

4 Aristoteles — Mathematik als Abstraktion

Aristoteles ist „eins der reichsten und umfassendsten wissenschaftlichen Genies gewesen, die je erschienen sind, — ein Mann, dem keine Zeit ein Gleiches an die Seite zu stellen hat. [Denn er] ist in die ganze Masse und alle Seiten des realen Universums eingedrungen und hat ihren Reichtum und Zerstreung dem Begriffe unterjocht; und die meisten philosophischen Wissenschaften haben ihm ihre Unterscheidung, ihren Anfang zu verdanken. GEORG WILHELM FRIEDRICH HEGEL (1770-1831)

4.1 Werkzeug des Wissens — Formale Logik

Jedes (...) Wort bezeichnet entweder eine Substanz oder eine Quantität oder eine Qualität oder eine Relation oder ein wo oder wann oder eine Lage oder ein Haben oder ein Wirken oder ein Leiden. (Kat. IV, 1b)

Substanz im eigentlichsten und vorzüglichsten Sinne ist die, die weder von einem Subjekt ausgesagt wird, noch in einem Subjekt ist, wie z.B. ein bestimmter Mensch oder ein bestimmtes Pferd. (Kat. V, 2a)

Wenn die ersten Substanzen nicht sind, so ist es unmöglich, daß sonst etwas ist. (...) Überdies heißen die ersten Substanzen deshalb in vorzüglichem sinne Substanzen, weil sie Subjekt von allem anderen sind und alles andere von ihnen ausgesagt wird. (Kat. V, 2b)

Am meisten ist es dem Quantitativen eigentümlich, daß es gleich und ungleich genannt wird. (Kat. VI, 6a)

Aristoteles	Mengenlehre	Prädikatenlogik ¹
SaP	$S \subseteq P, \quad S \neq \emptyset$	$\forall x(Sx \rightarrow Px),$ wobei $\exists xSx$
SeP	$S \cap P = \emptyset, \quad S \neq \emptyset$	$\forall x(Sx \rightarrow \neg Px),$ wobei $\exists xSx$
SiP	$S \cap P \neq \emptyset$	$\exists x(Sx \wedge Px)$
SoP	$S \not\subseteq P$	$\exists x(Sx \wedge \neg Px)$

Eine Deduktion (syllogismos) ist also ein Argument, in welchem sich, wenn etwas gesetzt wurde, etwas anderes als das Gesetzte mit Notwendigkeit durch das Gesetzte ergibt. (Topik I 1, 100a25-27)

	1. Figur	2. Figur	3. Figur	4. Figur
erste Prämisse:	M – P	P – M	M – P	P – M
zweite Prämisse:	S – M	S – M	M – S	M – S
Konklusion:	S – P	S – P	S – P	S – P

¹Die „korrekte“ Formalisierung ist nach wie vor strittig (vgl. [Gl]); Hauptschwierigkeit ist dabei, aus den bei Aristoteles angegebenen logischen Gesetzen auf eine formale Definition zu schließen. Nach [Gl] gibt es genau eine (wenig intuitive!) Transskription der Aristotelischen Logik, bei der der allgemeine Satz folgendermaßen aussieht:

$$SaP := \forall x : [S(x) \rightarrow P(x)] \wedge [\exists x : P(x) \rightarrow \exists x : S(x)] \wedge [\forall x : P(x) \rightarrow \forall x : S(x)].$$

Alles vernünftige Lehren und Lernen geschieht aus einer vorangehenden Erkenntnis. (...) Denn wie die mathematischen Wissenschaften auf diese Weise erworben werden, so auch jede der übrigen Künste. (Anal. post. 1, I, 71a)

Wir glauben aber etwas zu wissen schlechthin, nicht nach der sophistischen, akzidentellen Weise, wenn wir sowohl die Ursache, durch die es ist, als solche zu erkennen glauben, wie auch die Einsicht uns zuschreiben, daß es sich unmöglich anders verhalten kann. (Anal. post. 1, II 71b/10)

Ob es aber noch eine andere Weise des Wissens gibt, werden wir später erklären. Jetzt sagen wir, daß wir auch durch den Beweis wissen. Beweise nenne ich einen wissenschaftlichen Schluss. Wissenschaftlich nenne ich ihn, wenn wir durch ihn, sofern wir in seinem Besitze sind, wissen. (Anal. post. 1, II, 71b/15)

Wenn man deshalb auch von jedem Dreieck, sei es durch dieselbe, oder sei es jedesmal durch eine andere Demonstration beweist, daß jedes zwei rechte Winkel enthält: das gleichseitige für sich, das ungleichseitige und das gleichschenklige, so weiß man noch nicht von dem Dreieck, daß seine Winkel zwei Rechten gleich sind, außer in sophistischer Weise, noch vom Dreieck überhaupt, auch wenn es sonst kein Dreieck gibt. Denn man weiß es nicht, sofern es Dreieck ist, und nicht von jedem Dreieck außer der Zahl nach, nicht aber von jedem der Art nach, wenn es auch keines gibt, das man nicht kennt. (Anal. post. 1, VI, 74a/26)

Es muss aber auch einleuchten, daß (...) der Schlusssatz eines solchen Beweises (...) ewig ist. Mithin gibt es von dem Vergänglichen keinen Beweis noch Wissen schlechthin, sondern nur in akzidenteller Weise, weil im Bereich des Vergänglichen nichts allgemein von etwas gilt, sondern nur in bestimmter Zeit und Weise. (Anal. post. 1, VIII, 75b/25)

Es ist nicht möglich in der Art zu beweisen, daß man von einer Gattung zu einer anderen übergeht, wie etwa geometrisches durch Arithmetik. (...) Bei dem aber, was die Gattung verschieden hat, wie die Arithmetik und die Geometrie, ist es nicht möglich, den arithmetischen Beweis auf die Eigenschaften der Raumgrößen zu übertragen, wenn nicht die Größen Zahlen sind (...) (Anal. post. 1, VII 75a/38)

Es muss aber auch einleuchten, daß (...) der Schlusssatz eines solchen Beweises (...) ewig ist. Mithin gibt es von dem Vergänglichen keinen Beweis noch Wissen schlechthin, sondern nur in akzidenteller Weise, weil im Bereich des Vergänglichen nichts allgemein von etwas gilt, sondern nur in bestimmter Zeit und Weise. (Anal. post. 1, VII, 75b/25)

In den mathematischen (überhaupt den beweisenden) Wissenschaften findet sich aber der Paralogismus (Fehlschluss) so (wie in der Dialektik) nicht, weil der Mittelbegriff hier immer zweimal (in der nämlichen Weise) auftritt. (...) Diese Mittelbegriffe kann man aber mit dem Verstande gleichsam sehen, während sie aber in den Reden verborgen sind. — Ist jeder Kreis eine Figur? Zeichnet man ihn aber, so wird es klar. Wie nun? die Epen (ein Gedichtzyklus) ein Kreis? Selbstverständlich nicht. (Anal. post. 1, XII, 77b/28)

[Es ist klar] daß es nicht Sache der jeweiligen Wissenschaft ist, ihre eigentümlichen Prinzipien zu beweisen. Denn dazu sind Prinzipien erforderlich, die für alles gelten, und die Wissenschaft, die sie hergibt, muss die leitende Wissenschaft für alle sein. (Anal. post. 1, IX,

76a/15) (...) über die Prinzipien hat der Geometer als Geometer nicht Rede zu stehen (...) Man muss also weder an den jeweiligen Wissenden jede Frage stellen, noch in der jeweiligen Wissenschaft auf jedes Gefragte antworten, sondern sich auf das beschränken, was je nach der Wissenschaft unterschieden ist. (Anal. post. 1, XII, 77b/7)

Es ist aber ein Prinzip, keine Voraussetzung und kein Postulat, wenn es durch sich selbst notwendig wahr ist und notwendig als wahr erscheint. Denn einen Beweis für ein solches Prinzip gibt es nicht im Sinne eines äußeren Grundes, sondern nur im Sinne eines Grundes in der Seele (...) Denn gegen einen äußeren Grund kann man immer einen Einwand erheben, aber nicht immer gegen den inneren Grund. (Anal. post. 1, X, 76b/23)

Lässt sich also durch Beweis etwas schlechthin wissen, nicht auf Grund einer Annahme, wie beim indirekten Beweis und nicht auf Grund einer Anleihe bei einer übergeordneten Wissenschaft, so muss es mit den Aussagen, die irgendeinen Satz vermitteln, einmal ein Ende haben. Denn wenn es kein Ende hätte und über dem angenommenen immer wieder ein Höheres stände, so würde es einen Beweis für alles geben. Und so folgte denn, bei der Unmöglichkeit Unendliches zu durchschreiten, daß wir das, wofür es einen Beweis gibt, nicht durch Beweis wissen könnten. (Anal. post. 1, XXII, 84a)

Man hat aber ein Eines, wenn der Satz unmittelbar wird und dieser unmittelbare Satz schlechthin und in jedem Sinne einer ist. (Anal. post. 1, XXIII, 84b/35) Und wie bei anderen Dingen das Prinzip etwas einfaches, aber nicht überall das nämliche ist (...), so ist das eine in dem Schluss eine unmittelbare oder unvermittelte Prämisse, und im Beweis und der Wissenschaft der Nus. (Anal. post. 1, XXIII, 85a)

Wenn das Allgemeine ein einheitlicher Begriff und keine bloße Namensgleichheit ist, so hat es nicht weniger Realität als dieses und jenes Partikuläre, sondern noch mehr, sofern in jenen (den allgemeinen Dingen, den Arten der Pflanzen und Tiere) die Unvergänglichkeit ist, während das Partikuläre und Einzelne vergeht. (Anal. post. 1, XXIV, 85b/15)

Geht doch die Definition auf das Was ist es und die Wesenheit; die Beweise aber setzen offenbar sämtlich voraus und nehmen an, was etwas ist; so die mathematischen Beweise, was die Eins und was die Ungeradheit ist... (Anal. post. 2, III, 90b/30)

So sind denn die fraglichen Fertigkeiten weder schon vorher vollendet in der Seele vorhanden, noch entstehen sie aus anderen Vermögen, die auf eine vorzüglichere Erkenntnis angelegt wären, sondern sie nehmen vom Sinne ihren Ausgang, ähnlich wie wenn in der Schlacht alles flieht, aber Einer stehen bleibt, und nun ein Anderer und wieder ein Anderer sich ihm anschließt, bis die anfängliche Ordnung wiederhergestellt ist. (Anal. post. 2, XIX, 100a/10)

Der Satz vom Widerspruch und das Tertium non datur

Nun sind das Eine und das Seiende identisch und eine Natur, indem sie einander folgen, wie Prinzip und Ursache, nicht insofern als sie durch einen Begriff bestimmt würden. Denn dasselbe ist ein Mensch und seiender Mensch und Mensch (...) Soviel es also Arten des Einen gibt, so viel gibt es auch Arten des Seienden. (Met. IV, 1003b)

[D]as sicherste unter allen Prinzipien ist dasjenige, bei welchem Täuschung unmöglich ist;

(...) Denn ein Prinzip, welches jeder notwendig besitzen muss, der irgendetwas von dem Seienden erkennen soll, ist nicht Annahme (Hypothese), und was jeder erkannt haben muss, der irgend etwas erkennen soll, das muss er schon zum Erkennen mitbringen (...) welches aber dieses ist, wollen wir nun angeben: daß nämlich dasselbe demselben und in derselben Beziehung (und dazu mögen noch die anderen näheren Bestimmungen hinzugefügt sein, mit denen wir logischen Einwürfen ausweichen) unmöglich zugleich zukommen und nicht zukommen kann. Das ist das sicherste unter allen Prinzipien; (...) Es ist nämlich unmöglich, daß jemand annehme, dasselbe sei und sei nicht. (Met. IV, 1005b)

(...) behauptete vielmehr jemand, das Wort bezeichne unendlich Vieles, so wäre offenbar gar keine Rede möglich; denn nicht Eines (Bestimmtes) bezeichnen ist dasselbe wie nichts bezeichnen; bezeichnen aber die Worte nichts, so ist die Möglichkeit der Unterredung mit anderen aufgehoben, in Wahrheit aber auch die Möglichkeit der Unterredung mit sich selbst. Denn man kann gar nichts denken, wenn man nicht Eines denkt. (Met. IV-4, 1006b)

Dazu kommt, daß hiernach alle die Wahrheit sagen und alle im Irrtum sein würden, und daß, wer dies behauptet, von sich selbst eingesteht, daß er im Irrtum ist. Ferner offenbar gegen diesen kein Streit möglich, denn er sagt nichts. Denn er sagt weder, daß sich etwas so, noch, daß es sich nicht so verhalte, sondern sowohl so als auch nicht so; und wiederum verneint er beides, daß es sich weder so, noch nicht so verhalte; denn sonst wäre ja schon etwas bestimmt. (Met. IV-4, 1008a)

Ebensowenig aber kann es zwischen den beiden Gliedern eines Widerspruchs etwas geben, sondern man muss notwendig jeweils Eines von Einem entweder bejahen oder verneinen. (Met. IV-7, 1011b)

Zu sagen nämlich, das seiende sei nicht oder das Nicht-Seiende sei, ist falsch, dagegen zu sagen, das Seiende sei und das Nicht-Seiende sei nicht, ist wahr. Wer also ein Sein oder ein Nicht-Sein prädiziert, muss Wahres oder Falsches aussprechen. (Met. IV-7, 1011b)

Gegen alle solche Behauptungen muss man, wie schon in den obigen Erörterungen gesagt ist, das Zugeständnis fordern, nicht daß etwas sei oder nicht sei, sondern, daß man mit einem Worte etwas bezeichne; man muss also von einer Definition ausgehend sich unterreden und zuerst festsetzen, was denn Wahr und Falsch bedeute. (met. IV-7, 1012b)

Es ist notwendig, daß alles entweder ist oder nicht ist und sein wird oder nicht sein wird. Es ist aber nicht notwendig, daß man eins von beiden getrennt für sich behauptet. Ich will z.B. sagen: es ist notwendig, daß morgen eine Seeschlacht sein oder nicht sein wird, es ist aber nicht notwendig, daß morgen eine Seeschlacht sein wird oder daß sie nicht stattfindet; notwendig aber ist, daß sie entweder stattfindet oder nicht.

Da somit die Behauptungen in derselben Weise wahr sind wie die Dinge, so muss offenbar (...) da muss zwar ein Glied der Kontradiktion wahr sein, bzw. falsch, aber nicht dieses oder jenes bestimmte Glied, sondern beliebig das eine oder das andere von beiden, und es muss vielleicht auch das eine eher wahr sein als das andere, aber doch nicht so, daß es notwendig wahr wäre oder falsch.

Man sieht also, daß nicht notwendig von jeder entgegengesetzten Bejahung und Verneinung die eine wahr und die andere falsch ist. Denn mit dem, was nicht ist, aber sein oder nicht

sein kann, verhält es sich nicht so wie mit dem, was ist (...) (peri herm. IX, 19a-19b)

4.2 Gegen die Ideenlehre und das Überschätzen der Mathematik

Ferner ist die Frage, ob man nur von den sinnlichen Wesen (ousia) zu behaupten hat, daß sie seien, oder auch noch von anderen außer diesen, und ob dann, nur eine oder mehrere Gattungen von Wesen zu setzen sind, wie dies einige tun, welche die Ideen annehmen und das Mittlere, wovon, wie sie sagen, die mathematischen Wissenschaften handeln. (Met. III-2, 997b)

Daß wenn ein Beweis sein soll, Ideen sind (...), ist nicht notwendig, wohl aber ist es notwendig, daß man mit Wahrheit sagen kann, es gebe ein Eines in der Vielheit. Denn es würde kein Allgemeines sein, wenn dem nicht so wäre, und wenn kein Allgemeines wäre, würde kein Mittleres sein, und demnach auch kein Beweis. (Anal. post. 1, XI, 77a/5)

Wenn man aber sagt, die Ideen seien Vorbilder und das andere nehme an ihnen teil, so sind das leere Worte und poetische Metaphern. (Met. I-9, 991a)

Wenn die Ideen Zahlen sind, wie sollen sie ursächlich sein? Etwa darum, weil die seienden Dinge andere Zahlen sind, z.B. diese Zahl ein Mensch, diese Sokrates, diese Kallias? (...) Sind sie aber deshalb ursächlich, weil die sinnlich wahrnehmbaren Dinge Zahlenverhältnisse sind, z.B. die Harmonie, so muss es ja offenbar Eines geben, dessen Verhältnisse sie sind. (Met. I-9, 991b)

Ferner, aus vielen Zahlen entsteht eine Zahl, wie soll aber aus mehreren Ideen eine Idee werden? (Met. I-9, 991b)

Ebensowenig stehen die Ideen mit der Ursache, welche wir durch die Wissenschaften sehen, wodurch jede Vernunft und jede Natur tätig ist und die wir als eines von den Prinzipien anführen, in irgend einer Berührung, sondern die Mathematik ist den jetzigen Philosophen zur Philosophie geworden, obgleich sie behaupten, man müsse dieselbe um anderer Dinge willen betreiben. (Met. I, Kap. 9-21)

4.3 Abstraktionstheorie

Überdies ist noch zu untersuchen, ob die Zahlen, Linien, Figuren und Punkte Wesen (ousia) sind oder nicht, und wenn sie Wesen sind, ob abgetrennt von den sinnlichen oder immanent in denselben. In all diesen Punkten ist nicht nur die Auffindung der Wahrheit schwer, sondern selbst eine gute Fragestellung für das Denken nicht leicht. (Met. III-1, 996a)

Wenn es mathematische Dinge gibt, so müssen sie entweder in den Sinnendingen enthalten sein (wie dies einige Denker sagen) oder abgesondert von den Sinnendingen existieren (wie dies ebenfalls einige behaupten). Trifft keines zu, so existieren sie entweder überhaupt nicht oder doch nur in einer anderen Art und Weise. Wir hätten also nicht nur von ihrer Existenz zu sprechen, sondern auch von der Art und Weise ihrer Existenz. (Met. XIII-1, 1076a)

Platon sagt nun, daß außer den Sinnesdingen und Gestalten noch die mathematischen Ideen

existieren — und zwar als Mittleres, da sie sich von den Sinnesdingen durch ihre Ewigkeit und Unbeweglichkeit unterscheiden, von den Gestalten aber dadurch, daß es viele ähnliche mathematische Dinge gibt, während jede einzelne Gestalt immer nur eine ist.

Wodurch sollen den eigentlich die mathematischen Größen Einheit haben? Denn die sinnlichen haben sie durch die Seele (oder Form?) oder einen Teil derselben oder durch etwas anderes, was recht wohl Grund der Einheit sein kann; wo nicht, so sind sie eine Vielheit und zerfallen in dieselbe. Was soll denn aber für jenes, das teilbar und ein Quantum ist, Ursache der Einheit und des Zusammenhaltens sein? (Met. XIII-6, 1077a)

Die mathematischen Dinge setzt man zwischen die Ideen und die sinnlichen Dinge als etwas Drittes außer den Ideen und dem Sinnlichen, während es einen dritten Menschen oder ein drittes Pferd nicht gibt außer dem an-sich und dem einzelnen. (Met. XI-1, 1059b)

Der Mathematiker stellt nun Betrachtungen an über das, was aus einer Wegnahme (Aphaire-sis) hervorgeht. Er betrachtet nämlich die Dinge, indem er alles Sinnliche weglässt — z.B. das Schwere und das leichte, das Harte und sein Gegenteil, ferner das Warme und das Kalte und die übrigen sinnlichen Gegensätze —; er lässt nur das Quantum und das Zusammenhängende übrig. (Met. K 3)

Aber auch die Mathematik ist eine betrachtende Wissenschaft. Ob ihr Gegenstand das Unbewegliche und Abtrennbare (Selbständige) ist, bleibt für jetzt unentschieden, doch so viel ist klar, daß sie einiges Mathematische betrachtete, insofern es unbeweglich und insofern es selbständig trennbar ist. (Met. E Kap 1)

4.4 Wissenschaftssystematik — Physik ohne Mathematik

Die Physik handelt von den Dingen, die die Quelle der Bewegung in sich selbst haben; die Mathematik ist eine theoretische (betrachtende) Wissenschaft, die sich auch mit beharrenden, aber nicht mit abgesonderten Dingen beschäftigt. Von dem Seienden, das abgesondert und unbewegt ist, handelt eine Wissenschaft, die von den beiden erwähnten verschieden ist: sofern es ein solches Wesen gibt — nämlich ein abgesondertes und unbewegtes (...) Und wenn es ein solches unter den Dingen gibt, so müsste sich dort wohl auch das Göttliche finden, denn sie wäre die erste und höchste Quelle. Es gibt also offenbar drei Gattungen theoretischer Wissenschaften: Physik, Mathematik und Theologie. (Met. K 7)

Von dieser Art sind die Wissenschaften, die zu anderen in dem Verhältnis der Unterordnung stehen, wie die Optik zur Geometrie, die Mechanik zur Stereometrie, die Harmonik zur Arithmetik (...) Hier nämlich ist es Sache der Wahrnehmenden das Daß und Sache der Mathematiker das Warum zu wissen. Denn diese besitzen die Beweise aus den Gründen und wissen oft das Daß nicht, ebenso wie solche, die nur das Allgemeine betrachten, oft manches Einzelne wegen mangelnder Aufmerksamkeit nicht wissen. Das sind aber die Wissenschaften, die, obwohl sie der Substanz nach von der Mathematik verschieden sind, von ihr die Formalursachen übernehmen. Denn die Mathematik hat es mit den Formen zu tun, nicht mit einem bestimmten Substrat. (Anal. post. 1, XIII, 79a/5)

Anwendung der Mathematik, Sonderstellung der Astronomie

Die genaue Schärfe der Mathematik aber darf man nicht für alle Gegenstände fordern, sondern nur für die stofflosen. Darum passt diese Weise nicht für die Wissenschaft von der Natur, denn alle Natur ist wohl mit Stoff verbunden. (Met. II-3, 995a) Die Zahl aber der Bewegungen müssen wir aus derjenigen mathematischen Wissenschaft entnehmen, welche mit der Philosophie in der nächsten Beziehung steht, aus der Astronomie. Denn diese stellt Untersuchungen an über das zwar sinnlich wahrnehmbare, aber doch ewige Wesen; die anderen mathematischen Wissenschaften handeln dagegen gar nicht von einem Wesen, z.B. die Wissenschaft der Zahlen und der Geometrie. (Met. XII-8/1073b)

4.5 Trennung von Ethik und Mathematik?

Da auch der Mathematiker die allgemeinen Grundsätze in einer ihm eigentümlichen Weise gebraucht, so gehört auch die Untersuchung ihrer Prinzipien der ersten Philosophie an. Denn daß Gleiches von Gleichem hinweggenommen gleiche Reste läßt, das gilt zwar allgemein von allem Quantitativen, die Mathematik aber sondert diesen Grundsatz ab und stellt ihre Untersuchung über (...) Linien, Winkel, Zahlen (...) nicht insofern es etwas Seiendes, sondern insofern es etwas nach einer oder zwei oder drei Richtungen Kontinuierliches ist. (Met. XI-4, 1061b)

Wie ist es möglich daß sich das Prinzip der Bewegung oder die Natur des Guten in dem Unbeweglichen finde, da ja jedes, was an sich und nach seiner eigenen Natur gut ist, ein Zweck und insofern Ursache ist, als um seinetwillen das andere wird und ist, der Zweck aber und das Weswegen Zweck einer Handlung ist und jede Handlung mit Bewegung verbunden ist? Darum kann sich also in dem Unbeweglichen dies Prinzip und das Gute an sich nicht finden. Daher wird auch in der Mathematik nicht aus dieser Ursache bewiesen, und kein Beweis geht darauf zurück, daß es so besser oder schlechter sei (...) Daher verachteten auch einige von den Sophisten (...) die Mathematik; (...) selbst bei den Handwerken (...) führe man als Grund immer an, daß etwas so besser oder schlechter sei, die Mathematik nehme auf gut und schlecht gar keine Rücksicht. (Met. III-1, 996a)

Da nun das Gute und das Schöne voneinander verschieden sind (denn das eine findet sich immer nur in der Handlung, das Schöne aber auch bei dem Unbeweglichen), so sind diejenigen im Irrtum, welche behaupten, die mathematischen Wissenschaften handelten nicht von dem Schönen und Guten. Ihre Begriffe und Beweise handeln nämlich sehr wohl davon; denn wenn sie das Schöne und Gute zwar nicht nennen, aber dessen Werke und Verhältnisse nachweisen, so kann man nicht sagen, daß sie nicht davon handelten. Die hauptsächlichsten Formen aber des Schönen sind Ordnung, Ebenmaß und Bestimmtheit, was ja am meisten die mathematischen Wissenschaften zum Gegenstand ihrer Beweise haben. (Met M 3 1078b)

Ein Beweis für das Gesagte ist, daß man zwar in der Jugend schon ein Geometer, Mathematiker und überhaupt in solchen Dingen erfahren sein kann, nicht aber klug. Die Ursache ist, daß die Klugheit sich auf das Einzelne bezieht und dieses erst durch die Erfahrung bekannt

wird. Ein junger Mensch kann aber diese Erfahrung nicht haben, denn sie entsteht nur in langer Zeitdauer. Allerdings könnte man fragen, weshalb ein Kind schon ein Mathematiker werden kann, nicht aber ein Weiser oder Naturphilosoph. Wohl weil das eine durch Abstraktion zustande kommt, die Prinzipien der Naturphilosophie aber aus der Erfahrung stammen. Und hier können die jungen Leute keine Überzeugungen haben, sondern nur reden, bei der Mathematik ist das Wesen dagegen nicht unbekannt. (Nik. Ethik, VI, 9)

4.6 Ein kleines Satyrspiel — Sextus Empiricus

Die zusammengesetzten Dinge können nicht existieren, wenn nicht die Teile, aus denen sie sich zusammensetzen, miteinander zusammen existieren, wie es vom Bett und ähnlichen Dingen her offenbar ist. Die Teile des Argumentes jedoch existieren nicht miteinander zusammen. Denn wenn wir die erste Prämisse aussprechen, existieren sowohl die andere Prämisse als auch der Schlusssatz noch nicht; wenn wir die zweite aussprechen, existiert die erste Prämisse nicht mehr, der aber Schlusssatz noch nicht; wenn wir den Schlusssatz vorbringen, sind seine Prämissen nicht mehr vorhanden. Also existieren die Teile des Argumentes nicht miteinander zusammen, weshalb auch das Argument nicht zu existieren scheint. (Grundriss II, 144)

Wenn es einen Beweis gibt, dann enthüllt er entweder als erscheinender Erscheinendes (offenbarer Offenbares) oder als verborgener Verborgenes oder als verborgener Erscheinendes (Offenbares) oder als erscheinender (offenbarer) Verborgenes. In keiner dieser Enthüllungsfunktionen aber lässt er sich denken. (...) Aber auch keinen offenbaren von etwas Verborgenem. Dann da er relational ist, die relationalen Dinge aber miteinander zusammen erkannt werden, muss das angeblich Bewiesene offenbar sein, weil es mit dem offenbaren Beweis zusammen erkannt wird, so daß die Behauptung sich selbst widerlegt (...) (Grundriss II, 177-178)

Der Satz nun, „Jeder Mensch ist ein Lebewesen“ wird induktiv aus den Einzelfällen bestätigt. (...) Wenn sie nun sagen: „Jeder Mensch ist ein Lebewesen. Sokrates aber ist ein Mensch. Also ist Sokrates ein Lebewesen“, dann wollen sie aus dem allgemeinen Satz (...) den singulären Satz (...) folgern, der aber bei der induktiven Schussweise gerade die Bestätigung des allgemeinen Satzes darstellt (...) (Grundriss II, 197)

Aber auch die Hinzufügung ist (...) unmöglich; denn das Hinzugefügte (...) wird entweder sich selbst hinzugefügt oder vorher Vorhandenen oder dem aus beiden Zusammengesetzten. Hiervon aber ist nichts richtig. So sei z.B. eine Menge von vier Kotylen [Volumenmaß], und es werde eine Kotyle hinzugefügt. Ich frage: Wem wird sie hinzugefügt? Sich selbst kann sie nicht hinzugefügt werden, da das Hinzugefügte verschieden ist von dem, dem es hinzugefügt wird, und nichts von sich selbst verschieden ist. Aber auch nicht zum dem aus beiden Zusammengesetzten (...) Denn wie könnte etwas dem hinzugefügt werden, das noch gar nicht existiert? Außerdem (...) entstünde eine Menge von sechs Kotylen aus den vier Kotylen, der einen und der einen hinzugefügten. Wird die Kotyle aber nur den vier Kotylen hinzugefügt, dann verdoppelt sie, wenn sie sich über die Menge von vier Kotylen ausdehnt, die vier Kotylen, so daß die Gesamtmenge acht Kotylen ergibt, weil das, was sich über etwas ausdehnt,

dem, über das es sich ausdehnt, gleichkommt. Das stimmt jedoch mit der Beobachtung nicht überein. (Grundriss III, 94-96)

Im Sinne der alltäglichen Gewohnheit und undogmatisch behaupten wir, etwas zu zählen (...) der Übereifer der Dogmatiker hat jedoch auch hier den Widerspruch geweckt. So nennen z.B. die Pythagoreer die Zahlen sogar die Elemente der Welt (...) und sie begründen, daß die Zahl etwas anderes sei außer den zählbaren Dingen, indem sie sagen: wenn das Tier aufgrund seines eigenen Wesens eines sei, dann könne die Pflanze, da sie kein Tier sei, nicht eine sein. Auch die Pflanze sei aber eine. Also sei das Tier nicht, sofern es Tier sei, eines, sondern aufgrund von etwas anderem, das außerhalb seiner bei ihm mitangeschaut werde. Ferner, wenn die Zahl die zählbaren Dinge sei, (...) dann gebe [es] eine weiße Zahl und eine schwarze und eine bärtige, wenn die Gezählten zufällig so beschaffen seien. (Grundriss III, 151-156)

Daß die Zahl nichts außerhalb der zählbaren Dinge ist, werde ich zeigen, indem ich um der Klarheit willen über die Eins argumentiere. Wenn nämlich die Eins, an der teilhabend jeder der an ihr teilhabenden Dinge eines wird, für sich selbst etwas ist, dann ist diese eins entweder nur eine oder so viele, wie die an ihr teilhabenden Dinge sind. Wenn sie nur eine ist, hat dann jedes der angeblich teilhabenden Dinge an ihrem Ganzen teil oder nur einen Teil von ihr? Denn wenn etwa der eine Mensch die ganze eins hat, dann gibt es keine Eins mehr, an der das eine Pferd teilhaben könnte oder der eine Hund oder jedes der übrigen Dinge, die wir eines nennen, so, wie wenn man viele nackte Menschen annimmt, aber nur ein Gewand vorhanden ist und dieses einer angelegt hat: die übrigen bleiben dann nackt und ohne Gewand. Wenn jedes aber nur an einem teil von ihr teilhat, dann hat erstens die Eins einen Teil. Und sie hat sogar unendlich viele Teile, in die sie zerlegt wird, was widersinnig ist. Sodann, wie der Teil der Zehn, z.B. die Zwei, keine Zehn ist, so ist auch der teil der eins keine Eins, und deswegen hat auch nichts an der Eins teil. (Grundriss III, 158)

Wir erfassen demnach die Länge der Mauer, indem wir nicht zugleich ihre Breite mitdenken. Daher dürfte es auch möglich sein, das, was bei den Geometern Länge ohne eine Breite heißt, auf den Begriff zu bringen, da ja das Fenster zum Unbekannten die Erscheinungen sind. Doch er [Aristoteles] irrt oder hält uns vielleicht zum Narren. Denn sooft wir die Länge einer Mauer ohne Breite denken, geschieht das ja nicht ohne jede Breite, sondern nur ohne die der Mauer zugehörige Breite. So ist es uns eben möglich, durch Verknüpfung der Länge der Mauer mit einer bestimmten Breite, wie schmal auch immer, ihren Begriff zu bilden, so daß die Länge nun gar nicht ohne jede Breite erfaßt wird, wie die Mathematiker dafürhalten, sondern nur ohne eine bestimmte Breite. Aristoteles wollte aber nicht darlegen, daß die von den Geometern bezeichnete Länge ohne eine bestimmte Breite ist, sondern vielmehr, daß sie überhaupt keine Breite hat, was ihm nicht gelungen ist. (Adv. math. III, 57)

Literatur

□ Quellen

[Arc] ARCHIMEDES: Werke. Wiss. Buchges., Darmstadt 1983.

[Ari] ARISTOTELES: Philosophische Schriften. Meiner, Hamburg 1995.

- [Be] OSKAR BECKER: Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung. Suhrkamp, Frankfurt 1975.
- [Bü] WILHELM BÜTTEMEYER: (Hg.): Philosophie der Mathematik. Alber, Freiburg 2003.
- [Di] DIOGENES LAERTIUS: Leben und Meinungen berühmter Philosophen. Übersetzung von Otto Apelt. Meiner, Hamburg 2008.
- [Pl-Me] PLATON: Menon. (Griech.-Dt. Übers. u. hrsg. Margarita Kranz). Reclam, Leipzig 1994.
- [Pl-We] PLATON: Sämtliche Werke. (Übers. v. Friedrich Schleiermacher). Rowohlt, Reinbek 1970.
- [Pl] PLATON: Werke. (In acht Bänden; griechisch und deutsch. Hrsg. von Gunther Eigler). Wiss. Buchges., Darmstadt 1970.
- [Se-a] SEXTUS EMPIRICUS: Grundzüge der Pyrrhonischen Skepsis. Suhrkamp, Frankfurt 1968.
- [Se-b] SEXTUS EMPIRICUS: Gegen die Wissenschaftler. Buch 1-6. Königshausen und Neumann, Würzburg 2001.

Sekundärliteratur

- [Br] JAMES ROBERT BROWN: Philosophy of Mathematics. Routledge 1999.
- [Bu] M. F. BURNYEAT: *Plato on Why Mathematics is Good for the Soul*. In: T. Smiley (Hg.): Mathematics and Necessity. Oxford University Press, New York 2000, pp. 1-82.
- [Da-He] PHILIP J. DAVIS, REUBEN HERSH: The Mathematical Experience. Birkhäuser, Boston 1981.
- [Gl] KLAUS GLASHOFF: *Aristotelische Logik und monadische Prädikatenlogik*. In: M. Hykšová et al. (ed.): Wanderings through mathematics. Meeting on the history of mathematics. Augsburg, Rauner Verlag. *Algorismus* **53**, (2006), 91-101.
- [Ha] IAN HACKING: *What Mathematics Has Done to Some and Only Some Philosophers*. In: T. Smiley (Hg.): Mathematics and Necessity. Oxford University Press, New York 2000, pp. 83-138.
- [Ha-Sc] HELMUT HASSE, HEINRICH SCHOLZ: Die Grundlagenkrise der Griechischen Mathematik. Pan-Verlag, Berlin 1928.
- [La] IMRE LAKATOS: Beweise und Widerlegungen. Vieweg, Braunschweig 1979.
- [Ma] LUDWIG MARKUSE: Der Philosoph und der Diktator. Diogenes, ...
- [Me] HERBERT MEHRTENS: *Nachwort*. In: J.D. Barrow: Warum die Welt mathematisch ist. Campusverlag, Frankfurt 1992, pp. 91-104.
- [Meh] HERBERT MEHRTENS: Moderne Sprache Mathematik, Suhrkamp, Frankfurt, 1990.
- [Mei] UWE MEIXNER: (Hg.): Philosophie der Logik. Alber, Freiburg 2003.
- [Me] HERBERT MESCHKOWSKI: Wandlungen im mathematischen Denken. Vieweg, Braunschweig 1969.
- [Mu] ROBERT MUSIL: *Der wichtigste Versuch*. In: Ders.: Der Mann ohne Eigenschaften. Rowohlt, Reinbeck 1978, pp. 38-41.
- [Na] FRITZ NAGEL: Nicolaus Cusanus und die Entstehung der exakten Wissenschaften. Aschendorff, Münster 1984, pp. 26-86.
- [Pu-II] WALTER PURKERT, HANS JOACHIM ILGAUDS: Georg Cantor. Birkhäuser, Basel 1987.
- [Sh] STEWART SHAPIRO: Thinking about Mathematics. Oxford University Press, New York 2000, pp. 49-72.
- [Wo] BRIGITTA-SOPHIE VON WOLFF-METTERNICH: Wider das mathematische Erkenntnisideal. De Gruyter, Berlin 1995.