

Abschlussbericht

Mathematik Neu Denken

**Ein Projekt zur Neuorientierung der universitären
Lehrerbildung im Fach Mathematik
für das gymnasiale Lehramt**

gefördert durch die

Deutsche Telekom Stiftung

Laufzeit: 2005 - 2007

Gießen / Siegen

Leitung:

Prof. Dr. A. Beutelspacher / Prof. Dr. R. Danckwerts

August 2008

Prof. Dr. Albrecht Beutelspacher

Mathematisches Institut
Justus Liebig-Universität Gießen
Arndtstr. 2
35392 Giessen
albrecht.beutelspacher@math.uni-giessen.de

Prof. Dr. Rainer Danckwerts

Didaktik der Mathematik - Fachbereich 6
Universität Siegen
Walter-Flex-Str. 3
57068 Siegen
danckwerts@mathematik.uni-siegen.de

Inhaltliche Gestaltung, Satz:

Björn Fay
Justus Liebig-Universität Gießen

Susanne Spies
Universität Siegen

Inhalt

Vorwort	5
Gießener Teilprojekt	7
1. Einleitung.....	8
2. Veranstaltungen und Komponenten des Projektes	10
2.1. Vorlesung	10
2.2. Übungen	11
2.3. Praktikum	12
2.4. Internetforum, Internetportal	12
2.5. Projekt-Portfolio	13
2.6. Wochenendseminar Freusburg	14
2.7. Zusammentreffen im Mathematikum und Mathematischen Institut Gießen.....	15
2.8. Seminar Problemlösen.....	15
3. Evaluation und das Projekt in Zahlen	17
4. Das Projekt im Rückblick, Fazit	17
5. Ausblick	18
Siegener Teilprojekt	19
1. Zielsetzung.....	20
2. Durchführung und Ergebnisse: Zweites Projektjahr.....	21
2.1. Lineare Algebra	22
2.2. Schulanalysis vom höheren Standpunkt.....	24
2.3. Didaktik der Analysis	33
2.4. Analysis I.....	39
2.5. Analysis II	46
2.6. Forum	50
2.7. Vorkurs	51
2.8. Projektwochenende	53
2.9. Exkursion zum Mathematikum	54
2.10. Begleitende Untersuchungen.....	54
2.11. Externes Interesse	62
3. Fazit und Ausblick	64
3.1. Rückblick.....	64
3.2. Ausblick.....	67
3.3. Das Team des Siegener Teilprojekts	70
Literatur	71

Vorwort

Mathematik gehört zu den Schlüsseltechnologien unserer hochtechnisierten Welt, und überdies ist sie ein bedeutendes Kulturgut. Nun wird mathematische Bildung im Unterschied zu vielen anderen Fächern fast ausschließlich über schulischen Unterricht vermittelt. Ein Grund mehr für die Feststellung: Guter Mathematikunterricht ist wichtig, und also sind gute Mathematiklehrerinnen und -lehrer wichtig!

Gute Mathematiklehrer(innen) haben eine positive, aktive Beziehung zur Mathematik. Sie können den Bildungswert der Mathematik ermessen, mit Schulmathematik kompetent umgehen und mathematische Lernprozesse unterstützen. Eine moderne Lehrerausbildung sollte dieses Kompetenzprofil im Blick haben und den Studierenden geeignete Angebote machen.

Ein neuralgischer Punkt der universitären Lehrerbildung im Fach Mathematik ist die Ausbildung der angehenden Gymnasiallehrer. Diese werden traditionell von Anfang an zusammen mit den Bachelor/Master- (früher Diplom-) Studierenden ausgebildet und man weiß, dass es vielen Lehramtsstudierenden an sinn- und identitätsstiftenden Erfahrungen mangelt. Hier setzt unser Projekt „Mathematik Neu Denken“ zur Neuorientierung der Lehrerbildung an. Ziel ist es, dem berechtigten Anspruch von Lehramtsstudierenden nach fachbezogener Professionalität Rechnung zu tragen und die Verbindung zwischen Fach- und Berufsfeldbezug deutlicher werden zu lassen.

So starteten wir im Jahre 2005 ein zweijähriges Pilotprojekt, von dem hier abschließend berichtet wird. Nach der Pilotphase sind wir überzeugt, dass der eingeschlagene Weg zukunftsweisend ist.

Die Deutsche Telekom Stiftung hat das Projekt initiiert und großzügig und konsequent unterstützt. Dafür danken wir sehr herzlich. Unser Dank gilt ebenso den wissenschaftlichen und studentischen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern, ohne deren großen Einsatz der Erfolg des Projekts undenkbar wäre.

Albrecht Beutelspacher, Gießen

Rainer Danckwerts, Siegen

im August 2008

Mathematik Neu Denken

**Ein Projekt zur Neuorientierung der universitären
Lehrerbildung im Fach Mathematik
für das gymnasiale Lehramt**

gefördert durch die

Deutsche Telekom Stiftung

Laufzeit: 2005 - 2007

Gießener Teilprojekt

Leitung: Prof. Dr. A. Beutelspacher

August 2008

1. Einleitung

Das Projekt „Mathematik neu denken – Neuorientierung der Lehrerausbildung“ wurde an der Justus-Liebig-Universität Gießen vom Wintersemester 2005/2006 bis Sommersemester 2007 erfolgreich durchgeführt. Dabei wurden die klassischen Vorlesungen *Lineare Algebra und Analytische Geometrie I (LAAG I)* und *Lineare Algebra und Analytische Geometrie II (LAAG II)* für Studierende mit Abschluss Diplom-Mathematik und Mathematik für Gymnasiallehrende (L3) restrukturiert.

Für die L3-Studierenden wurde ein neuer Veranstaltungsverbund erstellt, in dem sie getrennt von den Diplom-Mathematik-Studierenden durch ihre ersten beiden Semester geführt wurden. Zu dem Verbund zählten die vierstündige, dem Schulstoff angepasste Vorlesung, zweistündige Übungen in drei Übungsgruppen, sowie eine zusätzliches Computer-Praktikum.

Der Name *Analytische Geometrie und Lineare Algebra (AGLA)* weist auf die veränderte Schwerpunktsetzung auf Analytische Geometrie hin.

Innerhalb der drei verschiedenen Veranstaltungsformen gab es durch regelmäßige Absprachen unter den Verantwortlichen eine enge konzeptionelle und inhaltliche Abstimmung mit dem Ziel eines integrierten Verständnisses der behandelten Themen bei den Studierenden.

Methodisch und inhaltlich wurde ein auf die Bedürfnisse der zukünftigen Lehrerinnen und Lehrer angepasster Veranstaltungsverbund angeboten.

Neben der Vorlesung, der Übung und dem Praktikum hatten die Studierenden durch das Internetportal Stud.IP die Möglichkeit, sich schnell und effizient über Ankündigungen und Termine bezüglich der AGLA zu informieren. Ein Internetforum der Arbeitsgruppe, sowie die Teilnehmer-Email-Liste im Stud.IP stellten den Studierenden weitere, sehr rege verwendete Kommunikationsmöglichkeiten zur Verfügung.

Neben der üblichen Erreichbarkeit der an der Veranstaltung Beteiligten in den Veranstaltungen, per Mail, Telefon oder persönlich im Mathematischen Institut hat Dipl.-Math. Jörn Schweisgut ein wöchentliches Tutorium eingerichtet.

Die enge Zusammenarbeit der Universitäten Siegen und Gießen wurde in beiden Projektjahren durch Wochenendseminare (17.3.2006-19.3.2006 und 20.4.2007-22.4.2007) sowohl unter den Projektmitarbeitern als auch unter den Studierenden beider Universitäten vertieft. An den Erfolg dieser Tagungen wurde am 24.6.2006 und am 30.6.2007 angeknüpft. Die Studierenden und Projektbeteiligten der Universitäten trafen sich an diesen Tagen zu einem Austausch im Mathematikum und Mathematischen Institut in Gießen.

2. Veranstaltungen und Komponenten des Projektes

2.1. Vorlesung

Die Vorlesung wurde von Prof. Dr. Albrecht Beutelspacher vierstündig gelesen. Dabei wurden Präsentationsfolien verwendet, die den Studierenden bereits vor den Vorlesungsterminen über das Online-Portal Stud.IP zur Verfügung gestellt wurden. Der Einsatz der Folien bietet viele Vorteile. Die Studierenden können sich vor und nach den Vorlesungen mit den Lerninhalten beschäftigen. Sie müssen in der Vorlesung nichts mitschreiben, können sich ein paar Anmerkungen notieren und sich so auf die Erklärungen konzentrieren und gezielt Fragen an Prof. Dr. Beutelspacher richten. Während den Vorlesungen hat Prof. Dr. Beutelspacher den Studierenden die Möglichkeit gegeben, selbst aktiv einfache Beweise durchzuführen oder Zusammenhänge zu erschließen, um eine Balance zwischen Instruktion und Konstruktion herzustellen.

Allgemein hat sich in den letzten Jahren die Vorlesung „Lineare Algebra“ bundesweit sehr in Richtung Abstraktion entwickelt: Die grundlegenden algebraischen Strukturen stehen eindeutig im Vordergrund, Zeit für geometrische Veranschaulichung oder praktische Anwendung bleibt de facto nicht. Hier setzt die Gießener Veranstaltung „Analytische Geometrie und Lineare Algebra“ einen dem Lehramtsstudium angemessenen Kontrapunkt. Sie setzt auf die Kraft der Anschauung und damit auf das Primat der Geometrie.

Die ersten beiden Kapitel der Vorlesung („Der dreidimensionale Raum“ und „Lineare Gleichungssysteme“) knüpfen bewusst und explizit an die Vorerfahrungen der Studierenden an und bereiten gleichzeitig die spätere Theorie vor. Dieses bottom-up-Modell hat alle sehr überzeugt; dies kann man auch daran erkennen, dass die abstrakten Konzepte in vielerlei Hinsicht den Studierenden auf Basis der konkreten Erfahrungen viel eingängiger waren als man das traditionelle beobachten kann. Zudem wurde großer Wert auf einen stärkeren Bezug zu außermathematischen Anwendungen mit Hinblick auf die Relevanz für die Berufspraxis gelegt.¹

¹ „Die Qualität der Erklärung entscheidet nicht nur darüber, ob und wie gut Information verarbeitet wird, sondern kann auch Neugier und Sachinteresse wecken, z. B. durch die Herstellung aktueller Bezüge, durch Aufzeigen der Relevanz für die Berufspraxis, Benutzung von Paradoxien sowie den Einsatz von Beispielen Analogien und Metaphern.“ (in Helmke, Schrader: *Hochschuldidaktik – Schlüsselmerkmale erfolgreicher Lehre*. In Rost, D.H. (Hg): *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie*. Seite 252.)

Durch die Wechselwirkung zwischen der deduktiv organisierten Mathematik und ihren Anwendungen in der Schule wurde ein gültiges, prozessorientiertes Bild vermittelt.

Prof. Beutelspacher und Prof. Nickel (Universität Siegen), der im Wintersemester 2006/2007 an der Universität Siegen die Lineare Algebra für die Lehramtsstudierenden gelesen hat, konnten sich in der zweiten Projektphase auch über inhaltliche Aspekte austauschen und eng zusammenarbeiten.

2.2. *Übungen*

Die Übungen wurden im ersten Projektjahr in drei und im zweiten Jahr sogar in vier Übungsgruppen jeweils zweistündig durchgeführt. In den Übungen wurde der in der Vorlesung behandelte Stoff vertieft und geübt. Die von der klassischen Mathematiker- und Mathematiklehrausbildung übliche Übungsorganisation, in der überwiegend Hausaufgaben gestellt und in den Übungsstunden die „perfekten“ Musterlösungen ritualisiert vorgeführt wurden, wurde umstrukturiert. So wurde eine Abkehr von der bisher üblichen Organisationsform der LAAG-Übungen mit alleinigem Vorrechnen der Hausaufgaben erzielt.

In den *AGLA*-Übungen lag der Schwerpunkt auf der Bearbeitung der Präsenzaufgaben durch die Studierenden. In den Übungen wurde damit auf eine aktive Konstruktion des Wissens durch die Lernenden gesetzt. Die Rolle Übungsgruppenleiterinnen (Eva-Maria Brand und Sabine Post) und Übungsgruppenleiter (Eduard Kromer, Björn Walther und Jörn Schweisgut) wandelte sich dadurch vom Instruktor zum Moderator.

Die Übungen wurden von Dr. Jörn Schweisgut in enger Kooperation und Absprache mit Prof. Dr. Albrecht Beutelspacher konzipiert und organisiert. Daher konnten zum Vorlesungsstoff passende Aufgaben gestellt werden und die Studierenden konnten als Lernende die für den Mathematikunterricht wichtige Balance² von Prozessorientierung und Produktorientierung bei den Aufgaben erleben.

In der zweiten Projektphase wurde die enge Kooperation unter den Mitarbeitern in den Veranstaltungen Lineare Algebra (Universität Siegen) und *AGLA* (Universität Gießen) intensiviert.

² Vgl. Borneleit/Danckwerts/Henn/Weigand 2001, S.4.

2.3. *Praktikum*

Neben der Orientierung an geometrischer Anschauung ist das Praktikum ein Highlight des Gießener Projekts. Wir waren von Anfang an der Überzeugung, dass Lehramtsstudierende durchgängig einen sinnvollen Umgang mit den neuen Medien, insbesondere mit Computeralgebrasystemen haben sollten. Nur so kann es gelingen, dass die Lehrerinnen und Lehrer in Zukunft den Rechner souverän einsetzen und insbesondere über Einsatzmöglichkeiten und deren Grenzen genau Bescheid wissen.

Wir hatten das große Glück, mit Dr. Weller einen ausgesprochenen Experten auf diesem Gebiet gewinnen zu können. Er hat jahrzehntelange, stets neu reflektierte Erfahrung im praktischen Einsatz von Rechnern in der Schule.

In Zusammenarbeit mit Dipl.-Math. Maren van Kessel führte Dr. Weller das Praktikum in zwei Gruppen durch. Diese zusätzliche Veranstaltung ist im Studienverlaufsplan des modularisierten L3-Studiums Mathematik nicht vorgesehen.

Das Praktikum hatte im Wesentlichen zwei Ziele. Zum einen sollte den Studierenden ein Computeralgebrasystem (am Beispiel von Derive 6) als leistungsfähiges Werkzeug zur Bearbeitung und (dynamischen) Visualisierung eigener mathematischer Problemstellungen und Modellbildungen, aber auch zur Verwendung im Mathematikunterricht der Schule vorgestellt und zugänglich gemacht werden. Zum anderen wurden gerade diese Möglichkeiten genutzt, um den in der Vorlesung und den Übungen behandelten Lerninhalt der Analytischen Geometrie und Linearen Algebra zu veranschaulichen und zu bearbeiten.

Im Rahmen des Praktikums schulten die Studierenden ihre Grundvorstellungen mathematischer Begriffe (z. B. platonische Körper, Raumkurven, Vektorräume) und durch heuristisch-experimentelles Arbeiten ihre Problemlösekompetenz.³ Das Praktikum sollte die Studierenden zu selbstständigerer Auseinandersetzung mit der Mathematik anregen, eine Forderung, die die Studierenden selbst an ihren zukünftigen Mathematikunterricht stellen.

2.4. *Internetforum, Internetportal*

In einem Internetportal des Fachbereiches (<http://elearning.uni-giessen.de/studip>) werden die

³ Problemlösendes Lernen ist eine, wenn nicht die notwendige Qualifikation für eine ungewisse Zukunft (vgl. Wernig/Kriwet 1999 S.7.).

die Veranstaltungen mit einer näheren Beschreibungen angeboten und verwaltet.

Den Studierenden werden Dateien (Folien zur Vorlesung, Übungsblätter, Übungen und Dateien zum Praktikum, etc.) zum Download angeboten. Termine und Ankündigungen werden verwaltet und Informationen zur Vorlesung, Übungen, Praktikum etc. werden den Studierenden über ein News-Board oder einen E-Mail-Verteiler zugänglich gemacht.

Neben diesem Portal haben wir unter <http://www.uni-giessen.de/diskfor> ein Diskussionsforum zur AGLA installiert, an dem sich die Studierenden anmelden können. Dort konnten sie neben organisatorischen Fragen vor allem inhaltliche Fragen bezüglich des Vorlesungs-, Praktikums- oder Übungsstoffes stellen. Von dieser Möglichkeit wurde mit nahezu 2000 Beiträgen im Laufe des Projektes rege Gebrauch gemacht.

2.5. *Projekt-Portfolio*

In jedem Semester konnten die Studierenden jeweils ein Projekt-Portfolio erstellen. Während im Wintersemester 2005/2006 fünf Themen mit starkem Vorlesungsbezug (platonische Körper, vierdimensionaler Würfel, Seifenblasen, kleine Vektorräume, Retroreflexion) gestellt wurden, gliederte sich das Portfolio im Sommersemester 2006 in zwei Teile:

Zum einen konnten sie sich über das Projekt AGLA äußern und ihre positive und negative Kritik am Projekt äußern. Dieser Projektteil dient einerseits der Evaluation des Projektes und als Rückmeldung für die Projektmitarbeiter, zum anderen reflektieren die Studierenden durch die Arbeit an der Kritik über die beiden vergangenen Semester, ihr Studium und veranschaulichen sich so ihren bisher erreichten Erfolg in ihrem Studium.

Der zweite Teil des Portfolios im Sommersemester bestand darin, einen von sechs für die AGLA wichtigen Mathematikern (Leibniz, Grassmann, Cayley, Hamilton, Euler, Gauß) darzustellen. Das Portfolio trägt dazu bei, dass die Studierenden die erlernte Mathematik historisch und von ihrer Entstehung besser einordnen und so die Bedeutung einzelner Entdeckungen besser einschätzen und bewerten können.

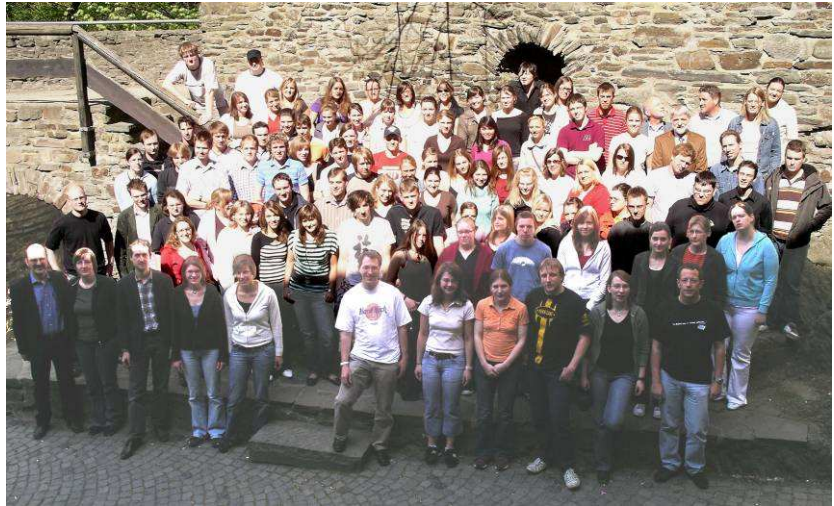
Das Portfolio im Wintersemester 2006/2007 orientierte sich wieder stärker an den Inhalten der Vorlesung (platonische Körper, vierdimensionaler Würfel, Fermi-Aufgaben, Spiegelungen). Im Sommersemester 2007 wurden fünf Portfolio-Projekte anlässlich des „300. Geburtstags“ von Leonard Euler bearbeitet (Königsberger Brückenproblem, Problem der 36

Offiziere, Die Zahl e , Eulers Beweis zu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, Die Eulersche Phi-Funktion).

In die Bearbeitung der Projekte haben die Studierenden viel Zeit investiert und sich aktiv damit auseinandergesetzt.

2.6. *Wochenendseminar Freusburg*

Ein zentraler Punkt des Projektes ist die enge Zusammenarbeit der Universitäten Siegen und Gießen – sowohl auf der Ebene der für das Projekt Verantwortlichen, als auch unter den Studierenden. Daher wurde wie im ersten



Projektjahr auch 2007 eine gemeinsame Tagung der beiden Projektgruppen mit den Studierenden durchgeführt.

Das Seminar vom 20.4.2007 bis 22.4.2007 untergliederte sich in verschiedene Themenschwerpunkte mit unterschiedlichen Anforderungen an die Studierenden. So konnten die Studierenden von dieser Veranstaltung nicht nur im inhaltlich-mathematischen Bereich profitieren, sondern auch Vortragstechniken erlernen, ihre sozialen Kompetenzen und ihre Kommunikationsfähigkeit/Diskussionsfähigkeit verbessern, sich besser kennen lernen und Erfahrungen austauschen.

Ein Höhepunkt des Wochenendseminars war der Vortrag von Frau Prof. Dr. S. Prediger (Universität Dortmund) über das Verständnis von Mathematik bei Schülerinnen und Schülern, der die Studierenden zum Überdenken ihrer bisherigen Erfahrungen anregte und eine Diskussionsgrundlage schaffte.



Die Giessener Studierenden hatten im Rahmen ihres Praktikums Workshops mit Derive erstellt und ausgearbeitet. Sie stellten den Siegener Studierenden ihre Themen vor und boten ihnen die Möglichkeit, aktiv am PC erste Erfahrungen mit Computeralgebrasystemen zu machen. Im Gegenzug haben die Siegener Studierenden Vorträge zur Schulanalysis vom höheren Standpunkt und zur Didaktik der Analysis für die Giessener Studierenden vorbereitet.

Ein wichtiger Aspekt des Wochenendseminars war die Reflexion und Thematisierung des eigenen Lernprozesses in der Schulzeit und im Studium. Daher diskutierten die Studierenden in einer Diskussionsrunde, geleitet von Herrn Dr. D. Vogel, mit aktiven Lehrenden und Seminar ausbildern über die Anforderungen an Lehrerinnen und Lehrer und die Kompetenzen, die die Studierenden als zukünftige Lehrende während ihres Studiums erwerben sollten.

2.7. *Zusammentreffen im Mathematikum und Mathematisches Institut Gießen*

Die enge Zusammenarbeit und Kontakt insbesondere unter den Studierenden der beiden Projektgruppen konnte mit dem Treffen am 24.6.2006 und 30.6.2007 im Mathematikum Gießen noch intensiviert werden. Zusammen konnten die Studierenden an den Exponaten des Mathematikums experimentieren, die für die jeweiligen Vorlesungen (Analysis bzw. Analytische Geometrie und Lineare Algebra) relevanten Experimente identifizieren, die darin befindliche Mathematik erkunden und sich darüber austauschen.

An den Besuch des Mathematikums schloss sich noch eine mathematische Stadtführung an, bei der die Studierenden die Mathematik im Alltag der Stadt Gießen und so Beispiele für das Vorkommen und die Anwendung von Mathematik in der unmittelbaren Lebenswelt ihrer zukünftigen Schülerinnen und Schüler entdecken konnten.

2.8. *Seminar Problemlösen*

Im Studienverlaufsplan des modularisierten Studiums für das gymnasiale Lehramt Mathematik ist im zweiten oder dritten Semester ein Seminar vorgesehen. Neben den klassischen Seminaren, die vom Institut angeboten werden, wurde von Prof. Beutelspacher speziell für die Studierenden des Projektes ein eigenes Seminar zum Thema „Problemlösen“ anbieten, um die heuristischen Fähigkeiten der Studierenden zu schulen.

Um problemlösend tätig zu werden, müssen heuristische Verfahren als Grundvoraussetzungen gelehrt worden sein und vom Problemlöser angewandt werden. Heuristische Fähigkeiten sind Grundlage für eine verständige Erschließung unserer Welt. Sie sind in eine intellektuelle Haltung eingebettet, zu der auch die Bereitschaft gehört, sich frei, kreativ und positiv gestimmt einer gedanklichen Herausforderung zu stellen.⁴

In diesem Seminar wurden die Prinzipien des aktiv-entdeckenden Lernens fachbezogen erlebt. Dies deckt sich mit den Forderungen aus den PISA- Ergebnissen von 2000 und 2003, die den deutschen Schülern eine relativ schlechte Problemlösekompetenz attestierten.⁵

Um der starken Nachfrage an den Seminaren durch die Studierenden im Projekt nachzukommen, hat Prof. Beutelspacher im Sinne des Projektes im Wintersemester 2006/2007 noch zwei zusätzliche Seminare zur elementaren Algebra mit starkem Bezug zum Schulstoff vom höheren Standpunkt angeboten und wird im Wintersemester 2007/2008 ein weiteres Proseminar für die Studierenden aus dem zweiten Projektjahr anbieten.

⁴ Vgl. Borneleit/Danckwerts/Henn/Weigand 2001, S.75/76.

⁵ Im Jahre 2000 lagen die deutschen Schüler in der PISA-Studie mit ihren naturwissenschaftlichen Leistungen 13 Punkte unter dem OECD Durchschnitt. Vgl. Prenzel/Rost/Senkbeil/Häußler/Klopp 2001, S. 229 und Rost/Walter/Carstensen/Senkbeil/Prenzel 2004, S. 132.

3. Evaluation und das Projekt in Zahlen

Zum ersten Semester (Wintersemester 2005/2006) hatten sich 64 Studierenden für die AGLA I angemeldet. Von diesen waren 44 Studierende aus dem ersten Semester und 20 aus höheren Semestern. Von den 44 Erstsemestlern haben 38 das Modul bestanden. Von denen aus höheren Semestern waren es 17.

Zum Sommersemester haben 36 Studierende im inzwischen zweiten Semester und 7 Studierende aus höheren Semestern an der AGLA II teilgenommen. Zu Beginn des Sommersemesters haben von den 36 Studierenden eine Studentin die Universität und ein Student das Studienfach auf Lehramt Haupt- und Realschule gewechselt. Die verbliebenen 41 Studierenden haben alle das Modul AGLA II im Sommersemester erfolgreich abgeschlossen. Betrachtet man also lediglich⁶ die 44 Studienanfänger des Wintersemesters 2005/2006, so haben 34 von Ihnen (77%) die beiden Module erfolgreich abgeschlossen.

Zum Wintersemester 2006/2007 hat sich die Zahl der Studierenden, die sich für Mathematik Gymnasiallehramt eingeschrieben haben von 51 auf 88 deutlich erhöht. Die Anzahl der endgültigen Anmeldungen für die AGLA I lag bei 81 Studierenden. Von diesen 81 Studierenden haben 77 das Modul AGLA I und 67 auch das Modul AGLA II erfolgreich abgeschlossen. Damit erhöhte sich die Bestehensquote von den bereits hohen 77% auf sogar 83%.

4. Das Projekt im Rückblick, Fazit

Das Projekt war äußerst erfolgreich. Die Aussagen der Studierenden beispielsweise im Portfolio und die deutlich gestiegene Nachfrage nach diesem Studiengang und Projekt (über 70% mehr eingeschriebene Studierende im zweiten Projektjahr) belegen dies.

Neben der Nachfrage nach einer Fortführung des Projektes für zukünftige Studienanfänger auch über das Leuchtturmprojekt hinaus wurde von Seiten der Studierenden mehrfach der Wunsch geäußert, auch die anderen Veranstaltungen des Lehramtsstudiums einzubeziehen

⁶ Die Zahlen der Studierenden aus höheren Semestern sind weniger aussagekräftig, da diese Studierenden zum Teil diese beiden Module, insbesondere das zweite aufgrund einer älteren Studienordnung nicht bestehen müssen.

und im Sinne des Projektes umzustrukturieren.

Die größere Relevanz des Studiums für den zukünftigen Beruf führte zu einer deutlich höheren intrinsischen Motivation bei den Studierenden, wie es den Aussagen im Portfolio zu entnehmen ist.

Von Seiten der betreuenden Dozenten und Mitarbeiter wurde das Projekt mit sehr hohem Engagement durchgeführt, da sie von den Zielen und Methoden des Projektes überzeugt sind. Dieses Engagement übertrug sich auf die Studierenden, die sich begeistert, hoch motiviert und sehr engagiert in die ihnen gebotenen Veranstaltungen des Projektes einbrachten.

5. Ausblick

Die Studienanfänger im Gymnasiallehramt Mathematik des kommenden Wintersemesters werden weiterhin im Sinne des Projektes durch die ersten beiden Semester geführt. Dabei wird der gewählte Ansatz fortgeschrieben und verbessert. Finanziert durch das Studienstrukturprogramm des Landes Hessen und die Justus-Liebig-Universität Gießen wird der Erfolg des Projektes verstetigt. Das Prinzip „Instruktion und Konstruktion“ wird auch hier explizit fortgeführt, wobei geplant ist, Mathematikdidaktik noch stärker in das Projekt einzugliedern.

Die im Projekt betreuten Studierenden sollen auch im Anschluss an das Projekt von unserer Arbeitsgruppe betreut und beobachtet werden.

Mathematik Neu Denken

**Ein Projekt zur Neuorientierung der universitären
Lehrerausbildung im Fach Mathematik
für das gymnasiale Lehramt**

gefördert durch die

Deutsche Telekom Stiftung

Laufzeit: 2005 - 2007

Siegener Teilprojekt

Leitung: Prof. Dr. R. Danckwerts

August 2008

1. Zielsetzung⁷

Studierende für das gymnasiale Lehramt machen im Vergleich zu Diplomstudierenden in nur geringem Umfang sinn- und identitätsstiftende Erfahrungen: Durch den klassischen axiomatisch-deduktiven Aufbau der Fachveranstaltungen an der Universität wird den Studierenden die Wissenschaft Mathematik in der Regel als fertiges, in sich geschlossenes System vermittelt. Eine genetische Perspektive des Lernens von Mathematik wird dadurch erschwert. Zudem wird unzureichend thematisiert, wie die Inhalte der Hochschulmathematik mit der später zu unterrichtenden Schulmathematik in Verbindung gebracht werden können. Hinzu kommt: Die Methoden der Vermittlung an der Universität sind einseitig fixiert auf die reine Instruktion durch die klassische Vorlesung, und auch die „Übungen“ folgen in der Regel noch immer einem solchen Instruktionsmuster.

Hier setzt das Projekt zur Neuorientierung der universitären Lehrerbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt an. Ziel ist es, dem berechtigten Anspruch von Lehramtsstudierenden nach fachbezogener Professionalität Rechnung zu tragen und die Verbindung zwischen Fach- und Berufsfeldbezug deutlicher werden zu lassen. Dies hat inhaltliche und methodische Konsequenzen:

Für die Entstehung eines gültigen, prozessorientierten Bildes von Mathematik sollen historisch-genetische und philosophische Sichtweisen durchgängig einbezogen werden. Darüber hinaus kommt es darauf an, einer elementarmathematisch orientierten „Schulmathematik vom höheren Standpunkt“ entsprechendes Gewicht zu geben und zugleich die fachdidaktische Ausbildungskomponente früh zu integrieren.

Methodisch gilt es, zu einer Balance zwischen Instruktion (durch die Lehrenden) und aktiver Konstruktion des Wissens (durch die Lernenden) zu kommen sowie heuristischen Aktivitäten genügend Raum zu geben.

Ingesamt geht es um einen *Paradigmenwechsel* im Umgang mit der Mathematik: Nicht nur die fertige Disziplin Mathematik, sondern gleichgewichtig die Beziehung Mensch-Mathematik soll im Mittelpunkt des Interesses stehen.

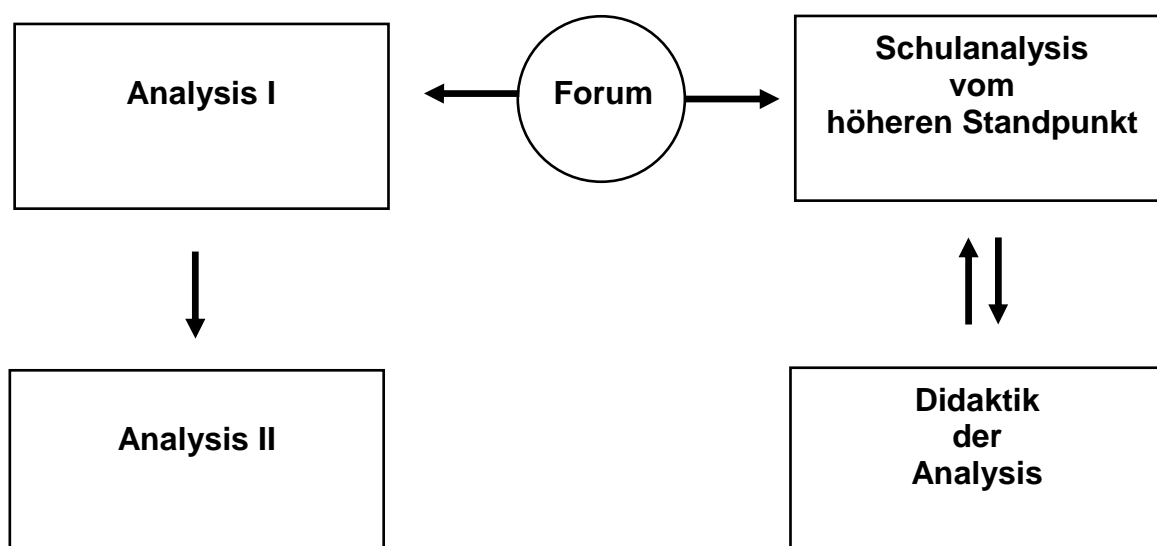
⁷ Vgl. hierzu die programmatische Vorstudie Beutelspacher / Danckwerts, 2005.

2. Durchführung und Ergebnisse: Zweites Projektjahr

Die Veranstaltungen im zweiten Projektjahr liefen teilweise parallel für unterschiedlich fortgeschrittene Studierendengruppen:

Zum einen fand, als über die ursprüngliche Konzeption hinausgehendes Zusatzangebot, im Anschluss an den Analysiskurs des ersten Projektjahres im Wintersemester 2006/07 eine neustrukturierte einsemestrige Veranstaltung „Analytische Geometrie - Lineare Algebra“ (Prof. Nickel) für die Studierenden des ersten Jahres statt.

Zum anderen wurde im zweiten Projektjahr eine Wiederholung des ersten Projektjahres mit neuen Studienanfängern durchgeführt. Dabei wurde die Aufteilung der Veranstaltungen beibehalten, um auch in diesem Jahr die angestrebte Verflechtung der vier Bereiche Schulanalysis, kanonische Hochschulanalysis, Ideengeschichte der Analysis und Didaktik der Analysis zu erreichen. Um den Studenten den Start in dieses Studium zu erleichtern, wurde bereits vor Beginn des Wintersemesters 2006/07 ein „Vorkurs“ nur für Lehramtskandidaten im Geiste der Projektidee angeboten. Im Wintersemester 2006/07 fanden dann parallel die Veranstaltungen „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ (Prof. Danckwerts) und „Analysis I“ (Prof. Nickel) sowie das „Forum“ als thematisch verbindende Zusatzveranstaltung statt. Auf dieser Grundlage bauten im Sommersemester 2007 die „Analysis II“ (Prof. Nickel) und die „Didaktik der Analysis“ (Prof. Danckwerts) auf.



Inhaltlich nimmt die „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ die zentralen Themen vertrauter Schulanalysis auf und reflektiert sie so („höherer Standpunkt“), dass die

gewonnenen Einsichten anschlussfähig sind für die fachwissenschaftlich-systematische Vertiefung in der „Analysis I/II“ ebenso wie für die anschließende „Didaktik der Analysis“. In den Veranstaltungen „Analysis I“ und „Analysis II“ werden zur Stärkung einer prozessorientierten Sicht auf das Fach systematisch ideengeschichtliche und mathematikphilosophische Aspekte integriert.

Methodische Schwerpunkte waren - wie auch im ersten Projektjahr - die Balance zwischen instruktiven und konstruktiven Anteilen in der Auseinandersetzung mit fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Inhalten auf der Basis konstruktivistischer Theorien des Wissenserwerbs. Dies geschah vorwiegend in der seminarartig gestalteten „Didaktik der Analysis“ sowie in neu gestalteten Übungen und Repetitorien.

Auch im zweiten Projektjahr wurde viel Wert auf die semesterbegleitende Evaluation gelegt, wobei sowohl die einzelnen Veranstaltungen als auch das „mathematische Weltbild“ der Studierenden thematisiert wurden

2.1. *Lineare Algebra*

2.1.1. Konzeption

Außer der Analysisvorlesung (Prof. Nickel) für den zweiten Projektjahrgang wurde für den *ersten* Jahrgang im WS 2006/07 eine einsemestrige Vorlesung „Analytische Geometrie – Lineare Algebra“ (Prof. Nickel) gelesen. Dies war ein über das ursprüngliche Konzept hinausgehendes Zusatzangebot, um einen sinnvollen, gleitenden Übergang in das Fachstudium außerhalb des Projektes zu ermöglichen. Hier wird die Lineare Algebra in der Regel zweisemestrig angeboten, so dass die Lehramtsstudierenden, die diese Veranstaltung nur ein Semester besuchen (müssen), „auf halbem Wege“ zurückgelassen werden: Während für das weitere Studium wichtige Themen (etwa Determinanten, Eigenwerte, Diagonalisierung) noch nicht behandelt wurden, sind bereits im ersten Semester – im Sinne des „Vorratslernens“ ein Fülle abstrakter Begriffe der Strukturmathematik (Gruppe, Ring, Körper, Modul etc.) eingeführt worden. Im Gegensatz dazu wurde nun eine in sich konsistente, einsemestrige Vorlesung entwickelt, die soweit wie möglich auf Abstraktion verzichtet, dafür aber die wichtigen Begriffe bereits am Ende des ersten Semesters einführt. Im Sinne der Projektidee war es auch, einen Anschluss an die Konzepte der mehrdimensionalen Analysis zu betonen und gegen Ende des Semesters auch Fragestellungen

dieses Themenbereichs (z.B. die mehrdimensionale Kettenregel) zu integrieren.

Die Integration historischer Aspekte gestaltet sich deutlich schwieriger als in der Analysis, denn die Geschichte der Linearen Algebra im engeren Sinne beginnt erst ca. 1930. Immerhin konnten Exkurse zur Babylonischen Rechentechnik, und zu Hermann Graßmann (1809-1877), auf den der Begriff des Vektorraumes zurückgeht, eingefügt werden.

Ein wesentlicher Erfolg des Projektes im Sinne einer nachhaltigen Veränderung des Studiums ist sicherlich, dass die Curricularkommission des Fachbereichs Mathematik die Notwendigkeit einer einsemestrigen, in sich geschlossenen Veranstaltung „Analytische Geometrie – Lineare Algebra“ betont hat. Mit Beginn im WS 2007/08 werden die Themen der entsprechenden Veranstaltungen in diesem Sinne umgestellt. Außerdem werden die Studierenden des gymnasialen Lehramtes im ersten Semester auf der hochschulmathematischen Seite ausschließlich die „Analysis I“ (wie auch bei beiden Projektjahrgängen) hören, erst im zweiten Semester kommt dann die – einsemestrig konzipierte – Lineare Algebra hinzu. Damit ist zugleich dem bereits beschriebenen Problem begegnet, dass im zweiten Semester der Analysis Begriffe und Methoden der Linearen Algebra fehlen. Darüber hinaus ist damit Raum geschaffen, eine elementarmathematisch orientierte „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ gleich in das erste Semester zu integrieren.

2.1.2. Ergebnisse

Auch diese Veranstaltung wurde mit einer Veranstaltungsevaluation begleitet. Hier wurde vor allem das besondere Engagement des Dozenten und die angenehme Atmosphäre gelobt. Besonders hervorzuheben ist, dass es dem Dozenten offenbar gelungen ist, den strukturmatischen Schrecken zu nehmen und Zusammenhänge zu verdeutlichen. Dies bestätigten 75% der Studierenden in der abschließenden Erhebung. Auch wurden die eingebundenen Beispiele als sehr hilfreich beschrieben.

Eher negativ aufgefallen ist in dieser Veranstaltung die Arbeitsmotivation der Studierenden. Hier zeigte die Gruppe, anders als dies noch in der Analysis II zu beobachten war, ein sehr inhomogenes Bild. Neben einigen weiterhin Engagierten gab es viele, die sich eher zurücknahmen und den Eindruck erweckten, ihnen müsse nun etwas „geboten“ werden. Dies spiegeln auch die Antworten auf die Frage zur Nachbearbeitung der Veranstaltung. So gab ein

Drittel der Studierenden an, dies eher selten zu tun. Auch liegt die durchschnittliche Zeit, die außerhalb von Vorlesung und Übung aufgewendet wird, nur bei wöchentlich fünf Stunden. Ob diese Entwicklung eine Folge von Überbetreuung und Gewohnheit im Projekt ist oder einfach auf Zeitmangel wegen studienplanerischer Schwierigkeiten⁸ zurückgeführt werden kann, bleibt dabei offen.

Wie den Studierenden aus dem ersten Studienjahr bereits bekannt war, gab es verteilt über die Vorlesungszeit verschiedene Leistungsüberprüfungen, die unterschiedlich gewichtet zur Endnote beitrugen. Dies waren im Einzelnen die Bearbeitung von Übungsaufgaben (35% der Endnote), die von den Übungsleitern bewertete aktive Teilnahme an den Übungen (10%), ein Test in der Mitte des Semesters (15 %) sowie das Bestehen einer abschließenden Klausur (40%). In der Abschlussklausur bestanden 19 von 27 Teilnehmern mit über 50 % richtiger Lösungen, 6 Teilnehmer mit Punkten zwischen 40% und 50% und 2 Studierende fielen durch.

Insgesamt bestätigen die Ergebnisse einerseits den Erfolg des ersten Projektjahres in Bezug auf die identitätsstiftende Wirkung in inhaltlicher und atmosphärischer Hinsicht. Andererseits lassen sie aber noch Fragen offen, die eine weitere evaluatorische Begleitung der Projektstudierenden spannend machen.

2.2. *Schulanalysis vom höheren Standpunkt*

„Man durchleuchtet Dinge, die man schon kennt, nur auf wesentlich tiefgründigere Art und Weise, so dass man wirklich das Hintergrundwissen erlangt und nicht nur diese Formeln hat und damit immer weiter rechnet. Das ist da mir eigentlich immer ersichtlich, warum ich irgendetwas mache [...] und es ist halt so, da muss man dann halt versuchen zu verstehen, warum man was macht, das ist schon ein bisschen schwieriger.“
(Interview, Markus Löhr)

2.2.3. Konzeption

Analog zum ersten Projektdurchlauf kommt der Veranstaltung „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ (Prof. Danckwerts) im Projekt „Mathematik Neu Denken“ eine Schlüsselrolle zu. Sie befindet sich im Spannungsfeld von schulanalytischen Vorerfahrungen auf der einen und der fachwissenschaftlichen Vertiefung im Rahmen der kanonischen Hochschulanalysis sowie einer anschließenden fachdidaktischen Reflexion auf der anderen Seite.

⁸ Viele Studierende gaben an, im dritten Semester ihrem im ersten Studienjahr auf Kosten der Mathematik zurückgestellten zweiten Unterrichtsfach mehr Zeit einzuräumen.

Das zentrale Anliegen der Veranstaltung ist, im Sinne lernbiographischer Kontinuität Vorerfahrungen der Studierenden mit analytischen Inhalten systematisch aufzugreifen und einer Betrachtung von einem höheren, fachmathematischen Standpunkt aus zugänglich zu machen. Damit wird unter anderem das Ziel einer tieferen Durchdringung der zentralen Begriffe und Ideen der elementaren Analysis und der Förderung des verständigen Umgangs mit ihnen verfolgt. Des Weiteren soll das bereits bestehende (schul-)analytische Wissen anschlussfähig gemacht werden für die hochschulmathematische Auseinandersetzung mit der klassischen Analysis, um die gerade an dieser Stelle in einem herkömmlichen Studium auftretenden Brüche bei Studienanfängern aufzufangen. Nicht zuletzt soll den angehenden Lehrerinnen und Lehrern im Sinne der Professionalisierung gerade auch jenes für das Unterrichten von Mathematik notwendige Überblicks- und Zusammenhangswissen vermittelt werden⁹, das diese selten aus der Schule mitbringen und sehr schwer in einem herkömmlichen Lehramtsstudium erwerben können. Letztendlich geht es also um eine bewusste Wahrnehmung der Verlagerung etablierter Standpunkte. Die nachfolgende Übersicht verdeutlicht die intendierte Standpunktverlagerung:

Schulanalysis Standard-Akzentuierung→	„höherer Standpunkt“ Horizontenerweiterung
Ableitung		
als Instrument zur Berechnung von Tangentensteigungen nach syntaktischen Regeln		<i>inhaltlicher</i> Aspektreichtum des Ableitungsbegriffs → lokale Änderungsrate → lokale Linearisierung <i>analytische</i> Präzisierung → Was ist eine Tangente? (→ 'Differenzierbarkeit') → Was ist ein Grenzwert? (→ ‚Analysis I‘)
Kurvendiskussion		
als syntaktischer Kalkül zur Untersuchung von Funktionen(-scharen)		<i>qualitative</i> Kurvendiskussion → beweglicher Umgang mit dem Wechselspiel von Ausgangsfunktion und Ableitungsfunktionen (auch in Sachkontexten)

⁹ Vgl. Metz, 2007.

	<p>→ geometrisch-anschauliche Begründung der Kriterien der Kurvendiskussion</p> <p><i>analytische</i> Präzisierung</p> <p>→ analytische Begründung der Kriterien der Kurvendiskussion</p> <p>→ Wie allgemein ist der Funktionsbegriff?</p>
<p>Extremwertprobleme</p> <p>als Anwendung von Ableitungskalkül und syntaktischer Kurvendiskussion</p>	<p><i>reflektierter</i> Umgang mit dem Standardkalkül</p> <p>→ lokale vs. globale Extrema</p> <p>→ Relativierung des Kalküls durch die Kraft elementarer Methoden</p>
<p>Integral</p> <p>als Instrument zur Berechnung von Flächeninhalten (und Volumina) nach syntaktischen Regeln</p>	<p><i>inhaltlicher</i> Aspektreichtum des Integralbegriffs</p> <p>→ Integrieren heißt Rekonstruieren / Summieren / Mitteln</p> <p><i>analytische</i> Präzisierung</p> <p>→ Was ist ein Flächeninhalt? (→ ‚Integrierbarkeit‘)</p> <p>→ Was ist ein Grenzwert? (→ ‚Analysis I‘)</p>
<p>Reelle Zahlen</p> <p>naiver Umgang ohne Thematisierung der Vollständigkeit</p>	<p><i>Analyse</i> der Vollständigkeit</p> <p>→ Bedeutung für die (Schul-)Analysis (keine „richtige“ Analysis auf \mathbb{Q} !)</p> <p>→ Entwicklung von Grundvorstellungen (Zusammenhang mit dem Phänomen der Irrationalität)</p> <p>→ analytisch-axiomatische Präzisierung</p>

Der thematische Aufbau der Veranstaltung aus dem Vorjahr wurde im zweiten Durchgang übernommen und optimiert. Inhaltlich wurde die „Schulanalysis“ dabei deutlich gestrafft,

etwa durch den Verzicht einer isolierten Behandlung des Themenbereichs „Reelle Zahlen“ und die stringenter gestalteten Arbeitsblätter, die auf Basis der Erfahrungen des ersten Projektjahrs überarbeitet wurden. Wie im ersten Durchlauf stand ein genau passendes Textbuch zur Verfügung¹⁰, auf dessen Grundlage gegenwärtig ein detailliertes Skript zur Vorlesung entsteht.

Auch in methodischer und organisatorischer Hinsicht wurde die Vorlesung optimiert. Die eher seminaristische Auslegung wurde weitestgehend beibehalten. Allerdings wurden kooperative Arbeitsphasen der eigenaktiven Auseinandersetzung mit Mathematik gestrafft und kürzer gehalten. Die Seminarsitzungen durchzogen mehrere, dafür kürzere Gruppenarbeitsphasen, die danach der Bündelung im Plenum und Einbettung in den Fachkontext zugeführt wurden. Zur Straffung trug dabei wesentlich das stärkere Eingreifen des Dozenten, insbesondere in den Bündelungs- und Begriffsfindungsphasen, bei. Wie im ersten Durchlauf bildeten die sorgfältig konzipierten Arbeitsmaterialien¹¹ die Basis für Arbeit in Kleingruppen.

Insgesamt sollte auf diese Weise der im ersten Projektjahr deutlich gewordenen anfänglichen Unsicherheit der Studierenden im Umgang mit offeneren und eigenaktiven Arbeitsformen begegnet werden. Eine im ersten Durchlauf zu starke Öffnung wurde zu Gunsten stringenterer und bündelnder Anteile zurückgenommen, die Balance von Instruktion und Konstruktion etwas in Richtung Instruktion verschoben.

Aufgrund der Erfahrungen des ersten Projektjahres und im Sinne der Angleichung der Rahmenbedingungen beider parallelen Veranstaltungen wurden die Anforderungen zur Erlangung eines Leistungsnachweises deutlich restriktiver gehandhabt: Pflicht war die regelmäßige Teilnahme an der Veranstaltung, die Abgabe der Übungen sowie die obligatorische Teilnahme an Test und Klausur. Die Ergebnisse der schriftlichen Leistungen (Übungen, Test, Klausur) flossen dabei nach einem zuvor festgelegten Schlüssel in die Gesamtnote ein.

2.2.4. Ergebnisse

Die „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ wurde im Laufe des Semesters durch mehrere

¹⁰ Danckwerts / Vogel 2005.

¹¹ Sämtliche Arbeits- und Übungsblätter finden sich im Anhang, die Autoren sind R. Danckwerts und D. Vogel. Die exemplarischen Kommentare zu den Arbeitsblättern dienten der Orientierung für die Tutoren.

Erhebungen begleitet¹². Bei diesen handelt es sich um eine Eingangserhebung zur schulischen Analysis zu Beginn und eine Enderhebung am Ende des Semesters, zwei Kurzbefragungen I und II im laufenden Semesterbetrieb sowie die Veranstaltungsendevaluation.

Eingangs- und Enderhebung zur Schulanalysis waren fachinhaltlich ausgerichtet und sollten die verstehensorientierten Kenntnisse vor und nach der durchlaufenen „Schulanalysis“ und somit Hinweise auf den fachlichen Zugewinn aufgrund der Veranstaltung beleuchten. Alle anderen Erhebungen waren allgemeiner Natur, d.h. sie erfassten die allgemeine Zufriedenheit mit der Veranstaltung sowie methodische und organisatorische Aspekte. Zusätzlich zu diesen stark quantitativ orientierten Evaluationen, die jedoch qualitative Elemente enthielten, wurden gegen Ende des ersten Semesters leitfadengestützte Interviews mit sieben ausgewählten Studierenden geführt.

Ergebnisse in fachinhaltlicher Hinsicht

Die Eingangs- und Enderhebung zur Schulanalysis dienten nun dazu, den Zuwachs des professionellen Wissens bei den Studierenden im Laufe des ersten Hochschulseesters zu messen. Inhaltlich orientieren sie sich an den in der „Schulanalysis“ thematisierten Aspekten und sind bzgl. der Items parallel aufgebaut, um die Vergleichbarkeit zu gewährleisten. Sie erfordern in hohem Maße verstehensorientiertes und nicht lediglich auf isolierte Fakten bezogenes Wissen.

Die breit geteilte Vermutung, die Studierenden seien im Analysisunterricht nur unzureichend im prozess- und verstehensorientierten Umgang mit schulanalytischen Inhalten geschult worden, findet sich durch die Eingangserhebung zur Schulanalysis eindeutig bestätigt. Die Bearbeitung der Testitems bereitet teilweise große Schwierigkeiten; insbesondere die Aspekte „Interpretieren“, „Begründen“ und „Argumentieren“ (nicht formales Beweisen!) stellen sich hier als „Knackpunkte“ heraus. Vergleicht man dies mit den Ergebnissen der Enderhebung, so wird der große Fortschritt in Richtung der geforderten Fähigkeiten und Qualifikationen deutlich, was nicht zuletzt den Erfolg des Projekts hinsichtlich der angestrebten fachinhaltlichen Ziele unterstreicht.

¹² Die Erhebungsergebnisse sind im Anhang zu finden.

Interessant ist, dass die Studierenden - verglichen mit der Eingangserhebung - vor allem in solchen Items der Enderhebung wesentlich besser abschnitten, die eine Interpretation von Mathematik insbesondere in Sachkontexten erforderten. Beispielhaft sei an dieser Stelle auf die Aufgabe A8 der Eingangs- bzw. A7 der Enderhebung verwiesen.

In beiden Punkten ist von den Erhebungsteilnehmern das Wechselspiel Mathematik - realer Sachkontext gefordert. Informelle Gespräche und geführte Interviews ergaben, dass bei dem größten Teil der Studierenden Aufgaben solcher Art im Mathematikunterricht keine oder nur eine untergeordnete Rolle spielten. Das relativ schlechte Abschneiden in diesem Item in der Eingangserhebung - die Aufgabe wurde nur zu etwas über einem Drittel richtig gelöst - lässt sich auf diese Weise gut erklären. Dem gegenüber steht eine deutliche Verbesserung in der Enderhebung von ca. 86 % richtiger Lösungen, was zweifellos auf die Auseinandersetzung mit interpretativen und modellbildenden Aktivitäten im Rahmen des Projekts zurückzuführen ist.

8

Sie lesen im Wirtschaftsteil einer Zeitung: „Das Wachstum des Bruttosozialprodukts ist im Laufe des letzten Quartals stetig zurückgegangen.“

f beschreibe die Höhe des Bruttosozialprodukts in Abhängigkeit von der Zeit. Kreuze die richtigen Feststellungen an!

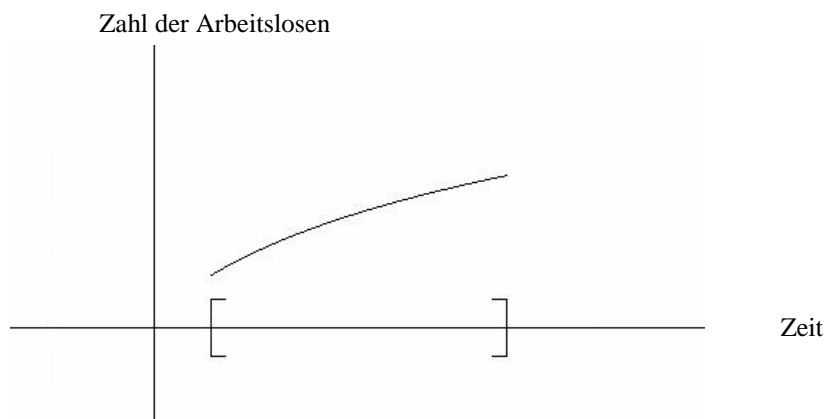
- a) f' fällt in diesem Quartal monoton.
- b) f' ist in diesem Quartal negativ.
- c) f' ist in diesem Quartal positiv.
- d) f'' ist in diesem Quartal negativ.
- e) f fällt in diesem Quartal monoton.

7

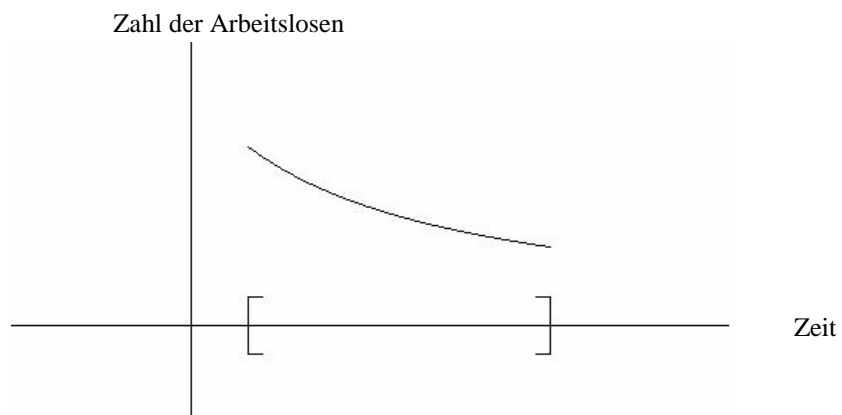
Sie lesen in einer Zeitung: „Der Anstieg der Arbeitslosigkeit ist im Laufe des letzten Quartals stetig zurückgegangen.“

Kreuzen Sie die richtigen Feststellungen an !

- a) Die Zahl der Arbeitslosen ist im Laufe des letzten Quartals gefallen.
- b) Die Arbeitslosenkurve für das letzte Quartal könnte so aussehen:



- c) Die Arbeitslosenkurve für das letzte Quartal könnte so aussehen:



Der zur Mitte des Semesters als Zwischenkontrolle des erreichten Standes und für die Studierenden als Selbstkontrolle und Diagnoseinstrument angesetzte Zwischentest orientierte sich inhaltlich an den bis dato in der „Schulanalysis“ verhandelten Themengebieten. Er enthielt insbesondere auch verstehensorientierte Fragen und interpretative Aspekte, was einen beweglichen Umgang mit den thematisierten Begriffen und Methoden erforderte. Die Abschlussklausur am Ende des ersten Studiensemesters des zweiten Projektjahres prüfte in voller Breite den behandelten Stoff und spiegelte vom Stil der Aufgaben die Erfahrungen aus den Übungsblättern und dem Zwischentest. Die Ergebnisse sind in den Tabelle 1 und 2 dargestellt:

Note	Sehr gut (1,0 – 1,3)	Gut (1,7 – 2,3)	Befriedigend (2,7 – 3,3)	Ausreichend (3,7 – 4,0)	Nicht bestanden
Anzahl der Personen (N=59)	4	10	20	9	16

Tabelle 1: Ergebnis des Zwischentests

Note	Sehr gut (1,0 – 1,3)	Gut (1,7 – 2,3)	Befriedigend (2,7 – 3,3)	Ausreichend (3,7 – 4,0)	Nicht bestanden
Anzahl der Personen (N=55)	14	19	6	4	12

Tabelle 2: Ergebnis der Abschlussklausur

Für die in dieser Klausur durchgefallenen Studierenden gab es die Möglichkeit zur Nachklausur. Sie wurde von 5 der 10 Teilnehmer mit Noten im unteren Mittelfeld bestanden.

Ergebnisse in methodischer und organisatorischer Hinsicht

Wie schon im Vorjahr wurde von den Veranstaltungsteilnehmern die offene und angenehme Lernatmosphäre hervorgehoben.

Die intendierte Einbettung der fachinhaltlichen Betrachtungen in inner- und außermathematische Kontexte wurde von den Studierenden auch als solche wahrgenommen und geschätzt. Insbesondere waren die enge Vernetzung zu schulanalytischen Inhalten sowie die immer wieder angestrebte Verdeutlichung eines prozesshaften Bildes von Mathematik gegenüber einer fertigen, produktorientierten Sichtweise auf das Fach geschätzt und haben wesentlich zum überragenden Erfolg der „Schulanalysis“ beigetragen (siehe Abbildung 1). Gerade die Aspekte „Verknüpfung zu Bekanntem mit anschließender fachsystematischer

Ausweitung“ und die „Balance zwischen prozesshafter Konstruktion und produkthafter Instruktion“ wurden von den Veranstaltungsteilnehmern als Kristallisationspunkte einer veränderten Sicht auf das Fach wahrgenommen. Sie waren Ausgangspunkte für das Entstehen eines tieferen Verständnisses der fachlichen Inhalte im Spannungsfeld zwischen fachlicher Anschaulichkeit und Strenge, gaben den Inhalten Tiefe und füllten sie mit Sinn und Bedeutung.

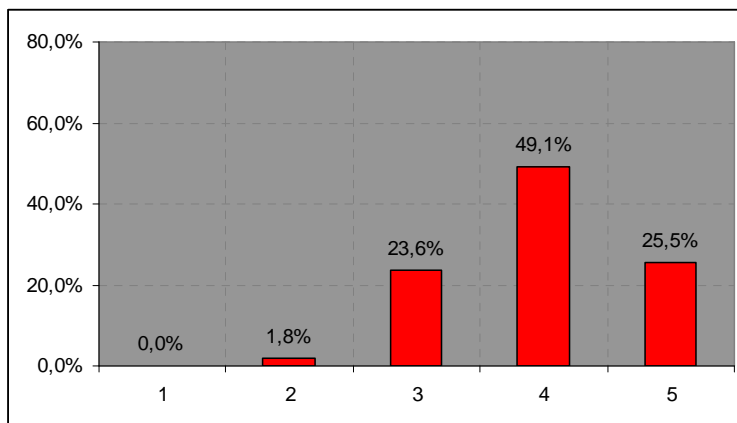


Abbildung 1: Auswertung Item 3.5 (Kurzbefragung II): Die Schulanalyse trägt für mich dazu bei, den mathematischen Lerninhalten Sinn und Bedeutung zu geben. (1: trifft gar nicht zu - 5: trifft voll zu)

Insbesondere scheinen damit die zentralen Zielsetzungen der Veranstaltung, die Anbahnung eines prozessorientierten Bildes von (Schul-) Mathematik sowie die Balance zwischen Instruktion und Konstruktion in der intendierten, ausgewogenen Weise umgesetzt worden zu sein. Hinsichtlich der Bedeutung für den späteren Beruf wird der „Schulanalyse“ von den Teilnehmern außerdem attestiert, sie sei aus ihrer Sicht ein zentraler Bestandteil der Ausbildung zum Mathematiklehrer.

Dem fast durchweg positiven Eindruck der Studierenden der „Schulanalyse“ stehen nur wenige kritische Aspekte gegenüber. Diese betreffen im Wesentlichen nicht die Inhalte bzw. Konzeption der Veranstaltung, sondern stehen im Zusammenhang mit den neuen Arbeitsweisen im Studium sowie der Komplexität der verhandelten Inhalte. Die kontinuierlich hohe zeitliche Beanspruchung und der Wechsel von der vertrauten Schulmathematik hin zur universitären Mathematik mit ihren formalen Anteilen, Beweisen und Interpretationen in inner- und außermathematischen Kontexten fordern den Teilnehmern ein hohes Maß an Ein- und Umgewöhnungsarbeit ab. Im Projekt ist man sehr bemüht, diese bekannten Probleme abzumildern und aufzufangen, etwa durch die intensive personelle

Betreuung und die intendierte lernbiographische Kontinuität, dennoch können und sollen hier auch nicht alle Klippen umschiffen und die Studierenden „in Watte gepackt“ werden.

Insbesondere zu Beginn des Semesters bestanden bei einigen Studierenden Identifikationsprobleme mit der Veranstaltung, die sich im Laufe des Semesters allerdings teilweise lösten. Verglichen mit der „Analysis I“ schienen die in der „Schulanalysis“ verhandelten Inhalte nicht „hart“ und formal-mathematisch genug. In den stark prozessorientierten Anteilen, wie Interpretieren und Diskutieren, wurde dann wenig Sinn gesehen und stattdessen eine „handfeste“ Mathematik erwartet. Solche Beispiele deuten aber weniger auf mögliche Optimierungspunkte in der inhaltlichen oder methodischen Ausrichtung der „Schulanalysis“ hin als vielmehr auf die noch deutlichen Defizite der Studierenden, was ein gültiges, differenziertes Bild von Mathematik angeht. In den Schulen überwiegt die Produktsicht auf das Fach, also bringen die Schülerinnen und Schüler diese Sicht auch mit an die Universitäten.

Die Notwendigkeit und auch Qualität der „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ zeigt sich vielleicht an nichts deutlicher als daran, dass gerade die anfänglichen „Zweifler“ zu „Überzeugungstätern“ im Sinne der Projektidee geworden sind.

2.3. *Didaktik der Analysis*

*„Diskussionen waren sehr hilfreich, seine Meinung zum einzelnen Thema zu festigen; die Kritik an alten Vorgehensweisen, um sich selber Vorstellungen vom eigenen Lehrstil zu machen.“
(Veranstaltungsevaluation „Didaktik der Analysis“ 07)*

2.3.5. Konzeption

Die inhaltliche und methodische Zielsetzung der „Didaktik der Analysis“ (Prof. Danckwerts) des ersten Projektjahrs wurde im zweiten Durchlauf von „Mathematik Neu Denken“ wieder aufgegriffen und konsequent weitergeführt.

Der zentrale Ankerpunkt war wiederum die frühest mögliche Anbahnung eines fachdidaktischen Standpunkts der Studierenden in enger zeitlicher und thematischer Anbindung an die „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“, um den dort verhandelten Inhalten einerseits eine mathematikdidaktische Dimension geben und andererseits bereits angestoßene didaktische Betrachtungen aufgreifen und systematisch vertiefen zu können.

Bei der Konzeptionierung der „Didaktik der Analysis“ wurden die im ersten Durchlauf gesammelten Erfahrungen und Eindrücke, die sich durch die evaluatorische Begleitung der Veranstaltung ergeben haben, im zweiten Projektjahr konsequent umgesetzt. Es ergab sich sowohl in thematischer als auch in methodischer Hinsicht eine teilweise Umstrukturierung der Veranstaltung, die im Folgenden genauer erläutert werden soll. Die folgende Tabelle enthält eine Übersicht über die im Laufe des Semesters behandelten Themengebiete.

Termine	Themen der Sitzungen
13.04.07	<i>Einführung</i> (Moderation durch den Dozenten)
17.04.07	
Themenblöcke (Moderation durch Studierende):	
24.04.07/ 27.04.07/ 04.05.07	<i>Materialerkundung zum Ableitungsbegriff</i>
08.05.07/ 11.05.07/ 15.05.07/ 18.05.07	<i>Grundpositionen</i>
22.05.07	<i>Lehrerinterview I</i>
01.06.07/ 05.06.07/ 08.06.07/ 12.06.07	<i>Kurvendiskussion</i>
15.06.07/ 19.06.07/ 22.06.07	<i>Analysisunterricht hat Geschichte</i>
26.06.07/ 29.06.07	<i>Zentralabitur</i>
03.07.07	<i>Lehrerinterview II</i>
Moderation durch den Dozenten:	
06.07.07	<i>Lesen eines fachdidaktischen Aufsatzes</i>
10.07.07	<i>Zusammenschau</i>

Tabelle 3: Übersicht über die Veranstaltung "Didaktik der Analysis" im SoSe 07

Wie die Auswertung der Veranstaltungsevaluation vom Sommersemester 06 ergab, führte die Vielzahl der behandelten Themen im letzten Durchlauf häufig zu Zeitnot. Einzelnen Themen konnte somit leider nicht die entsprechende Aufmerksamkeit geschenkt werden; Diskussionen, die von den Studierenden als sehr wertvoll und sinnstiftend erfahren wurden, mussten in vielen Fällen vorzeitig abgebrochen bzw. stark verkürzt werden. Deshalb wurde die Anzahl der Themen reduziert; es entfielen die Betrachtungen zu den

Extremwertproblemen und zum Integral. Ziel dieser Verschlinkung war es, eine ausführlichere Behandlung der übrigen Themengebiete zu gewährleisten und den notwendigen Diskussionen genügend Spielraum zu lassen.

Wie aus der Veranstaltungsevaluation zur „Didaktik der Analysis“ des ersten Durchgangs hervorging, wurde von den Studierenden kritisiert, dass die für den weiteren Verlauf der Veranstaltung so zentralen Begriffe wie etwa die „Winterschen Grunderfahrungen“ lange Zeit vage und unklar blieben. Dies führte nicht selten zu Missverständnissen und Verwirrung. Die für das zweite Projektjahr angestrebte inhaltliche Konzentration sollte daher begleitet werden von einer zu einem früheren Zeitpunkt im Semester stattfindenden, eingehenderen und insbesondere auch stärker gebündelten Thematisierung dieser Grundbegriffe. So wurde beispielsweise aufgrund der für die Mathematikdidaktik zentralen Rolle der allgemeinbildenden Grunderfahrungen nach Winter eine eigene Sitzung veranschlagt.

Aufgrund der äußerst positiven Resonanz auf das Lehrerinterview im ersten Durchlauf und dem expliziten Wunsch der Studierenden, mehr „Stimmen aus der Praxis“ in die Veranstaltung zu integrieren, wurden im Wiederholungsdurchlauf zwei Lehrerinterviews zu verschiedenen Themen und Zeitpunkten im Semesterverlauf einbezogen. Das erste Interview, das zu Beginn der Veranstaltung angesetzt war, thematisierte Grundpositionen und Einstellungen zu mathematikdidaktischen Fragen. In einem zweiten Interview gegen Semesterende wurden heimische Lehrerinnen und Lehrer zum Thema Zentralabitur befragt.

Die methodische Ausrichtung der „Didaktik der Analysis“ war, wie bereits im ersten Projektjahr, durch die Maxime der eigenaktiven, eigenverantwortlichen Wissenskonstruktion in sozialen Lernkontexten geprägt. Die Gestaltung der Sitzungen nach der Einführungsphase durch den Dozenten oblag somit den Studierenden. Dabei wurden sie durch sorgfältig ausgearbeitete Begleitmaterialien, ein passendes Textbuch¹³ und eine enge Betreuung durch die Tutoren begleitet.

Auf diese Weise wurde stärker als im ersten Durchgang versucht

- Orientierungspunkte für die Studierenden zu setzen,
- zu behandelten Inhalten kompakte Zusammenfassungen zu geben, die die gewonnenen

¹³ Danckwerts / Vogel, 2006.

Einsichten noch einmal „auf den Punkt bringen“ und

- bestehende Unklarheiten und Unsicherheiten öffentlich zu klären.

Um den Zusammenhang der im Semester thematisierten Inhalte zu verdeutlichen und den roten Faden, der die Sitzungen durchzog, noch einmal in aller Deutlichkeit herauszustellen, war für den letzten Veranstaltungstermin eine Zusammenschau aller Themen angesetzt. Jede Gruppe sollte dazu in fünf Minuten die Kernaussagen ihres Themas bzw. ihrer Sitzungen vortragen.

Stärkere Stringenz und Zielgerichtetheit durchzogen die Veranstaltung wie ein roter Faden, so auch hinsichtlich der im Anschluss an die Sitzung von den Gruppen zu erstellenden Handouts. Diese sollten nun höchstens drei Tage nach der letzten Sitzung der jeweiligen Gruppe eingereicht werden, so dass sie spätestens in der darauf folgenden Woche zur Verfügung standen. Diese deutlich strengeren Vorgaben sollten zum einen den jeweiligen Gruppen selbst als Hilfe dienen, die Handouts möglichst zeitnah zu erstellen, wenn die Eindrücke noch frisch sind. Zum anderen sollten die anderen Veranstaltungsteilnehmer davon profitieren, um die behandelten Themengebiete besser nacharbeiten zu können. Die für den Scheinerwerb vorausgesetzten Ausarbeitungen zu den gestalteten Sitzungen mussten innerhalb von vier Wochen nach der letzten Sitzung eingereicht werden. Zur Angleichung der Bedingungen zwischen den Veranstaltungen, wurde zudem die Teilnahmepflicht an der „Didaktik der Analysis“ deutlicher als im ersten Projektjahr durchgesetzt. So durften die Studierenden höchstens zweimal unentschuldigt fehlen.

2.3.6. Ergebnisse

Evaluatorisch begleitet wurde die „Didaktik der Analysis“ durch zwei größere Erhebungen, in denen die Studierenden in der Mitte und zum Ende des Semesters zu ihren Erfahrungen und Einschätzungen befragt wurden. Beide Befragungen enthielten, wie auch schon im ersten Semester, quantitative und qualitative Anteile. Die Zwischenerhebung des laufenden Semesters war als Stimmungsbarometer anzusehen, um ggf. auf Wünsche und Kritik der Studierenden reagieren und diese in die Veranstaltung einfließen lassen zu können. In der Veranstaltungsevaluation in der letzten Semesterwoche sollte die „Didaktik der Analysis“ abschließend beurteilt werden.

Auffallend ist die im Vergleich zum Vorjahr geringe Diskrepanz der Teilnehmerzahlen von 46 Studierenden an der Zwischenerhebung und 44 an der Veranstaltungsevaluation, während im ersten Projektjahr von den 37 Veranstaltungsbesuchern an der Enderhebung nur noch 26 teilnahmen. An dieser Stelle wird die wesentlich restriktivere Handhabung der Fehlzeiten und Scheinvergabemodalitäten deutlich, um die aus dem ersten Durchlauf bekannte Evaluationsmüdigkeit und sinkende Bereitschaft zur Teilnahme an den Lehrveranstaltungen abzufangen, die sich gegen Ende des Semesters einstellten.

Ergebnisse in inhaltlicher Hinsicht

Dreh- und Angelpunkt der „Didaktik der Analysis“ war die Anbahnung eines fachdidaktischen Orientierungsrahmens, der den angehenden Lehrerinnen und Lehrern die Standpunktfindung in schulanalytischen Fragen erleichtern bzw. erst ermöglichen soll. Im Zentrum der inhaltlichen Auseinandersetzung stand somit weniger die Frage, wie konkrete Inhalte der schulischen Analysis im Unterricht bestmöglich umgesetzt werden. Es ging vielmehr um die Vermittlung und Anwendung fachdidaktischer Kriterien zur fundierten Planung von Fachunterricht und Schärfung der fachdidaktischen Urteilskraft in schulmathematischen Fragen. Da einige Studierende jedoch die Beschäftigung mit konkreten Methoden- und Handlungsrepertoires für den Unterricht erwarteten, bestand wie auch im Vorjahr eine deutliche Diskrepanz zwischen den Erwartungen der Studierenden und der beabsichtigten Zielsetzung der Veranstaltung, wie der folgenden Tabelle entnommen werden kann.

	[%]
Konkretes Methoden- und Handlungsrepertoire für den Matheunterricht	57,5
Standpunktgewinnung in mathematikdidaktischen Fragen	41,6
Sonstiges	0,9
	100,0

Tabelle 4: Was ist Deiner Meinung nach die zentrale Aufgabe einer Veranstaltung zur Didaktik der Analysis? (Zwischenerhebung Sommersemester 07)

Im ersten Projektjahr wurde von Seiten der Studierenden die scheinbare Wiederholung von Inhalten der „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ kritisiert, die im Sinne eines spiralförmigen Aufbaus nach einer *fachmathematischen* nun in der „Didaktik der Analysis“ einer *fachdidaktischen* Betrachtung unterzogen wurden. Stoffumfang, Konkretisierungsgrad und Vorgehensgeschwindigkeit wurden infolgedessen als eher gering angesehen. Aufgrund

der daraus abgeleiteten stärkeren thematischen (und auch methodischen) Bündelung und Strukturierung der Veranstaltung konnte im zweiten Projektjahr dieser Kritik begegnet werden. Insbesondere wurde die ausführlichere und stringendere Behandlung der Grundpositionen (Wintersche Grunderfahrungen) zu Beginn der Veranstaltung von den Veranstaltungsteilnehmern als sehr positiv und gewinnbringend empfunden.

Trotz der oben aufgezeigten Diskrepanzen zwischen den Erwartungen der Studierenden an die Veranstaltung und der eigentlichen Zielsetzung wurden Schul- und Unterrichtsbezug der „Didaktik der Analysis“ für fast alle Teilnehmer mehr als deutlich.

Ergebnisse in methodischer und organisatorischer Hinsicht

Aufbauend auf den Erfahrungen des ersten Projektjahres wurde die Balance von Konstruktion des Wissens durch die Studierenden selbst und Instruktion durch den Dozenten weiterentwickelt und zu Gunsten der Instruktionsanteile feinjustiert. Es zeigt sich das schon aus dem ersten Projektjahr bekannte Bild, dass der weitaus größte Teil der Veranstaltungsteilnehmer die Balance zwischen Instruktions- und Konstruktionsanteilen als sehr ausgewogen einschätzte und mit der Betonung der eigenaktiven Wissenskonstruktion sehr zufrieden war. Allerdings zeigte sich in Gesprächen mit Studierenden auch, dass die sich oft ähnelnden Sitzungsverläufe und die häufig eingesetzte Gruppenarbeit teilweise bemängelt wurden. Ein Grund für die immer wiederkehrende Scheu vor Gruppenarbeitsphasen liegt darin, dass sie für den Einzelnen anstrengender und arbeitsintensiver sind. Ein Ausklinken aus der Arbeit ist weniger leicht möglich als in Instruktionsphasen. Unbestritten ist allerdings auch, dass die intensiven Gruppenarbeiten die Basis für die qualitativ hochwertigen und für das Verstehen wertvollen Diskussionen bildeten. In einem erneuten Durchlauf sollte aber auf eine größere methodische Vielfalt geachtet werden. Trotz Kürzung der Themen, Einflechtung von Bündelungsphasen und einer insgesamt deutlich optimierten und stringenteren Veranstaltungsplanung blieb die Kritik einiger Studierender an der Zeitknappheit, die jedoch nicht die Diskussionen in der Veranstaltung betraf. Die Zeit, die auf fachinhaltliche Diskussionen verwendet wurde, ist im Allgemeinen als ausreichend eingeschätzt worden.

Fazit

Abgesehen von den dargestellten Kritikpunkten konnte die „Didaktik der Analysis“ ihre Rolle

als wesentlicher und unverzichtbarer Teil einer professionellen Mathematiklehrerausbildung behaupten und sogar deutlich ausbauen. Die aus den Vorjahreserhebungen hervorgehenden Optimierungsansätze wurden konsequent umgesetzt und führten zur Verbesserung einer ohnehin schon sehr gut akzeptierten Veranstaltung. Die Zufriedenheit der Studierenden spiegelt dies eindeutig wider. Wie auch schon im ersten Projektjahr lag der Schwerpunkt dabei auf den sozialen Aspekten des kooperativen Lernens und auf dem aus der „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ nach dem Spiralprinzip weitergeführten Anbahnung einer veränderten, kritisch-konstruktiven Sichtweise auf die (Schul-)Mathematik. Die Studierenden fühlten sich durchweg gut aufgehoben und entwickelten eine ausgeprägte Gruppenidentität als Lehramtsstudierende mit eigenen Ansprüchen. Begrüßt wurde von den Seminarteilnehmern auch die deutliche Stringenz der Veranstaltung, die ihnen auf der einen Seite einen klaren Orientierungsrahmen, auf der anderen Seite aber den für die Wissenskonstruktion so wertvollen Diskussionen den nötigen Raum bot.

2.4. *Analysis I*

„Aber dennoch würde ich sagen, es ist 'ne wichtige Veranstaltung, weil da erfährt man viel über die Genese, also die Entwicklung der Analysis, und ich denke auch, das sollte man bei Lehrern voraussetzen, dass die halt überhaupt mal wissen, warum Analysis funktioniert...“
(Interview, Julia Lübcke)

2.4.7. Konzeption

Die Lehrveranstaltung „Analysis“ gehört zum Fundament eines jeden Mathematikstudiums, so auch für das gymnasiale Lehramt. Als solches hat die Analysis zumindest drei Funktionen:

1. Sie ist Grundlagendisziplin für das weitere Fachstudium,
2. ein wesentlicher Bestandteil der Unterrichtspraxis in der Schule,
3. paradigmatisch für die überragende Bedeutung der Mathematik in der Wissenschafts- und Kulturgeschichte.

Aus der Funktion 1 ergeben sich inhaltlich im Wesentlichen die weitgehend kanonisierten Themengebiete der Analysis. Trotzdem (alles Lernen ist exemplarisches Lernen!) kann gefragt werden, welchen fachwissenschaftlichen Hintergrund der Lehrer tatsächlich braucht und ob es nicht berechtigt ist, stoffliche Änderungen oder auch Abstriche (etwa zugunsten

einer Darstellung der Funktion 3) zu machen. In jedem Falle bleibt ein breiter Spielraum hinsichtlich der Art und Weise, *wie* an diese Inhalte und die damit verbundenen Methoden herangeführt werden kann. Dieser muss genutzt werden im Hinblick auf die Relevanz für die Unterrichtspraxis (selbstverständlich waren alle schulrelevanten Inhalte und Methoden zu behandeln), ohne dass hier die fachwissenschaftliche Struktur in eine didaktische verwandelt wird.

Mit Blick auf die Schulpraxis (Funktion 2) ist zunächst festzuhalten, dass im Vergleich zur Hochschulmathematik eher elementare, dafür jedoch souverän beherrschte Inhalte benötigt werden. Bezogen auf den für die Schule elementaren Allgemeinbildungsaspekt der Mathematik, ist auf eine Ausweitung des Horizontes über die lediglich fachimmanente Dimension hinaus zu achten. Der angehende Lehrer muss in den Stand versetzt werden, im Unterricht überzeugende Begründungen für die Sinnhaftigkeit des Mathematiklernens im Allgemeinen und des Analysis-Stoffes im Besonderen (in der jeweiligen Jahrgangsstufe), als notwendige Voraussetzung für eine hinreichende Motivation und letztlich für einen besseren Lernerfolg, zu präsentieren. Wichtiger als ein formal stringenter Aufbau (den nur der Lehrer kennt, der Schüler aber nicht durchschaut) ist zu diesem Zweck, dass sich der Stellenwert der jeweiligen Definitionen, Sätze etc. für das Ganze aus dem jeweiligen Kontext heraus (selbst) erklärt und motiviert ist.

Schließlich kommt es (Funktion 3) auf eine Einbeziehung der Entstehungs- und Entwicklungsgeschichte an. Diese prozessorientierte Darstellung anstelle einer Präsentation des „fertigen Produkts“ dient nicht als Selbstzweck; es sollte also keine Mathematikgeschichte veranstaltet werden. Allerdings ist die historisch-genetische Darstellung ein zentrales Hilfsmittel, die oben genannten Ziele zu erreichen und darüber hinaus die gesellschaftliche und allgemein kulturelle Relevanz der Mathematik (zumal in unserer heutigen technisch naturwissenschaftlichen Welt) zu verdeutlichen. Die historische (Rück-)Sicht fördert zudem den Vorrang des Prozesshaften vor dem Produktorientierten.

Unterteilt in „Analysis I“ und „Analysis II“ (Prof. Nickel) durchzieht die Analysis auch im zweiten Projektjahr das gesamte erste Studienjahr. Bedingt durch die Struktur des Projektes, die in Siegen für Studierende im ersten Jahr keine Lineare Algebra vorsah, ist sie damit zugleich die einzige reine hochschul-mathematische Veranstaltung. Der klassische Verbund aus vierstündiger Vorlesung und zweistündigen Übungen wurde auch im zweiten Projektjahr

wieder durch eine schriftliche Hausarbeit sowie zusätzlich durch ein neu eingeführtes, begleitendes Repetitorium ergänzt.

Bei der Strukturierung des Stoffes wurde das Ziel verfolgt, die Schwierigkeiten und das Abstraktionsniveau anfangs so gering wie möglich zu halten und allmählich zu steigern. Das bedeutet z.B., dass schwere Sätze oder Beweise, die das Fassungsvermögen von Studienanfängern bekanntermaßen überfordern, auf einen späteren Teil der Vorlesung verschoben wurden, auch wenn sie fachsystematisch in einen früheren Abschnitt gehören. Dies entspricht auch der historischen Entwicklung.

Vorlesung

Die Vorlesung hatte das Ziel, die Studierenden mit den grundlegenden Methoden und Resultaten der (eindimensionalen) Differential- und Integralrechnung und den dazu notwendigen Hilfsmitteln bekannt zu machen. Hierdurch sollen die Studierenden befähigt werden, das weitere Studium erfolgreich zu absolvieren, um sich ggf. auch in ausgewählten Disziplinen am aktuellen Forschungsdiskurs verständnisvoll und mit eigener kreativer Tätigkeit beteiligen zu können. Daraus folgt, dass die Inhalte der Vorlesung weitgehend vorgegeben sind und nicht beliebig ausgetauscht werden können. Andererseits gibt es einen breiten Spielraum hinsichtlich der Art und Weise, wie die Studierenden an diese Inhalte und die damit verbundenen Methoden herangeführt werden. Hier ist der Punkt, in dem sich die Lehrveranstaltung von der üblicherweise praktizierten Form unterschieden hat. Drei Aspekte seien hervorgehoben:

1. Von Anfang an waren Gesprächsanteile in die Vorlesung integriert, um die Studierenden in die Entwicklung der Begriffsbildungen mit einzubeziehen. Hierdurch sollte die Einsicht in die Sinnhaftigkeit, das Verständnis und somit die Akzeptanz der Theorieentwicklung gestärkt werden sowie die Motivation, diese Einstellung in der späteren Schulpraxis weiterzuvermitteln.
2. Eine wichtige Komponente war die Einbeziehung der Entstehungs- und Entwicklungsgeschichte sowie eines kulturhistorischen und philosophischen

Kontextes. Dabei wurde die Geschichte nicht als Selbstzweck vermittelt, sondern als Hilfsmittel, die genannten Ziele zu erreichen und darüber hinaus die gesellschaftliche und allgemeine kulturelle Relevanz der Mathematik (zumal in unserer heutigen technisch-naturwissenschaftlich geprägten Welt) zu verdeutlichen.

3. Exkurse betrafen etwa die Themen:

- a) Die Genese des Zahlbegriffes von den Griechen bis Dedekind.
- b) Die Mengenlehre Georg Cantors und das Unendliche in Mathematik und Philosophie.
- c) Die Riemannsche Vermutung.

Ein Skript zur „Analysis I“ im Anschluss an die Vorlesung ist derzeit im Entstehen.

Zur schriftlichen Leistungsüberprüfung wurde neben der Abschlussklausur ein Test während des Semesters geschrieben.

Übungen

Die Studierendengruppe wurde, um die gezielte Betreuung einzelner zu gewährleisten auch in diesem Projektjahr in kleinere Arbeitsgruppen für die sogenannten Übungen unterteilt. Es entstanden somit drei Gruppen mit je höchstens 20 Personen. Die Gruppen wurden von zwei Studierenden aus höheren Semestern (Michael Fuss, Gabriel Nelle) und einer wissenschaftlichen Mitarbeiterin (Susanne Spies) betreut. Deren Aufgabe war es, sowohl die wöchentlich abzugebenden Aufgaben „ihrer“ Studenten zu korrigieren, als auch die wöchentlich stattfindenden Übungsgruppen zu moderieren.

Methodisch wurde das im ersten Projektjahr erprobte Konzept für den Übungsbetrieb¹⁴ weitgehend übernommen und weiterentwickelt. So wurde durch die Besprechung der Übungslösungen in Gruppen die Eigenaktivität der Studierenden gefordert und die Mathematik als diskursive Wissenschaft erfahrbar. Dies wurde dadurch unterstützt, dass die wöchentlich zu bearbeitenden Übungsaufgaben in Kleingruppen von zwei oder drei Personen

¹⁴ Eine ausführliche Beschreibung der Übungen neuen Stils von Susanne Spies und Gabriele Wickel mit Beispielen, Begründungen usw. befindet sich im Anhang.

abgegeben werden mussten. Auch gab es immer wieder Aufgaben, die die eigenständige Reflexion von mathemathikhistorischen oder -philosophischen Themen erforderten.¹⁵

Damit kam den Übungen nicht nur die Aufgabe zu, den Vorlesungsstoff zu vertiefen, sondern auch der eher instruktiv verlaufenden Vorlesung, eine die Konstruktion von Wissen anregende Lernumgebung zur Seite zu stellen.

Repetitorium

Anders als im ersten Projektjahr wurde im Wintersemester 06/07 zum ersten Mal ein sogenanntes Repetitorium zur Analysis-Veranstaltung angeboten. Ziel war es, den Studierenden die Möglichkeit zu geben, im Einzelgespräch individuelle Fragen zu klären, Probleme zu behandeln oder Lücken aufzuarbeiten. Auch konnten in diesem Rahmen die aktuellen Übungsaufgaben mit Hilfestellung bearbeitet werden. Mit diesem Angebot sollten die Übungen ergänzt werden und vor allem den schwächeren Studierenden eine zusätzliche Hilfe auf freiwilliger Basis bereitgestellt werden. Dazu stand den Studierenden eine Studentin aus dem ersten Projektjahrgang (Dorothee Schammelt) zur Verfügung.

Inhaltlich wurden hauptsächlich Probleme mit dem Verständnis mathematischer Definitionen und Zusammenhänge behandelt. Ergänzende Beispiele, die nicht in der Vorlesung oder den Übungen vorkamen, wurden von den Studierenden dabei ebenso gern aufgenommen wie die Behandlung bereits bekannter Aufgaben. Etwas seltener kamen Fragen zu der formal korrekten Schreibweise oder auch zu Fehlern in den zurückgegebenen Übungsaufgaben auf. Einige Studierende nutzten die Gelegenheit, ihre Mitschriften aus der Vorlesung mit den Betreuern gemeinsam durchzugehen und an den Stellen, an denen sie "ins Stocken gerieten", gezielt nachzufragen. Ein weiterer inhaltlicher Schwerpunkt war die Selbstorganisation im Mathematikstudium. Fragen wie: „Wann soll ich das denn noch alles machen?“, „Wie finde ich heraus, ob dieses jetzt wichtiger ist oder jenes?“, „Was bringt es mir, wenn ich das weiß?“, „Was hab ich davon?“, „Wie finde ich gute Literatur?“, „Ist es sinnvoll, die Sachen parallel zur Vorlesung nachzuschlagen oder bringt mich das nur durcheinander?“ fielen immer sehr häufig, während jeweils kurz vor Test und Klausur verstärkt Inhaltliches thematisiert wurde und z.B. zusätzliche Übungsaufgaben gefragt waren.

¹⁵ Die in Analysis I und Analysis II ausgegebenen Übungen, Tests und Klausuren befinden sich im Anhang.

Hausarbeiten

Neben der regelmäßigen und aktiven Teilnahme in den Übungsgruppen und der Abgabe von Lösungen zu den Übungsblättern wurde auch im zweiten Projektjahr von den Studierenden erwartet, eine kurze Hausarbeit zu schreiben. Auf Anregung der Studierenden aus dem ersten Projektjahr wurde der Bearbeitungszeitraum auf einige Wochen nach der Wintervorlesungszeit ausgedehnt. Das Themenspektrum umfasste dabei sowohl den mathematischen Teil der „Analysis I“ als auch Aspekte aus der Mathematikgeschichte¹⁶. Dabei wurden die Themenvorschläge aus dem ersten Projektjahr überarbeitet und durch weitere ergänzt. Die Bearbeitung hatte vor allem das Ziel, den Studierenden die Möglichkeit zu geben, die Mathematik auch als Geisteswissenschaft begreifen zu lernen und erste Erfahrungen bei der Formulierung wissenschaftlicher Texte zu machen. Methodisch gesehen ist diese Hausarbeit also auch eine „Vorübung“ zur Hausarbeit im Seminar „Didaktik der Analysis“ und anderen Veranstaltungen. In die Bewertung der Arbeit ging, den formulierten Zielen entsprechend, nicht nur die inhaltliche, sondern auch die sprachliche und methodische Leistung ein.

2.4.8. Ergebnisse

Beide Analysisveranstaltungen wurden auch in diesem Projektjahr wieder umfassend evaluiert. Es gab jeweils eine Zwischenerhebung in der Mitte, sowie eine Abschlusserhebung am Ende des Semesters. Hinzu kommt eine vom Projekt unabhängige Befragung des Fachbereichs, die in jeder Veranstaltung zur Evaluation der Lehre im Allgemeinen durchgeführt wird. Des Weiteren war auch in den Interviews, die zum Ende des Wintersemesters durchgeführt wurden, die Analysis I ein Thema. Zusammen mit den Ergebnissen, die auf fachlicher Ebene durch schriftliche Leistungserhebungen (ein Test in der Mitte und eine Klausur am Ende der Vorlesungszeit)¹⁷ sowie die Bewertung der wöchentlich abzugebenden Übungsaufgaben und der Hausarbeiten¹⁸, entsteht so ein umfassender Überblick über die Erfolge der Veranstaltungen.

In den Evaluationen werden die Arbeit (Sprachliche Präsentation, Vorbereitung der Veranstaltung, Motivation des Stoffes, Reaktion auf Fragen der Studierenden) des Dozenten

¹⁶ Eine Auflistung der vorgeschlagenen Themen mit ausführlicher Beschreibung befindet sich im Anhang.

¹⁷ Die Tests und Klausuren befinden sich im Anhang.

¹⁸ Eine Zusammenstellung der Leistungsanforderungen befindet sich im Anhang.

und die Atmosphäre während der Veranstaltung durchweg gelobt. Dies scheint, wenn man das sehr gute Abschneiden der Studierenden betrachtet, über das eher hoch bewertete Niveau und die teilweise als zu schnell empfundene Präsentation des Stoffes hinweg geholfen zu haben. Auch die Übungen werden von einer großen Mehrheit der Studierenden als Hilfestellung zum Verständnis des Stoffes gesehen. Verantwortlich für den Erfolg der Studierenden ist sicher auch ihr eigenes Engagement. So wurde mit durchschnittlich 7,5 zusätzlichen Arbeitsstunden pro Woche viel Zeit in die Bearbeitung der Übungsaufgaben und die Nachbereitung des Stoffes gesteckt¹⁹. Auch gaben die Studierenden an, nahezu immer in den Übungen anwesend gewesen zu sein und ihre Aufgaben selbstständig bearbeitet zu haben.

Zu den Übungsaufgaben in Analysis I (40% der Endnote) wurden im Durchschnitt 80% richtige Lösungen abgegeben, wobei kein Teilnehmer die geforderten 50% unterschritt. Der Test stellte sowohl für den Dozenten als auch für jeden einzelnen Teilnehmer die Möglichkeit einer Rückmeldung zum erreichten Stand der Leistungen dar. Er war für die meisten Studierenden die erste schriftliche Leistungsabfrage in Mathematik an der Universität und musste nicht zwingend bestanden werden, hatte aber Gewicht (20%) in der Endnote. Der Test wurde im Schnitt mit der Note 2,2 abgeschlossen, wobei die Durchfallquote bei 8% lag. Anders als im ersten Projektjahr musste die abschließende Klausur (30% der Endnote) bestanden werden, auch wenn unter Umständen bereits durch Übungen und Test genug Punkte zum Bestehen des Scheins gesammelt wurden. Damit sollte die Verbindlichkeit der Klausur erhöht werden und die Studierenden dazu angeregt werden, sich in der Vorbereitung noch einmal individuell wiederholend mit dem Stoff auseinander zu setzen. An der Klausur nahmen vier der 59 Studierenden nicht teil, da sie bereits zu diesem Zeitpunkt den Entschluss gefasst hatten, den Studiengang zu wechseln. Ein Student fehlte wegen Krankheit. Von den angetretenen Teilnehmern wurde eine Durchschnittsnote von 2,2 erreicht. 6% der Teilnehmer erreichten die Grenze von 50% richtigen Lösungen nicht und bestanden somit die Klausur nicht. Von diesen nutzte eine Studentin die Möglichkeit zur mündlichen Nachprüfung und bestand. Die anderen nutzten diese Chance nicht und gaben auch die Hausarbeit (10% der Endnote) nicht mehr mit ab.

¹⁹ Im Sinne der Konzeption der Studienordnung werden für eine 6 stündige Vorlesung ca. 6 Zeitstunden häusliche Arbeit berechnet.

Note	Sehr gut (1,0 – 1,5)	Gut (1,6 – 2,5)	Befriedigend (2,6 – 3,5)	Ausreichend (3,5 – 4,0)	Nicht durchgängig teilgenommen
Anzahl der Personen (N=59)	20	18	15	0	6

Tabelle 5: Endnoten Analysis I

Insgesamt ist festzuhalten, dass alle Studierenden, die auch die Hausarbeit anfertigten (53 von 59, die bis zum Ende am Übungsbetrieb teilnahmen) und bewerten ließen, am Ende den Kurs Analysis I mit einer Durchschnittsnote von 2,0 bestanden haben, wobei über ein Drittel der Teilnehmer im Bereich „sehr gut“ lag (vgl. Tabelle 5).

2.5. Analysis II

2.5.9. Konzeption

Die Lehrveranstaltung „Analysis II“ (Prof. Nickel) setzt inhaltlich und methodisch die „Analysis I“ fort. Somit stellt sie für die Projektstudierenden die einzige fachmathematische Veranstaltung im Sommersemester 07 dar.

Vorlesung

Die Vorlesung Analysis II ist im kanonischen Vorlesungszyklus die direkte Fortsetzung der Analysis I. Dabei gehen – im Unterschied zur Analysis I – die Inhalte erstmals wesentlich über den Schulstoff hinaus. Der Sprung von der Schulmathematik zur Analysis I bezieht sich vor allem auf die Präzision und Strenge der Darstellung, nicht so sehr auf die verstehensorientierte Vertiefung von bereits aus der Schule bekannten Themen der Differential- und Integralrechnung (dies ist die Aufgabe der „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“). In der Analysis II werden nun Inhalte verhandelt – etwa das Konzept der gleichmäßigen Konvergenz von Funktionenfolgen und die mehrdimensionale Analysis –, die nicht in den Lehrplänen der gymnasialen Oberstufe auftauchen, für das weiterführende Mathematikstudium allerdings unverzichtbar sind.

Dabei entstand speziell für das Siegener Teilprojekt die Schwierigkeit, dass ein Hauptthema der Vorlesung, nämlich die mehrdimensionale Analysis, wesentlich auf Begriffe und Resultate der Linearen Algebra aufbaut. Da normalerweise Analysis I und Lineare Algebra I im ersten Semester parallel gehört werden, stehen diese Resultate dann im zweiten Semester –

von den Studierenden mehr oder weniger sicher beherrscht – zur Verfügung. Wegen der gewünschten Verzahnung von „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ und „Analysis I“ wurde im ersten Semester bewusst auf eine universitätsmathematische Doppelbelastung (Analysis I und Lineare Algebra I) verzichtet, so dass nun in der Vorlesung Analysis II die Inhalte der Linearen Algebra – soweit benötigt – *ad hoc* entwickelt werden mussten. Dies hatte zwar einerseits den Nachteil des „Zeitverlustes“ und des Einschlebens „analysisfremder“ Inhalte, bot aber andererseits den Vorteil, die abstrakten Begriffe der Linearen Algebra (Vektorraum, Skalarprodukt, etc.) zusätzlich aus analytischer Perspektive motivieren zu können.

Die Komplexität der darzustellenden Konzepte erschwerte zudem eine konsequente historisch-genetische Perspektive wesentlich. Als Ausgleich wurden einzelne Themen zum historischen und kulturellen Hintergrund in Exkursen dargestellt bzw. in einzelnen Übungsaufgaben thematisiert. Im Einzelnen wurden Exkurse zu den folgenden Themen in die Vorlesung integriert:

- a) Zur Genese des Begriffes der gleichmäßigen Konvergenz (Die Methode der Beweisanalyse nach Imre Lakatos).
- b) René Descartes und die Arithmetisierung der Geometrie.
- c) Johann Bernoulli und das Brachystochronen-Problem: die Zykloide.

Übungen

Als Ergänzung zur vierstündigen Vorlesung wurde auch im Sommersemester wieder eine zweistündige Übung angeboten. Inhaltlich und methodisch wurde weitgehend das erprobte Konzept (siehe Analysis I) beibehalten.

Repetitorium

Leider wurde die freiwillige Möglichkeit zur zusätzlichen Unterstützung im ersten Semester nur recht zögerlich genutzt, so dass im Sommersemester 2007 die Modalitäten geändert wurden. Nun hatte auf Anweisung des jeweiligen Übungsleiters jede Abgabegruppe mindestens einmal im Semester einen Pflichttermin, wobei der individuelle Leistungsstand ausschlaggebend war. Zusätzlich gab es weiter die Möglichkeit, auf eigene Initiative das Angebot wahrzunehmen. Um dem Mehraufwand gerecht zu werden, wurde das Repetitorium

im zweiten Semester durch einen weiteren Studenten aus dem ersten Projektjahr (Simon Meyer) betreut.

Auch organisatorisch entstand durch die Anwesenheitspflicht im zweiten Semester und die damit verbundene Terminsuche ein erheblicher Mehraufwand für die Tutoren. Ein weiteres Problem bestand darin, dass die Abgabegruppen nicht immer leistungshomogen zusammengesetzt waren, so dass schon in einer solchen Kleingruppe sehr unterschiedliche Fragen hätten thematisiert werden müssen. Dabei zeigten sich tendenziell die Studierenden im mittleren bis oberen Notenbereich wesentlich kommunikativer und gewillter, das Angebot anzunehmen. Viele der "schwachen" Studierenden ließen sich selten auf die Gespräche ein oder entzogen sich den Sitzungen ganz.

Abschließend ist festzuhalten, dass viele Studierende sehr froh waren, eine Anlaufstelle (außerhalb der Übungen) für ihre Fragen und Verständnisschwierigkeiten zu haben und diese auch gerne regelmäßig außerhalb ihres Pflichttermins nutzten. Um jedoch auch diejenigen zu erreichen, die aufgrund ihrer Leistungen mehr Hilfe brauchen würden, aber keine entsprechende Eigeninitiative zeigen, ist über eine andere Struktur nachzudenken.²⁰

2.5.10. Ergebnisse

Vor allem in der Zwischenerhebung wird deutlich, dass der Stoff der Analysis II von den Studierenden als wesentlich schwieriger und teilweise auch überfordernd empfunden wird als dies noch in der Analysis I der Fall war. Dies steht allerdings im Missverhältnis zu den Angaben zum eigenen Engagement der Studierenden. So liegt die durchschnittlich für die Nachbearbeitung aufgewendete Zeit bei 5,7 Stunden, also sogar unter dem für eine sechsstündige Veranstaltung anzusetzenden Satz. Auch gaben relativ viele Studierende (12 von 45) an, dass sie fast nie oder selten die Veranstaltung nacharbeiten. In den offenen Fragen wurde vor allem der persönliche Zeitmangel als Problem beschrieben. Dies scheint aber generell eine Folge der Modularisierung des Studiums sowie der Einführung von Studiengebühren zu sein, und weniger mit der Organisation der Projektveranstaltung zusammen zu hängen. Besonders gelobt wird dagegen, wie auch schon in der Analysis I, das Engagement des Dozenten und der Übungsleiter, sowie die gute Atmosphäre, so dass sich die

²⁰ Eine mögliche Lösung ist die Einführung von so genannten Präsenzübungen, wie sie zur nächsten Analysisveranstaltung im Wintersemester 07/08 von der Curricularkommission des Fachbereiches geplant sind.

große Mehrheit der Studierenden in der Gruppe gut aufgehoben fühlte. In einer Antwort einer Studentin oder eines Studenten auf eine offene Frage aus der Fachbereichsevaluation wurde die auch in Nebengesprächen wahrgenommene Stimmung wie folgt auf den Punkt gebracht: „*Ich fand die Veranstaltung eigentlich sehr gut, der Stoff war zwar anspruchsvoll aber im Großen und Ganzen nachvollziehbar. Der Dozent war sehr engagiert und verständnisvoll.*“

Die Analysis II-Veranstaltung besuchten insgesamt 54 Studierende (52 aus der vorherigen Analysis I sowie 2 neu dazu gewonnene Studenten). Besonders positiv zu werten ist, dass keiner dieser Teilnehmer vorzeitig die Veranstaltung abbrach, was im Vergleich zu herkömmlichen Veranstaltungen im zweiten Semester nicht selbstverständlich ist. Die Übungen (50% der Endnote) wurden vergleichbar mit denen in Analysis I weiterhin gut bearbeitet (im Durchschnitt 86% richtige Lösungen). Die Ergebnisse aus Test und Klausur dagegen lagen wesentlich unter denen des vorherigen Semesters. So wurde der Test (20% der Endnote) mit einer Durchschnittsnote von 3,6 abgeschlossen, wobei die Durchfallquote mit 30% sehr hoch war. Die Klausur (30% der Endnote), deren Bestehen auch in diesem Semester für den Scheinerwerb zwingend war, wurde im Durchschnitt mit der Note 2,9 bestanden. Für die 22%, die nicht bestanden, gab es die Möglichkeit einer mündlichen Nachprüfung. Diese Gelegenheit, sich noch einmal wiederholend mit dem Stoff auseinander zu setzen, nutzten abgesehen von einer Hochschulwechslerin alle bis auf eine Studentin erfolgreich.

Note	Sehr gut (1,0 – 1,5)	Gut (1,6 – 2,5)	Befriedigend (2,6 – 3,5)	Ausreichend (3,5 – 4,0)	nicht bestanden
Anzahl der Personen (N=54)	9	18	21	4	2

Tabelle 6: Endnote Analysis II

Insgesamt wurde der Kurs Analysis II schlechter abgeschlossen als Analysis I (vgl. Tabelle 6). Mit einer durchschnittlichen Endnote von 2,4 und einer Durchfallquote von lediglich 4%, liegt das Ergebnis jedoch weit über dem Durchschnitt einer hochschulmathematischen Veranstaltung für das zweite Fachsemester.

2.6. Forum

*„Ja, besonders am Schluss hat man die Verbindung gesehen, aber auch zwischendurch zeigten sich Verflechtungen; auch das Forum hat viel dazu beigetragen“
(Evaluation „Analysis I“ WS 07)*

2.6.11. Konzeption

Das Forum als Verbindung zwischen den Veranstaltungen „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ und „Analysis I“ sollte dazu dienen, Gemeinsamkeiten aufzudecken, unterschiedliche Perspektiven der beiden Zugänge zur Analysis zu diskutieren sowie eine vertiefte Sicht auf die Kernideen des Fachs zu gewinnen. Als Reaktion auf die Kritik aus der ersten Projektgruppe, die Struktur der Veranstaltung sei zu offen, und die Problematik, dass die Themen in „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ und „Analysis I“ zeitlich vor allem zu Beginn nicht parallel behandelt werden können, wurde die Veranstaltung für das Wintersemester neu konzipiert. Zum einen wurden die Sitzungen deutlicher als bisher gelenkt, wobei aber versucht wurde durch entsprechende Arbeitsaufträge und Materialien²¹ die Teilnehmer zum eigenaktiven Umgang mit den Themen und zur Diskussion anzuregen. Zum anderen wurden die Themen sowohl inhaltlich als auch personell den Veranstaltungen deutlicher zugeordnet. Folgende Themen wurden behandelt:

25.10.	Ableitungsregeln – eine Wiederholung
08.11.	Historische Aspekte reeller Zahlen
15.11.	Die „e-Funktion“
22.11.	Die „log-Funktion“
13.12.	$0,999\dots=1?$
20.12.	Eine Geschichte aus dem „Zahlenteufel“
10.01.	Leibniz
17.01.	Numerische Integration
24.01.	Fragen zu beiden Klausuren

Tabelle 7: Zeitplan Forum

2.6.12. Ergebnisse

Am Forum nahmen regelmäßig zwischen 15 und 20 Studierende teil und brachten sich auch sehr aktiv ein. Am 15.12.07 wurden alle Studierenden zu den Gründen ihres

²¹ Eine Sammlung der Materialien zu den Forumssitzungen befindet sich im Anhang.

Teilnahmeverhaltens befragt. Dabei gab die Hälfte der Studierenden, die nicht regelmäßig die Forumssitzungen besuchte, Terminprobleme für ihr Fernbleiben an. Auch die „geringe Relevanz der Themen“ wurde häufiger als Grund genannt und angegeben, dass eher teilgenommen würde, wenn die Themenwahl mehr Bezug zu den Veranstaltungen aufweisen würde. Dies steht allerdings im Kontrast zu der Bedeutung, die die Forumsteilnehmer in der gleichen Befragung den Sitzungen beimessen. Dort wird an erster Stelle die „Vertiefung und Wiederholung“ (21 Nennungen) genannt, gefolgt von der positiv bewerteten „Behandlung zusätzlicher Themen“ (11 Nennungen). Die methodische Gestaltung wird nicht mehr als besonderer Kritikpunkt angeführt, so dass festgehalten werden kann, dass die Veränderungen zum ersten Projektjahr ihr Ziel erreicht haben.

Die Aussagen der Studierenden zeigen, dass sich der Sinn des Forums - die Verknüpfung der Hochschulanalysis mit der Schulanalysis - erst durch die Teilnahme und die angeleitete Auseinandersetzung mit den Themen erschlossen hat. Dieser müsste also zu Beginn einer solchen Veranstaltung deutlicher kommuniziert werden und in der Ankündigung der Themen offensichtlicher gemacht werden. Verbunden mit dem Eindruck der Studierenden ist die Schwierigkeit, dass Themenbereiche aus guten Gründen in „Analysis I“ und „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ zeitlich nicht parallel behandelt werden, so dass der Brückenschlag dann erst im Nachtrag möglich wird oder dieser den Studierenden erst im Nachhinein deutlich werden kann.

2.7. *Vorkurs*

*„Auffrischung von Themen, die man in der Schule bereits angeschnitten hat; man bekommt wieder das Gespür, 'wie man lernt'“
(Befragung zum Vorkurs 06.10.06)*

2.7.13. **Konzeption**

Vom 25.09.06 bis zum 06.10.06 fand unter der Anleitung von studentischen und wissenschaftlichen Mitarbeitern des Projektteams (Susanne Spies, Simon Meyer, Thomas Mockenhaupt) ein Mathematikvorkurs speziell für Studienanfänger für das gymnasiale Lehramt statt. Dieser sollte die zukünftigen Projektstudenten, wie jeder Vorkurs, auf das Studium der Mathematik vorbereiten. Das bedeutet, dass in diesen zwei Wochen evtl. verschüttetes Schulwissen wieder aktiviert werden sollte, sowie vorbereitend in die Denk- und Arbeitsweisen der Mathematik als Wissenschaft eingeführt werden sollte. Außerdem sollte der Kurs auch dazu dienen, erste Kontakte zu Kommilitonen zu knüpfen, die den Start in

einem Fach wie Mathematik erheblich erleichtern. Diese Ziele wurden, speziell auf die Lehramtsausbildung zugeschnitten, nicht in Form einer klassischen Vorlesung angegangen, sondern über eine aktive Auseinandersetzung der Studenten mit verschiedenen Themenbereichen. Die 32 Teilnehmer arbeiteten sich dazu anhand von Fragen und Aufgaben ein, um in der zweiten Kursphase diese den anderen Teilnehmern zu präsentieren.²² Die Kursleiter waren jeweils für verschiedene Themen zuständig und übernahmen dabei eine Moderatorenfunktion. Es gab Gruppen zu den folgenden Themen:

- Aussagenlogik und mathematische Zeichen
- Beweise und Beweisen - „philosophischer“ Teil
- Beweise und Beweisen - „praktischer“ Teil
- Kombinatorik & binomische Formeln
- Komplexe Zahlen
- Mengenlehre
- Computereinsatz in der Mathematik

Bei der Themenauswahl wurde zugunsten einer intensiven und konstruktiven Auseinandersetzung mit dem Stoff bewusst auf einige typische Vorkursinhalte verzichtet. Auch sollte den Veranstaltungen fachlich nichts vorweg genommen werden.

2.7.14. Ergebnisse

Die Studierenden arbeiteten durchweg gut mit und lobten die Arbeitsform. In der Präsentationsphase waren, wie im ersten Semester zu erwarten, fachlich und vor allem organisatorisch nicht alle Gruppen gleich gut aufgestellt. Dies zeigen auch die Ergebnisse der Befragung zum Abschluss des Kurses. So wurde die eigenaktive Auseinandersetzung mit einem bestimmten Themenfeld positiv bewertet, wie die folgenden Zitate zeigen: „*Das selbständige Arbeiten sowie etwas selbständig verstehen waren neue Aspekte, die ich in der Schule weniger gelernt habe*“ oder auch „*eigene Erarbeitung und Präsentation der Inhalte: man setzt sich mit dem Thema intensiver auseinander*“. Auch wurde immer wieder hervorgehoben, durch die Erarbeitungsphase bereits viele Mitstudenten kennengelernt zu haben. Allerdings wurde auch deutlich, dass bei der inhaltlichen Auswahl die Erwartungen eher auf einem stärkeren Wiederholen von Schulstoff lagen.

²² Die Arbeitsblätter und die von den Studierenden erstellten Handouts und Folien wurden in einem Reader den Studenten zur Verfügung gestellt und sind im Anhang zu finden.

Insgesamt lag durch diese Art der Vorkursgestaltung der Schwerpunkt auf den für das Studium nötigen sozialen und methodischen Kompetenzen und nicht so sehr auf der fachlichen Wiederholung von Schulstoff oder Vorwegnahme von Vorlesungsinhalten. Die Studierenden haben im Umgang mit einem begrenzten Gebiet erste Erfahrungen im konstruktiven Umgang mit Mathematik machen können. Sie haben Gleichgesinnte kennengelernt und konnten sich so gleich zu Beginn des Studiums als eigenständige Gruppe der Lehramtstudierenden erleben.

2.8. *Projektwochenende*

*„Es war lehrreich, hat uns allen aber auch viel Spaß bereitet und diejenigen, die nicht mit dabei waren, bereuen es schon.“
(Aus einer Lösung zu Analysis II, Aufg. 6*)*

Auch im zweiten Projektjahr fand vom 20.4. bis zum 22.4.2007 eine gemeinsame Tagung der Projektgruppen aus Gießen und Siegen statt. Veranstaltungsort war die Jugendburg Freusburg (Kirchen/Sieg). Das Seminar untergliederte sich in verschiedene Themenschwerpunkte mit unterschiedlichen Anforderungen an die Studierenden. So konnten sie von dieser Veranstaltung nicht nur im inhaltlich-mathematischen Bereich profitieren, sondern auch Vortragstechniken erlernen, ihre sozialen Kompetenzen und ihre Kommunikations- bzw. Diskussionsfähigkeit verbessern, einander besser kennen lernen und Erfahrungen austauschen. Dazu waren im offiziellen Programm, neben den fachlichen auch Aktivitäten, wie eine Steckbriefaktion oder das Rittersaal-Quiz vorgesehen. Ein gemeinsames Conference-Dinner rundete die Veranstaltung ab.

Das fachliche Programm begann mit einem Gastvortrag von Prof. Dr. Prediger (Universität Dortmund) zum Thema „Mathematik verstehen lehren“, der die Studierenden zum Überdenken ihrer bisherigen Erfahrungen anregte und eine Diskussionsgrundlage im Hinblick auf das zukünftige Berufsfeld der angehenden Lehrerinnen und Lehrer schaffte. Weiter folgten Computerworkshops der Gießener Studierenden und Vorträge von Siegerner Teilnehmern, die die Themenvielfalt der Veranstaltungen des Wintersemesters widerspiegeln²³. Abgerundet wurde das Programm durch eine Podiumsdiskussion mit erfahrenen Lehrern, Fachleitern und Examenskandidatinnen (Dr. Dankwart Vogel, Bielefeld; Eckard Göbel, Siegen; Melanie Röder und Sabrina Schäfer, Gießen).

²³ Eine Auflistung der Themen so wie das Programm des Wochenendseminars befinden sich im Anhang.

Die Studierenden beider Universitäten waren hoch motiviert und arbeiteten in den Workshops mit großem Engagement, nahmen interessiert an den Vorträgen teil und diskutierten die dargebotenen Inhalte und Aspekte. In einer nachträglichen Aufgabe²⁴ wurde das Seminarwochenende als Möglichkeit des gemeinsamen Erfahrungsaustausches seitens der Studentinnen und Studenten sowohl aus sozialen als auch aus fachlichen Gründen als sehr positive und identitätsstiftende Erfahrung herausgestellt.

2.9. *Exkursion zum Mathematikum*

*„In diesem Sinne war unser Besuch im Gießener Mathematikum ein echter Höhepunkt, denn hier ist die Mathematik wirklich zum (Be-)greifen nah.“
(Achim Klein)*

Am 30.06.2007 fand wieder ein gemeinsames Treffen der Projektgruppen Siegen und Gießen im Mathematikum in Gießen statt. Nach einer Begrüßung und Einführung durch Prof. Beutelspacher konnten insbesondere die Siegener Studierenden, denen das Mathematikum zumeist noch unbekannt war, die verschiedenen mathematischen Exponate und Möglichkeiten dieser besonderen Ausstellung erkunden. Für die Projektgruppe Siegen waren vor allem die zahlreichen Exponate mit Analysis hintergrund von Interesse.

Nach einem gemeinsamen Mittagessen im Mathematikum hatten die Studierenden Zeit, sich informell über ihre Erfahrungen mit dem Projekt und die Veranstaltungen auszutauschen. Bei einer mathematischen Stadtführung wurde abschließend ein besonderer Blick auf Gießens Innenstadt gerichtet.

2.10. *Begleitende Untersuchungen*

“The connection between a teacher's beliefs and his teaching practice is well-documented. If a teacher thinks that the learning of mathematics happens at its best by doing calculation tasks, his teaching will concentrate on doing as many calculations as possible. This phenomenon has already been observed more than ten years ago: Teachers' different teaching philosophies (belief systems) will lead to different teaching practices in classrooms (Lerman 1983; also Ernest 1991).”²⁵

Mathematikunterricht soll den Schülerinnen und Schülern ein adäquates, gültiges Bild der Disziplin Mathematik vermitteln. Der Facettenreichtum des Faches soll - exemplarisch an zentralen Punkten und Fragestellungen aufgezeigt - beleuchtet werden, um anhand dieser

²⁴ In der Übung zu Analysis II wurde in Aufgabe 6* (siehe Anhang) ein knappes Résumé zur Tagung gefordert.

²⁵ Pehkonen, E./ Törner, G.: Introduction to the abstract book for the Oberwolfach meeting on belief research.

Beispiele in die Arbeits- und Denkweisen der Mathematik einzuführen und herauszuarbeiten, was die Mathematik in ihrem Wesen ausmacht.

Neben fachlichem Können hat sich in den letzten Jahren besonders eine Einflussgröße, genauer eine ganze Gruppe von Einflussfaktoren, auf die Qualität mathematischer Lehr- und Lernprozesse herauskristallisiert, das so genannte „Mathematische Weltbild“²⁶. Das Mathematische Weltbild, ein vielschichtiger Komplex „von Einstellungen gegenüber (Bestandteilen) der Mathematik“, beinhaltet „subjektiv implizites Wissen über die Mathematik, das ein weites Spektrum an Vorstellungen umfasst“²⁷: Was macht das Wesen von Mathematik aus? Was sind deren zentrale Ideen und Aufgaben? Wie geschieht Lehren und Lernen von Mathematik?

Beobachtungen zeigen, dass sich mathematische Einstellungen selbst reproduzieren, indem sie vom Lehrer über den Unterricht und die darin stattfindenden mathematischen Erfahrungen an den Schüler weitergegeben werden. Für die Lehrerausbildung im Sinne „ganzheitlicher“ mathematischer Erfahrungen bedeutet dies, das mathematische Weltbild, das die Studierenden aus den Schulen mitbringen, möglichst früh auszudifferenzieren und zu relativieren, um auf diese Weise alte Denkmuster aufzubrechen und zur Erweiterung der zumeist eingeschränkten Sichtweise auf die Mathematik anzuregen. Dieser Ansatz wird im Projekt „Mathematik Neu Denken“ konsequent verfolgt.

Zur Erfassung des mathematischen Weltbildes der Studierenden und dessen Veränderung im Laufe des Projekts wurden mehrere Erhebungen quantitativer Natur angesetzt. Insgesamt fanden über das Projektjahr verteilt 3 Erhebungen mittels Fragebögen statt. Weitere qualitative Anteile fanden sich jeweils in den Zwischenerhebungen und Veranstaltungsendevaluationen in Form von offenen Fragen.

Die Fragebögen als quantitatives Erhebungsinstrument basierten auf den Entwürfen des ersten Durchgangs. Die Anzahl der Items, die größtenteils an solche in bereits bestehenden und erprobten belief-Erhebungen angelehnt waren und den Erhebungsbögen des ersten Projektjahres entnommen waren, wurde jedoch deutlich gekürzt; teilweise wurden die Fragen umformuliert. Die Bögen umfassten

²⁶ Siehe dazu etwa die Arbeiten von Tietze, Törner, Grigutsch oder Schoenfeld.

²⁷ Törner, G. / Grigutsch, S., 1994.

- MW I (Eingangserhebung mit Sozialdaten; n = 58): 33 Items zu mathematical beliefs und 7 weitere Items zu Sozialdaten
- MW II (Folgerhebungen ohne Sozialdaten; n = 20): 33 Items zu mathematical beliefs
- MW III (Folgerhebungen ohne Sozialdaten; n = 14): 32 Items zu mathematical beliefs

MW II und MW III unterschieden sich weiterhin dadurch, dass diverse Items, die in MW II gezielt auf die eigenen Erfahrungen der Studierenden mit Mathematik in der Schule gerichtet waren, derart umformuliert wurden, dass nun ein normativer Ausblick auf zukünftigen Mathematikunterricht gefordert war.²⁸

Die Erhebungitems können den von Grigutsch, Raatz und Törner bzw. Köller, Baumert und Neubrand herausgearbeiteten Dimensionen des mathematischen Weltbildes zugeordnet werden. Jede dieser Dimensionen wurde wiederum durch mehrere semantisch ähnliche bzw. gegensätzliche Items abgedeckt:

Formalismus-Aspekt: Exaktheit mathematischen Denkens und Arbeitens.

Itembeispiel: „*Mathematik ist streng und logisch aufgebaut.*“

Anwendungs-Aspekt: Relevanz der Mathematik in vielen angewandten Bereichen

Itembeispiel: „*Mir ist im Mathematikunterricht nur selten klar geworden, dass die dort behandelte Mathematik auch mit realen Anwendungen zu tun hat.*“

Prozess-Aspekt: Art und Weise erfolgreichen Lösens von Mathematikaufgaben

Itembeispiel: „*Im Mathematikunterricht soll man die Gelegenheit haben, Mathematik zu „entdecken“ und zu „erforschen“.*“

Schema-Aspekt: Mathematik als bloße Anwendung mathematischer Algorithmen

Itembeispiel: „*In der Mathematik kommt es darauf an, Regeln und Verfahren zu behalten und anzuwenden.*“

²⁸ Die Fragebögen und Auswertungen befinden sich im Anhang.

Schemaorientierung: Engführung der Lösungswege oder Zulassen alternativer Herangehensweisen

Itembeispiel: „*Im Mathematikunterricht sollen immer auch alternative Lösungsmöglichkeiten und Ansätze für mathematische Probleme und Aufgaben besprochen werden.*“ (hier: negativ formuliertes Item)

Ergebnisse

Vorab soll die stetig schwindende Zahl an Erhebungsteilnehmern im Verlaufe der drei Erhebungen erwähnt werden. Aus organisatorischen Gründen musste auf eine Bearbeitung der Fragebögen innerhalb der Veranstaltungen verzichtet werden, die Studierenden sollten die Bögen zu Hause ausfüllen und innerhalb einer gesetzten Frist wieder zurückgeben. Aufgrund der fehlenden Koppelung etwa an die Scheinvergabe und einer wie auch schon im ersten Projektjahr beobachtbaren Erhebungsmüdigkeit ließ der Rücklauf allerdings, trotz mehrmaliger Aufforderung, zu wünschen übrig. Die Angaben im Folgenden sollten daher mit Vorsicht betrachtet werden.

Insbesondere die eingangs geäußerten Vermutungen bezüglich des Mathematikunterrichts in der Schule und des damit zusammenhängenden mathematischen Weltbildes, das die Studierenden aus der Schule an die Universität mitbringen, finden sich in der Eingangserhebung bestätigt. Ein großer Teil des schulischen Mathematikunterrichts konzentriert sich auf das kalkülorientierte Arbeiten mit Regeln und Verfahren. Dass die in der Schule behandelte Mathematik aber auch mit realen Anwendungen zu tun hat, haben leider nur wenige erfahren können. Anwendungsbezüge zur Mathematik in Alltag und Umwelt wurden nur selten hergestellt, meist beschränkte man sich auf formale und abstrakte Betrachtungen. Auch entdeckendes und erforschendes Lernen mathematischer Phänomene fand kaum statt.

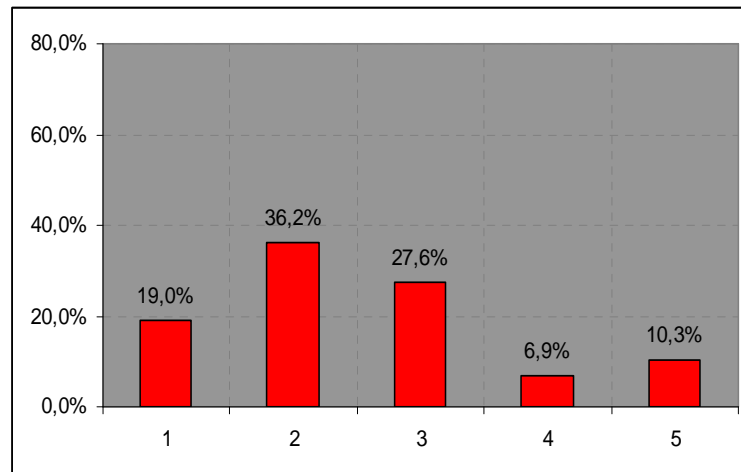


Abbildung 2: Auswertung Item 2.12 (MW I- WS 06/07): Im Mathematikunterricht hatte man die Gelegenheit, Mathematik zu entdecken und zu erforschen. (1: trifft gar nicht zu - 5: trifft voll zu)

Um so erstaunlicher ist aber, dass trotz eines eher einseitig kalkül- und formalismusorientiert beschriebenen Mathematikunterrichts die Studierenden schon ein ausgeprägtes Gespür für die Bedeutung einer verständnisorientierten Mathematik zeigten, die auf die eigenaktive Erschließung mathematischer Zusammenhänge setzt. Die Vorstellung, bei Mathematik handele es sich um ein zweckfreies, formales Spiel, wird nicht unterstützt, obwohl der „genossene“ Mathematikunterricht gerade ein solches Bild favorisiert haben müsste. Vielmehr werden Kalkülaspekte geradezu abgelehnt und stattdessen die Wichtigkeit verschiedener Zugänge, die Möglichkeit, Probleme von verschiedenen Blickwinkeln aus betrachten zu können und die Bedeutung vernetzten Lernens herausgestellt. Die Studierenden bringen somit schon ein ausdifferenzierteres mathematisches Weltbild mit, als ihr Mathematikunterricht eigentlich hätte erwarten lassen.

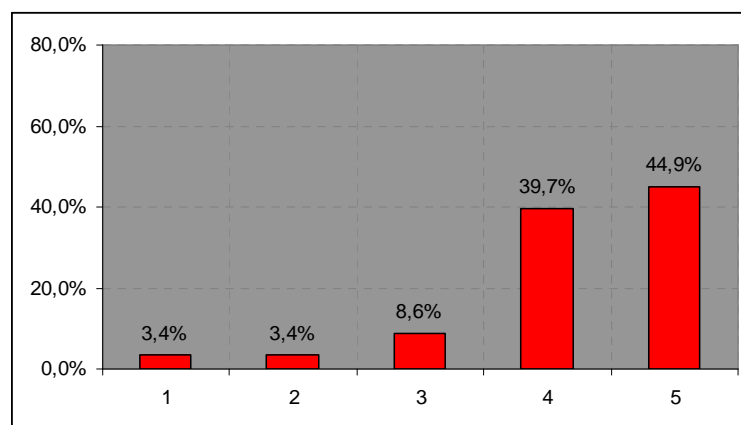


Abbildung 3: Auswertung Item 3.12 (MW I - WS 06/07): Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben, kreativ sein. (1: trifft gar nicht zu - 5: trifft voll zu)

Zwar berichtet der größte Teil der Studierenden über nur geringe Erfahrungen mit erforschendem und entdeckendem Lernen im eignen Unterricht (MW I), schätzt aber bereits am Ende des ersten Studienjahres diesen Aspekt als sehr bedeutend für zukünftiges Lernen und Lehren von Mathematik ein (MW III). Wie aus informellen Gesprächen und auch aus mit Studierenden geführten Interviews hervorgeht, können diese Diskrepanzen nur zum Teil mit einer Ausdifferenzierung des mathematischen Weltbildes aufgrund der Projektveranstaltungen erklärt werden. Vielfach bringen die Teilnehmer diese Vorstellungen aus der Schule direkt mit - insbesondere dann, wenn sie den selbst erlebten Mathematikunterricht eher kritisch einschätzten.

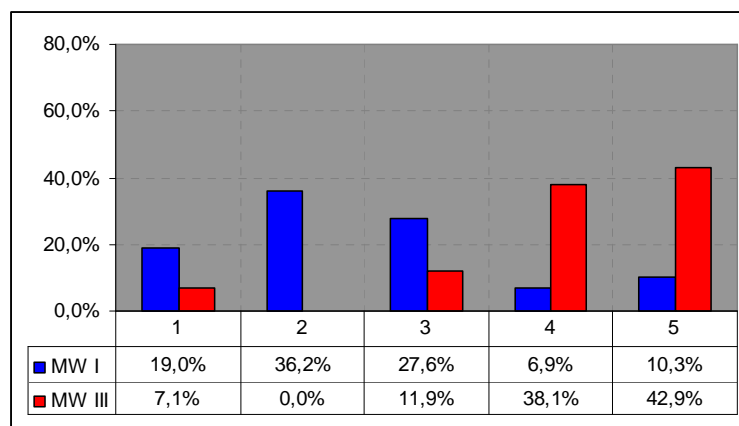


Abbildung 4: Vergleich Auswertung Item 2.12 (MW I/III) - WS 06/07: Im Mathematikunterricht hatte (sollte) man die Gelegenheit (haben), Mathematik zu „entdecken“ und zu „erforschen“. (1: trifft gar nicht zu - 5: trifft voll zu)

Wie bereits im Vorjahr, so zeigen sich auch im zweiten Projektjahr die aus der belief-Forschung bekannten Beobachtungen, dass beliefs eine ausgeprägte Trägheit gegenüber Veränderungen aufweisen²⁹. Ihre Revidierung bzw. Relativierung stellt einen äußerst langwierigen Prozess dar, der einer ausdauernden Anstrengung und der systematischen Ausdifferenzierung bedarf.

Die oben bereits angedeuteten Diskrepanzen zwischen eigenen Erfahrungen mit Mathematikunterricht und Vorstellungen davon, wie man es „besser“ machen könnte, sind durchaus als Anzeichen eines sich abzeichnenden Wandels des mathematischen Weltbildes zu deuten. Ein weiteres Beispiel diesbezüglich ist die anfängliche Skepsis einiger Studierenden

²⁹ Vgl. Berger, 1999.

mit konstruktiven, prozessorientierten Sichtweisen auf die Mathematik in der „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“. Die behandelte Mathematik wurde als wenig konkret und handfest angesehen und stimmte scheinbar nicht mit dem überein, was man aus der Schule kannte. Im Laufe des Semesters änderte sich das Bild jedoch und die Bedeutung eines umfassenderen Bildes von Mathematik wurde zunehmend erkannt und auch für gut befunden.

Es bleibt somit festzustellen, dass die Vorstellungen, die die Studierenden bereits aus der Schule an die Universität mitbrachten, sehr ermutigend und ein gutes Fundament für die durch das Projekt angestrebten Ziele waren. Eventuell lassen sich aus den Einstellungen der Evaluationsteilnehmer sogar Rückschlüsse auf einen sich schon langsam vollziehenden Paradigmenwechsel im schulischen Mathematikunterricht schließen. Dennoch überwiegt, wie den Angaben der Studierenden und den geführten Interviews entnommen werden kann, immer noch deutlich die traditionelle Sicht auf das Fach und das Lernen und Lehren von Mathematik. Dafür sprechen die fehlenden bzw. mangelnden Erfahrungen und anfängliche Skepsis im Umgang mit prozess- statt produktorientiertem Unterricht oder mit sozialen, kooperativen Lernformen. Dass die Ausdifferenzierung des mathematischen Weltbildes in einem Projektjahr noch am Anfang steht und große Veränderungen eher nicht zu erwarten sind, darf vor dem Hintergrund der Hartnäckigkeit solcher Einstellungen nicht verwundern. Was sich über viele Jahre aufgebaut und entwickelt hat, kann nicht in kurzer Zeit geändert werden. Dennoch stimmen die sich abzeichnenden Entwicklungen optimistisch.

Optimierungsansätze ergeben sich zum einen bei den Fragebögen selbst, zum anderen bei den Rückgabemodalitäten, wenn die Erhebungen außerhalb der Veranstaltungen stattfinden müssen. Neben der Einschätzung des eigenen Unterrichts sollte bereits die erste Erhebung auch normative Fragen zum Mathematikunterricht enthalten. Die erste Erhebung würde somit deutlich umfangreicher als bisher. Alle Folgerhebungen würden dann den deskriptiven Teil ausblenden und sich lediglich auf die normativen Aspekte beschränken. Zu überlegen wäre auch, die Anzahl der Items insgesamt zu kürzen. Aufgrund der (auch in Zukunft zu erwartenden) geringen Teilnehmerzahlen bieten sich „große“ Analyseverfahren, etwa die Extraktion von Faktoren, nicht an und die Daten sind, was deren Aussagekraft angeht, mit Vorsicht zu betrachten. Die Erhebung der einzelnen Aspekte des mathematischen Weltbildes über mehrere, teils gegenläufige Items könnte zudem auf die jeweils aussagekräftigsten Fragen reduziert werden.

Um der Erhebungsmüdigkeit entgegenzuwirken und dennoch den organisatorischen Schwierigkeiten im Zusammenhang mit der Bearbeitung der Bögen in den Veranstaltungen Rechnung zu tragen, werden in Zukunft alle Evaluationen elektronisch durchgeführt.³⁰

Für die weitere Begleitung der ersten und zweiten Projektgruppe hinsichtlich der Erfassung von Änderungen des mathematischen Weltbildes bieten sich die oben angeführten Optimierungsansätze nur zum Teil an. Eine veränderte Fassung des Erhebungsbogens MW III, der für beide Gruppen geeignet erscheint, sollte hier auch zum Einsatz kommen. Da die Studierenden des ersten und zweiten Projektjahres allerdings nicht mehr gemeinsam im Verband studieren, die E-Mail-Adressen jedoch bekannt sind, erscheint auch hier der Wechsel zu Online-Erhebungen geboten.

³⁰ Bereits erste ermutigende Resultate liefern Versuche mit einer Software-Lösung für Evaluation und Umfrage („Vogon“), die zu Beginn des Wintersemesters 07/08 erstmals zum Einsatz kommen wird.

2.11. *Externes Interesse*

Während der gesamten zweijährigen Laufzeit des Projekts wurde die Projektidee fortgesetzt öffentlich kommuniziert:

- Sichtbarer Ausdruck der Wahrnehmung des Projekts durch die einschlägigen wissenschaftlichen Fachverbände waren
 - die Vorstellung des Projekts durch Prof. Danckwerts auf der Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) in Osnabrück (März 2006)
 - die zentrale Präsentation des Projekts durch Prof. Beutelspacher und Prof. Danckwerts im Rahmen der Jahrestagung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (DMV) in Bonn (September 2006)
 - die Präsentation des Projekts durch Prof. Beutelspacher und Prof. Danckwerts im Rahmen der gemeinsamen Jahrestagung von DMV und GDM in Berlin (März 2007)
- Auf Einladung stellt(e) Prof. Danckwerts das Projekt an folgenden Hochschulstandorten vor:
 - Universität Duisburg-Essen (November 2005)
 - Universität Saarbrücken (Juni 2006)
 - Universität Oldenburg (Juni 2006)
 - Universität Kassel (November 2006)
 - Universität Marburg (Dezember 2006)
 - Didacta Köln (März 2007)
 - Universität Dortmund (Mai 2007)
 - Universität Würzburg (Juni 2007)

- MNU Köln (September 2007)
 - Universität Hannover (November 2007)
 - Universität Freiburg (Mai 2008)
-
- Presseberichte und Interviews gab es mehrfach in den Gießener und Siegener Tages- und Universitätszeitungen, in der FAZ, im Bonner General-Anzeiger, in der NRZ und der Deutschen Universitätszeitung (DUZ).

3. Fazit und Ausblick

3.1. *Rückblick*

Die Frage nach dem Erfolg des Projektes „Mathematik Neu Denken“ soll im Rückblick auf die in der Vorstudie herausgearbeiteten Zielsetzungen beantwortet werden, nämlich dem berechtigten Anspruch von Lehramtsstudierenden nach fachbezogener Professionalität Rechnung zu tragen, die Verbindung zwischen Fach- und Berufsfeldbezug deutlicher werden zu lassen und somit wesentlich zur Identitätsstiftung von Lehramtsstudierenden beizutragen. Die aus den obigen Zielsetzungen abgeleiteten Desiderate waren

1. inhaltlich:

- Einbeziehen einer historisch-genetischen Sicht
- Anbahnung eines gültigen, prozessorientierten Bildes von Mathematik
- Integration von Anwendungen im Sinne modellbildender Aktivitäten
- Behandlung der Schulmathematik von einem höheren Standpunkt in einer eigens dafür geschaffenen Lehrveranstaltung
- frühe Integration fachdidaktischer Ausbildungskomponenten

2. methodisch:

- Balance zwischen Instruktion (durch den Lehrenden) und eigenaktiver Konstruktion von Wissen (durch die Lernenden)
- Ausbildung heuristischer Fähigkeiten

Insgesamt sollen die Lehramtsstudierenden als Gruppe mit eigener Identität, mit eigenen Bedürfnissen und Ansprüchen wahr- und ernst genommen werden. Daher spielten insbesondere

3. soziale Aspekte

eine entscheidende Rolle.

Die Erfolge, die das Projekt bereits im ersten Jahr bezüglich der genannten Ziele verzeichnete, konnten im zweiten Jahr bestätigt bzw. durch kleine Veränderungen in der Organisation noch übertroffen werden. Gerade die inhaltliche Komponente hat sich wiederholt für die Studierenden als wesentlicher Kristallisationspunkt der Identitätsstiftung erwiesen. Die anspruchsvolle Thematisierung schulanalytischer Inhalte in der „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ und das Spannungsfeld von Schulanalysis und Didaktik der Analysis wurden hinsichtlich der Verbindung von Fach- und Berufsfeldbezug als zentrale Elemente der Sinnstiftung empfunden, und den dort verhandelten Inhalten wurde ein großes Maß an Relevanz für den späteren Beruf zugeschrieben. Die Veranstaltungen begegneten damit der bei Lehramtsstudierenden oft beobachteten und häufig gestellten Sinnfrage.

Die hohe Akzeptanz der Analysis I/II-Veranstaltung beruht zum einen darauf, dass es gelungen ist, die historisch-genetische und philosophische Sicht auf die Wissenschaft explizit zu integrieren und damit zu einem prozessorientierten Bild von Mathematik beizutragen („Analysis als Kulturleistung“). Zum anderen war der neu strukturierte Übungsbetrieb konsequent darauf angelegt, die eigenaktive und kooperative Auseinandersetzung der Studierenden mit dem Gegenstand zu stärken. Die intendierte Balance von Instruktion und Konstruktion wurde damit umfassen realisiert: In der „Analysis I/II“ vor allem über das Zusammenspiel von Vorlesung und Übungen, in der „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“/ „Didaktik der Analysis“ in den Veranstaltungen selbst.

Besonders hervorzuheben ist die soziale Dimension des Projekts. Wie sämtliche Erhebungen und Befragungen ergaben und wie zudem auch spontanen Äußerungen einzelner Projektteilnehmer zu entnehmen war, fühlten sich die Studierenden beider Projektgruppen wohl und waren von der angenehmen Atmosphäre, dem ihnen entgegengebrachten Vertrauen und der Aufmerksamkeit, mit der sie bedacht wurden, sehr angetan - und oft sogar überrascht. Sie spürten, dass sie als Lehramtsstudierende mit ihrem Anliegen, mit eigenen Bedürfnissen und eigenen Anforderungen an das Studium ernst genommen wurden und gut aufgehoben waren. Auch konnte immer wieder beobachtet werden, dass sich über den fachlichen Austausch auch das soziale Gefüge der Projektgruppen positiv entwickelte. Einen wichtigen Beitrag zu diesem Erfolg leistete sicher die in Umfragen immer wieder hervorgehobene, exzellente Betreuung durch die Dozenten, Mitarbeiter und Tutoren sowie die zahlreichen sozialen Lernsituationen als Grundlage für das Miteinander-Arbeiten und Voneinander-Lernen. Zudem ermöglichten auch informelle Situationen wie etwa die Freusburg-

Wochenenden, die Exkursionen ins Mathematikum oder gemeinsame Grillabende neben dem eigentlichen Studienbetrieb intensive Kontakte.

Einige Stimmen der Studierenden können dieses Ergebnis veranschaulichen:

Ein großes Lob und Dank für die Einführung dieses Projekts, es hat das erste Studienjahr sehr viel einfacher gemacht, weil man schneller das Gefühl hatte, sich zurechtzufinden und zu einer Gruppe zu gehören.

(Zitat eines Studenten SoSe 06).

Es ist eine Riesenchance, hier mitmachen zu können.

(Zitat eines Studenten WiSe 06)

Ich finde hier einen sehr guten Einstieg in die Mathematik, da von der Schule einiges vergessen wurde. Ich habe weiterhin große Motivation, auch wenn noch große Lücken bestehen.

(Veranstaltungsevaluation Analysis II SoSe 07)

Projekt war schon gut! So als Einstieg! Supi... Wäre schön, wenn es weiterlaufen würde, weil die Ausbildung ja eigentlich in allen Bereichen so gut sein sollte. Schade, dass so etwas das Geld entscheidet.

(Abschlusshebung SoSe 07)

Man wurde richtig sinnvoll und fürsorglich betreut.

(Abschlusshebung SoSe 07)

Auch die Zahlen und Fakten sprechen eine eindeutige Sprache. So waren die Erfolgsquoten der Studierenden in Tests und Klausuren, wie oben beschrieben beachtlich. Die Abbrecherquoten waren mit 27% im ersten Jahr und sogar nur 15% im zweiten vergleichsweise niedrig, wobei ein Großteil der Studienabbrüche dabei in den ersten Semesterwochen geschah und häufig auf einen bereits vor Antritt des Mathematikstudiums geplanten Studiengangwechsel und damit zusammenhängende Wartezeiten zurückzuführen war.

Abschließend kann festgehalten werden, dass die in der Vorstudie angestrebten Ziele sowohl auf inhaltlicher und methodischer als auch auf sozialer Ebene im Siegener Teilprojekt nun bereits für zwei unterschiedliche Studierendengruppen mit Erfolg umgesetzt wurden. Damit ist die Grundlage für zukunftsweisende Schritte gelegt.

3.2. *Ausblick*

3.2.15. Ein weiteres Projektjahr

Für das Studienjahr 2007/08 ist die Fortführung des Projektes geplant. Dabei wird es sich aber nicht um einen rein wiederholenden Durchgang des beschriebenen Konzepts handeln. Vielmehr wird in Siegen der Versuch unternommen, die gewonnenen Erfahrungen in die Organisation eines „normalen“ Studienverlaufes zu integrieren und somit einen explizit neuen Schritt zu wagen.

Ein besonderes Kennzeichen der bisherigen Projektarbeit war, dass alle Veranstaltungen exklusiv für Studierende des gymnasialen Lehramtes zugänglich waren. Dabei konnte unter „Laborbedingungen“ gezielt auf die Zielgruppe des Projektes eingegangen werden. Für Mathematikstudierende, in deren Studienordnung die jeweilige Veranstaltung ebenfalls vorgesehen ist, wurden bisher vom Fachbereich Mathematik entsprechende Parallelveranstaltungen angeboten. Im Studienjahr 2007/08 soll nun das Experiment unternommen werden, die Veranstaltungen für Studenten anderer Studiengänge zu öffnen. Dabei wird sich zeigen, ob die positiven Ergebnisse bei der Identifikation der Lehramtsstudierenden mit ihrem Studium der exklusiven Bedingungen bedürfen oder auch in dem geplanten integrativen Modell erreicht werden können. Im Wintersemester 2007/08 wird die „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ (Prof. Danckwerts) somit für Studierende des Lehramtes „Haupt- und Realschule“ als Wahlpflichtveranstaltung im Hauptstudium geöffnet und die „Analysis I“ (Prof. Nickel) wird zur Pflichtveranstaltung auch für alle Bachelorstudierenden der Mathematik und der Physik im ersten Semester. (Die Lehramtsstudierenden (GYM) sind allerdings in beiden Veranstaltungen deutlich in der Mehrheit.) Beibehalten wird das erprobte Konzept der Kombination von Hochschulanalysis und Elementarer Analysis für Lehramtsstudierende im ersten Semester, während die Bachelorstudierenden mit „Analysis I“ und „Lineare Algebra I“ beginnen³¹ Damit soll beiden Studierendengruppen, in Übereinstimmung mit den unterschiedlichen Studienordnungen, ein möglichst interessen- und berufsbezogener Einstieg in das Mathematikstudium ermöglicht werden.

³¹ Dieser traditionelle Studienanfang war vor Projektbeginn auch für Lehramtsstudierende die Regel und führte zur beschriebenen Entkopplung von Hochschulmathematik und Schulmathematik und der daraus folgenden Sinnproblematik der angehenden Lehrer.

Beibehalten wird auch die, immer wieder positiv bewertete Gestaltung der Übungsgruppen zur Analysis, welche in Zukunft auch den Bachelorstudierenden zu Gute kommen wird. Ergänzt wird der zweistündige Übungsbetrieb durch zwei weitere sogenannte Präsenzübungsstunden, in denen die Studierenden unter Anleitung in kleinen leistungshomogenen Gruppen ihre Hausübungen sowie ähnliche Zusatzaufgaben bearbeiten sollen³². So soll dem oft zu Beginn des Studiums beschriebenen Frustrationserlebnis, allein vor einem scheinbar unlösbaren Problem zu stehen, begegnet werden. Auch können so schon früh gemeinsam fachspezifische Problemlösestrategien eingeübt werden und es wird auch die Möglichkeit bestehen auf individuelle Fragen zum Vorlesungsstoff einzugehen³³.

Die beschriebenen Erneuerungen gehen unter anderem auf die Arbeit einer Curricularkommission, besetzt mit Mitgliedern des Fachbereichs Mathematik, zurück, die als Reaktion auf die besonderen Ergebnisse des Projektes ihre Arbeit zum Ende des Wintersemesters 2006/07 aufgenommen hat.

Dem Engagement dieser Kommission ist auch eine weitere, vor allem für die Lehramtsstudierenden relevante Änderung des Curriculums in der bisherigen „Linearen Algebra“ zu verdanken. So beinhaltet nun bereits im Wintersemester 2007/08 das Studienangebot des Fachbereiches eine einsemestrig konzipierte „Einführung in die Analytische Geometrie und Lineare Algebra“, die vor allem den Studierenden des zweiten Projektjahrgangs zu Gute kommt.³⁴

3.2.16. Programmarbeit

Bisher wurde das Programm der Neuorientierung der universitären Lehrerausbildung im Fach Mathematik (gymnasiales Lehramt) für das *erste* Studienjahr konzipiert und als Pilotprojekt realisiert. Nach dem Erfolg des Projektes wurde – auch über die beiden Projektstandorte hinaus – zunehmend gefragt, wie die konsequente Ausdehnung der Projektidee auf ein *volles* Mathematikstudium für das gymnasiale Lehramt aussehen könne.

Dies ist eine herausfordernde Entwicklungsaufgabe, bei der die traditionell gelehrte

³² Auch die „Schulanalysis vom höheren Standpunkt“ erhält für ihren Übungsbetrieb ein verbindliches zweistündiges Tutorium.

³³ Dies war u.a. ein Wunsch, der in den Evaluationen immer wieder zum Ausdruck gebracht wurde, auf den aber in den Übungsgruppen bisher aus Zeitgründen eher selten eingegangen werden konnte.

³⁴ Vgl. dazu auch, die auf S. 22 beschriebene, besonders für die Belange von Lehramtskandidaten zugeschnittene Veranstaltung, die im Rahmen des Projektes im Wintersemester 2006/07 gehalten wurde.

Hochschulmathematik unter dem Aspekt der Professionalisierung der Zielgruppe tatsächlich „neu gedacht“ werden muss. Zentrale Punkte sind der fachmathematische Kanon, die Stellung der Didaktik der Mathematik sowie die Lehr- und Lernformen. Hierzu müssen konkrete Empfehlungen erarbeitet und konzeptionell begründet werden.

Um der Arbeit die nötige bundesweite Akzeptanz zu sichern, soll ein überregionale Expertengruppe berufen werden, die neben den bisher an beiden Standorten verantwortlichen Hochschullehrern weitere einschlägig ausgewiesene Fachmathematiker und Mathematikdidaktiker aus der DMV/GDM umfasst. Die Programmarbeit ist für den Zeitraum 2008/09 vorgesehen und wird von der Deutschen Telekom Stiftung und den Universitäten Siegen und Gießen großzügig unterstützt.

3.2.17. Buchprojekt

Zu dem erklärten Ziel, die Projektidee breit zu kommunizieren und die ermutigenden Erfahrungen bundesweit zugänglich zu machen, soll ein überzeugend gestaltetes Projektbuch beitragen. Es soll neben einem programmatischen Teil einen Erfahrungsbericht aus der dreijährigen Projektarbeit in Gießen und Siegen sowie ausgewählte kommentierte Materialien enthalten. Ein weiteres Element sind – mit Bezug auf die vorangegangene Programmarbeit – die Perspektiven der Weiterentwicklung der Projektidee. Auch dieses Vorhaben wird von den Projektpartnern großzügig gefördert. Zwei Verlage haben bereits ihr Interesse an diesem Buch bekundet.

Darüber hinaus sollen die im Rahmen der Analysisveranstaltungen von Prof. Hein und Prof. Nickel entstandenen Skripte als Grundlage eines Lehrbuches der „Analysis für das gymnasiale Lehramt“ dienen. Erste Vorgespräche mit einem einschlägigen Verlag wurden hierzu bereits geführt.

3.3. Das Team des Siegener Teilprojekts

Hochschullehrer

Prof. Dr. Rainer Danckwerts (Leitung)

Prof. Dr. Wolfgang Hein

Prof. Dr. Gregor Nickel

Wissenschaftliche Mitarbeiter

Thomas Mockenhaupt (Koordination, 1. Projektjahr)

Susanne Spies (Koordination, 2. Projektjahr)

Abgeordneter Lehrer

StD Dr. Dankwart Vogel

Wissenschaftliche und Studentische Hilfskräfte

Regina Freund

Michael Fuss

Anita Hegel

Verena Henschier

Dorothee Maczey

Henner Metz

Simon Meyer

Jennifer Mockenhaupt

Thomas Mockenhaupt

Gabriel Nelle

Dorothee Schammelt

Nicole Schlosser

Louisa Sippel

Susanne Spies

Christian Villwock

Gabriele Wickel

Literatur

- Berger, P. (1999): The Hidden Dimension in Maths Teaching and Learning Processes: Exploring Entrenched Beliefs, Tacit Knowledge, and Ritual Behaviour via Metaphors. In: Philippou, G. (Ed.): Proceedings of the Eighth European MAVI Workshop on Mathematical Belief Research, University of Cyprus, Nicosia, March 11-16.
- Beutelspacher, A./ Danckwerts, R. (2005): Neuorientierung der universitären Lehrerausbildung im Fach Mathematik für das gymnasiale Lehramt. Programmatische Vorstudie für die Deutsche Telekom Stiftung. Gießen/ Siegen.
- Borneleit, P./ Danckwerts, R./ Henn, H.-W./ Weigand, H.-G. (2001): Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe (Verkürzte Fassung). In: Journal für Mathematikdidaktik 22 (2001) Heft 1, S. 75-76.
- Danckwerts, R. / Vogel, D. (2006): Analysis verständlich unterrichten. München.
- Grigutsch, S. / Raatz, U. / Törner, G. (1998): Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. In: Journal für Mathematikdidaktik 19 (1), S. 3-45.
- Helmke, A./ Schrader, F.-W. (2001): Hochschuldidaktik. In Rost, D.H. (Hg.) – Handwörterbuch Pädagogische Psychologie, Beltz Psychologie Verlags Union, Weinheim. S. 249-254.
- Huntley, R. (2004): Mathematical beliefs of trainee teachers during the first year of higher education. In: McNamara, O. (Ed.) (2000): Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics 24(2). London.
- Klein, Felix (1924): Elementarmathematik vom höheren Standpunkte. Bd. 1, Berlin, Göttingen, Heidelberg.
- Köller, O. / Baumert, J. / Neubrand, J. (2000): Epistemologische Überzeugungen und Fachverständnis im Mathematik- und Physikunterricht. In: Baumert, J. / Bos, W. / Lehmann, R. (Hrsg.): Dritte internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie - Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn. BandII: Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe. Opladen.
- Metz, H. (2007): "Schulanalysis vom höheren Standpunkt" - Konzept und Konkretisierung am Beispiel der Kurvendiskussion. Unveröffentlichte Staatsexamensarbeit. Siegen.

- Pehkonen, E./ Törner, G. (1999): Introduction to the abstract book for the Oberwolfach meeting on belief research. Quelle: http://www.uni-duisburg.de/FB11/PROJECTS/MFO_abstracts.pdf. Stand: 27.09.2007.
- Prenzel, M./ Rost, J./ Senkbeil, M./ Häußler, P/ Klopp, A (2001).: Naturwissenschaften im internationalen Vergleich. In: Baumert, J.; Klieme, E.; Neubrand, M.; Prenzel, M. Schiefele, U.; Schneider, W.; Stanat, P.; Tillmann, K.; Weiß, M. (Hg.). Pisa 2000 – Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Leske und Budrich. S. 129-243.
- Rost, J./ Walter, O./ Carstensen, C./ Senkbeil, M./ Prenzel, M. (2004): Naturwissenschaftliche Kompetenz. In: Prenzel, M.; Baumert, J.; Blum, W.; Lehmann, R.; Leutner, D.; Neubrand, M.; Pekrun, R.; Rolff, H.; Rost, J.; Schiefele, U. (Hg). Pisa 2003 – Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs. Waxmann. S. 111-145.
- Schoenfeld, A. H. (1989): Explorations of Students' Mathematical Beliefs and Behaviour. In: Journal for Research in Mathematics Education 20 (4), S. 338-355.
- Tietze, U. (1986): Der Mathematiklehrer in der Sekundarstufe II. Bad Salzdetfurth.
- Tietze, U. (1990): Der Mathematiklehrer an der gymnasialen Oberstufe Zur Erfassung berufsbezogener Kognitionen. In: Journal für Mathematikdidaktik 11 (1990), Heft 3, S. 177-243.
- Törner, G. / Grigutsch, S. (1994): „Mathematische Weltbilder“ bei Studienanfängern - eine Erhebung. In: Journal für Mathematikdidaktik 15 (3/4), S. 211-251.
- Wernig, R./ Kriwet, I- (1999): Problemlösendes Lernen. In: Pädagogik Heft 10, 1999. S. 7-11.