Universität Siegen
Department Mathematik
Juniorprof. Dr. Thorsten Raasch
M.Sc. Roger Telschow

WS 2013/2014

Dynamische Systeme
— Präsenz-Übungsblatt 8 —

Aufgabe 16 (Matrix-Exponentialfunktion)

Bestimmen Sie jeweils die Matrix-Exponentialfunktion e^{zA}, $z \in \mathbb{C}$:

(i) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (ii) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ (iii) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(je 2)

Aufgabe 17 (Lineare Anfangswertprobleme mit konstanten Koeffizienten)

Lösen Sie die folgenden linearen Anfangswertprobleme mit konstanten Koeffizienten:

(i) $x'(t) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} -t^2 \\ 2t \end{pmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(ii) $x''(t) + 3x'(t) + 2x(t) = 0, \quad x(0) = x'(0) = 1$

(je 3)

Aufgabe 18 (Weihnachtsaufgabe)

Ein Dieb hat dem Weihnachtsmann alle seine Päckchen gestohlen. Zur Zeit $t = 0$ beginnt der Dieb, mit konstanter Geschwindigkeit $v > 0$ auf einem Kreis mit Radius $R > 0$ entlang zu laufen. Der Weihnachtsmann startet zur Zeit $t = 0$ im Mittelpunkt des Kreises und läuft mit konstanter Geschwindigkeit $w > 0$ immer genau auf den Dieb zu. Zeigen Sie, dass im Fall $w < v$ der Weihnachtsmann den Dieb nie erreicht, sondern sich immer mehr einer Kreisbahn mit Radius $r < R$ annähert. Wie groß ist r? Was passiert im Fall eines gut durchtrainierten Weihnachtsmanns ($w > v$)?

Tipp: Argumentieren Sie mit der Entfernung $\rho(t)$ zwischen Weihnachtsmann und Dieb sowie dem Winkel $\theta(t)$ zwischen den Verbindungslinien vom Kreismittelpunkt zu den beiden Akteuren.

(4)

Besprechung: 9.12.2013