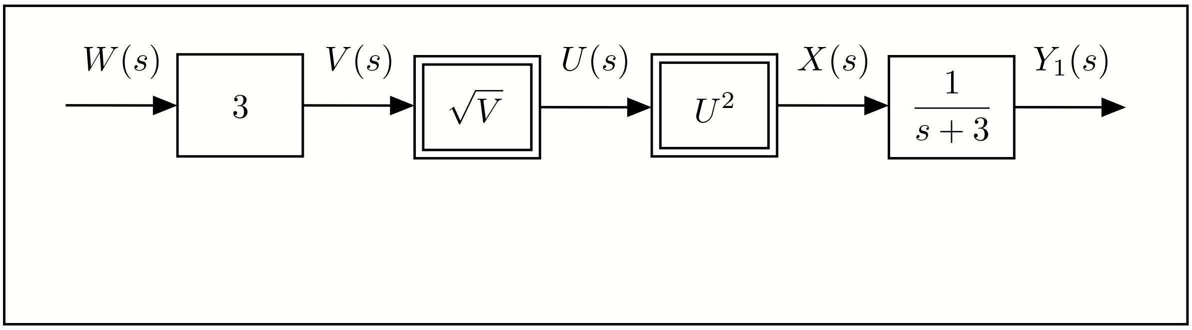
Aufgabe 8: Nichtlinearitäten (12 Punkte)

Um den Einfluss einer nichtlinearen Kennlinie aufzuheben ist es nötig das Signal zuvor mit der Umkehrfunktion der jeweiligen Kennlinie zu transformieren. Die Umkehrfunktion einer quadratischen Funktion ist die Wurzelfunktion. Weiterhin ist zu beachten, das die Verstärkung des linear dynamischen Prozesses nur $\frac{1}{3}$ ist, d.h. das Signal muss zusätzlich mit dem Faktor 3 multipliziert werden.

Aus der Anordnung von Nichtlinearität und linear dynamischen Prozess ergibt sich die jeweils nötige Anordnung von Umkehrfunktion und P-Glied:

a) Um den Einfluss der Nichtlinearität aufzuheben, ist es möglich zuvor die Wurzelfunktion auf das Signal anzuwenden. Die Wurzelfunktion und die quadratische Funktion heben sich gegenseitig genau auf, so dass sich (für $w(t) \geq 0$) ein normales PT_1-Verhalten ergibt.

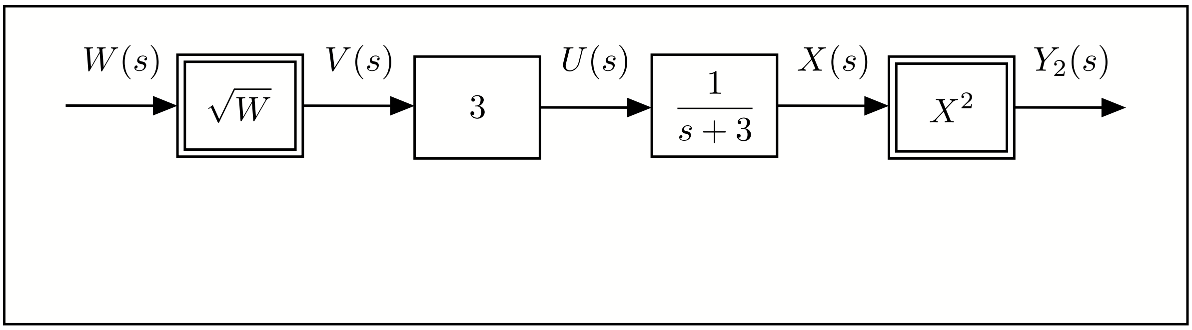
Hinweis: Da hier der sehr einfache Fall vorliegt, in dem der linear dynamische Anteil des Reglers (das P-Glied) rein statisch und die Umkehrfunktion eindeutig ist, kann die Reihenfolge auch getauscht werden. Das P-Glied müsste dann Faktor $\sqrt{3}$ sein. Für komplexere Fälle (wenn der linear dynmische Anteil des Reglers nicht mehr nur ein einfaches P-Glied wäre) dürfte man das nicht!



3

b) Aus der vertauschten Anordnung ergibt sich, das auch die Wurzelfunktion und das P-Glied die Plätze tauschen müssen, damit der korrekte Endwert erreicht wird.

Hinweis: Das das P-Glied statisch und die Umkehrfunktion eindeutig ist, kann auch hier die Reihenfolge getauscht werden, das P-Glied müsste dann Faktor 9 aufweisen.



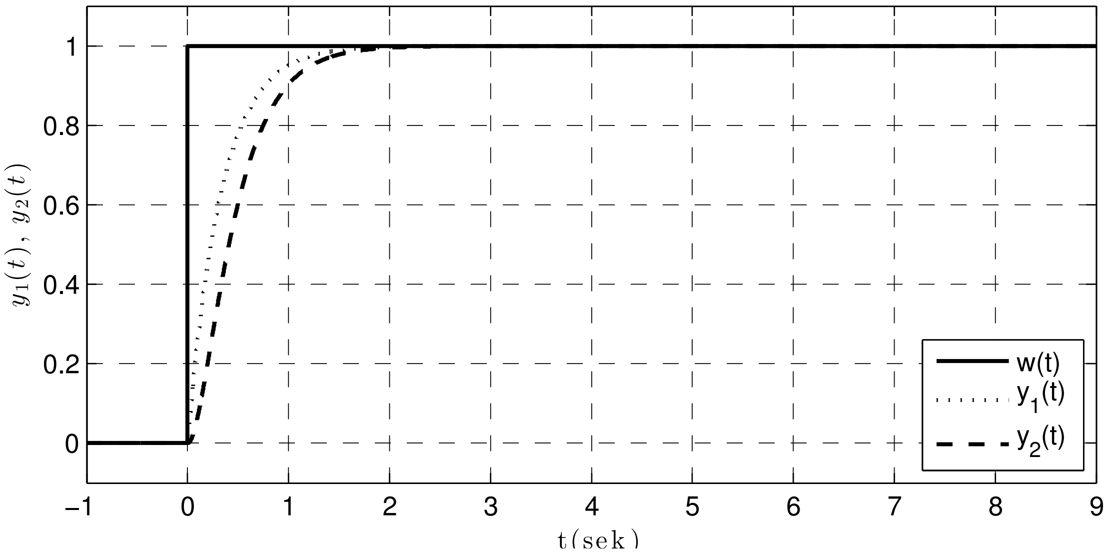
3

c) Für $y_1(t)$ ergibt sich ein normales PT_1-Verhalten. Die Zeitkonstante liegt bei $T_1 = \frac{1}{3}$, d.h. das Ausgangssignal hat nach ca.

$$3 \cdot T_1 = 3 \cdot \frac{1}{3}\,\text{sek} = 1\,\text{sek}$$

95% seines Endwertes erreicht. $y_2(t)$ verhält sich grundsätzlich ähnlich. Da jedoch die quadratische Nichtlinearität erst nach dem linear dynamischen Anteil angewendet wird, ist $y_2(t) = y_1^2(t)$. $y_2(t)$ ist für $w(t) \leq 1$ also langsamer als $y_1(t)$ und schneller für $w(t) \geq 1$. $\boxed{3}$

d)



$\boxed{3}$

$\boxed{\sum 12}$