Prof. Dr. H.–J. Reinhardt
Nicole Klein
Stefan Schuß

Dept. Mathematik
Univ. Siegen

Theoretische Übungen (8)
zur Vorlesung „Numerik I“
im
Wintersemester 2011/12
(Abgabetermin: Donnerstag, 08.12.11, 12 Uhr)

18. **(Abstand zu einer Geraden; nur für Mathematiker)**

Der Abstand eines Punktes (x_i, y_i) von einer Geraden $G = \{(x,y) : y = \alpha + \beta x\}$ ist definiert als

$$d_i = \min_{(x,y)\in G} \left((x_i - x)^2 + (y_i - y)^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad .$$

Beweisen Sie die Identität

$$d_i = \frac{1}{1+\beta^2} \left\| \begin{pmatrix} \beta^2 & -\beta \\ -\beta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i - \alpha \end{pmatrix} \right\|_2 \quad .$$

19. **(Ausgleichsgerade)**

Zu den Messwerten

x_i	0	1	2	3
y_i	0	2	2	3

soll eine Gerade $g(x) = \alpha + \beta x$ so bestimmt werden, dass

$$\sum_{i=0}^{3} |y_i - g(x_i)|^2$$

minimal wird — d. h. berechnen Sie die optimalen Parameter α und β nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate.

- bitte wenden -

20. **(Diskrete harmonische Analyse;**
nur für Informatiker als Ersatz für Aufg. 18)

Zu den Werten

$$y_j = 2\,,\ j = 1,2,3,\ y_j = -2,\ j = 4,5,6$$

und äquidistanten Punkten $x_j = -\pi + \frac{j}{3}\pi\,,\ j = 1,\ldots,6$, bestimmen Sie das trigonometrische Ausgleichspolynom

$$p(x) = \frac{1}{2}\gamma_1 + \gamma_2 \sin(x) + \gamma_3 \cos(x)$$