

Übungsblatt (8)
zur Vorlesung „Numerik II“
im Sommersemester 2012
Abgabetermin: Donnerstag, 28.06.12, 10 Uhr)

22. (Konsistenz und Stabilität von Mehrschrittverfahren)

Zeigen Sie:

Das Zweischritt-Verfahren

$$u_{j+2} - 4u_{j+1} + 3u_j = -2h f(t_j, u_j), \\ j = 0, \dots, N_h - 2,$$

besitzt unter den üblichen Glattheitsvoraussetzungen die Konsistenzordnung $p = 2$. Ist es nullstabil (mit Begründung)?

23. (Stabilitätsgebiet)

Zeigen Sie: Für das Stabilitätsgebiet S des Mehrschrittverfahrens von Milne–Simpson mit Schrittzahl $s = 3$ gilt

$$S \cap (-\infty, 0) = \emptyset.$$

Das Milne–Simpson-Verfahren mit $s = 3$ ist erklärt durch

$$v_j = v_{j-2} + \frac{1}{3}h (f_j + 4f_{j-1} + f_{j-2}), j = 3, 4, \dots$$

(D.h. für $\mu < 0$ erfüllen die Nullstellen des „Stabilitätspolynoms“ $\varphi_\mu(z) = \rho(z) - \mu\sigma(z)$ nicht die Wurzelbedingung.

Hinweis:

- i) Stellen sie das Stabilitätspolynom des Milne–Simpson-Verfahrens auf;
- ii) Bestimmen Sie die Nullstellen für $\mu < 0$ und zeigen Sie, dass für mindestens eine Nullstelle z_j gilt: $|z_j| > 1$.