

Übungen (8)
zur Vorlesung „Numerik II“
im Sommersemester 2015
(Abgabetermin: Dienstag, 09.06.15, 10:00 Uhr)

20. (**Konsistenzordnung eines expliziten Mehrschrittverfahrens**) Berechnen Sie die Konsistenzordnung des folgenden expliziten linearen Mehrschrittverfahrens zur numerischen Lösung von $u' = f(t, u)$, $u(0) = \alpha$,

$$3v_{j+4} - 3v_j = h(8f_{j+3} - 4f_{j+2} + 8f_{j+1}).$$

Hinweise: Verwenden Sie Bedingung (a) aus [Rei12], Satz 3.11 (vgl. auch Aufg. 18). Es kann vorausgesetzt werden, dass die Lösung des AWP hinreichend glatt ist, und die Anlaufrechnung hinreichend schnell gegen null konvergiert.

21. (**Wurzelbedingung**) Die sogenannte *Wurzelbedingung* für Polynome p in einer komplexen Veränderlichen lautet: Das Polynom p besitzt nur Wurzeln vom Betrage höchstens Eins und die Wurzeln mit dem Betrage Eins sind einfach. Bestimmen Sie die Wurzeln der folgenden Polynome der Gestalt

$$p(z) = a_m z^m + \dots + a_1 z + a_0, \quad z \in \mathbb{C},$$

und untersuchen Sie, ob sie der Wurzelbedingung genügen oder nicht (Abk.: (a_m, \dots, a_0) für die Koeffizienten von p):

- (i) $(3/2, -2, 1/2)$, $m = 2$
- (ii) $(2, -9, 18, -11)$, $m = 3$,
- (iii) $(1, 9, -9, -1)$, $m = 3$,
- (iv) $(11/6, -3, 3/2, -1/3)$ $m = 3$.

22. (**Nullstabilität**) Zeigen Sie, dass das Verfahren aus Aufgabe 18 nullstabil ist.

Hinweise: Das Verfahren ist genau dann nullstabil, wenn das zugehörige Polynom ρ die Wurzelbedingung erfüllt. Machen Sie Fallunterscheidungen für γ .

Literatur

- [Rei12] Reinhardt, H.-J., *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen. Anfangs- u. Randwertprobleme*. (2.Aufl.) De Gruyter, Berlin, 2012.