

Aufgabe 1: (5 Punkte)

Ein Kupferrohr (Außenradius $r_a = 9 \text{ mm}$) wird von Dampf durchströmt und hat an seiner Oberfläche die Temperatur $T_a = 300 \text{ °C}$. Zur Minderung der Wärmeverluste (Umgebungstemperatur $T^* = 20 \text{ °C}$) soll es mit Isoliermaterial (Hohlzylinder, Dicke d) umgeben werden. Wie groß muss d gewählt werden, damit der abgegebene Wärmestrom höchstens so groß ist, wie beim nicht isolierten Rohr? Der Wärmeübergangskoeffizient Kupferrohr – Luft ist gleich dem Wärmeübergangskoeffizienten Isoliermaterial – Luft $\alpha = 10 \text{ W/km}^2$. Die Wärmeleitfähigkeit des Isolierstoffes ist $\lambda_{\text{iso}} = 0,1 \text{ W/(mK)}$.

Aufgabe 2: (3+5 Punkte)

Der Vorrattank einer Tankstelle ist in $x = 1,2$ m Tiefe vergraben. Das feuchte Erdreich hat die Dichte $\rho = 2,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, Wärmekapazität $c = 2,5 \text{ kJ/kgK}$ und eine Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 2,3 \text{ W/mK}$. Vorrattank und Erdreich haben zunächst die Temperatur $T = 15 \text{ °C}$. Durch einen Brand steigt die Oberflächentemperatur über dem vergrabenen Tank plötzlich auf $T = 1500 \text{ °C}$ an. Nach welcher Zeit ist die Temperatur beim Tank auf $T = 100 \text{ °C}$ angestiegen, so dass Explosionsgefahr besteht?

Hinweis:

Für die Ausbreitung eines Temperatursprunges in einem Halbraum ($x > 0$) ist in der Vorlesung ein Ausdruck für das Temperaturfeld (X, t) angegeben worden. Dieser kann zur Berechnung von t in $T(x = 1,2 \text{ m}, t) = 100 \text{ °C}$ benutzt werden.

5 Zusatzpunkte werden gegeben, wenn das Temperaturfeld $T(x, t) = \Phi(x/(2\sqrt{at}))$ aus der Temperaturleitungsgleichung mit der Anfangsbedingung $T(x > 0, t = 0) = T_0 = 15 \text{ °C}$ und der Endbedingung $T(x > 0, t = \infty) = T_B = 1500 \text{ °C}$ explizit hergeleitet wird.

Aufgabe 3: (3+2 Punkte)

Das Wasser eines Sees mit der Temperatur 0 °C beginnt durch Einsetzen einer Kältewelle, d. h. Abkühlen der darüber stehenden Luft auf $T = -5\text{ °C}$, zu frieren. Nach welcher Zeit hat die sich bildende Eisschicht eine Dicke $x = 10\text{ cm}$ erreicht.

Die Lösung kann näherungsweise durch Aufstellen der Enthalpiebilanz für das System (Eis + Wasser) unter Vernachlässigung der Enthalpie der Eisphase erfolgen. (Vgl. Vorlesung vom 14.01.2009).

Man diskutiere das erhaltene numerische Ergebnis.

Stoffdaten:

Dichte des Wassers $\rho_L = 10^3\text{ kg/m}^3$, Schmelzwärme $r_{LS} = 334\text{ kJ/kg}$, Wärmeleitfähigkeit von Eis $\lambda_s = 2,2\text{ W/km}$, Wärmeübergangskoeffizient Luft – Eis $\alpha_a = 0,5\text{ W/km}$ (Isoliereffekt einer Raureifschicht).

Aufgabe 4: (3 Punkte)

Ein Stahlrohr mit Außendurchmesser $d = 2 \text{ m}$, Länge 16 m , welches zum Einbau in einen Zementofen bestimmt ist, muss während seiner Bearbeitung auf der Temperatur $T = 950 \text{ °C}$ gehalten werden. Dazu werden in seiner Umgebung Ölbrenner kreisförmig angeordnet, deren Flammen die Wärme im Wesentlichen durch Strahlung auf das Rohr übertragen. Wie groß ist der stündliche Bedarf an Heizöl, wenn dieses einen Heizwert $\Delta h_{\text{OEL}} = 42 \text{ MJ/kg}$ hat und der Emissionskoeffizient des Stahls $\varepsilon = 0,92$ beträgt?

Aufgabe 1: (1 + 3 + 1 +5 Punkte)

Wärmedurchgang durch ein Fenster

- a) Man berechne die Wärme, die pro m^2 durch ein einfach verglastes Fenster bei einer Raumtemperatur $T_i = 298 \text{ K}$, Außentemperatur $T_a = 263 \text{ K}$, Scheibendicke $d = 5 \text{ mm}$, Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 1,2 \text{ W / (Km)}$, Wärmeübergangszahl Raumluf – Glas $\alpha_i = 7 \text{ W / (Km}^2\text{)}$, Glas – Außenluft $\alpha_a = 10 \text{ W / (Km}^2\text{)}$ hindurchtritt.
- b) Ein Doppelfenster besteht aus 2 Scheiben mit den Daten nach Abschnitt (a). Zwischen den Scheiben befindet sich trockene Luft mit der Wärmeleitfähigkeit $\lambda_L = 0,024 \text{ W / (Km)}$ und dem Wärmeübergangskoeffizient Scheibe – Luft $\alpha_L = 4 \text{ W / (Km}^2\text{)}$. Die Dicke der Luftschicht beträgt $d_L = 0,02 \text{ m}$. Konvektionsströmungen der Luft zwischen den Scheiben können vernachlässigt werden.
Wie groß ist nun der Wärmestrom pro m^2 ?
- c) Wie groß sind die Temperaturen T_1 an der Außenseite der Innenscheibe und T_2 an der Innenseite der Außenscheibe des Doppelfensters?
- d) Versuchen Sie zu berechnen oder zumindest abzuschätzen, wie groß die Temperaturen T_1 und T_2 wären, würde sich zwischen den Scheiben nicht Luft sondern Vakuum befinden. Der Emissionsgrad der Glasscheiben sei $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,85$. Wie groß wäre in diesem Fall der Wärmestrom pro m^2 ?

Aufgabe 2: (6 + 4 Punkte)

Ein Biogasreaktor hat die Form eines lotrecht stehenden Zylinders von $h = 18$ m Höhe und $2r_0 = 4$ m Durchmesser. Der Reaktor ist mit Gülle gefüllt, in der durch den Methan produzierenden Fermentationsprozess Wärme $p_v = 20$ W / m³ entsteht. Diese Wärme wird stationär erzeugt und durch den Mantel des Zylinders an die Umgebung der Temperatur $T_a = 10$ °C abgegeben. Der Wärmeübergangskoeffizient Mantelaußenseite – Luft sei $\alpha = 10$ W / (Km²).

- a) Welche Wärme wird pro Meter Reaktorhöhe an die Umgebung abgegeben?
Welche Wärme gibt der Reaktor insgesamt an seine Umgebung ab?
Wärmeverluste durch den Boden des Reaktors können vernachlässigt werden.
- b) Wie groß ist die Temperatur (T_{wa}) an der Außenwand des Reaktors?
- c) Wie groß ist die Temperatur (T_0) auf der Zylinderachse?

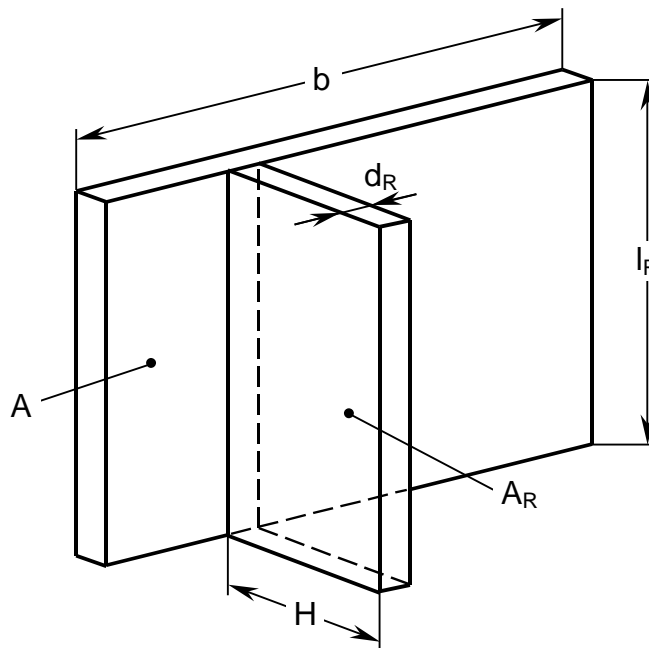
Hinweise:

1. Der Reaktor befinde sich in einem stationären Betriebszustand. Die Gülle kann näherungsweise als Wasser ($\lambda = 0,6$ W / (Km)) angesehen werden. Konvektionsströmungen der Gülle im Reaktor können vernachlässigt werden.
2. Die Wärmeleitung bzw. der Abfall der Temperatur in der Reaktorwand braucht nicht berücksichtigt zu werden.
3. Für die Ableitung der (radialen) Temperaturverteilung aus der Temperaturleitungsgleichung mit Wärmequellen werden 4 Zusatzpunkte gegeben.

Aufgabe 3: (2 + 6 + 1 Punkte)

Wärmetauscherfläche ohne bzw. mit Rippen

Thermöl eines Transformators wird zur Kühlung in einen Behälter mit rechteckigen Seitenwänden der Fläche $A = b \cdot l_R$ mit $b = 4 \text{ m}$, $l_R = 1,5 \text{ m}$, siehe Skizze, geleitet. Über die Fläche (A) muss im stationären Betrieb des Transformators die Wärme $\dot{Q} = 40 \text{ kW}$ an die Umgebungsluft der Temperatur $T_L = 20 \text{ °C}$ abgegeben werden. Der Wärmeübergangskoeffizient Wandmaterial – Luft sei $\alpha = 50 \text{ W / (Km}^2\text{)}$, die Wärmeleitfähigkeit des Materials sei $\lambda = 30 \text{ W / (Km)}$.



- Welche Oberflächentemperatur (T_0) stellt sich auf der Behälterwand ein?
- Zur Senkung der Oberflächentemperatur der Behälterwand auf $T_{0R} = 60 \text{ °C}$ soll die Wand mit geraden, rechteckigen Rippen der Dicke $d_R = 1 \text{ mm}$, Höhe $H = 0,2 \text{ m}$ und Länge $l_R = 1,5 \text{ m}$ versehen werden, siehe Skizze. Wie viele Rippen müssen parallel zueinander auf der Behälterwand angebracht werden?

Es kann angenommen werden,

- dass die Rippen aus demselben Material wie die Behälterwand sind,
- dass zwischen Wand und Rippen kein Wärmeübergangswiderstand besteht und
- dass die Oberflächentemperatur auf den Rippenflächen überall denselben Wert $T_{0R} = 60 \text{ °C}$ besitzt.

- Welchen Abstand haben die Rippen voneinander?

Aufgabe 4: (3 + 2 Punkte)

Eisbildung auf Wasseroberfläche

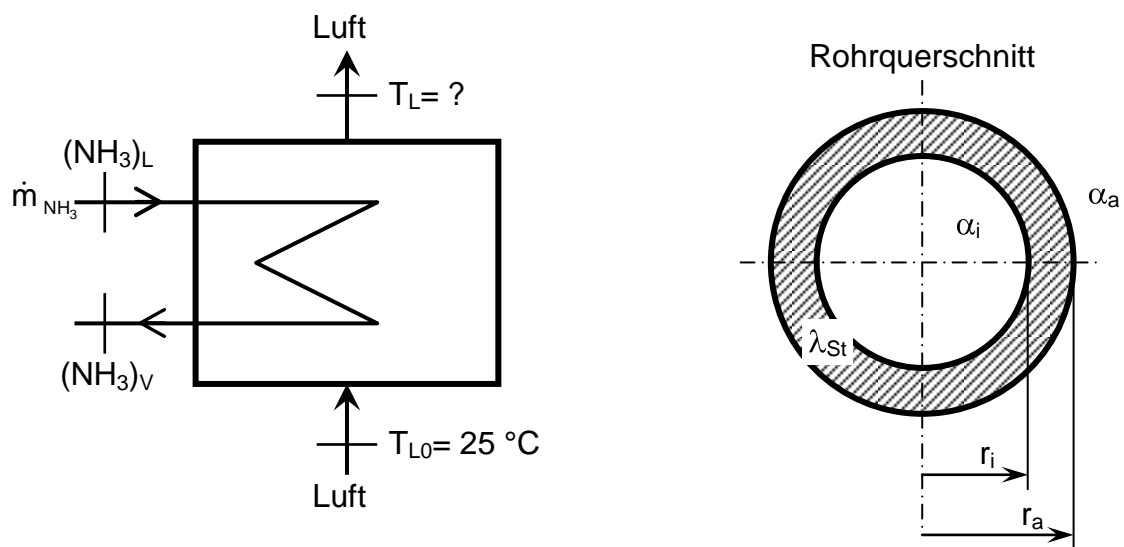
In klaren Nächten kann sich auf der Oberfläche eines Sees Eis bilden, auch wenn die Temperatur der Luft über dem Wasser größer als 0 °C ist. Ursache ist der Umstand, dass das Wasser durch Strahlungsaustausch mit dem Himmel mehr Wärme verliert, als durch Konvektion Luft – Wasser gewinnt. Der Himmel kann dabei als schwarzer Strahler ($\varepsilon_H = \alpha_H = 1$) der Temperatur $T_H = -30\text{ °C}$ angesehen werden. Der Emissionskoeffizient des Wassers sei $\varepsilon_w = 0,7$. Der Wärmeübergangskoeffizient Luft – Wasser sei bedingt durch Luftbewegungen an der Wasseroberfläche $\alpha_{LW} = 25\text{ W / (Km}^2\text{)}$.

- a) Man stelle die Bedingung für das Gleichgewicht der Wärmeströme Luft – Wasser und Wasser – Himmel auf.

- b) Man berechne aus dieser Bedingung die Mindesttemperatur der Luft dafür, dass sich gerade kein Eis auf dem See bildet.

Aufgabe 1: (1+1+1+4 Punkte)

In einem Luftkühler wird ein trockener Luftstrom $\dot{V}_L = 2 \text{ m}^3/\text{s}$ der Eingangstemperatur $T_{L0} = 25 \text{ °C}$ durch das Verdampfen von flüssigem Ammoniak in einer Rohrschlange der Länge l gekühlt (Skizze). Das Ammoniak (NH_3) tritt im flüssigen Siedezustand beim Druck $p = 1 \text{ bar}$ und der Temperatur $T_s(1\text{bar}) = -33 \text{ °C}$ in den Kühler ein und verlässt ihn gerade nach vollständiger Verdampfung, d. h. als trockener Dampf mit $p = 1 \text{ bar}$, $T = -33 \text{ °C}$. Die Verdampfungswärme wird durch Wärmeübertragung aus der Luft durch die Wandung der Rohrschlange dem Ammoniak zugeführt.



Stoff- und Systemdaten:

Dichte Ammoniak flüssig:	$\rho_{\text{NH}_3\text{L}} = 0,68 \text{ kg/l}$
Dichte Ammoniak dampfförmig:	$\rho_{\text{NH}_3\text{V}} = 0,88 \text{ kg/m}^3$
Strömungsgeschwindigkeit Ammoniak	
Eintrittszustand:	$w_{\text{NH}_3\text{L}} = 0,3 \text{ m/s}$
WÜ-Koeffizient Ammoniakrohr innen:	$\alpha_i = 50 \text{ W/(K}\cdot\text{m}^2)$
WÜ-Koeffizient Rohr Luft außen: (erzwungene Konvektion)	$\alpha_a = 200 \text{ W/(K}\cdot\text{m}^2)$
Wärmeleitfähigkeit Rohrmaterial:	$\lambda_{\text{St}} = 48 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$
Innenradius:	$r_i = 1 \text{ cm}$
Außenradius:	$r_a = 1,3 \text{ cm}$
Verdampfungswärme Ammoniak:	$r_{\text{NH}_3} = 1370 \text{ kJ/kg}$
Dichte der Luft Eintrittszustand:	$\rho_{L0} = 1,3 \text{ kg/m}^3$
Spez. Wärme der Luft:	$c_{pL} = 1 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$

- a) Wie groß ist der Massenstrom des Ammoniaks \dot{m}_{NH_3} ?
- b) Welche Wärme (\dot{Q}) wird benötigt, um diesen Flüssigkeitsstrom (\dot{m}_{NH_3}) vollständig zu verdampfen?
- c) Mit welcher Temperatur (T_L) tritt die gekühlte Luft aus dem Wärmetauscher aus ?
- d) Wie lange muss die Rohrschlange im Verdampfer sein?
Hinweis: Man nehme an, die außen an der Rohrschlange vorbeiströmende Luft habe überall die Mitteltemperatur $\bar{T} = \frac{1}{2} \left(T_{L0} + \frac{1}{2} T_L \right)$.

Das Ammoniak führende Rohr ist ein Zylinderrohr. Die Krümmung des Rohres im Apparat kann vernachlässigt werden.

Aufgabe 2: (1 + 3 + 3 Punkte)

Wärmedurchgang durch Fenster

- a) Man berechne die Wärme, die pro m^2 durch ein einfach verglastes Fenster bei einer Raumtemperatur $T_i = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ und einer Außentemperatur $T_a = -10 \text{ }^\circ\text{C}$ hindurch tritt. Die Dicke der Scheibe ist $d = 5 \text{ mm}$, die Wärmeleitfähigkeit des Glases beträgt $\lambda = 4,2 \text{ W / (K}\cdot\text{m)}$. Die Wärmeübergangszahlen sind:
Raumluft – Glas: $\alpha_i = 7 \text{ W / (K}\cdot\text{m}^2)$
Glas – Außenluft: $\alpha_a = 10 \text{ W / (K}\cdot\text{m}^2)$.
- b) Ein modernes Verbundglasfenster besteht aus 3 Glasscheiben mit den Daten nach (a). Zwischen den Scheiben befindet sich trockene Luft mit der Leitfähigkeit $\lambda_L = 0,024 \text{ W / (K}\cdot\text{m)}$. Der Wärmeübergangskoeffizient Glasscheibe trockene Luft ist $\alpha = 4 \text{ W / (K}\cdot\text{m}^2)$. Die Dicke der Luftschichten beträgt $d_L = 1,5 \text{ cm}$. Konvektionsströmungen der Luft können vernachlässigt werden. Wie groß ist der Wärmestrom durch das Fenster pro m^2 ?
- c) Wie groß sind die Temperaturen T_{1m} , T_{2m} an den Oberflächen der Mittelscheibe?

Aufgabe 3: (1+3 Punkte)

Eine russische Sauna kann näherungsweise als quaderförmiges Blockhaus mit Walmdach und den Innenmaßen Länge $l = 5 \text{ m}$, Breite $b = 4 \text{ m}$, Höhe $h = 2,5 \text{ m}$ angesehen werden, siehe Skizze. In der Sauna soll eine konstante Temperatur $T = 90 \text{ °C}$ herrschen. Die Außentemperatur sei $T^* = - 20\text{°C}$. Wärmeverluste treten durch Wärmedurchgang von der Saunaluft durch die Holzwände in die Außenluft auf.

- a) Welche Anschlussleistung muss ein Elektroofen mindestens haben, um die Temperatur in der Sauna $T = 90 \text{ °C}$ konstant zu halten?
- b) Durch einen Defekt fällt der Ofen aus.
Auf welchen Wert ist die Temperatur der Saunaluft nach 1 h abgesunken?

Hinweise:

- 1. Alle Wände, Boden und Decke der Sauna bestehen aus demselben Material (Holz) und haben dieselbe Dicke $d = 0,25 \text{ m}$.
- 2. Die Unterschiede zwischen den Innen- und Außenmaßen des Saunaraumes können vernachlässigt werden.
- 3. Türen oder Fenster des Saunaraums brauchen nicht betrachtet zu werden.

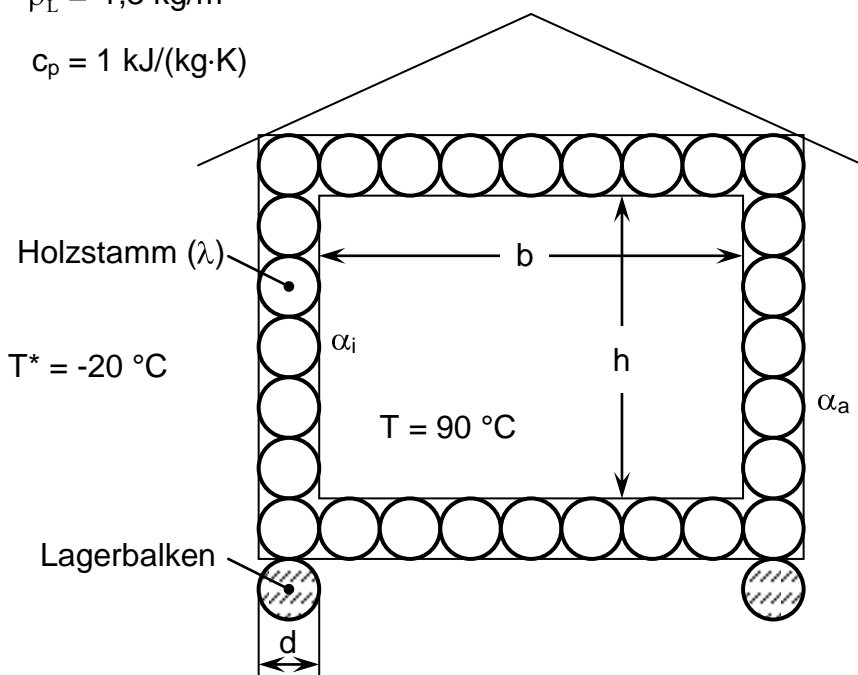
Stoffdaten:

Wärmeleitfähigkeit Holz: $\lambda = 0,15 \text{ W/(K}\cdot\text{m)}$

Wärmeübergangskoeffizienten: $\alpha_i = 25 \text{ W/(K}\cdot\text{m}^2)$, $\alpha_a = 10 \text{ W/(K}\cdot\text{m}^2)$

Dichte der Luft: $\rho_L \approx 1,3 \text{ kg/m}^3$

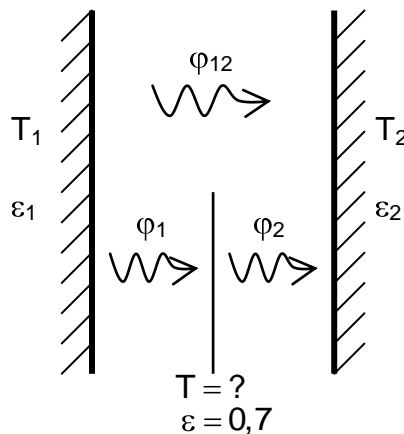
Wärmekapazität der Luft: $c_p = 1 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$



Aufgabe 4: (1+3+1 Punkte)

Um den Strahlungsaustausch zwischen zwei ebenen Wänden mit den Temperaturen $T_1 = 600\text{ °C}$, $T_2 = 20\text{ °C}$ und den Emissionskoeffizienten $\varepsilon_1 = 0,9$ (Metall), $\varepsilon_2 = 0,4$ (Beton) zu reduzieren, wird zwischen die Wände ein sehr dünner Strahlungsschirm (Temperatur $T = ?$, Emissionsvermögen $\varepsilon = 0,7$) geschoben.

- Welche Strahlungsleistung (φ_{12}) tauschen die beiden Wände zunächst ohne Zwischenwand pro Flächeneinheit (1 m^2) aus?
- Welche Temperatur (T) besitzt der Strahlungsschirm?
- Welche Strahlungsleistung wird zwischen den beiden Wänden pro Flächeneinheit über den Schirm ausgetauscht?



Aufgabe 1: (1+2+3 Punkte)

Ein Elektroofen zur Vorwärmung von Prozessluft enthält $n = 60$ Heizstäbe aus Kupfer mit dem Durchmesser $d_a = 2r_a = 1$ cm und der Länge $l = 0,5$ m. Die Anschlussleistung des Ofens ist $\dot{W} = 20$ kW. In den Ofen tritt ein Strom $\dot{V} = 0,4$ m³/s trockener Luft der Temperatur $T_{L0} = 10$ °C, siehe Skizze.

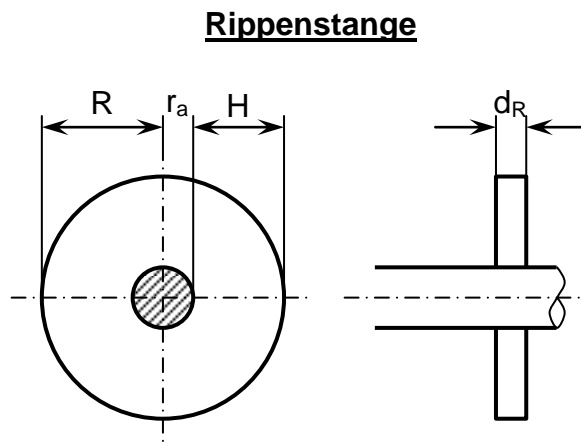
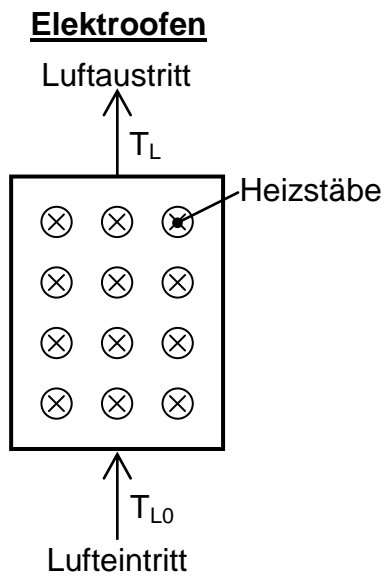
- Mit welcher Temperatur T_L tritt die Luft aus dem Ofen aus?
- Wie hoch ist die Temperatur T_0 an der Oberfläche der Heizstäbe, wenn man als Näherung die Annahme macht, die Luft habe überall im Ofen ihre Mitteltemperatur $\bar{T}_L = (T_{L0} + T_L)/2$ und Beeinflussungen der Luftströmung durch die einzelnen Heizstäbe (Verwirbelungen) werden pauschal durch den Wärmeübergangskoeffizienten Kupfer-Luft $\alpha_{CuL} = 40$ W/(m²K) berücksichtigt?
- Als Alternative zum Ofen wird vorgeschlagen, an Stelle von 60 Heizstäben nur $n' = 6$ Heizstäbe derselben Abmessungen zu verwenden, diese aber mit je 20 Kreisrippen der Höhe $H = 4$ cm und Dicke $d_R = 1$ mm zu versehen.

Wie hoch ist die sich dann auf der Oberfläche der Heizstäbe einstellende Temperatur T_{RS} bei gleicher Heizleistung des Ofens $\dot{W} = 20$ kW ?

Hinweis: Man nehme an, die Temperatur an den Fußpunkten der Rippen sei dieselbe wie an der unberippten Oberfläche der Heizstäbe (T_{RS}) Man verwende die sogenannte Schmid - Näherung für berippte Zylinder.

Stoffdaten:

WÜ - Koeffizient Kupferstab-Luft	$\alpha_{CuL} = 40$ W/(m ² K)
Dichte der Luft:	$\rho_L = 1,3$ kg/m ³
Wärmekapazität der Luft:	$c_p = 1$ kJ/(kg·K)
Wärmeleitfähigkeit von Kupfer:	$\lambda = 400$ W/(K·m)



Aufgabe 2: (1 + 1 + 4 Punkte)

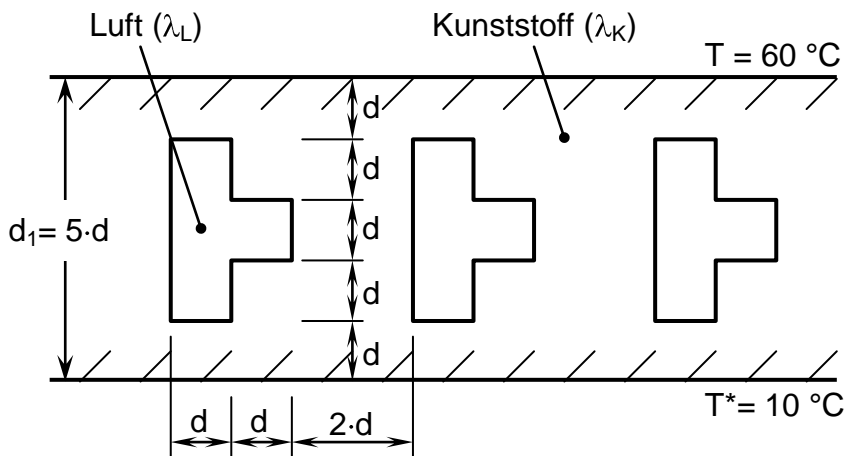
Kunststoffplatte mit Hohlräumen

In einer Platte aus Kunststoff befinden sich periodisch angeordnet und über die ganze Breite der Platte (b) erstreckende Hohlräume, die mit Luft gefüllt sind, siehe Figur. Die Temperaturen der Luft oberhalb und unterhalb der Platte sind beziehungsweise $T = 60\text{ °C}$ und $T^* = 10\text{ °C}$.

- a) Wie groß ist der Wärmestrom (\dot{Q}_m) durch ein Periodenelement der Fläche $A_p = 4bd$ der zunächst massiv, d. h. ohne Luftkammern gedachten Platte?
- b) Man skizziere ein elektrisches Ersatzschaltbild für den Wärmestrom durch die Platte mit Luftkammern.
- c) Man berechne den Wärmestrom (\dot{Q}) durch ein Periodenelement der Platte mit Kammern.

Hinweise: Man zerlege sie Platte in eine periodische Folge verschiedener Wärme leitender Elemente und wende die Regeln für Parallel- und Serienschaltungen von Wärmewiderständen an. Die Breite der Platte (b) erstreckt sich lotrecht zur Zeichenebene.

Daten: Breite der Platte $b = 1\text{ m}$
 Dichte der Platte $d_1 = 5d = 0,1\text{ m}$
 Längenparameter Luftschlitz: $d = 0,02\text{ m}$
 Wärmeleitfähigkeiten: Kunststoff $\lambda_K = 10\text{ W/(K}\cdot\text{m)}$, Luft $\lambda_L = 0,026\text{ W/(K}\cdot\text{m)}$

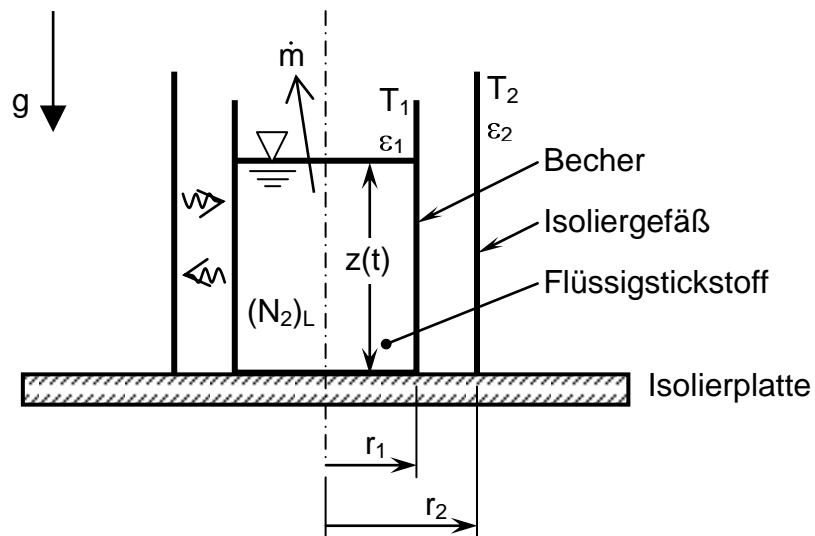


Aufgabe 3: (1 + 4 + 1 Punkte)

In einem Becher (Durchmesser $d_1 = 2r = 8$ cm, Höhe $h = 25$ cm) befindet sich bis zur Höhe $z_0 = 20$ cm flüssiger Stickstoff $(N_2)_L$ bei Siedetemperatur $T_1 = 77$ K und Umgebungsdruck $p = 1$ atm. Der Becher steht aus Sicherheitsgründen in einem größeren zylindrischen Isoliergefäß (Durchmesser $d_2 = 2r_2 = 12$ cm). Beide Gefäße stehen auf einer Isolierplatte, siehe Figur. Die Wände des inneren Bechers besitzen die Temperatur $T_1 = 77$ K und den Emissionskoeffizienten $\varepsilon_1 = 0,9$, die des äußeren Zylinders haben die Temperatur $T_2 = 10^\circ\text{C}$ und den Emissionskoeffizienten $\varepsilon_2 = 0,7$. Beide Zylinder tauschen Wärme durch Strahlung aus. Die dem inneren Zylinder zugeführte Strahlungswärme führt zur (isobaren) Verdampfung des Stickstoffs, nicht aber zu einer Erhöhung seiner Temperatur!

- Welche Masse an Stickstoff $(N_2)_L$ befindet sich anfänglich im Becher?
- Wie lange dauert es, bis 90 % der anfänglichen Menge Stickstoff $(N_2)_L$ verdampft sind?
- Wie lange dauert es, bis 99 % der anfänglichen Menge Stickstoff $(N_2)_L$ verdampft sind?

Hinweis: Man entwickle aus der Energiebilanz des Flüssigstickstoffs eine Differentialgleichung für die Verdunstungsrate \dot{m} des Stickstoffs. Dabei kann der Wärmeaustausch durch den Spiegel des Flüssigstickstoffs und dem darüber sich ausbildenden dampfförmigen Stickstoffpolster vernachlässigt werden.



Daten:

Becher

$$r_1 = 0,04 \text{ m}$$

$$\varepsilon_1 = 0,9$$

$$T_1 = 77 \text{ K}$$

$$z_0 = 0,2 \text{ m}$$

Isoliergefäß

$$r_2 = 0,06 \text{ m}$$

$$\varepsilon_2 = 0,7$$

$$T_2 = 10 \text{ °C}$$

Flüssigstickstoff

Dichte

$$\rho_{N_2L} = 807 \text{ kg/m}^3$$

Verdampfungsenergie

$$r_{N_2} = 198,6 \text{ kJ/kg}$$

Strahlungskonstante

$$\sigma = 5,8 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4)$$

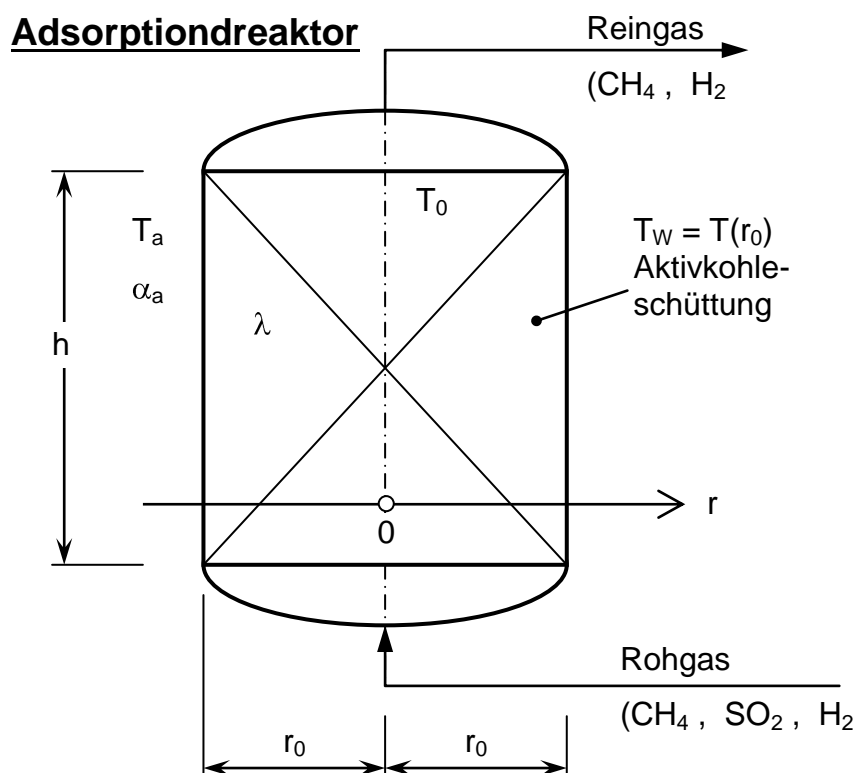
Aufgabe 4: (5 + 4 Punkte)

Ein Adsorptionsreaktor zur Entfernung von Schwefeldioxid (SO_2) aus Stadtgas (CH_4 , H_2 , SO_2) hat die Form eines lotrecht stehenden Zylinders von $h = 12$ m Höhe und einem Durchmesser $2r_0 = 4$ m. Der Reaktor ist mit körniger Aktivkohle gefüllt, auf deren innerer Oberfläche SO_2 -Moleküle adsorbieren. Dabei wird pro Kubikmeter Reaktorinhalt die Wärme r_v [W/m^3] frei. Diese Wärme wird während der sogenannten Beladungsphase stationär überall im Reaktor erzeugt und durch den Zylindermantel an die Umgebung der Temperatur $T_a = 15$ °C abgegeben, siehe Figur. Der Wärmeübergangskoeffizient Mantelaußenseite – Luft sei $\alpha_a = 10$ $\text{W}/(\text{K}\cdot\text{m})$. Aus Sicherheitsgründen (Brandgefahr) darf die Temperatur in der Mitte des Reaktors, d. h. auf der Zylinderachse ($r = 0$) nicht höher als $T_{0\text{max}} = 100$ °C sein.

- Welche Wärme ($\rho_v \text{max}$) wird im Reaktor erzeugt, wenn diese Maximaltemperatur $T_{0\text{max}}$ gerade erreicht worden ist?
- Wie groß ist dann die Temperatur ($T_{W \text{max}}$) an der Außenseite des Reaktors?
- Welche Wärme wird dann vom Reaktor insgesamt an seine Umgebung abgegeben (\dot{Q}_{max})?

Hinweise:

- Man nehme an, der Reaktor befinde sich stets in einem stationären Betriebszustand. Die Aktivkohle – Gas – Schüttung im Reaktor kann als quasi-homogenes Medium mit der Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 0,4$ $\text{W}/(\text{K}\cdot\text{m})$ angesehen werden.
- Die Wärmeleitung bzw. der Abfall der Temperatur in der Reaktorwand braucht nicht berücksichtigt zu werden.
- Für die Ableitung / Begründung der radialen Temperaturverteilungsfunktion ($T = T(r)$) aus der allgemeinen Temperaturleitungsgleichung mit Wärmequellen werden 4 Zusatzpunkte gegeben.



Aufgabe 1 (5 Punkte)

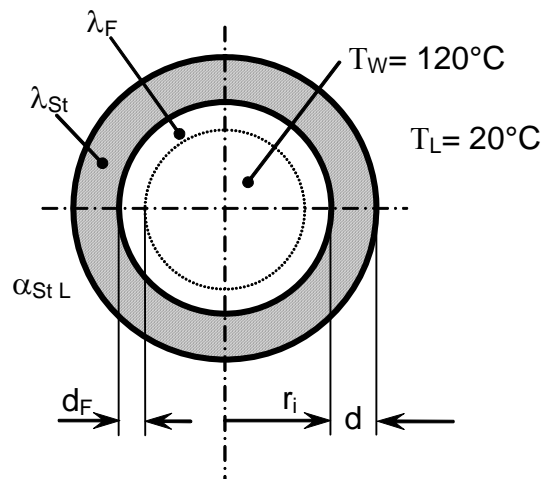
Durch ein Stahlrohr fließt Heißwasser ($T_w = 120^\circ\text{C}$). Dabei wird pro Längeneinheit ($l = 1\text{ m}$) die Wärme (\dot{Q}_0) an die Umgebungsluft abgegeben.

Das Heißwasser enthält Schmutzstoffe, die sich gleichmäßig im Rohr ablagern. Die Dicke (d_F) dieser Foulingschicht wächst im Laufe der Zeit (t) gemäß der Beziehung

$$d_F = \gamma \cdot t$$

mit $\gamma = 1\text{ mm/a}$ an.

- Nach welcher Zeit ist der ursprüngliche Wärmestrom im sauberen Rohr (\dot{Q}_0) auf die Hälfte seines Wertes $\dot{Q}_F = 0,5 \dot{Q}_0$ abgesunken?
- Wie dick ist dann die Foulingschicht im Rohr?



Systemdaten:

Rohrinnenradius	r_i	= 1,3 cm
Rohrdicke	d	= 0,2 cm
Wärmeleitfähigkeit Stahl	λ_{St}	= 35 W/(mK)
Wärmeleitfähigkeit Foulingschicht	λ_F	= 0,6 W/(mK)
Wärmeübergang Stahl-Luft	λ_{StL}	= 100 W/(km ²)
Rohrlänge	l	= 1 m
Wachstumsgeschwindigkeit Foulingschicht	γ	= 1 mm / a

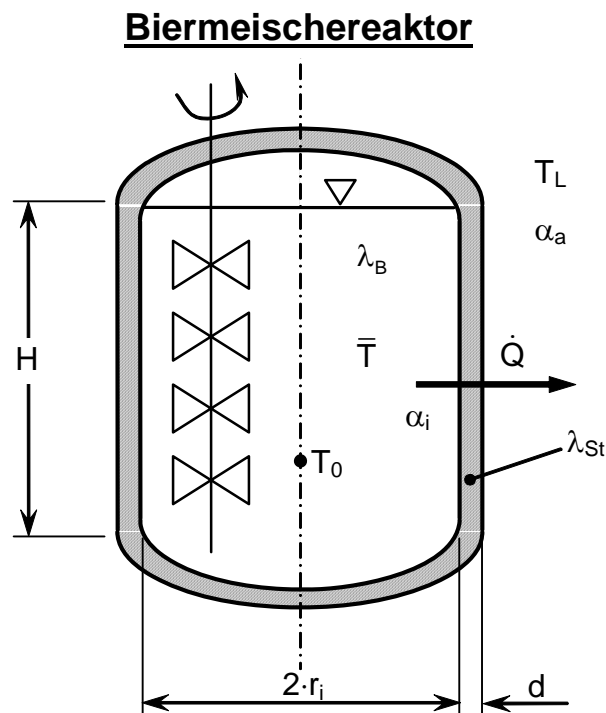
Hinweis: Die Wärmeübergangswiderstände Wasser – Foulingschicht – Stahl können vernachlässigt werden. Der Wärmeübergang Stahl – Luft muss aber berücksichtigt werden.

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Biermaischereaktor

Der zylindrische Reaktor einer Brauerei (Höhe $H = 6$ m, Durchmesser $2 r_i = 2$ m) ist vollständig mit Biermaische gefüllt ($\lambda_B = 0,6$ W/km). Die Maische produziert bei der alkoholischen Gärung die Wärme $p_v = 0,2$ kW/m³ = 0,2 W / l. Um Überhitzung zu vermeiden, wird die Maische ständig gerührt (Rührreaktor siehe Figur), so dass sie überall näherungsweise dieselbe konstante Temperatur (\bar{T}) besitzt. Die Temperatur der Umgebungsluft beträgt $T_L = 20$ °C.

- Welche Temperatur (\bar{T}) besitzt die Maische in gerührtem Zustand? (3 P.)
- Skizziere den Temperaturverlauf Maische – Behälterwand – Luft. (1 P.)
- Durch eine Betriebsstörung fällt die Rühranlage aus und die Maische bewegt sich nicht mehr, so dass die in ihr erzeugte Wärme nur mehr durch ein entsprechendes Temperaturgefälle von innen nach außen abgeführt werden kann (vgl. Aufgabe A 18 b). Auf welchen Wert (T_0) steigt die Temperatur der Maische auf der Achse des Reaktors ($r = 0$) an? (6 P.)
- Skizziere den Temperaturverlauf Maische – Behälter und – Luft im ungerührten Zustand. (2 P.)



Systemdaten

Wärmeleitfähigkeit Biermaische	λ_B	= 0,6 W/km
Wärmeleitfähigkeit Behälterwand (Stahl)	λ_{St}	= 40 W/km
Wärmeübergangskoeffizient Maische – Stahl	α_i	$\rightarrow \infty$
Wärmeübergangskoeffizient Stahl – Luft	α_a	= 100 W/km ²

Hinweis:

Da $\alpha_i \rightarrow \infty$, kann der Wärmeübergangswiderstand Maische – Stahlwand vernachlässigt werden.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Lufterhitzer, Rippenrohr

Ein Luftstrom der Temperatur $T_L = 21 \text{ °C}$ soll durch ein Bündel (Anzahl n) dampfdurchströmter Kupferrohre (Länge $l = 3 \text{ m}$, Außendurchmesser $d_a = 5 \text{ cm}$) erhitzt werden. Die Temperatur an der Oberfläche der Rohre betrage $T_a = 230 \text{ °C}$. Die von den Rohren abgegebene Wärmeleistung ist $\dot{Q} = 100 \text{ kW}$.

- Wie viele Rohre ($n = ?$) werden für den Erwärmungsprozess der Luft benötigt?
- In einer neuen Auslegung des Lufterhitzers wird vorgeschlagen, nicht wie unter (a) glatte, sondern gerippte Rohre einzusetzen. Dazu ist vorgesehen, nur $n_1 = 10$ Rohre zu verwenden, diese aber mit je $n_R = 100$ quadratischen Rippen der Seitenlänge $2a = 16 \text{ cm}$ und der Dicke $d_R = 2 \text{ mm}$ zu verwenden.

Welche Wärme kann in einem solchen Erhitzer an die Luft abgegeben werden?

Hinweis: Man verwende zur Lösung die sog. Schmidt-Näherung und prüfe, ob die dazu notwendigen Voraussetzungen erfüllt sind. Die äquivalenten Rippenradien und -höhen können aus den Angaben der Anlage (VDI) berechnet werden.

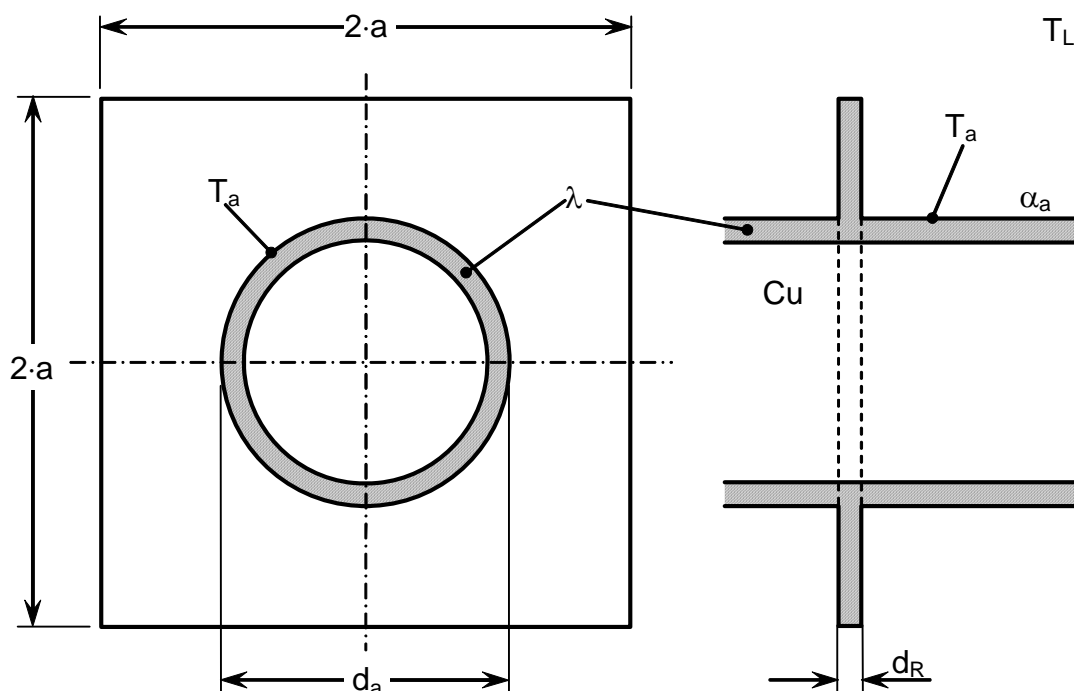
Daten:

Wärmeübergangskoeffizient Kupfer – Luft:

$$\alpha_a = 25 \text{ W/km}^2$$

Wärmeleitfähigkeit von Kupfer:

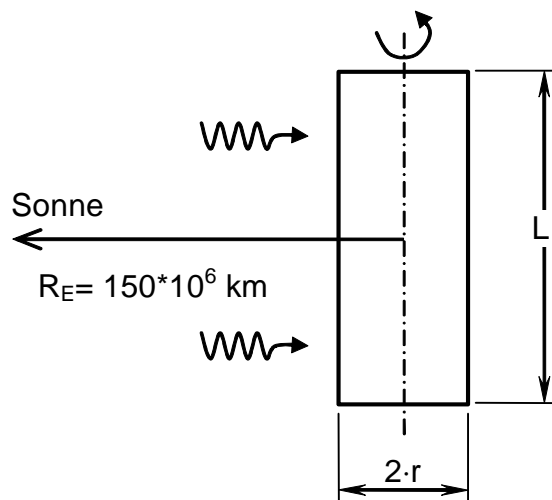
$$\lambda = 330 \text{ W/km}$$



Aufgabe 4 (9 Punkte)

Temperatur Raumstation

Eine Raumstation (z. B. Spacelab) besitzt näherungsweise die Gestalt eines Zylinders (Radius $r = 3$ m, Länge $L = 25$ m). Die Station bewege sich unabhängig von der Erde auf einer Kreisbahn mit dem Erdbahnradius ($R_E = 150 \cdot 10^6$ km) um die Sonne. Dabei sei die Zylinderachse immer senkrecht zur Bahnebene orientiert, so dass Solarstrahlung immer lotrecht auf die der Sonne zugewandte Seite des (langsam rotierenden) Zylinders fällt (Skizze)



Die Solarkonstante beträgt am Ort der Raumstation, also außerhalb der Erdatmosphäre, $\varphi_s = 1,34 \text{ kW/m}^2$.

Die Station kann als grauer Körper mit $\varepsilon = a = 0,6$; $\tau = 0$ angesehen werden.

- Welche Strahlungsleistung wird von der Station stationär absorbiert und wieder emittiert?
- Welche Strahlungsleistung wird von der Station dauernd reflektiert?
(Die Weltraumstrahlung ist zu vernachlässigen.)
- Welche Temperatur besitzt die Station als grauer Strahler zur Emission der absorbierten Solarstrahlung?

Aufgabe 1: (10 Punkte)

Wasserkocher

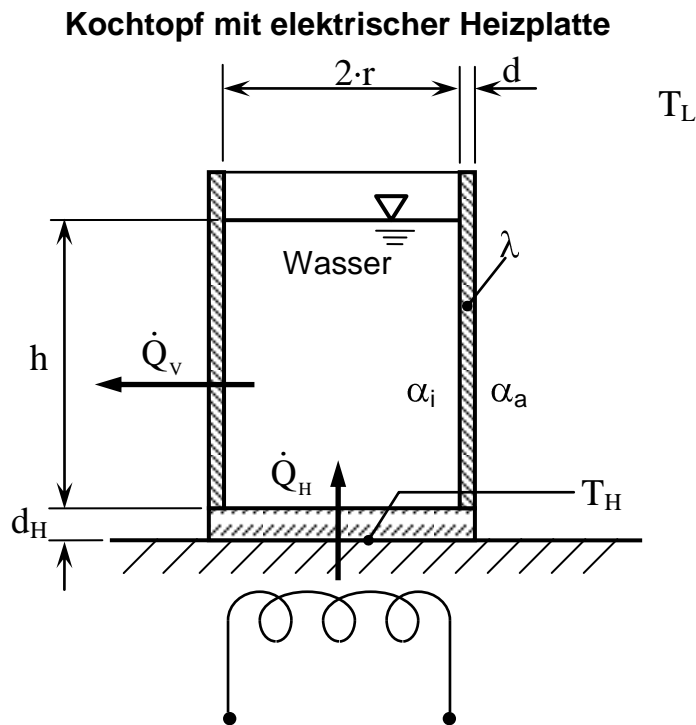
Wasser wird in einem Kochtopf aus Edelstahl (Innendurchmesser $2 r_i = 15 \text{ cm}$, Wandstärke $d = 1 \text{ mm}$, Dicke des Bodens $d_H = 5 \text{ mm}$), der auf einer elektrischen Kochplatte steht, erwärmt. Die Temperatur der Heizplatte ist konstant und gleich der Temperatur an der äußeren Bodenfläche des Kochtopfs $T_H = 250 \text{ °C}$ (siehe Figur).

Der Topf ist $h = 12 \text{ cm}$ hoch mit Wasser gefüllt. Das Wasser hat anfänglich die Temperatur $T_0 = 20 \text{ °C}$. Diese ist auch die (konstante) Temperatur der umgebenden Luft $T_L = 20 \text{ °C}$. Während des Erwärmungsvorgangs (stilles Sieden) kann der Zustand des Wassers näherungsweise durch seine integrale mittlere Temperatur $T(t)$, die überall im Wasser dieselbe ist, beschrieben werden.

- Wie viel Wasser (m_W) befindet sich im Topf?
- Man leite aus dem 1. Hauptsatz für die als konstant anzunehmende Wassermasse eine Differenzialgleichung für die Wassertemperatur $T(t)$ her. Dabei ist nicht nur die Wärmezufuhr durch die Bodenfläche (\dot{Q}_H), sondern auch der Wärmeverlust (\dot{Q}_V) durch die Mantelfläche des zylindrischen Topfes zu berücksichtigen.
- Man gebe die allgemeine Lösung der unter (b) gefundenen Gleichung für $T = T(t)$ an.
Hinweis: Die gewöhnliche Differenzialgleichung $\tau \dot{x}(t) + x(t) = x^*$ mit den Konstanten τ und x^* hat die Lösung $x(t) = x^* + (x_0 - x^*)e^{-t/\tau}$, wobei $x_0 = x(t=0)$ ist.
- Nach welcher Zeit (t_{100}) besitzt das Wasser die Siedetemperatur beim herrschenden Umgebungsdruck T_s ($p=1 \text{ bar}$) = 100 °C ?

e) Angenommen der Topf ist ein Druckkochtopf, also nach oben verschlossen.

Welche Temperatur T_∞ kann dann das Wasser nach sehr langer Heizzeit maximal erreichen ?



Systemdaten

Wärmeübergangskoeffizient Stahl – Luft	$\alpha_a = 50 \text{ W/Km}^2$
Wärmeübergangskoeffizient Wasser – Stahl	$\alpha_i = 1000 \text{ W/Km}^2$
Wärmeleitfähigkeit Stahl	$\lambda = 35 \text{ W/Km}$
Dichte des Wassers	$\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$
Wärmekapazität des Wassers	$c_w = 4,18 \text{ kJ/kgK}$

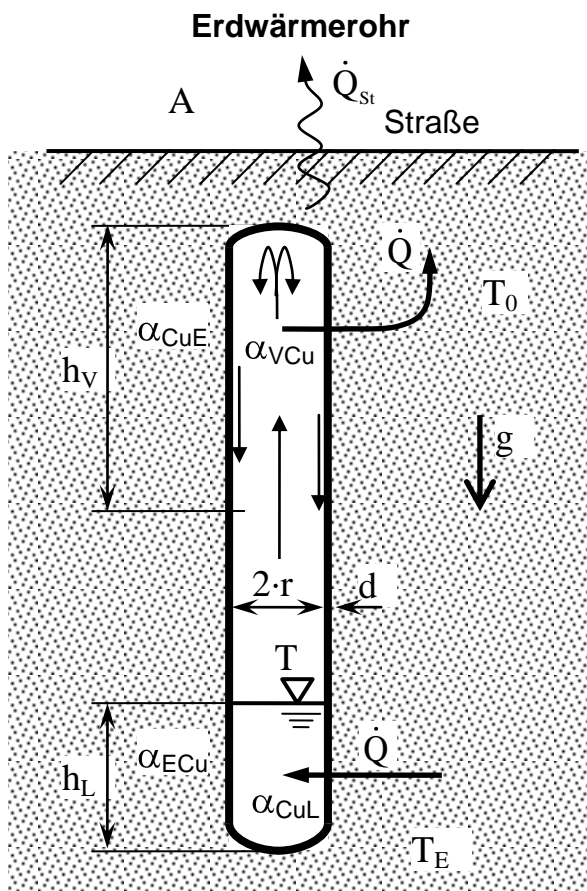
Aufgabe 2: (8 Punkte)

Erdwärmerohre

Zur Vermeidung von Glatteis auf Straßen können an besonders exponierten Stellen (Kreuzungen, Kurven, Ausfahrten) so genannte Wärmerohre (Heat Pipes) unter der Straße im Erdreich eingesetzt werden. Dabei handelt es sich um geschlossene Metallzylinder aus einem gut wärmeleitenden Metall, z. B. Kupfer oder Messing, die teilweise mit einer leicht siedenden Flüssigkeit, etwa Alkohol oder FCKW gefüllt sind, vgl. Figur.

Im unteren Teil des Rohres mit der Höhe h_L tritt Wärme aus dem Erdreich der konstanten Temperatur $T_E = 8\text{ °C}$ in das Rohr ein und führt zum teilweisen Verdampfen des Arbeitsfluids. Die Dämpfe steigen auf und kondensieren im oberen Teil des Rohres, d. h. im Abschnitt der Höhe h_V . Das Kondensat fließt an den Wänden des Rohres wieder in den unteren Teil zurück.

Die im oberen Teil des Rohres an das oberflächennahe Erdreich der Temperatur $T_0 = 4\text{ °C}$ abgegebene Wärme wird in kalten Nächten im Wesentlichen durch Strahlung an den Nachthimmel abgegeben. Dieser kann als schwarzer Körper der Temperatur $T^* = 4\text{ K}$ angesehen werden (Kosmische Hintergrundstrahlung).



Rohrdaten

Rohrdurchmesser:	$2r = 6 \text{ cm}$
Wandstärke:	$d = 2 \text{ mm}$
Wärmeleitfähigkeit:	$\lambda_{\text{Cu}} = 350 \text{ W/Km}$
Höhe Flüssigkeit:	$h_L = 0,5 \text{ m}$
Höhe Kondensatzzone	$h_V = 1,5 \text{ m}$

Wärmeübergangskoeffizienten

Erdreich – Kupfer	$\alpha_{\text{ECu}} = 200 \text{ W/Km}^2$
Kupfer – Flüssigkeit	$\alpha_{\text{CuL}} = 200 \text{ W/Km}^2$
Dampf – Kupfer	$\alpha_{\text{VCu}} = 10 \text{ W/Km}^2$
Kupfer – Erdreich	$\alpha_{\text{CuE}} = 200 \text{ W/Km}^2$

Der gesamte Wärmeübertragungsprozess arbeite stationär.

- Welche Temperatur (T) herrscht im Inneren des Wärmerohres? (5 P)
- Welche Wärme wird von einem einzelnen Rohr an das oberflächennahe Erdreich abgegeben? (1 P)
- Wie viele Rohre müssen pro Quadratmeter verbaut werden, wenn das oberflächennahe Erdreich die konstante Temperatur $T_0 = 4 \text{ °C}$ besitzen soll? (2 P)

Hinweise: Der Wärmeaustausch zwischen Erdoberfläche und Luft kann vernachlässigt werden. Das Erdreich bzw. die Straße kann als idealer schwarzer Körper angesehen werden.

Aufgabe 3: (8 Punkte)**Elektrischer Durchlauferhitzer**

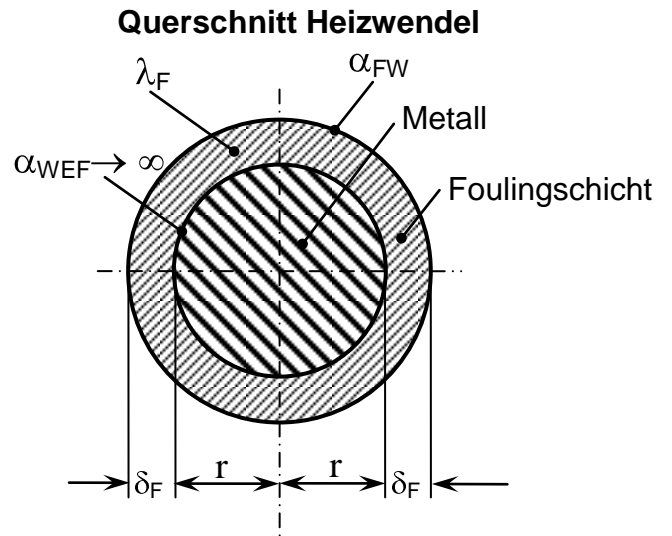
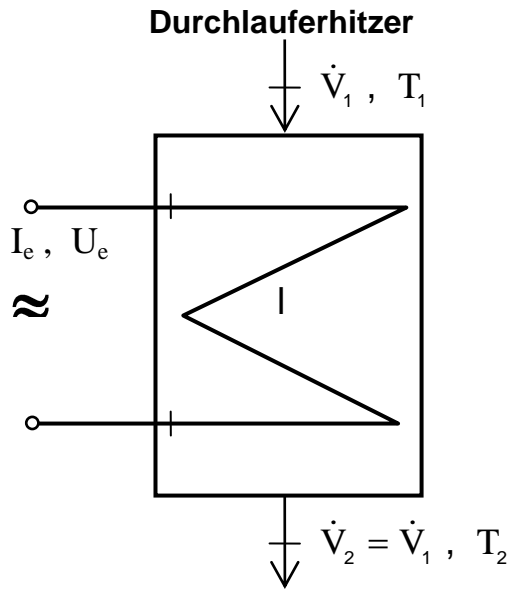
In einen Durchlauferhitzer strömen pro Sekunde $\dot{V} = 0,1$ l/s Wasser der Eintrittstemperatur $T_1 = 15$ °C. Der Erhitzer wird mit Wechselstrom der Spannung $U_e = 220$ V, Stromstärke $I_e = 50$ A und Phasenwinkel $\varphi = 0$ betrieben. Die Widerstandsheizung im Erhitzer ist eine Metallwendel von $l = 1$ m Länge und Durchmesser $2r = 1$ cm. Der Wärmeübergangskoeffizient Wendel – Wasser ist $\alpha_{WEW} = 1200$ W/Km².

- Welche elektrische Leistung P_e wird dem Erhitzer im stationären Betrieb zugeführt?
- Mit welcher Temperatur T_2 tritt das Wasser aus dem Erhitzer aus?
($c_{pW} = 4,18$ kJ/kgK)
- Welche Temperatur (T_0) besitzt die Heizwendel an der Oberfläche unter der Annahme, das durchströmende Wasser habe überall im Erhitzer gerade seine Mitteltemperatur $\bar{T}_w = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$?

Nach längerer Betriebszeit hat sich durch Ablagerung von im Wasser gelösten Stoffen auf der Oberfläche der Heizwendel eine zylindrische Foulingschicht der Dicke $\delta_F = 2$ mm gebildet. Der Wärmeübergangskoeffizient Foulingschicht – Wasser beträgt nunmehr $\alpha_{FW} = 800$ W/Km². Die Wärmeleitfähigkeit des Foulingmaterials ist $\lambda_F = 0,5$ W/Km. Der Wärmeübergangswiderstand zwischen Heizstab und Foulingschicht kann vernachlässigt werden ($\alpha_{WEF} = \infty$).

- Auf welchen Wert (T_0') steigt in diesem Betriebszustand die Oberflächentemperatur der Heizwendel an? Ist der Erhitzer in diesem Zustand noch betriebsfähig? Diskutiere das Ergebnis.

Hinweis: Die Temperatur der Heizwendel kann über ihren Querschnitt und ihre Länge als konstant angesehen werden.



Aufgabe 4: (6 Punkte)**Kühlung Proteinlösung**

Proteinlösung in einem dünnwandigen zylindrischen Silbergefäß soll durch Eintauchen in flüssigen Stickstoff ($T_\infty = -196\text{ °C}$) von der Anfangstemperatur $T_A = 20\text{ °C}$ soweit abgekühlt werden, dass die thermische Mitteltemperatur der Lösung $\bar{T} = -100\text{ °C}$ beträgt.

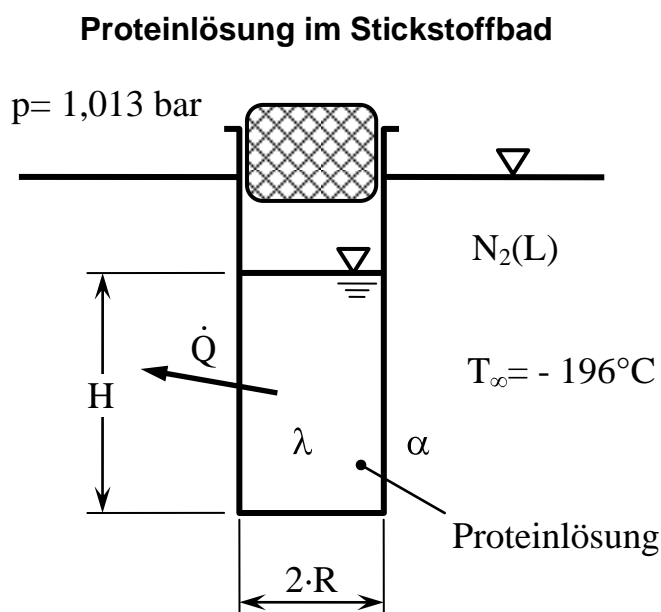
- Wie lange dauert der Kühlvorgang?
- Wie viel Gramm Stickstoff verdampft während des Abkühlens?

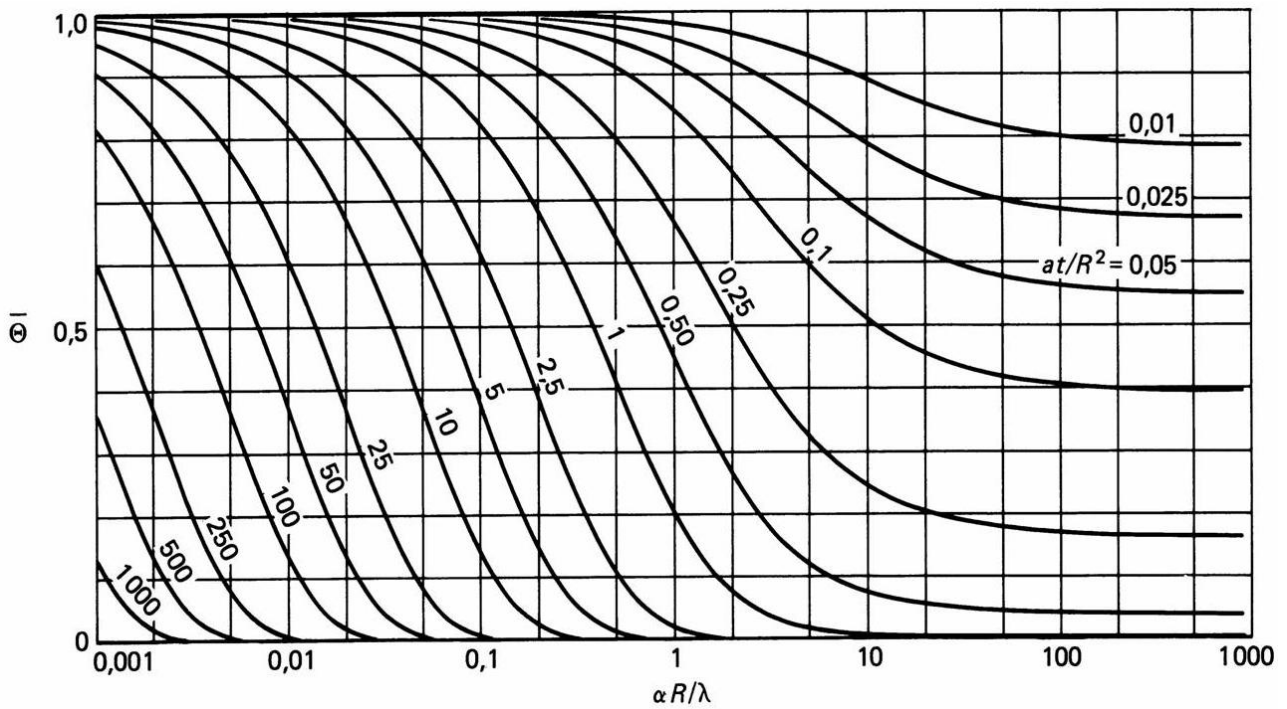
Systemdaten

Durchmesser des Gefäßes:	$2R = 1,6\text{ cm}$
Wärmeleitfähigkeit der Lösung:	$\lambda = 0,4\text{ W/Km}$
Wärmeübergangskoeffizient	
Gefäß – Stickstoff:	$\alpha = 50\text{ W/Km}^2$
Wärmekapazität der Lösung:	$c_p = 4,2\text{ kJ/kgK}$
Dichte der Lösung:	$\rho = 1,2\text{ kg/l}$
Verdampfungsenthalpie von Stickstoff:	$r_{N_2} = 100\text{ kJ/kg}$
Höhe Flüssigkeitssäule:	$H = 10\text{ cm}$

Hinweise:

- Man benutze zur Lösung der Aufgabe das beigefügte Gröber-Diagramm für die thermische Mitteltemperatur eines unendlich langen Zylinders.
- Der Wärmewiderstand des Silbergefäßes beim Abkühlvorgang kann vernachlässigt werden.





Normierte thermische Mitteltemperatur $\bar{\theta}$ eines Zylinders als Funktion der Biot-Zahl $Bi = \alpha R/\lambda$. Zylinderdurchmesser: $2R$.