Prof. Dr. H.–J. Reinhardt
Nicole Klein
Stefan Schuß
Michael Alterauge

Dept. Mathematik
Univ. Siegen

Theoretische Übungen (7)
zur Vorlesung „Numerik I“
im
Wintersemester 2011/12
(Abgabetermin: Donnerstag, 01.12.11, 12 Uhr)

16. **(Gaußsches Eliminationsverfahren)**

    Beim Gaußschen Eliminationsverfahren ohne Zeilenvertauschung ergeben sich die reduzierten Matrizen $A_t = (a_{jk}^t)_{j,k=t,\dots,n}$ durch die Formeln

$$a_{jk}^1 = a_{jk},\ a_{jk}^{t+1} = a_{jk}^t - \frac{a_{jt}^t a_{tk}^t}{a_{tt}^t}\,, \quad \begin{array}{c} j,k = t+1,\dots,n\,, \\ t = 1,\dots,n-1 \end{array}$$

    Zeigen Sie: Ist $A_t = (a_{jk}^t)_{j,k=t,\dots,n}$ symmetrisch bzw. hermitesch, so ist auch $A_{t+1} = (a_{jk}^{t+1})_{j,k=t+1,\dots,n}$ symmetrisch bzw. hermitesch.

17. **(Konditionszahl)**

    Gegeben sei das 2×2-Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 10x_2 = 11 & \multirow{2}{*}{bzw.} & 11.1 \\ 10x_1 + 101x_2 = 111 & & 111 \end{array}$$

    Berechnen Sie Lösungen x bzw. $\tilde{x}$ für beide Fälle. Schätzen Sie den relativen Fehler $\|x - \tilde{x}\|_\infty / \|x\|_\infty$ mit Hilfe der Konditionszahl $\mathcal{K}_\infty(A) = \|A\|_\infty \|A^{-1}\|_\infty$ und dem relativen Datenfehler $\|f - \tilde{f}\|_\infty / \|f\|_\infty$ ab.