Prof. Dr. H.–J. Reinhardt
Nicole Klein
Stefan Schuß

Dept. Mathematik
Univ. Siegen

Praktische Übungen (1) zur Vorlesung „Numerik I“ im Wintersemester 2011/12

(Abgabetermin: Donnerstag, 03.11.11, 12 Uhr)

Hinweise: Im Laufe des Semesters werden 4 praktische Übungszettel mit jeweils 3 Aufgaben ausgeteilt. Die Aufgaben können im CIP-Pool (EN-B 222) des Dept. Mathematik oder auf einem anderen Rechner gerechnet werden. Unterstützung kann bei einer Programmierung mit MATLAB gegeben werden. Jeder Teilnehmer soll jeweils 2 Aufgaben pro Übungsblatt lösen; es sind jeweils 2 Wochen für dessen Lösung vorgesehen. Durch die Formel

letzte Ziffer Matr. Nr. (mod 3) + 1

ergibt sich diejenige Aufgabe, die der Teilnehmer nicht lösen soll. Entsprechend den allgemeinen Hinweisen reicht es aus, wenn jeder 4 Aufgaben im Semester bearbeitet und (richtig) löst. (Sie brauchen deshalb nur eine Aufgabe abgeben, wenn Sie sicher sind, dass diese korrekt gelöst wurde.)

Die Aufgaben und die zugehörigen Programme sind zum angegebenen Zeitpunkt per E-Mail an

nicole-klein@hotmail.de

zu senden. Ca. eine Woche später werden zur Übungszeit die Lösungen im CIP-Pool besprochen und präsentiert. Jeder sollte dabei in der Lage sein, seine bearbeiteten Aufgaben zu präsentieren und zu erläutern.

1. Das Bernoulli–Polynom B_5 lautet

$$B_5(x) = x^5 - \frac{5}{2}x^4 + \frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{6}x \, .$$

   (a) Berechnen Sie die Koeffizienten $a_k^{(j)}\,,\ k = n, \ldots, j-1\,,\ j = 1, \ldots, n+1$, des vollständigen Horner–Schemas (St.–H., Seite 13) für $n = 5$ und das Polynom

B_5 an der Stelle $x_0 = 2$ und drucken Sie

$$\begin{array}{lllll}
a_5^{(0)} & a_4^{(0)} & \cdots & a_1^{(0)} & a_0^{(0)} \\
a_5^{(1)} & a_4^{(1)} & \cdots & a_1^{(1)} & a_0^{(1)} \\
a_5^{(2)} & a_4^{(2)} & \cdots & a_1^{(2)} & \\
\vdots & \vdots & \vdots & & \\
a_5^{(5)} & a_4^{(5)} & & & \\
a_5^{(6)} & & & &
\end{array}$$

(b) Berechnen Sie mit Hilfe des vollständigen Horner–Schemas die Funktionswerte und Ableitungen von B_5 für $x = 0.0(0.5)10.0$ und stellen Sie die Ergebnisse graphisch und tabellarisch dar

$$x \mid B_5(x) \mid \frac{dB_5}{dx}(x) \mid \frac{d^2B_5}{dx^2}(x) \mid \frac{d^3B_5}{dx^3}(x) \mid \frac{d^4B_5}{dx^4}(x) \mid \frac{d^5B_5}{dx^5}(x)$$

2. Die folgenden Funktionen r, s sind Näherungen für den Integralsinus

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t}\, dt \ :$$

(a) Partialsumme der Potenzreihenentwicklung

$$r(x) = x - \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \frac{x^5}{5 \cdot 5!} - \frac{x^7}{7 \cdot 7!}$$

(b) Partialsumme der asymptotischen Entwicklung

$$s(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x}\left(1 - \frac{2!}{x^2} + \frac{4!}{x^4}\right)\cos x - \frac{1}{x}\left(\frac{1!}{x} - \frac{3!}{x^3} + \frac{5!}{x^5}\right)\sin x$$

Vergleichen Sie diese Näherungen mit der Bibliotheksfunktion sinint() in Matlab, indem Sie für $x = 0.25(0.25)12.0$ berechnen und drucken

$$x \quad r(x) \qquad r(x) - \text{sinint}(x) \qquad s(x) \qquad s(x) - \text{sinint}(x)\ .$$

3. Die folgenden Funktionen p, q sind Näherungen für Arcustangens:

(a) Partialsumme der Potenzreihe

$$p(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} \text{ für } |x| \le 1$$

bzw.

$$p(x) = \frac{\pi}{2} - \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{5x^5} - \frac{1}{7x^7}\right] \text{ für } x > 1$$

(b) Anfangsstück der Kettenbruchentwicklung

$$q(x) = \frac{x}{1+} \, \frac{x^2}{3+} \, \frac{4x^2}{5+} \, \frac{9x^2}{7+} \, \frac{16x^2}{9}$$

Vergleichen Sie diese Näherungen mit der Bibliotheksfunktion für Arcustangens in Matlab, indem Sie für $x = 0.0(0.02)\ 1.0\ (0.05)\ 2.0$ berechnen und drucken

$$x \quad p(x) - \arctan(x) \quad q(x) \quad q(x) - \arctan(x)\ .$$

Hinweis zu 2a), 2b), 3a), 3b): Klammern Sie die Terme wie beim Horner–Schema.