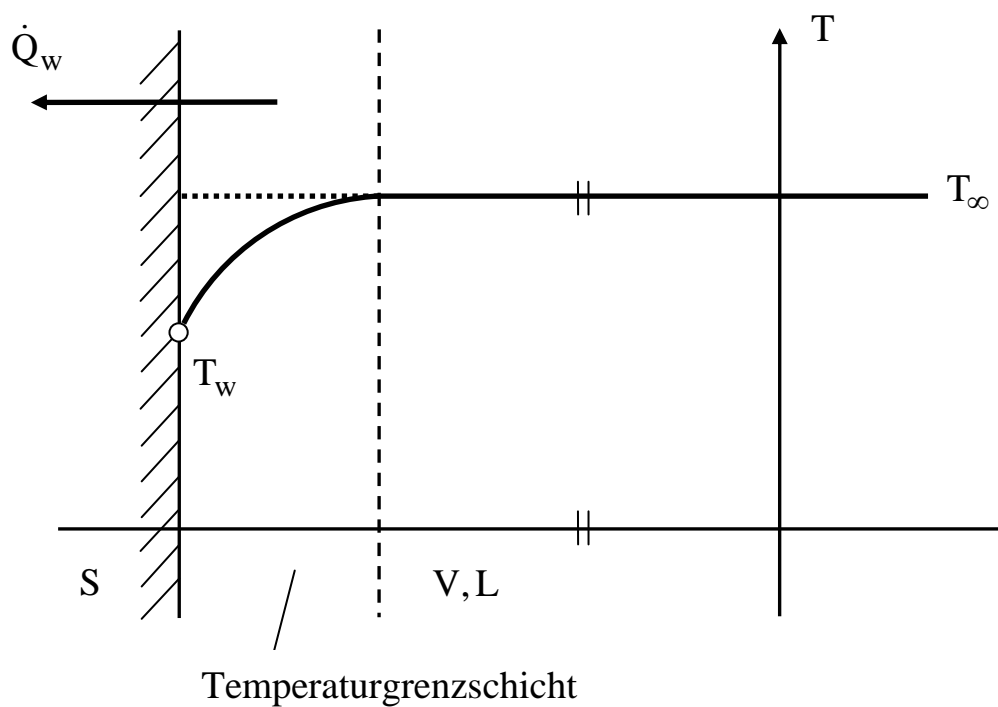


## C. Wärmeübergang, Wärmedurchgang

(Newton ca.1700)

Fluides Medium – Feste Platte

Stationarität



Erfahrung

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot (T_\infty - T_w) \quad (49)$$

$\alpha$ .....Wärmeübergangszahl

$$[\alpha] = \frac{W}{Km^2}$$

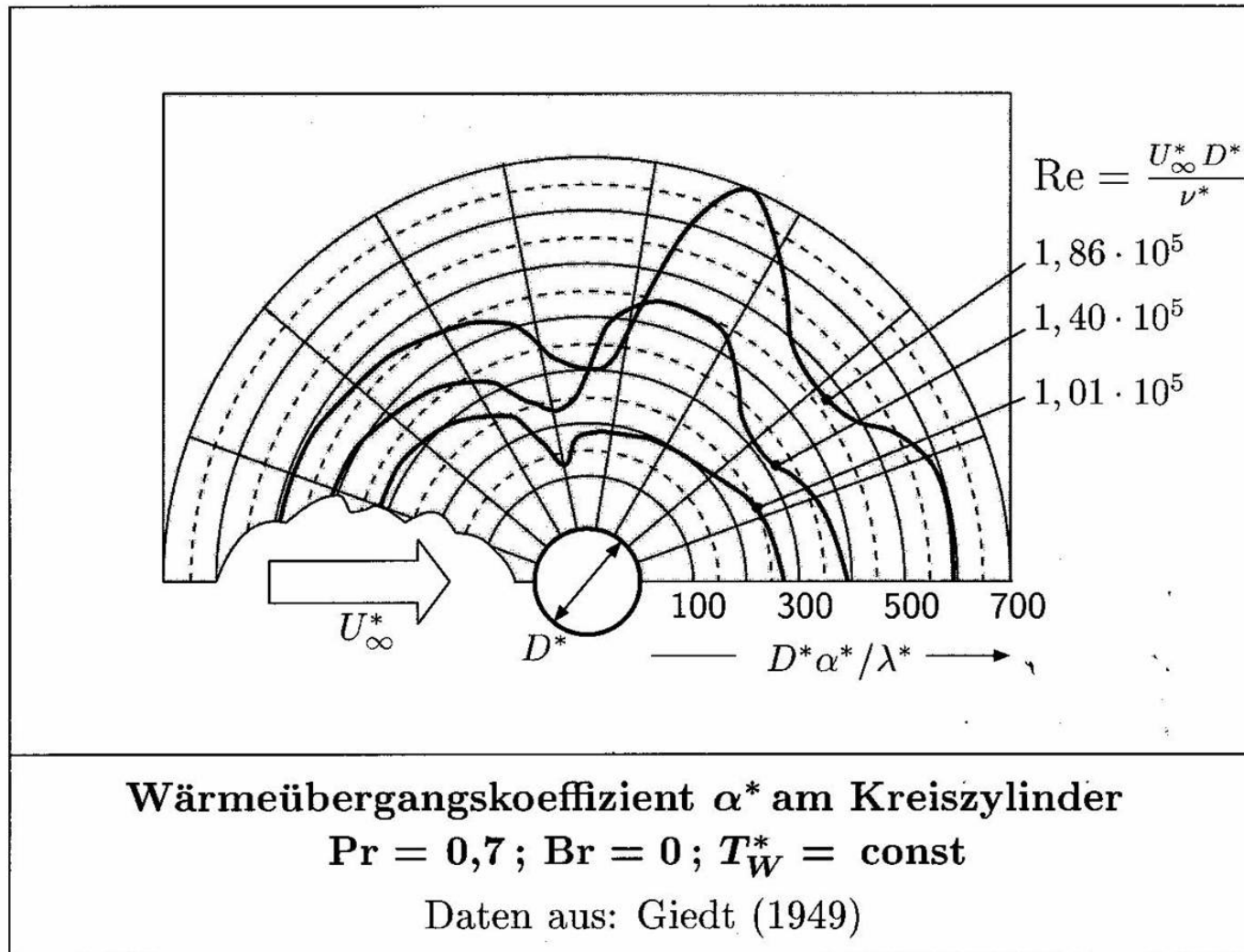
$$(49) \quad T_{\infty} - T_W = R_W \cdot \dot{Q}_W \quad (50)$$

$$R_W = \frac{1}{\alpha \cdot A} \quad \dots \text{Wärmeübergangswiderstand} \quad (50a)$$

	GASE Pr $\approx$ 1	FLÜSSIGKEITEN Pr $\approx$ 10
natürliche Konvektion	$3 < \alpha^* < 20$	$100 < \alpha^* < 600$
erzwungene Konvektion	$10 < \alpha^* < 100$	$500 < \alpha^* < 10\,000$
Phasenwechsel	$1000 < \alpha^* < 10\,000$ Kondensation	$1000 < \alpha^* < 100\,000$ Verdampfung
<b>Typische Zahlenwerte des Wärmeübergangskoeffizienten <math>\alpha^*</math> Jeweils in W/m<sup>2</sup>K</b>		

Tab. C1: Literatur: [7]

\* Das Symbol “ \* “ wird in [7] für dimensionsbehaftete Größen verwendet, hat aber hier keine besondere Bedeutung.



Tab. C2: Literatur: [7]

## Wärmeübergangszahl /- koeffizient ( $\alpha$ )

Einflussgrößen: Oberflächenparameter ( Rauigkeit )

Fluidparameter

Lage, Geometrie

$$\alpha = \alpha(T_w, T_\infty, w, \rho, \eta, \sigma, r \dots)$$

Anzahl: m
Oberflächenspannung

Strömung
Fluid
Rauheitszahl

Fliesen, Rutschgefahr

Wertebereiche von  $\alpha \rightarrow$  HERWIG – Tabelle [ 7 ]

Bestimmung von  $\alpha$ **1. Messung / Experiment**

Wandheizung / Kühlung:  $\dot{Q}_w$  ( Elektrowärme )

Temperaturen  $T_w$  ... Thermoelement

$T_\infty$

$$\alpha = \frac{\dot{Q}_w(w, \dots)}{A(T_\infty - T_w)} \geq 0$$

Problem: Anzahl notwendiger Versuche ( N )  $\rightarrow \infty$  !

$$N = n^m$$

m ... Anzahl Einflussgrößen

n ... Anzahl möglicher Wert einer einzelnen Größe

Beispiel:

$$m = 6, n = 5 \Rightarrow N = 5^6 = 15625$$

## **2. Thermohydraulische Gleichungen**

Navier – Stokes – Gleichung

Energiesatz

Kontinuitätsgleichung

Anfangs- und Randbedingungen

Exakte Lösungen :      Rohrströmung ( laminar )

Parallel – Plattenströmung

Literatur: [1,2,4,6]

### 3. Dimensionsanalysis

Dimensionslose Kennzahlen zur einfachen Charakterisierung von  
WÜ - Prozessen

| Physik: Gesetze unabhängig von Maßstabswahl

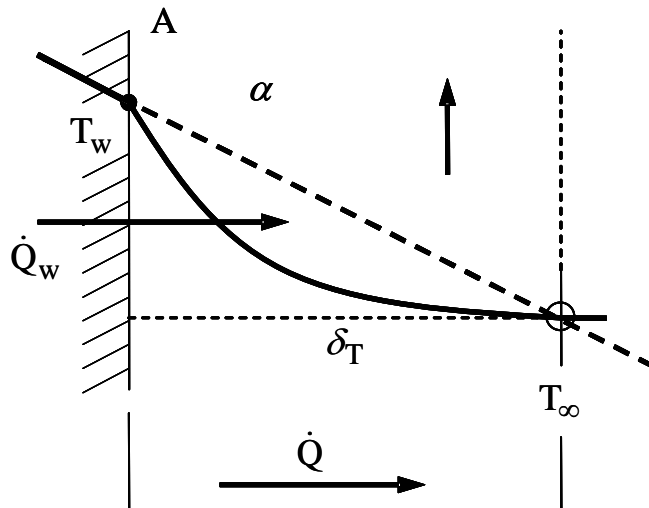
Hauptsatz der Dimensionsanalysis

Satz von Buckingham

Kombination mit Experimenten

Literatur: [10]

## Nusselt – Zahl <sup>\*)</sup>



Temperaturgrenzschicht:

Schnittpunkt:

1)  $\delta_T$  ... Tangente an  
Wandtemperatur

2) T- Verlauf im Fluid

$$\dot{Q}_w = \alpha A (T_w - T_\infty)$$

$$\dot{Q} = \lambda \frac{A}{\delta_T} (T_w - T_\infty)$$

$$\underline{\underline{Nu = \frac{\dot{Q}_w}{\dot{Q}} = \frac{\alpha \delta_T}{\lambda} > \text{oder} < 1}} \quad (51)$$

$$\rightarrow \underline{\underline{\alpha = Nu \frac{\lambda}{\delta_T}}} \quad \dots \text{Modelle für Nu} \rightarrow \alpha ! \quad (51a)$$

$Nu \rightarrow \infty$  ... WÜ an Wand gut ...  $\alpha \rightarrow \infty$

0 ... WÜ an Wand schlecht ...  $\alpha \rightarrow 0$

<sup>\*)</sup> Wilhelm Nusselt ( 1882 – 1957 )

Karlsruhe, München



Vergleiche von Nu – Zahlen:

Geometrie konstant halten!

Sonderfall

Grenzschicht nicht definiert:

Turbulente Strömungen mit Phasenwechsel ( Verdampfen )

$$T_w = T_\infty$$

$$\alpha \rightarrow \infty$$

$$\underline{\dot{Q} \neq 0}$$

$$\rightarrow \dot{Q} = \alpha \cdot A \cdot \Delta T \quad \dots \Delta T \text{ Temperatursprung an Wand}$$

$$\alpha = \text{Nu} \frac{\lambda}{\delta_T}$$

2 Phasen – Gemisch?

Definition: Wandrauhigkeit

Spezielle Ansätze für Nu ! Experimente

Literatur

Gersten K., Herwig H

Strömungsmechanik

Vieweg, Braunschweig, 1992.

## Empirische Korrelation zur Berechnung von Nusselt – Zahlen

Zweck: Berechnung WÜK:

$$\alpha = \text{Nu} \frac{\lambda}{d}$$

### 1. Strömungen von Fluiden an festen Wänden mit erzwungener Konvektion

Dimensionsanalyse:

$$\underline{\text{Nu}} = \text{Nu}(\text{Re}, \text{Pr}) \quad (52)$$

Beispiel:

$$\underline{\text{Nu}} = C \cdot \text{Re}^m \cdot \text{Pr}^n \quad (52A)$$

C, m, n .... Konstante, vgl. Wärmetlas VDI

$$\text{Re} = \frac{w\rho l}{\eta} = \frac{wl}{\nu} \quad \dots \underline{\text{Reynoldszahl}} \text{ einer Strömung} \quad (53)$$

$[w] = \text{m/s}$  .... Geschwindigkeit

$[\rho] = \text{kg/m}^3$  .... Dichte des Fluids

$[\ell] = \text{m}$  .... Charakt. Länge des Systems

$[\eta] = \text{Pas} = \text{kg/ms}$  .... Dynamische Viskosität

$[\nu] = \text{m}^2/\text{s}$  .... Kinematische Viskosität

$\nu = \frac{\eta}{\rho}$  Maß für Dicke der hydrodynamischen  
Grenzschicht.

Anmerkung:

$$\text{Re} = 2 \cdot \frac{\frac{1}{2} w^2 \rho}{\left( \eta \frac{w}{\ell} \right) \frac{\ell^3}{\ell^3}} = 2 \cdot \frac{\text{Kin.Energie/Volumen}}{\text{Reibungsarbeit/Volumen}}$$

Newton Reibungsgesetz

$$\sigma \cong \eta \frac{w}{\ell}$$

## Prandtl – Zahl (Ludwig Prandtl, ca. 1925)

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a} \quad >1 \text{ oder } <1$$

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad \dots \text{ Kinematische Viskosität}$$

Maß für Dicke der Hydrodynamischen  
Grenzschicht.

$$a = \frac{\lambda}{c\rho} \quad \dots \text{ Temperaturleitfähigkeit}$$

Maß für Dicke der thermischen  
Grenzschicht.

$$[\lambda] = \text{W/Km} \dots \text{ Wärmeleitfähigkeit}$$

$$[c] = \text{kJ/kgK} \dots \text{ Spezifische Wärmekapazität}$$

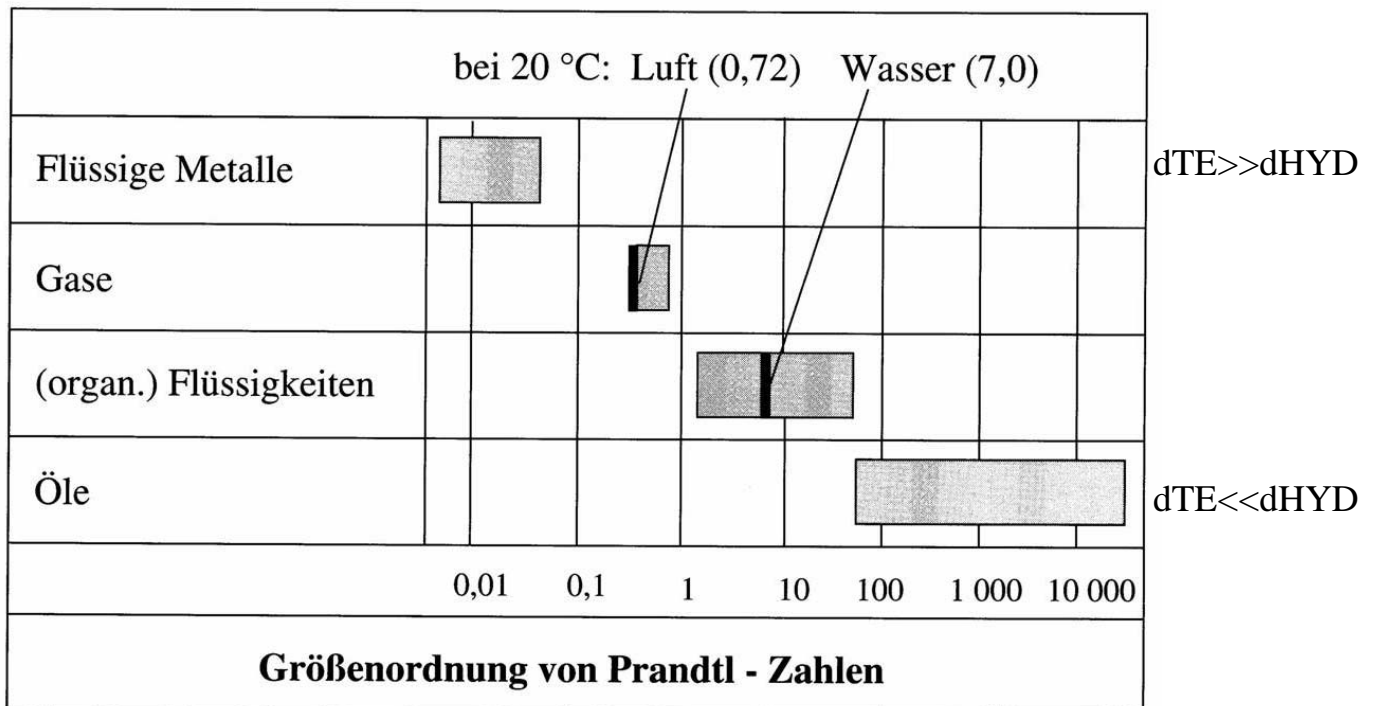
$$[\rho] = \text{kg/m}^3 \dots \text{ Dichte des Fluids}$$

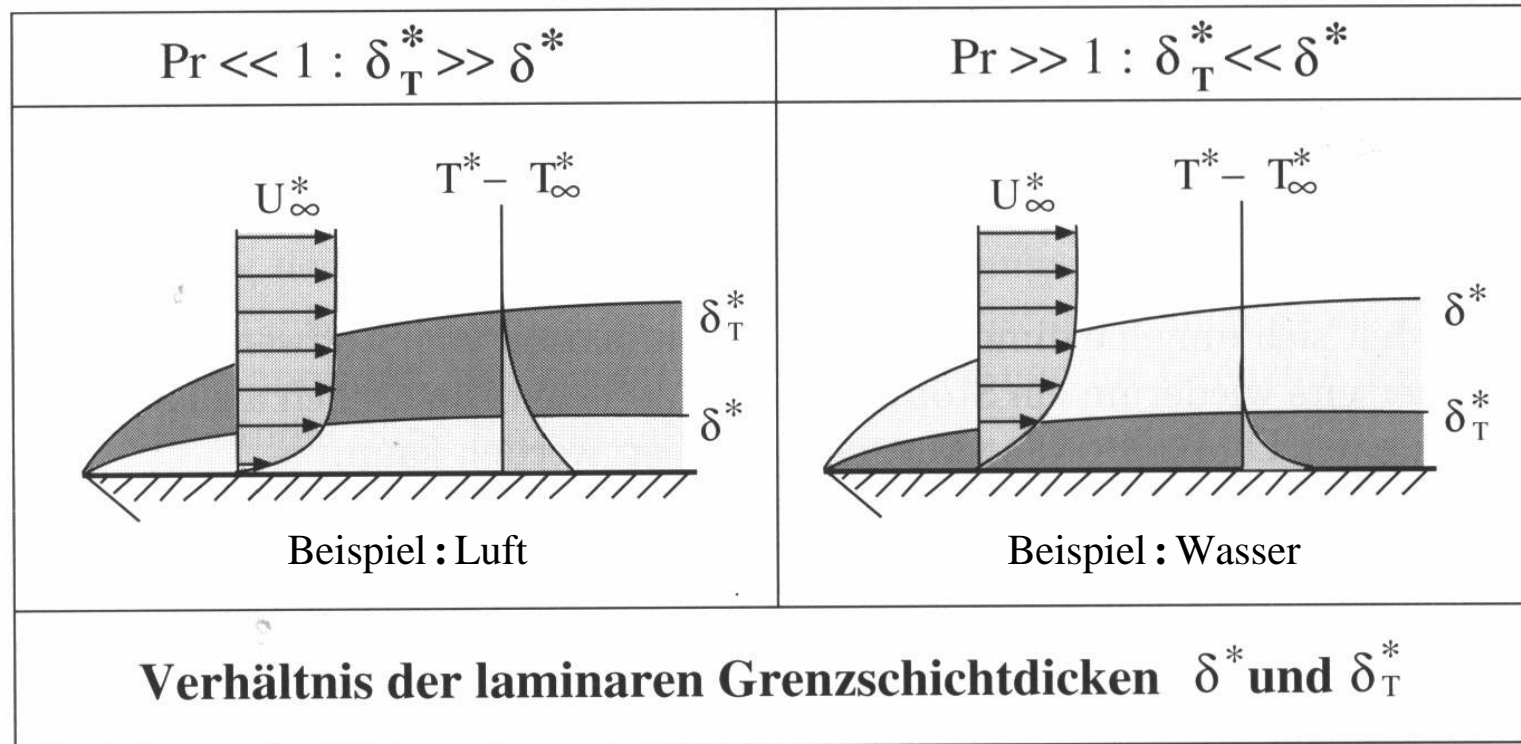
Beispiel für Korrelation der Nusselt – Zahl (52A):

Luft, NZ,  $\text{Pr} = 0,72$ ,  $m = 0,8$ ,  $n = 0,5$

(52A):  $\text{Nu} = 0,021 \text{ Pr}^{1/2} \cdot \text{Re}^{0,8}$

Größenordnung von Prandtl-Zahlen verschiedener Stoffe bei üblichen Temperaturen und Drücken (Umgebungsbedingungen) [7]





Literatur: [7].

Das Symbol “ \* “ wird in [7] für dimensionsbehaftete Größen verwendet, hat aber hier keine besondere Bedeutung.

## 2. Strömungen von Fluiden an festen Wänden mit freier oder natürlicher Konvektion (Erdschwere).

Dimensionsanalyse:

$$\underline{\text{Nu}} = \text{Nu}(\text{Pr}, \text{Gr}) \quad (4)$$

Beispiel

$$\underline{\text{Nu}} = C' \text{Pr}^{m'} \text{Gr}^{n'} \quad (4A)$$

$C', m', n'$  ... Konstante, vgl. Wärmetlas VDI.

$$\underline{\text{Gr}} = \frac{g\beta\Delta T\ell^3}{\nu^2} \quad \dots \text{Grashof - Zahl (des Systems). (5)}$$

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$  ... Erdbeschleunigung.

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad \dots \text{Thermischer Expansionskoeffizient.}$$

$$[\beta] = \text{K}^{-1}$$

$$\Delta T = T_w - T_\infty \quad \dots \text{Temperaturdifferenz.}$$

$$[\Delta T] = \text{K}$$

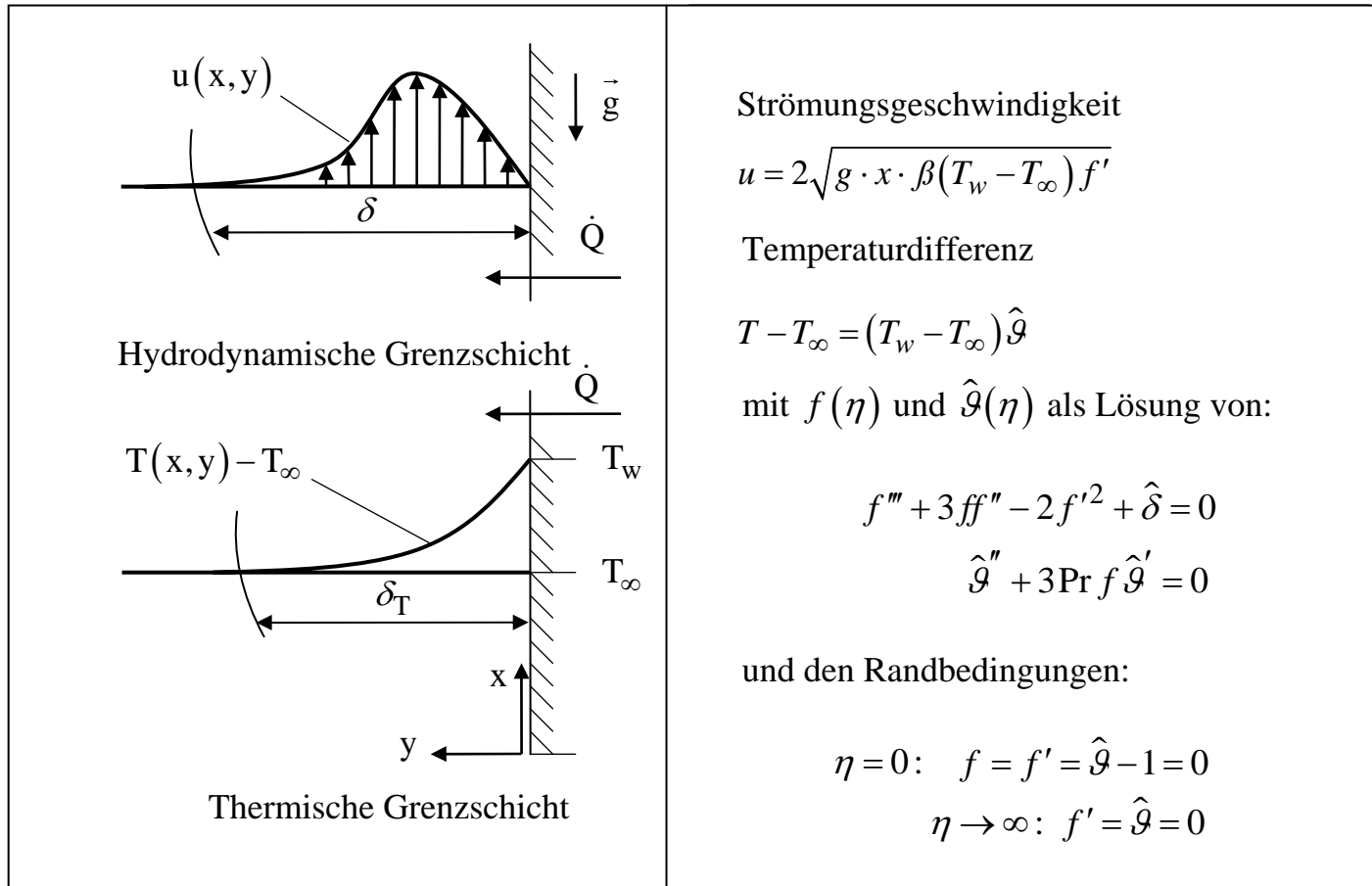
$$[\ell] = \text{m} \quad \dots \text{Charakt. Länge des Systems.}$$

$$[\nu] = \text{m}^2/\text{s} \quad \dots \text{Kinematische Viskosität.}$$

$$\beta = \frac{1}{V_s} \left( \frac{\partial V_s}{\partial T} \right)_p, \quad V_s \dots \text{spezifisches Volumen des Fluids}$$



Grenzschichten an einer senkrechten, geheizten Platte ( $T_w = \text{const}$ ), [7].



**Natürliche Konvektionsgrenzschicht an der senkrechten Platte;  
asymptotische Lösung für  $\text{Gr} \rightarrow \infty$**

Beispiel für (4A):

a)  $Gr \leq 1$

$$Nu = C_1 Pr Gr$$

$$C_1 \cong 0,1$$

b)  $Gr \gg 1$

$$Nu = C_2 (Gr Pr)^{1/4}$$

$$C_2 \cong 0,6$$

vgl. Diagramm!

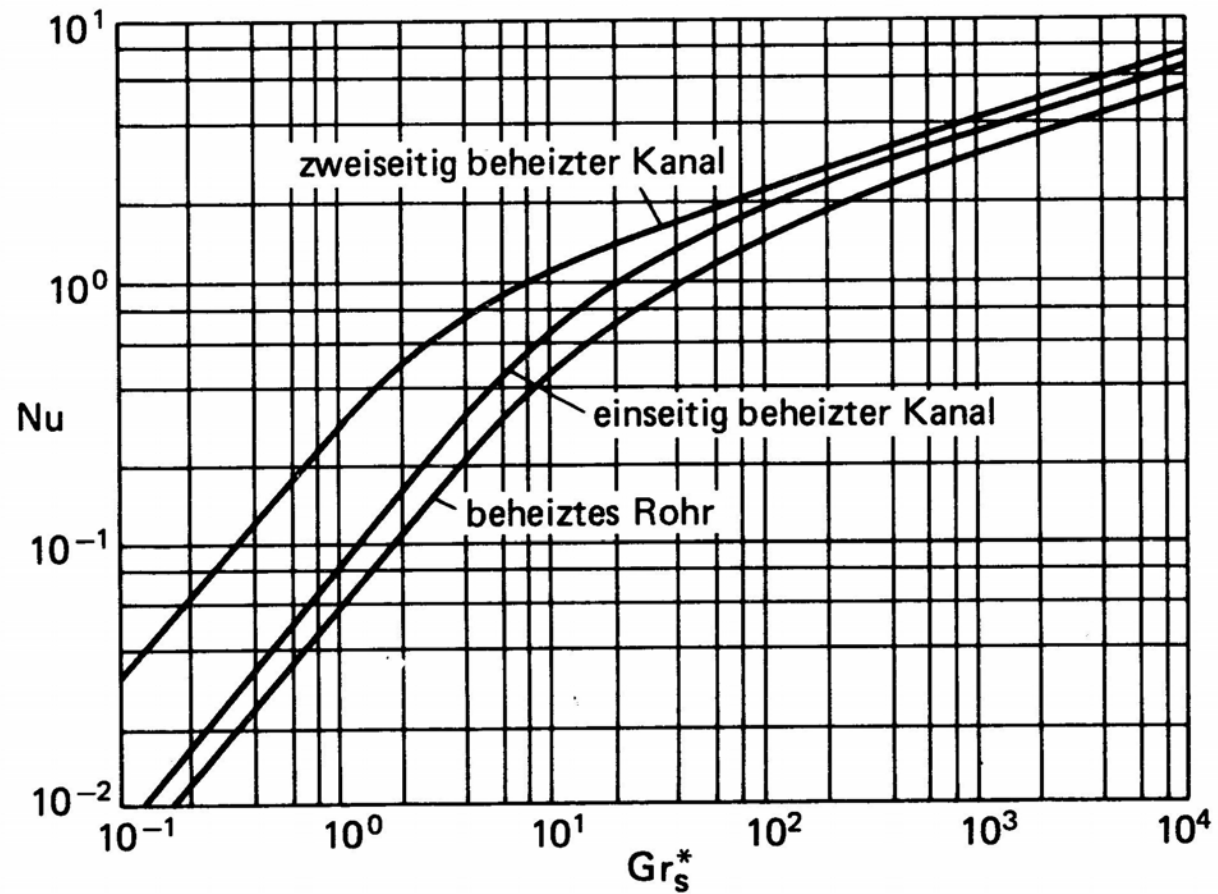
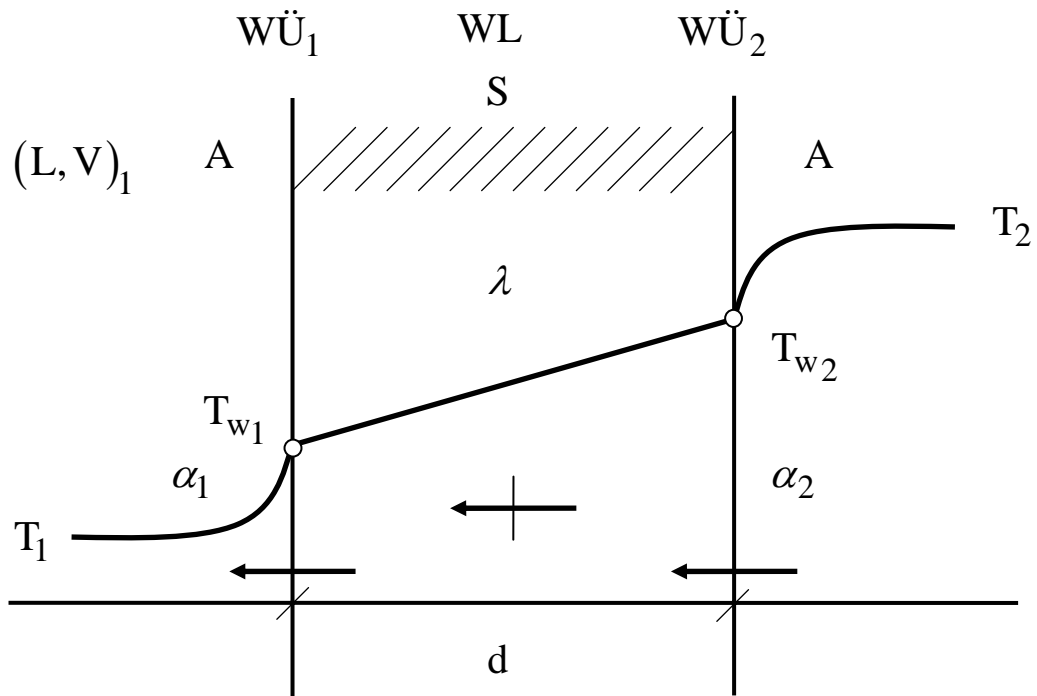


Bild 2. Nu in Abhängigkeit von  $Gr_s^*$  Pr bei ebenen senkrechten Kanälen und senkrechten Rohren.

## Wärmedurchgang durch eine ebene Platte



Stationarität

$$\dot{Q} = \text{const!}$$

$WÜ_1 \dots (50)$

$$T_{w1} - T_1 = R_{w1} \cdot \dot{Q}$$

$WL \quad (32)$

$$T_{w2} - T_{w1} = R_w \cdot \dot{Q}$$

$WÜ_2 \quad (50)$

$$T_2 - T_{w2} = R_{w2} \cdot \dot{Q}$$

---


$$\boxed{T_2 - T_1 = R \cdot \dot{Q}}$$

(55)

$$R = R_{W1} + R_W + R_{W2} \quad (56)$$

$$(55) \quad \underline{\underline{\dot{Q} = k \cdot A \cdot (T_2 - T_1)}} \quad (57)$$

$$(56) \quad R_W = \frac{1}{k \cdot A} \quad (58)$$

$$(50a,33) \quad R_w = \frac{1}{\alpha_1 \cdot A} + \frac{d}{\lambda \cdot A} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot A} \quad (59)$$

$$(58,59) \quad \underline{\underline{\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}} \quad (60)$$

Wärmedurchgangszahl der Platte

Dicke Platten:  $d \rightarrow \infty$

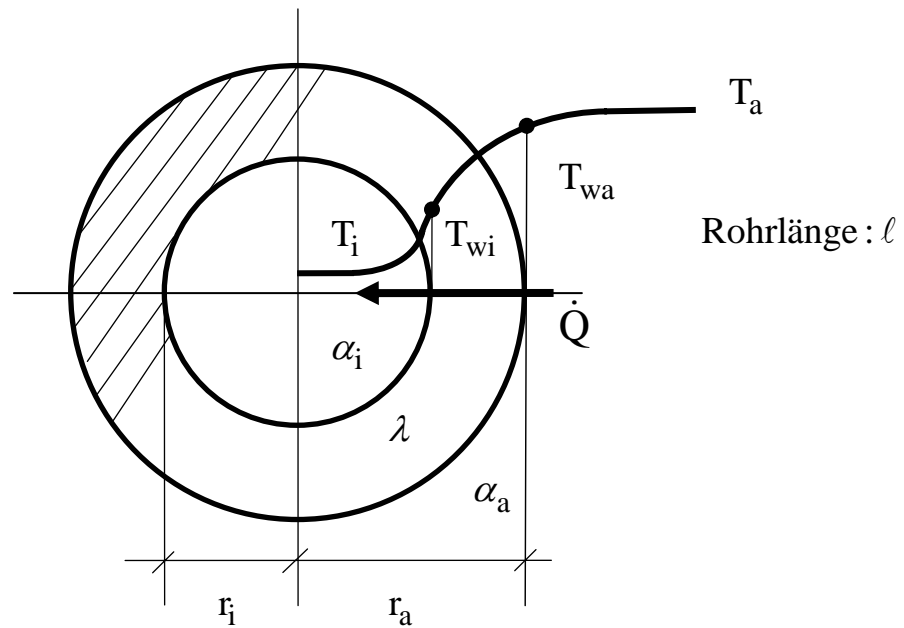
$$k \cong \frac{\lambda}{d} \rightarrow 0 \quad (60a)$$

Dünne Platten  
(Papierblätter)  $d \rightarrow 0$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \quad (60b)$$

$$[k] = \frac{W}{Km^2}$$

## Wärmedurchgang Kreisrohr



Wärmestrombetrag pro Längeneinheit

Stationarität

$$\dot{Q} = \text{const} \geq 0$$

Fourier

$$\text{WÜ:} \quad T_a - T_{wa} = R_{wa} \dot{Q}, \quad \frac{1}{\alpha_a A_a} = R_{wa} = \frac{1}{\alpha_a \underbrace{2\pi r_a \ell}_{A_a}}$$

$$\text{WL:} \quad T_{wa} - T_{wi} = R_w \dot{Q}, \quad R_w = \frac{\ln(r_a/r_i)}{2\pi \ell \lambda} > 0$$

$$\text{WÜ:} \quad T_{wi} - T_i = R_{wi} \dot{Q}, \quad \frac{1}{\alpha_i A_i} = R_{wi} = \frac{1}{\alpha_i \underbrace{2\pi r_i \ell}_{A_i}}$$


---

$$\Sigma: \quad T_a - T_i = R \dot{Q}$$

$$R = R_{wa} + R_w + R_{wi}$$

$$\underline{\underline{\dot{Q} = \frac{1}{R} (T_a - T_i)}}$$

## Aufgabe A11 Zylinderkorrektur

$$\mapsto \quad \dot{Q} = \frac{2\pi \ell (T_a - T_i)}{\frac{1}{\alpha_a r_a} + \frac{\ln(r_a/r_i)}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_i r_i}}$$

## Fouling / Faulen von Wärmetauschern

Erhöhung des Wärmewiderstandes von wärmeleitenden Platten und Rohren durch **Ablagerungen** fester Stoffe an den Oberflächen der Platten und Rohre.

Beispiele

### 1. Mineralische Ablagerungen

Kalk ( $\text{CaCO}_3$ ) etc.

Wasserleitungsrohre, Durchlauferhitzer.



Warmwasserleitungsrohr  
Betriebszeit: 6 Jahre

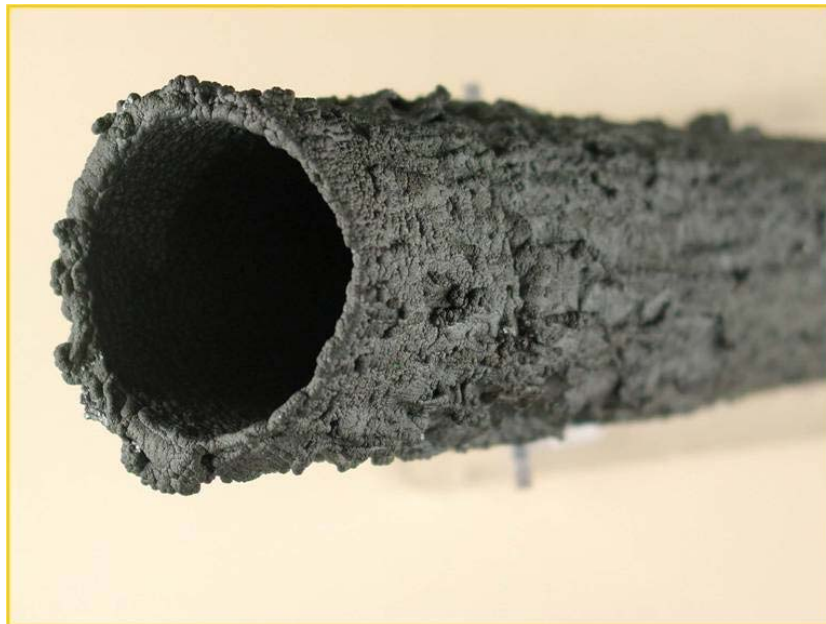


## 2. Organische Ablagerungen

C – Verbindungen ( Kokse )

Wärmetauscherrohre in petrochemischen Reaktoren,  
Destillationskolonnen

Verkokung von Rohroberflächen



### 3 Biofilme

Bakterien -, Pilzkolonien etc.

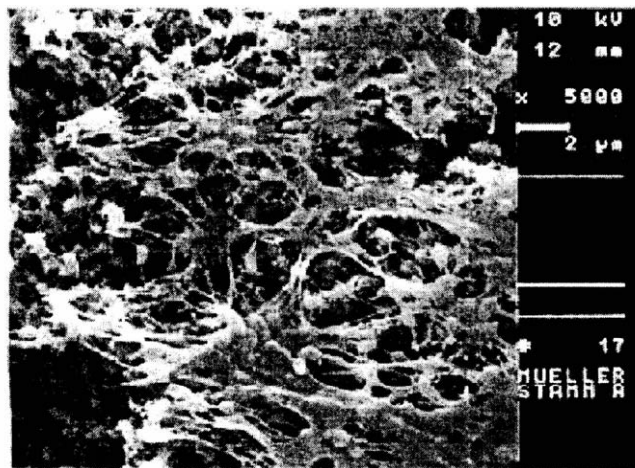
Biotechnische Anlagen ( Brauereien etc )

Tierzuchtbetriebe, Spitäler, Großküchen, Zahnarztpraxen,

Lebensmittelindustrie, Pharmazeutische Produktionsanlagen,

Abwasser- und Kläranlagen

→ Gefährdung von Trinkwasser



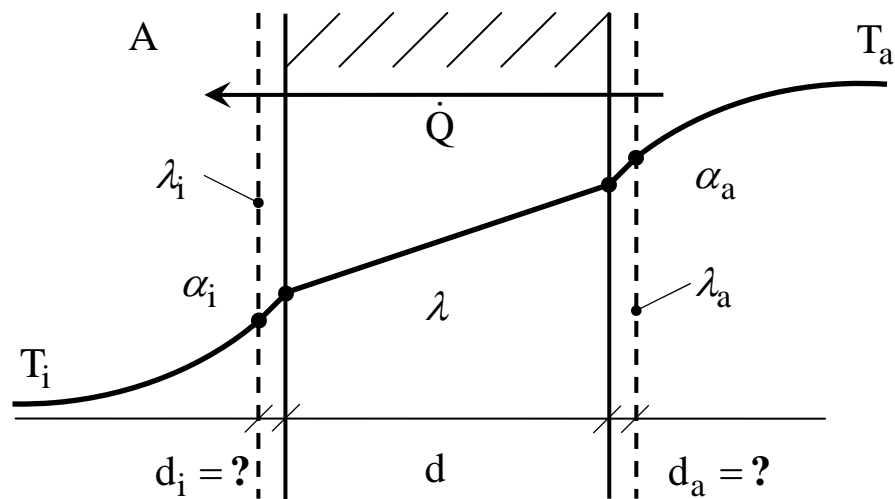
Schleimnetzwerk, Klebsiella, Bakterien



Biofilm im Abflussrohr

## Fouling führt zur Erhöhung des Wärmewiderstandes, Serienschaltung!

### 1. Ebene Platte, Stationarität



$$\dot{Q} = \frac{1}{R_w} (T_a - T_i)$$

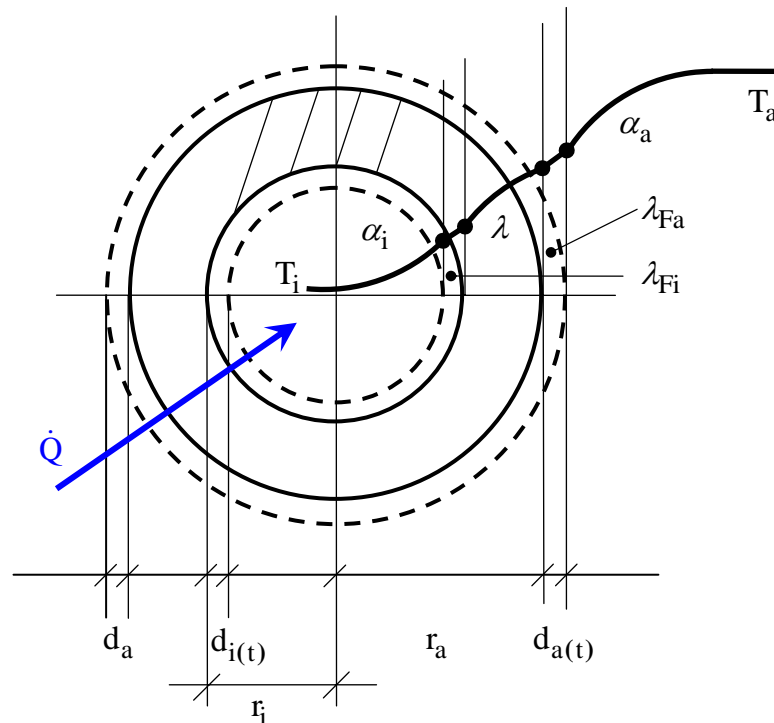
$$A \cdot R_w = \frac{1}{\alpha_a} + \frac{d_a}{\lambda_{Fa}} + \frac{d}{\lambda} + \frac{d_i}{\lambda_{Fi}} + \frac{1}{\alpha_i}$$

## 2. Rohrleitungen

Luft – Wasser – Wärmetauscher

Flüssigkeit – Flüssigkeit – Wärmetauscher

(Brauereien, Obstsaftereien, Milchhöfe )



Sationarität

$$\dot{Q} = \frac{1}{R_w} (T_a - T_i)$$

$$R_w = \frac{1}{\alpha_a A'_a} + \frac{d_a}{\lambda_{Fa} A_a} + \frac{\ln(r_a/r_i)}{2\pi l \lambda} + \frac{d_i}{\lambda_{Fi} A_i} + \frac{1}{\alpha_i A'_i}$$

$$A'_a = 2\pi r'_a l \dots d_a \ll r_a \quad ; \quad r'_a = r_a + d_a$$

$$A'_i = 2\pi r'_i l \dots d_i \ll r_i \quad ; \quad r'_i = r_i - d_i$$

Bei dicken Ablagerungen ist die Änderung der Oberflächen  $A_a, A_i$  zu betrachten

Beispiel

## Fouling in Rohrleitungen für Warmwasser

Stahlrohr

$$d_a = 5 \text{ cm}$$

$$d_i = 4,6 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{st}} = 0,21 \text{ W/Km}$$

$$\lambda_w = 0,6 \text{ W/Km}$$

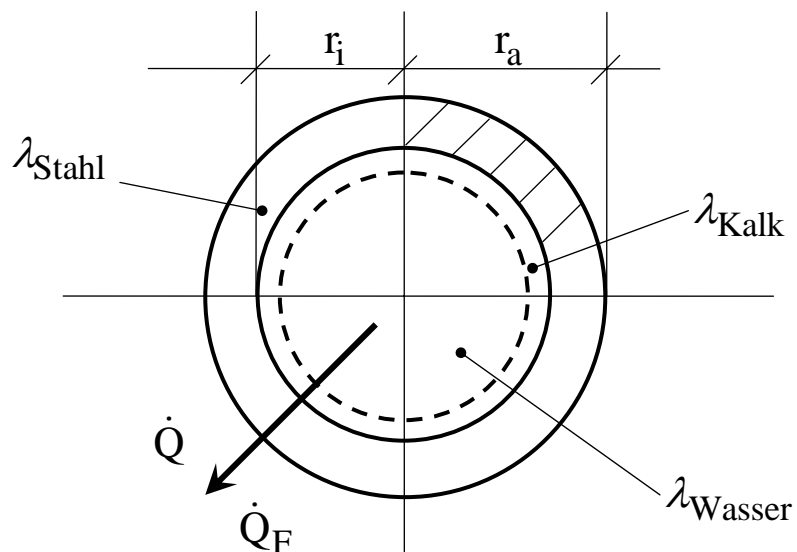
Kalkablagerungen

(Kesselstein)

$$d = 4 \text{ mm}$$

$$\lambda_{\text{Kalk}} = (0,08 - 2) \text{ W/Km}$$

Reduktion des Wärmestroms ( pro Meter Rohrlänge )

Rohrlänge:  $l$

1. Reines Stahlrohr,

Wärmeübergang nicht betrachtet.

$$\dot{Q} = \frac{1}{R} (T_a - T_i)$$

$$R = \frac{\ln(r_a/r_i)}{2\pi\ell\lambda_{st}}$$

2. Stahlrohr mit Kalkablagerung

$$\dot{Q}_F = \frac{1}{R_F} (T_a - T_i)$$

$$R_F = R + \frac{d_F}{2\pi r_i \ell \lambda_F}$$

Näherung: Ebene Platte / Dünne Schicht

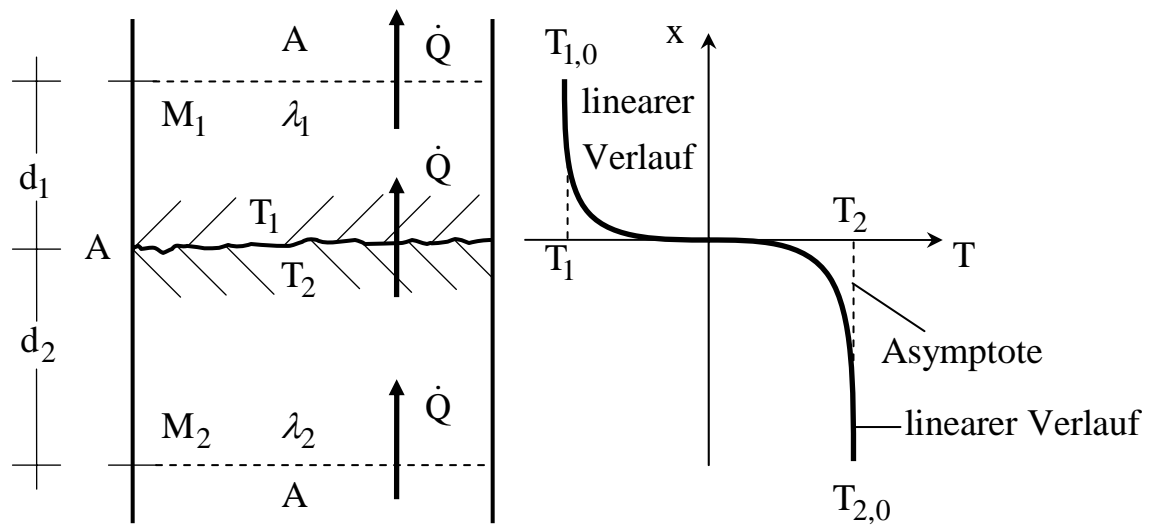
$$\frac{\dot{Q}_F}{\dot{Q}} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{st} d_F}{\lambda_{Kalk} r_i \ln(r_a/r_i)}}$$

$$= 15\% \dots 82\% !$$

## Thermischer Kontaktwiderstand zwischen Festkörpern ( homogen )

Literatur: [7]

### A) Ebene Flächen



Stationarität!

Kontaktfläche  $A = ?$

Wärmeleitung:

$$M_1 \quad \dot{Q} = \lambda_1 \frac{A}{d_1} (T_1 - T_{1,0}) \quad (1)$$

$$M_2 \quad \dot{Q} = \lambda_2 \frac{A}{d_2} (T_{2,0} - T_2) \quad (2)$$

Wärmekontakt / Thermischer Kontakt

$$\dot{Q} = \alpha_K A_K (T_2 - T_1) \quad (3)$$

$$[\alpha_K] = \text{W/m}^2\text{K}$$

Thermische Kontaktzahl ( $\alpha_K$ )

Kontaktfläche ( $A_K \neq A$ )

Gesamter Wärmewiderstand:

$$\dot{Q} = \frac{1}{R_w} (T_{2,0} - T_{1,0}) \quad (4)$$

(1 - 4)

$$R_w = \frac{d_1}{\lambda_1 A} + \frac{1}{\alpha_K A_K} + \frac{d_2}{\lambda_2 A} \quad (5)$$

Messung:  $\dot{Q}$ ,  $T_{1,0}$ ,  $T_{2,0}$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $d_1$ ,  $d_2$

Annahme:  $A_K = A$

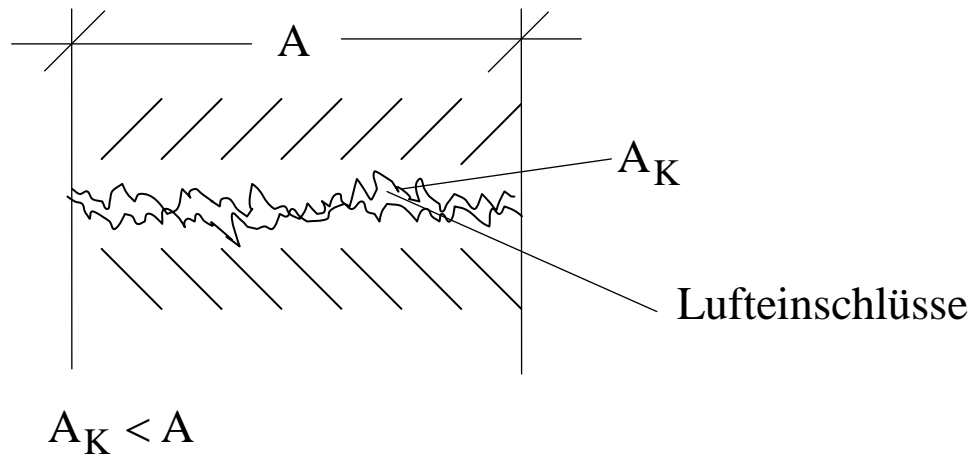
Berechnung von  $\alpha_K$  nach (5).

Kontaktwiderstand:

$$R_K = \frac{1}{\alpha_K A_K}, \quad \alpha_K = \frac{1}{R_K A_K}$$



## Festkörperkontakte

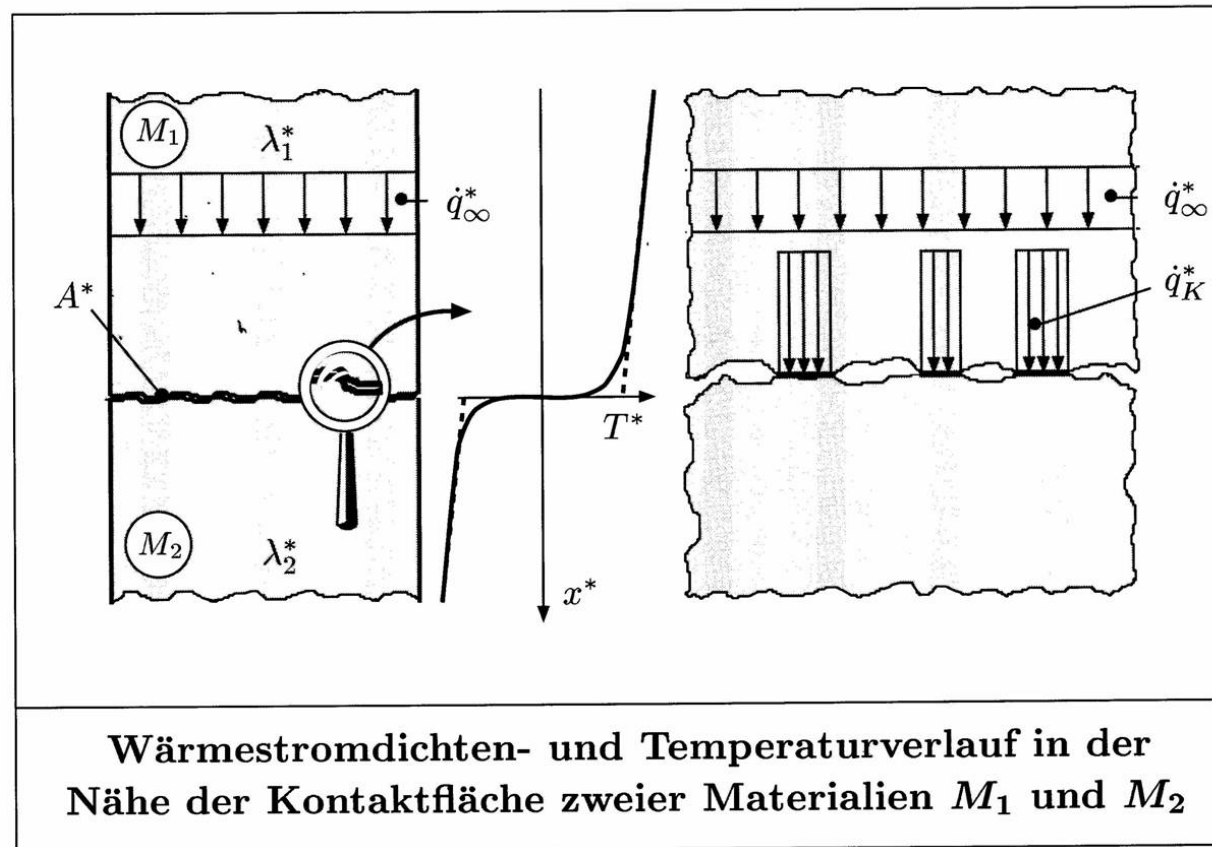


Verbesserung des thermischer Kontaktes:

1. Anpressdruck erhöhen
2. Thermoposten, Metallfolien zur Verdrängung der Luft zwischen den oberflächen ( Fraktal Charakter

Kontaktfläche  $A_K$  kann grundsätzlich auch **größer** als geometrische Fläche  $A$  sein. ( Kochkurven, Kochflächen, Mandelbrot 1977)

## Thermischer Kontakt: Wärmestromdichten, Temperaturverlauf



H. Herwig, Wärmeübertragung, Springer – VDI, Berlin etc. 2000

## Reziproke Kontaktkoeffizienten (Al – NN)

$$R_k A = \frac{1}{\alpha_K}, \quad [\alpha_K] = \text{W/Km}^2$$

	ZWISCHENMATERIAL				
	Luft	Helium	Wasserstoff	Silikonöl	Glyzerin
$\frac{R_K^* A^*}{10^{-4} \text{ m}^2 \text{K/W}}$	2,75	1,05	0,72	0,53	0,27
<p><b>Einfluß des Zwischenmaterials auf den thermischen Kontaktwiderstand bei Aluminium</b></p> <p>Daten aus: Fried (1969)</p>					

## Thermischer Kontaktwiderstand M – M, Druckabhängigkeit

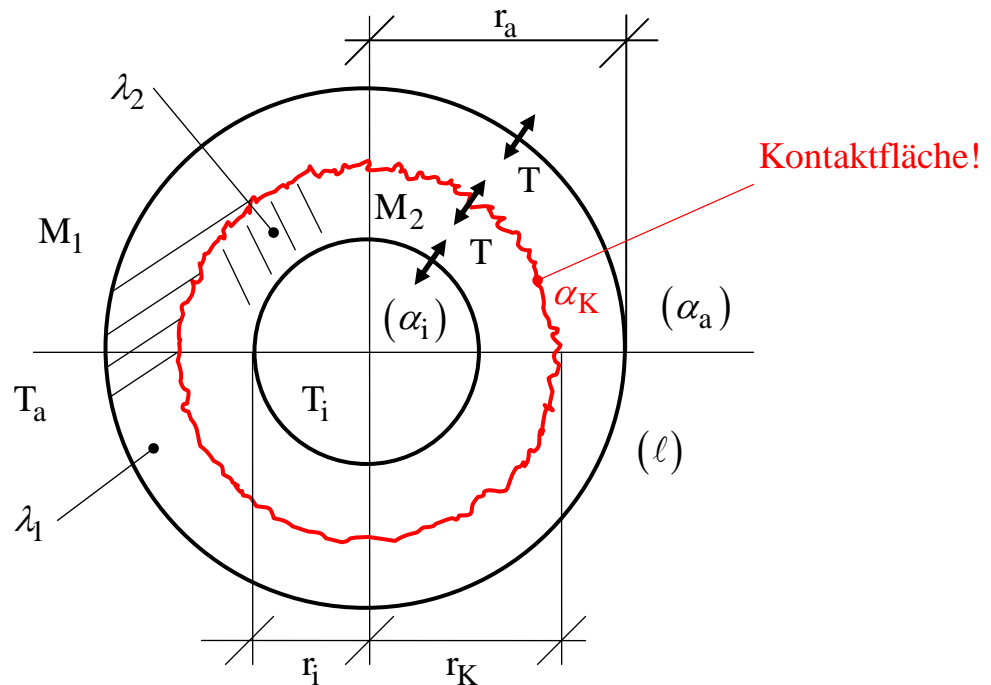
MATERIAL	$\frac{\lambda^*}{\text{W/mK}}$	$p_K^* = 10^5 \text{ N/m}^2$		$p_K^* = 10^7 \text{ N/m}^2$	
		$\frac{R_K^* A^*}{10^{-4} \text{ m}^2 \text{K/W}}$	$\frac{s_{\ddot{a}}^*}{\text{mm}}$	$\frac{R_K^* A^*}{10^{-4} \text{ m}^2 \text{K/W}}$	$\frac{s_{\ddot{a}}^*}{\text{mm}}$
Edelstahl	15	6 ÷ 25	30	0,7 ÷ 4	4
Kupfer	400	1 ÷ 10	220	0,1 ÷ 0,5	12
Magnesium	160	1,5 ÷ 3,5	40	0,2 ÷ 0,4	5
Aluminium	240	1,5 ÷ 5,0	80	0,2 ÷ 0,4	7

**thermischer Kontaktwiderstand  $R_K^*$**

Daten aus: Incropera, DeWitt (1996)

B) Kontaktwiderstand zwischen Zylinderrohren  
(Isolierungen).

Rohrlänge:  $\ell$ , Materialien:  $M_1, M_2$



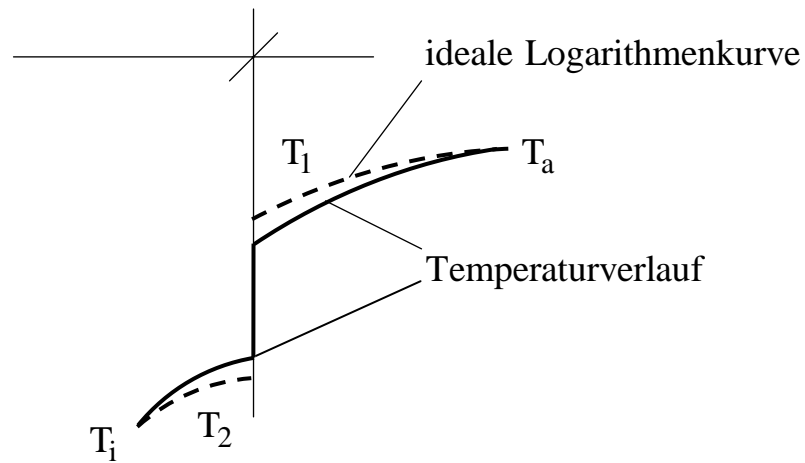
Stationarität

Kontaktfläche:  $A_K = 2\pi r_K \ell$ ,  $r_K = ?$

Wärmeleitung:

$$M_1 \quad \dot{Q} = \frac{2\pi\ell\lambda_1}{\ln(r_a/r_K)} (T_a - T_1) \quad (6)$$

$$M_2 \quad \dot{Q} = \frac{2\pi\ell\lambda_2}{\ln(r_K/r_i)} (T_2 - T_i) \quad (7)$$



Wärmekontakt / Thermischer Kontakt

$$\dot{Q} = 2\pi r_K \ell \alpha_K (T_1 - T_2) \quad (8)$$

Thermische Kontaktzahl

Gesamter Wärmewiderstand:

$$\dot{Q} = \frac{1}{R_w} (T_a - T_i) \quad (9)$$

$$(6-9): \quad R_w = \frac{\ln(r_a/r_K)}{2\pi \ell r_a \lambda_1} + \frac{1}{2\pi \ell r_K \alpha_K} + \frac{\ln(r_K/r_i)}{2\pi \ell r_i \lambda_2} \quad (10)$$

Aufgabe A 16