Prof. Dr. H.–J. Reinhardt
Prof. Dr. B. Dreseler
Stefan Schuß

Dept. Mathematik
Univ. Siegen

Übungsaufgaben (4)
zur Vorlesung „Einführung in die Funktionalanalysis“ im Wintersemester 2012/2013

(Abgabetermin: Mittwoch, 07.11.2012, 10 Uhr)

11. Es sei X ein Banachraum bezüglich der beiden Normen $\|\cdot\|_1$ und $\|\cdot\|_2$. Zeigen Sie: Existiert eine Konstante $c > 0$ so, dass $\|x\|_1 \leq c\|x\|_2, \forall x \in X$, dann existiert auch eine Konstante $C > 0$ mit $\|x\|_2 \leq C\|x\|_1, \forall x \in X$.

12. Zeigen Sie, dass für zwei stetige Funktionen $f, g \in C[a, b]$ gilt:

$$f = g \quad \text{fast überall in } [a, b] \implies f(x) = g(x) \quad \forall x \in [a, b].$$

Hinweis: Indirekter Beweis.

13. Intergrieren Sie $f(x, y) = x^n y^m,\ m, n \in \mathbb{N}$ über

    a) das Quadrat $[0, 1]^2$.

    b) das Dreieck $\Delta^2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x, y \geq 0,\ x + y \leq 1\}$.