

## Arithmetik mit dem 3D-gedruckten Zahlenschieber –

### Mögliches Fallbeispiel im empirisch-orientierten Mathematikunterricht

FELICITAS PIELSTICKER – PATRICK SCHNEIDER

In diesem Artikel geht es um einen empirisch-orientierten Zugang zum Zahlenverständnis verbunden mit dem Einsatz 3D-gedruckter Zahlenschieber im Mathematikunterricht. Dazu werden Chancen und Herausforderungen betrachtet und für eine mathematische Wissensentwicklung zur Vertiefung des Zahlenbegriffs von Lernenden diskutiert. Der Zahlenschieber bietet Schüler/innen die Möglichkeit, sich auf die Andersartigkeit eines historischen Stücks Mathematik einzulassen, die historische Sicht mit ihrer eigenen in Beziehung zu setzen und ihr aktuelles Verständnis zu vertiefen.

#### 1 Einleitung

Jeder nutzt sie: Digitale Medien. Immer wieder ist man gleichzeitig erstaunt und begeistert, was mit digitalen Medien möglich ist. Fast wie selbstverständlich wird Technologie von einem großen Anteil der Gesellschaft im Alltag eingesetzt. Dabei ist neue und innovative Technik, die Arbeitsabläufe optimiert oder gar dem Menschen gänzlich abnimmt, aus unserem alltäglichen Leben nicht mehr wegzudenken. Der Einsatz von digitalen Medien ist im Schulunterricht jedoch noch nicht selbstverständlich und hat zudem nicht die Arbeitserleichterung zum Ziel, sondern nimmt eher die Funktion eines Katalysators in Lernprozessen ein. Eine Möglichkeit zu nachhaltigen fachspezifischen Lerneffekten mit digitalen Medien bietet ein empirisch-orientierter Mathematikunterricht. Dieser kann als ein Impuls für einen Unterricht gesehen werden, in dem digitale Medien schülerorientierte Anlässe schaffen, sich über Mathematik auszutauschen. Das braucht Zeit. Dieser Weg ist aber lohnend, insbesondere wenn wie am Beispiel des 3D-Drucks Digitales und Gegenständliches verknüpft werden kann. Virtuelle und haptische Arbeitsphasen werden miteinander verbunden und geben auf diese Weise die Möglichkeit, Digitales greifbar zu machen. Dafür muss „das Rad nicht neu erfunden werden“ – vielmehr kann an Bekanntes angeknüpft und mit neuen, modernen Aspekten ergänzt werden. Um dies zu verdeutlichen, wird eine Konzeption zu einem empirisch-orientierten Mathematikunterricht mit Bezug zu 3D-gedruckten Zahlenschiebern in der Arithmetik beschrieben.

Um Fragen wie „Was verstehen Kinder unter Zahlen? Wie entwickelt sich dieser Zahlbegriff bis zum Beginn der Schulzeit? Spielt das Zählen hierbei eine zentrale Rolle, oder ist es in diesem Zusammenhang nur von völlig untergeordneter Bedeutung? Wie entwickeln sich verschiedene Kompetenzniveaus beim Zählen von ihren ersten Anfängen an? Welche Kenntnisse über Zahlen besitzen Kinder eigentlich am Ende des Kindergartens bzw. zu Beginn der Grundschule?“ (PADBERG & BENZ, 2011, 5), bemüht sich die fachdidaktische Forschungsdiskussion zur Arithmetik. Eine Verbindung zur 3D-Druck-Technologie erscheint hier zunächst neuartig, ist über einen empirisch-orientierten Zugang zum Zahlenverständnis und damit verbun-

denen 3D-gedruckten Zahlenschieber im Mathematikunterricht aber durchaus gut denkbar. In diesem Artikel werden 3D-gedruckte Zahlenschieber vor dem Hintergrund eines empirisch-orientierten Mathematikunterrichts vorgestellt und Chancen und Herausforderungen für eine mathematische Wissensentwicklung zur Vertiefung des Zahlenbegriffs von Lernenden am Übergang von der Grundschule zur weiterführenden Schule dargelegt. Weitere Informationen zum Einsatz der 3D-Druck-Technologie in der Grundschule findet sich auch in DILLING, PIELSTICKER & WITZKE (2020).

#### 2 Die 3D-Druck-Technologie im Mathematikunterricht

Die 3D-Druck-Technologie ermöglicht eine im Höchstmaß individuelle Erstellung und Anpassung von Arbeitsmitteln, die von der Lehrperson und den Lernenden selbst durchgeführt werden können (DILLING, MARX, PIELSTICKER, VOGLER & WITZKE, 2021). Sowohl die Erstellung von Arbeitsmitteln durch die Lehrperson mit Einbeziehung der Schüler/innen in den Entwicklungsprozess als auch die Eigenproduktion durch die Lernenden sind möglich. Siehe dazu auch die Nutzungsszenarien von WITZKE & HOFFART (2018). Bei dem in diesem Artikel vorgestellten, mithilfe des 3D-Drucks reproduzierten und weiterentwickelten Rechengerät trifft ersteres zu. Der Zahlenschieber (Abb. 1) nimmt dennoch eine Sonderstellung ein, da die Bestandteile des Zahlenschiebers im Unterricht durch die Schüler/innen zusammengebaut werden können (Abb. 2). Auch der Zusammenbau und die damit zusammenhängende Funktionsweise des Zahlenschiebers sind dabei interessant und sorgen für weitere Transparenz im Prozess. Die Dateien des Zahlenschiebers (Abb. 3) können gedruckt und anschließend nach einem Zusammenbau für eine Vertiefung des Zahlenverständnisses genutzt werden.

Für die Verwendung der 3D-Druck-Technologie im Mathematikunterricht sollte vermehrt eine mathematische Begriffsentwicklung zur Unterstützung der Lernenden im Lernprozess und weniger eine Fokussierung auf das Endprodukt im Vordergrund stehen. Eine reflektierte Auswahl der verwendeten Arbeits-

mittel vor dem Hintergrund der Fachdidaktik erscheint dabei essenziell, so dass 3D-gedruckte Arbeitsmittel ihr volles Potential ausschöpfen können. Eine angemessene Gewichtung der Darstellung der Mathematik als „deduktiv geordnete Welt eigener Art“ (WINTER, 1995, 37) und ihrer fächerübergreifenden Anwendungsmöglichkeiten zu finden, ist dabei entscheidend. In Bezug zum Zahlenverständnis kann der 3D-gedruckte Zahlenschieber als eine ergänzende Vertiefung im Unterricht fungieren. Die Ideen zum Einsatz des 3D-gedruckten Zahlenschiebers tragen dabei dem Konzept eines empirisch-orientierten Mathematikunterrichts Rechnung, welches nachfolgend beschrieben wird.

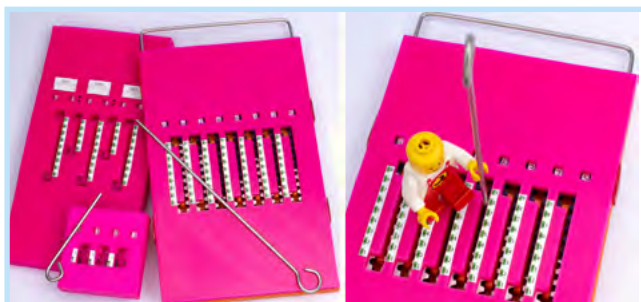


Abb. 1. 3D-gedruckte Zahlenschieber als empirische Objekte in der Arithmetik

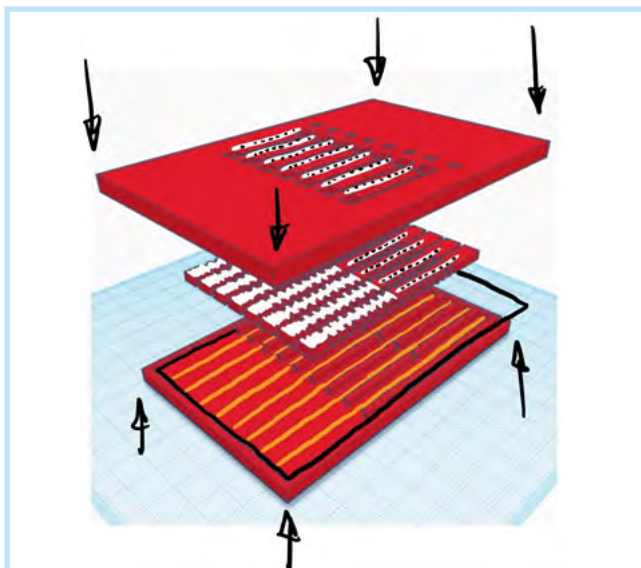


Abb. 2. Zusammenbau des Zahlenschiebers als letzter Schritt vor der Verwendung



Abb. 3. Zusatzmaterial <https://www.uni-siegen.de/nt/didaktik/mintus/mintus-digital/3d-druck/arithmetik/>

### 3 Empirisch-orientierter Mathematikunterricht mit 3D-Druck

Das Konzept eines empirisch-orientierten Mathematikunterrichts basiert auf dem erkenntnistheoretischen Ansatz der empirischen Theorien (BURSCHEID & STRUVE, 2020; WITZKE, 2009). Lernen wird nach diesem theoretischen Ansatz als ein aktiver, konstruktiver Prozess verstanden, in dem jedes Kind eigenständig im Umgang mit der umgebenden Empirie sein individuelles mathematisches Wissen entwickelt (KRUMMHEUER, 1984). In der fachdidaktischen Forschungsdiskussion hat sich der theoretische Ansatz der empirischen Theorien bereits bewährt, um mathematische Wissensentwicklungsprozesse zu beschreiben (STRUVE, 1990; WITZKE, 2009; SCHLICHT, 2016; SCHIFFER, 2019; PIELSTICKER, 2020; STOFFELS, 2020). Dabei ermöglicht der Ansatz der empirischen Theorien insbesondere eine „Beschreibung der Entwicklung mathematischen Wissens an Schnittstellen zur Empirie“ (PIELSTICKER & WITZKE, 2021, 1). Damit wird folgender mathematikdidaktischer Vorüberlegung Rechnung getragen: „Die Begriffe und Inhalte der Schule haben ihre phänomenologischen Ursprünge überwiegend in der uns umgebenden Realität. [...] Die ontologische Bindung an die Realität ist bildungstheoretisch und entwicklungspsychologisch durch Aufgabe und Ziele der allgemeinbildenden Schule gerechtfertigt“ (HEFENDEHL-HEBEKER, 2016, 16).

Ein empirisch-orientierter Mathematikunterricht lebt von einer konstruktivistischen Grundhaltung der Lehrenden und damit von einer konstruktivistischen Ausrichtung des Mathematikunterrichts. Für einen empirisch-orientierten Mathematikunterricht trifft die Lehrkraft, die bewusste didaktische Entscheidung in „Konzeption und Durchführung mit empirischen Objekten [z. B. Würfeln in der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Zeichenblattfiguren in der Geometrie oder Plättchen in der Arithmetik oder Algebra] als den mathematischen Objekten des Mathematikunterrichts zu arbeiten“ (PIELSTICKER, 2020, 44). Weitere Informationen zur Nutzung des 3D-Drucks in der Wahrscheinlichkeitsrechnung werden in PIELSTICKER & WITZKE (2021) dargestellt.

Ein empirisches Objekt wie der in diesem Artikel beschriebene 3D-gedruckte Zahlenschieber dient im Unterricht dann „nicht zur Veranschaulichung eigentlich abstrakter mathematischer Begriffe, sondern [...] [als Gegenstand] des Unterrichts“ (PIELSTICKER, 2020, 45). Die Lehrkraft entscheidet sich, ihren Mathematikunterricht dementsprechend zu konzipieren. So kann es auch zu Fragen von Schüler/innen wie „War das wirklich Mathematik in der letzten Woche?“ (WITZKE & HEITZER, 2019, 2) kommen. Die Antwort darauf lautet: Ja! Denn 3D-Druck als digitales Medium in einer Unterrichtskonzeption eines empirisch-orientierten Mathematikunterrichts schafft schülerorientierte Anlässe, sich über Mathematik auszutauschen und mathematische Kompetenz zu erwerben. Was an der überraschten Frage der Schülerin oder des Schülers deutlich wird, ist der Impuls, digitale Medien und fachspezifische Wissensentwicklung im Schulunterricht gewinnbringend zu verbinden. Reflektiert eingesetzt können digitale Medien ein innovatives Werkzeug sein und einen echten Mehrwert bieten. Gerade zu

Beginn einer Einheit stellt das neue Medium der 3D-Druck-Technologie ein gewinnbringendes und sinnstiftendes (digitales) Werkzeug für einen empirisch-orientierten Mathematikunterricht dar. Die Schüler/innen verhandeln über Mathematik, wodurch das digitale Medium 3D-Druck als ein Motor zur Weiterentwicklung des Schülerwissens im Unterricht gesehen werden kann. Das (mathematische) Wissen der Schüler/innen wird dabei im Umgang mit den (3D-gedruckten) Objekten – kontextspezifisch (BAUERSFELD, 1983) – aufgebaut und ontologisch daran gebunden. Im Unterricht wird mit diesen Objekten, wie bspw. dem 3D-gedruckten Zahlenschieber, als den mathematischen Objekten gearbeitet. Eine Eigenkonstruktion des Rechengeräts im CAD-Programm ist komplex und im Mathematikunterricht schwer durchführbar, ein eigenständiger Zusammenbau aus den 3D-gedruckten Grundelementen hingegen ist durchaus denkbar. Der Konstruktionsprozess kann durch die Lernenden im Sinne des 2. Nutzungsszenarios (WITZKE & HOFFART, 2018) nachempfunden werden, und sowohl der Aufbau als auch die Funktionsweisen werden transparent. Im Umgang mit dem 3D-gedruckten Zahlenschieber entwickeln die Schüler/innen ihr mathematisches Wissen (weiter). Gleichzeitig wird an dieser Stelle bereits für die fachdidaktische Herausforderung einer Bereichsspezifität (BAUERSFELD, 1983) von Wissen sensibilisiert, die mit einer Bindung und Entwicklung des (Schüler-)Wissens an die Objekte eines empirisch-orientierten Mathematikunterrichts einhergeht.

Das nachfolgende praxisnahe Beispiel des 3D-gedruckten Zahlenschiebers wird als eine Möglichkeit des Einsatzes der 3D-Druck-Technologie im empirisch-orientierten Mathematikunterricht beschrieben. Dabei ermöglicht die 3D-Druck-Technologie neue innovative Aspekte einzubringen, indem an Bekanntes angeknüpft werden kann.

## 4 *Der Zahlenschieber – Ein paradigmatisches Beispiel für 3D-Druck in der Arithmetik*

### 4.1 *Historischer Ursprung*

Der Zahlenschieber ist ein Vorläufer der heutigen elektronischen Taschenrechner und wurde zur Erleichterung des alltäglichen Rechnens konstruiert. Im deutschsprachigen Raum ist er durch die Firma Addiator GmbH bekannt geworden und wurde nach dem Jahr 1980 von seinen elektronischen Nachfahren verdrängt (Heinz Nixdorf MuseumsForum, 2020). Begrifflich lässt sich das Rechengerät deutlich von Rechenschiebern abgrenzen, bei denen logarithmische Skalen gegeneinander verschoben werden, um Berechnungen durchzuführen. Seine Wurzeln reichen zurück bis ins 16. Jh., wobei der halbautomatische Stellenübertrag, der didaktisch besonders interessant ist, dem Zahlenschieber erst vor etwa 170 Jahren hinzugefügt wurde (Heinz Nixdorf MuseumsForum, 2020). Gegenüber dem weitaus bekannteren Rechenschieber und den nicht-grafischen elektronischen Taschenrechnern steht die Beantwortung der Frage nach einem didaktischen Nutzen des Zahlenschiebers durch fachdidaktische Forschung noch aus. In Ansätzen ähnelt die betrachtete Rechenmaschine zwar dem in der Primarstufe genutzten Arbeitsmittel des Stellenwertschiebers, wobei bei

diesem jedoch nicht die Möglichkeit eines (halb-)automatischen Stellenübertrags gegeben ist.

### 4.2 *Funktionsweise der 3D-gedruckten Rechenmaschine*

Das Rechengerät setzt sich aus dem zweiteiligen Gehäuse, je einem Stab zur Darstellung jedes Stellenwerts und einem Reset-Bügel zusammen, mit dem sich das Gerät in den Ausgangszustand zurücksetzen lässt (Abb. 1). Die mit Zähnen versehenen Stäbe sind nicht mechanisch verbunden, so dass eine vollkommen unabhängige Bewegung dieser möglich ist, indem mit einem zugehörigen Griffel die Stäbe verschoben werden. Auf den Stäben und der Oberseite des Gehäuses sind Skalen mit den möglichen Stellenwerten angebracht, die, wie auch die Größe des Zahlenschiebers im Allgemeinen, abhängig vom verwendeten Zahlensystem sind – im Fall des Dezimalsystems sind die Ziffern 0 bis 9 auf vertikalen Skalen angebracht. Die Skalen auf dem Gehäuse auf weißem Grund dienen der Addition und jene (invertierten) auf farbigem Grund der Subtraktion.

Die Konstruktion wird in dem beschriebenen Beispiel nicht von den Lernenden vorgenommen, da Größenverhältnisse (u. a. im CAD-Programm) genau eingehalten werden sollen. Ein Zusammenbau im Unterricht ist jedoch denkbar, was das Verständnis für die Funktionsweise unterstützen kann.

### 4.3 *Bedienung der Rechenmaschine*

Bei der Lösung von Additionsaufgaben wird die Gehäuseskala auf weißem Grund genutzt und der Griffel senkrecht zum Gerät neben der zu addierenden Ziffer eingesteckt. Nun nimmt das Rechengerät halbautomatisch die Entscheidung vor, ob mit oder ohne Stellenübertrag addiert wird. Im Fall der Addition ohne Stellenübertrag ist der Stab an der Stelle des eingesteckten Griffels eingefärbt, dann wird dieser gerade bis zum Anschlag nach unten gezogen. Ist der Stab jedoch an der Stelle des eingesteckten Griffels nicht eingefärbt, so ist zur Addition ein Stellenübertrag in Form eines Hirtenstabs nötig (Abb. 4), bei dem der Griffel nach oben und dann gegen den Uhrzeigersinn bis zum Anschlag weitergeführt wird.

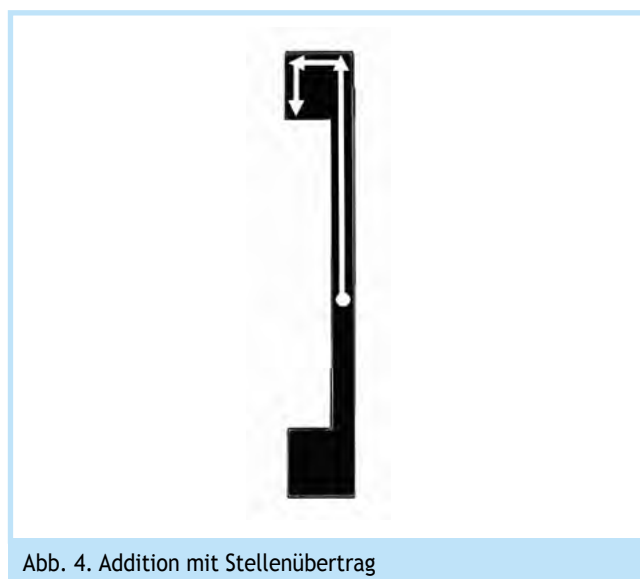


Abb. 4. Addition mit Stellenübertrag

Halbschriftliche Multiplikation	Berechnung mit dem Zahlenschieber
$46 \cdot 21 = 966$	$46 \cdot 21 = 966$
$46 \cdot 20 = 920$	$46 \cdot 10 = 460$
$46 \cdot 1 = 46$	$46 \cdot 10 = 460$
	$46 \cdot 1 = 46$

Abb. 5. Exemplarische Beispielrechnung

mit der betrachteten Ziffer des Multiplikatoren gegebenen Anzahl addiert wird (Abb. 5).

#### 4.4 Fachdidaktische Herausforderungen

Neben sicherem Rechnen ohne Hilfsmittel stellt der problemlose Wechsel der Kardinal- und Ordinalzahlvorstellung, je nach der situativen Notwendigkeit, ein Ziel des Arithmetikunterrichts dar.

Bei der Lösung von Subtraktionsaufgaben wird die farblich hinterlegte Gehäuseskala verwendet. Diese ist, im Vergleich zu der für die Verwendung im Rahmen der Addition, invertiert, ebenso wie alle anderen oben genannten Handlungsanweisungen zur Addition.

Diese Bedienungsweise ist unabhängig vom Zahlensystem, in dem gerechnet wird und ist beispielsweise auch auf die Bedienung des kleinstmöglichen Zahlenschiebers im Binärsystem anwendbar. Im Zusatzmaterial (Abb. 3) findet man eine exemplarische Beispielrechnung.

Nach BRUNER (1971) kann jeder mathematische Sachverhalt auf enaktive (handelnde), ikonische (bildliche) und symbolische Weise dargestellt werden, die mit Schrift und Wort durch Konventionen gekennzeichnet ist (JÖRISSEN & SCHMIDT-THIEME, 2015). Um das Rechnen auch ohne Hilfsmittel nicht nur einmalig, sondern sicher und andauernd gewährleisten zu können, gilt allgemein, die bildliche und handelnde Ebene im Lernprozess nicht zu schnell zu verlassen.

Neben vieler Arbeitsmittel in der Arithmetik liegt die Besonderheit des Zahlenschiebers darin, einen Fokus auf die ordinale Betrachtungsweise von Zahlen und das Zahlensystemverständnis als übergeordnete Instanz zu setzen. Zwar ist das Gerät auch bei näherer Betrachtung nicht ausschließlich einer einzigen der von BRUNER (1971) beschriebenen Ebenen eindeutig zuzuordnen, vielmehr besteht dadurch die Chance, die Ebenen zu verknüpfen und zu einem zusammenhängenden Verständnis zu gelangen. Der Umgang mit dem Zahlenschieber ist durch diese Vielschichtigkeit mehr als die Bedienung einer Black-Box oder eines modernen elektrischen Taschenrechners, bei denen die symbolische Ebene im Vordergrund steht – die Handlung des „Eintippens“ ist dabei im Sinne von BRUNER (1971) nicht als enaktiv zu verstehen, da diese das Verständnis für den mathematischen Inhalt nicht fördert. Die Bedienung des Zahlenschiebers lässt dagegen Rückschlüsse auf die zugrundeliegende Funktionsweise zu.

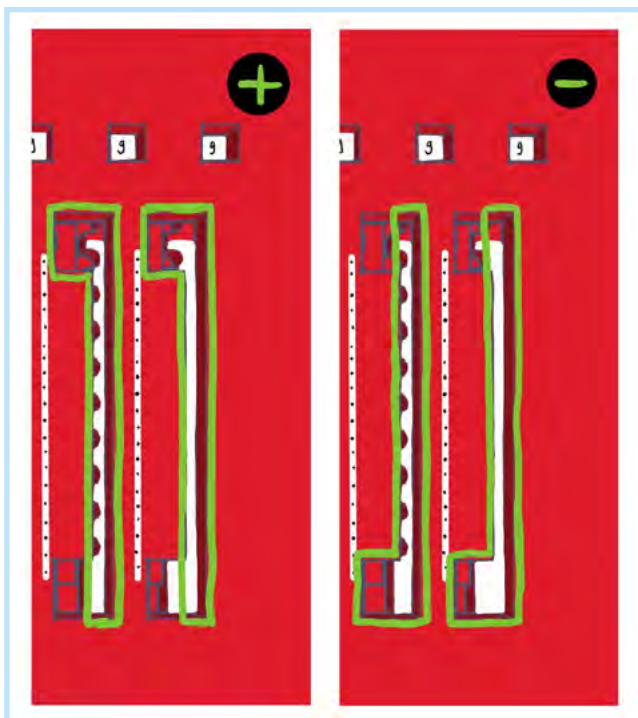


Abb. 6. Einschränkung der Benutzung des Zahlenschiebers für je eine Rechenoperation

Über die Anwendung des Zahlenschiebers zur Addition und Subtraktion hinaus kann das Rechengerät ebenfalls zur technischen Umsetzung der (halb-)schriftlichen Multiplikation verwendet werden. Diese stützt sich auf die Vorstellung der Multiplikation als iterierte Addition, die im Rahmen der Grundvorstellungen (VOM HOFE, 1995) als zeitlich-sukzessiver Aspekt beschrieben wird. Bei dieser werden zwei mehrstellige Faktoren in der Form multipliziert, dass der Multiplikator stellengerecht in der

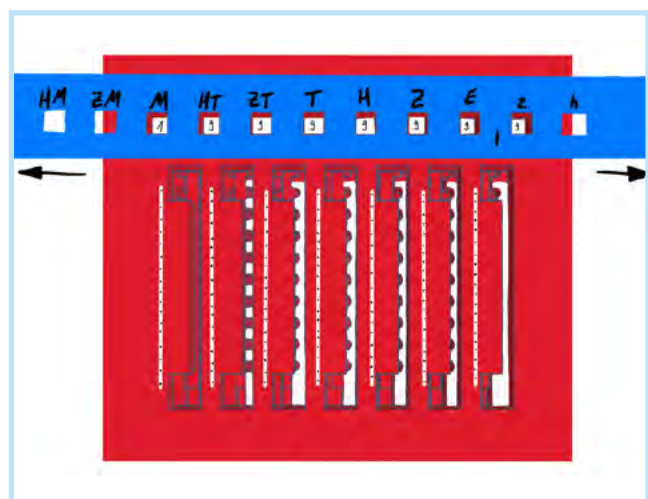


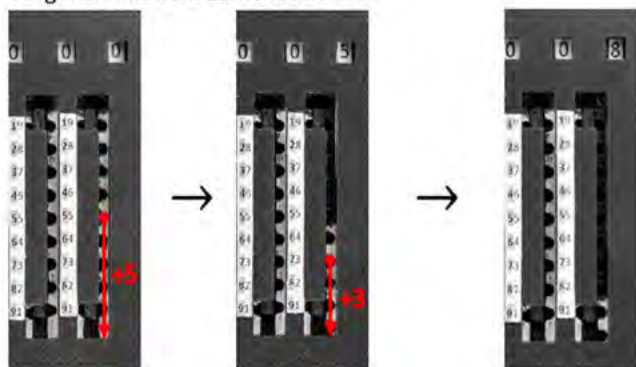
Abb. 7. Mit verschiebbarem Trennzeichen („Komma“) und angegebenen Stellenwerten

## 2) Nutzung des Zahlenschiebers. Berechne schrittweise

a)  $5 + 3 =$

	5 (weiß, nach unten)
+	3 (weiß, nach unten)
	8

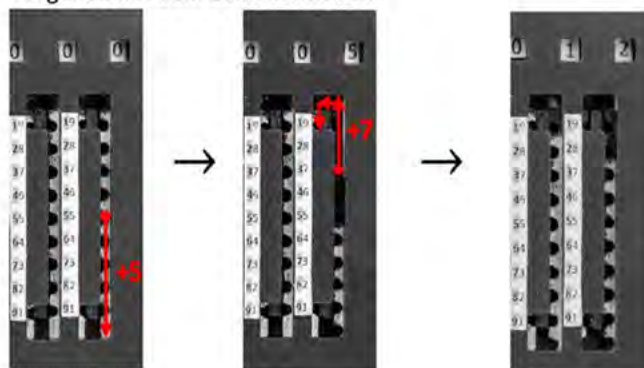
Vorgehen mit dem Zahlenschieber:



b)  $5 + 7 =$

	5 (weiß, nach unten)
+	7 (farbig, nach oben, nach links und nach unten)
	1 2

Vorgehen mit dem Zahlenschieber:



Kasten 1. Beispielaufgaben 1) und 2) zum 3D-gedruckten Zahlenschieber im Mathematikunterricht

Die oben genannten Parallelen zur schriftlichen Multiplikation und darüber hinaus allgemeiner der stellengerechten Berechnung unter Zuhilfenahme (halb-)automatischer Stellenüberträge, lässt weitere Gemeinsamkeiten zu anderen schriftlichen Rechenverfahren erkennen. Über den artverwandten, in der Primarstufe verwendbaren Stellenwertschieber hinaus, der aus Papierbastelvorlagen erstellt werden kann, zeichnet sich der Zahlenschieber besonders durch den von H. KUMMER hinzugefügten (halb-)automatischen Stellenübertrag aus, der im Fokus der didaktischen Betrachtungen steht (Heinz Nixdorf MuseumsForum, 2020). Durch ihn ergeben sich Parallelen zu den schriftlichen Rechenverfahren der Addition und Subtraktion. Der händisch durchgeführte Stellenübertrag am Rechengert, der

farbliche Kontrast an den Stäben im Rechengert und die damit einhergehende entgegengesetzte Bewegung des Griffels bei einer Berechnung mit Stellenübertrag stellen die Bedeutung des Stellenübertrags besonders heraus.

### 4.5 Durch den 3D-Druck ermöglichte Differenzierungsmaßnahmen.

Der zunächst beschriebene Mehrwert der 3D-Druck-Technologie für den Mathematikunterricht lässt sich bei der Betrachtung des Zahlenschiebers unter anderem an folgenden konkreten Beispielen festmachen.

- Die Stufung von Anforderungsniveaus ist mit der Beschränkung des Bewegungsraums des Griffels zur Bedienung der Rechenmaschine möglich, indem jeweils für Addition oder Subtraktion eine Schablone aufgelegt wird, die nur den benötigten Raum freigibt und die jeweilige Gehäuseskala zeigt (Abb. 6).
- Eine beliebige Setzung des Dezimalpunkts auf dem Zahlenschieber kann seinen Funktionsumfang und somit das Anwendungsgebiet vergrößern. So reicht die kleinstmögliche darstellbare Zahl auf einem achtstelligen Zahlenschieber bis zur Nachkommastelle der Zehnmillionstel. Dies lässt sich mithilfe einer vor den Ergebnissenfenstern horizontal verschiebbaren Schablone, auf der die Bezeichnungen der Stellenwerte aufgebracht sind (Abb. 7), unterstützen.
- Mit der Verwendung von Zahlenschiebern in mehreren Zahlensystemen (Binär, 6er, Dezimal, etc.) kann das allgemeine Prinzip hinter b-adischen Zahlensystemen verdeutlicht werden, was besonders bei der späteren Nutzung von nicht-dezimalen Maßeinheiten zu einem besseren Verständnis führen kann.

Nachfolgend sind zur Motivation einige Beispielaufgaben zum 3D-gedruckten Zahlenschieber im Mathematikunterricht eingefügt. Dafür werden verschiedene Zahlenschieber gebraucht (Abb. 1).

In der Beispielaufgabe 1) (Kasten 1) soll zunächst noch einmal an das Verfahren der schriftlichen Addition erinnert werden. In der Beispielaufgabe 2) wird dann eine Verbindung zur Nutzung des Zahlenschiebers hergestellt. Die schriftliche Addition wird mit dem Vorgehen des Zahlenschiebers verbunden. Die Beispielaufgabe 3) in der Online-Ergänzung soll noch einmal auf das Verfahren der schriftlichen Addition mit dem Zahlenschieber fokussieren. Die einzelnen Schritte sollen weiterhin in dieser Aufgabe beschrieben werden.

In der ebenfalls in der Online-Ergänzung enthaltenen Beispielaufgabe 4 kommen nun weitere Zahlenschieber in vom dezimalen abweichenden Zahlensystemen zum Einsatz (Abb. 1). Die verschiedenen Zahlenschieber sollen beschrieben und ausprobiert werden, Unterschiede und Gemeinsamkeiten festgehalten werden. In den Beispielaufgaben 5) und 6) soll eine Additionsaufgabe auch mit den zusätzlichen Zahlenschiebern durchgeführt werden und dabei über das Verfahren der schriftlichen Addition nachgedacht werden.

## 4.6 Fächerübergreifende Anwendung

Der moderne Anfangsunterricht in der Informatik kann in großen Teilen ohne die Nutzung von Computern auskommen, wie es z. B. auch die Ideen im Rahmen von Computer Science Unplugged (<https://csunplugged.org/de/>) zeigen. Computer Science Unplugged beschreibt als Ziel, junge Menschen für das Wissensgebiet der Informatik zu interessieren und zu begeistern. Um dafür grundlegende Konzepte und Aktivitäten der Informatik wie Algorithmen, künstliche Intelligenz, Informationstheorie, menschliche Computerschnittstellen, Programmiersprachen usw. zu vermitteln, ist nach Computer Science Unplugged kein Computer nötig. Informatik soll in diesem Sinne nicht allein mit dem Programmieren oder dem Erlernen von Anwendungssoftware verbunden werden.

Was beim ersten Blick als ein Widerspruch erscheint, ist näher betrachtet eine logische Konsequenz, denn besonders zu Beginn steht das sichere Verständnis von Grundkonzepten der Informatik im Fokus. Im Zusammenhang mit dem Zahlenschieber ist neben betrachteten arithmetischen Inhalten, die auch in der Informatik von besonderer Bedeutung sind, der immer auf einer Metaebene präsente Bedienungsalgorithmus von Bedeutung. Dieser kann möglicherweise konkret im Unterricht thematisiert werden, da es sich bei ihm, wie bei anderen Algorithmen, um eine Verkettung von eindeutig definierten Entscheidungspunkten handelt. Neben der Verwendung in der Mathematik und der Informatik ist auch eine Anwendung in der Physik denkbar.

Die in nicht-dezimalen Zahlensystemen dargestellten Maßeinheiten stellen Lernende vor neue Herausforderungen. In erheblichem Maß treten gewöhnlich Schwierigkeiten bei der Interpretation und Umrechnung von Zeiteinheiten und verschiedenen dargestellten Winkelmaßen auf, da hier mit Hundertstelsekunden, Minuten bis zur vollen Stunde und schließlich der Vollendung eines Tages verschiedene Zahlensysteme in Kombination miteinander verwendet werden. Der (halb-) automatische Stellenübertrag auf dem dafür passenden Zahlenschieber kann somit als Differenzierungsmaßnahme verwendet werden (vgl. Abb. 1). In Abbildung 1 ist ein Zahlenschieber dargestellt, der Stunden, Minuten und Sekunden zeigt.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

Das Fallbeispiel des 3D-gedruckten Zahlenschiebers kann nachhaltige fachspezifische Lerneffekte erzielen. Dies soll in zukünftigen fachdidaktischen Studien im Rahmen eines empirisch-orientierten Mathematikunterrichts vertiefend untersucht werden. Virtuelle und haptische Arbeitsphasen können verbunden und bereits erprobte Lerninhalte um moderne Aspekte ergänzt werden. Im Umgang mit dem Zahlenschieber verhandeln Lernende über Mathematik, wodurch das digitale Medium des 3D-Drucks gewissermaßen als ein Motor zur Weiterentwicklung des Schülerwissens im Unterricht gesehen werden kann. Im empirisch-orientierten Mathematikunterricht werden dann zwischen digitalem Medium und Mathematik im besten Sinne verbindende Brücken aufgebaut.

Das digitale Medium der 3D-Druck-Technologie stellt in Lehr-Lernsituationen gerade zum (motivierenden) Beginn oder als Vertiefung ein gewinnbringendes und sinnstiftendes Werkzeug für didaktische Modelle dar. Die Implementierung neuer Technologien soll vor allem als Chance verstanden werden Innovation mit in den Mathematikunterricht einzubringen, gewisse Aspekte neu zu ordnen, neu zu betrachten und eventuell zu hinterfragen. Die zukünftige Forschung wird sich der wachsenden Herausforderung eines Lehrens und Lernens, in denen neue Technologien fester Bestandteil des Klassenzimmers sind, stellen müssen.

## Literatur

Das umfangreiche Literaturverzeichnis und ein Kasten mit zwei Beispielaufgaben finden sich in der Online-Ergänzung zu diesem Artikel.



*Dr. FELICITAS PIELSTICKER, [pielsticker@mathematik.uni-siegen.de](mailto:pielsticker@mathematik.uni-siegen.de), ist an der Universität Siegen im Fachbereich Mathematikdidaktik als Studienrätin im Hochschuldienst tätig. Ihr Forschungsschwerpunkt liegt auf einer ganzheitlichen kognitiven, neurofunktionellen und somatofunktionellen Beschreibung und Analyse mathematischer Wissensentwicklungsprozesse beim Einsatz digitaler Medien.*

*PATRICK SCHNEIDER (B.Sc.), [patrick.schneider@student.uni-siegen.de](mailto:patrick.schneider@student.uni-siegen.de), studiert Lehramt Mathematik und Physik für Haupt- und Realschule an der Universität Siegen. Sein Interesse richtet sich auf Parallelen zwischen einer historischen Entwicklung von Mathematik und dem Einsatz digitaler Medien im Unterricht.* ■