Universität Siegen
Departement Mathematik
Dr. M. Dücker
Prof. Dr. H-J. Reinhardt
Dunja A. Hage

20. Dezember 2011

Übungen zur Vorlesung

Mathematik I für Elektrotechniker

Wintersemester 2011/12
Blatt 11

Abgabe bis spätestens Dienstag, den **10. Januar 2011** *vor der Vorlesung*.

Bonusaufgabe 1:

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion:

1. $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(4k-3)(4k+1)} = \frac{n}{4n+1}$
2. $11^{n+1} + 12^{2n-1}$ ist durch 133 teilbar.

Bonusaufgabe 2:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge und skizzieren Sie diese.

1. $\sqrt{2x-4} + \sqrt{x-1} = 1$
2. Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ für die gilt:

$$(2-3i)z^2 + (12+8i)z - 10 - 24i = 0$$

Bonusaufgabe 3:

1. Bestimmen Sie die Lösungsmenge und skizzieren Sie den Bereich der komplexen Zahlenebene, in dem $|z-i| \leq |z+2|$ gilt.
2. Bestimmen Sie die dritten Wurzeln der komplexen Zahl $z = 1+i$ und skizzieren Sie deren Lage in der komplexen Ebene.

Bonusaufgabe 4:

Gegeben sind die Vektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

1. Bestimmen Sie einen Vektor v_3 der zu v_1 und v_2 senkrecht steht.
2. Berechnen Sie die Determinante der Matrix $A = (v_1\ v_2\ v_3)$.
3. Lösen Sie das LGS $Ax = \begin{pmatrix} 13 \\ -4 \\ -11 \end{pmatrix}$
4. Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix A und geben Sie algebraische und geometrische Vielfachheit an.

Bonusaufgabe 5:

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz.

1. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{n!(2n)!}{(3n)!}$
2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2}{2n+6} - \frac{n^2}{2n+7} \right)^n$

Bonusaufgabe 6:

In welchen Punkten aus $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ ist folgende Funktion stetig?

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3} & \text{für } x \leq -5 \\ \frac{|x^2+2x-8|-5}{x-1} & \text{für } x \in (-5,3)\backslash\{1\} \\ \frac{x+8}{x(x+1)} & \text{für } x \geq 3 \end{cases}$$

Bonusaufgabe 7:

Es sei eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegeben mit der folgenden Eigenschaft:

$$\exists\, q \in \mathbb{R} \text{ mit } 0 < q < 1 : \ |a_{n+1} - a_n| \leq q|a_n - a_{n-1}|, \ n \geq 2$$

Zeigen Sie mit Hilfe des Cauchy-Kriteriums, dass $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert.

Hinweis: Benutzen Sie an geeigneter Stelle die geometrische Summenformel
$\sum\limits_{j=0}^{k} q^j = \frac{1-q^{k+1}}{1-q}$, $q \neq 1$

Wir wünschen

Frohe Weihnachten und einen Guten Rutsch ins Jahr 2012!

Das Team der Mathematik I für Elektrotechniker

Dr. M. Dücker

Prof. Dr. H-J. Reinhardt

Dunja A. Hage

Torsten Krüger

Mario Nebeling

Frank Gimbel