Prof. Dr. H.–J. Reinhardt

Dept. Mathematik
Univ. Siegen

Theoretische Übungen (10) zur Vorlesung „Theorie und Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen" im Sommersemester 2011

Abgabetermin: Dienstag, 21.06.11, 15 Uhr

27. **(Konsistenzordnung von Mehrschrittverfahren; Bonusaufgabe)**
Bestimmen Sie mit Hilfe der Bedingung (a) aus [Rei], Satz 3.10,

$$\text{(a)} \qquad \sum_{k=0}^{s} a_k = 0 \text{ und } \sum_{k=0}^{s} (k^\ell a_k - \ell k^{\ell-1} b_k) = 0 \text{ für } \ell = 1, \dots, p\,,$$

die von $\gamma \in \mathbb{R}$ abhängige Konsistenzordnung p des linearen Mehrschrittverfahrens

$$\begin{aligned} &\frac{1}{h}\Big(u_h(t_3) + \gamma\big(u_h(t_2) - u_h(t_1)\big) - u_h(t_0)\Big) \\ &\qquad = \frac{3+\gamma}{2}(f_2 + f_1)\,, \end{aligned}$$

für $t_j = t + jh,\ f_j = f\big(t_j, u_h(t_j)\big),\ j = 0, 1, 2, 3,\ t \in I_h'\ (s = 3)\,.$

28. **(Wurzelbedingung)**
Die sogenannte *Wurzelbedingung* für Polynome p in einer komplexen Veränderlichen lautet: Das Polynom p besitzt nur Wurzeln vom Betrage höchstens Eins und die Wurzeln mit dem Betrage Eins sind einfach. Man bestimme die Wurzeln der folgenden Polynome der Gestalt

$$p(z) = a_m z^m + \ldots + a_1 z + a_0, \qquad z \in \mathbb{C}$$

und untersuche, ob sie der Wurzelbedingung genügen oder nicht:

$$\begin{array}{lllll} \text{(i)} & (a_m, a_{m-1}, \ldots, a_1, a_0) & = & (1, -1), & m = 1, \\ \text{(ii)} & & = & (-1, 4, -3), & m = 2, \\ \text{(iii)} & & = & (1, 0, -1), & m = 2, \\ \text{(iv)} & & = & (2, -9, 18, -11), & m = 3, \\ \text{(v)} & & = & (1, 9, -9, -1), & m = 3. \end{array}$$