

Übungen zur Stochastik I, WS 07/08

Blatt 1

1. Der französische Spieler und Hobby-Mathematiker Chevalier de Meré wunderte sich einmal Pascal gegenüber, daß er beim Werfen mit drei Würfeln die Augensumme 11 häufiger beobachtet hatte als die Augensumme 12, obwohl beide durch gleichviele 3-fach Kombinationen der Zahlen 1,...,6 erzeugt würden. Berechne die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der Augensummen 11 und 12.

Hinweis: Definiere für das Würfeln mit drei *unterscheidbaren* Würfeln einen geeigneten Grundraum S .

Kombination (Definition): Sei o.E. $A = \{1, \dots, n\}$. Die Reihenfolge des Auftretens wird nicht notiert. Zusätzlich werden die aufgetretenen Werte der Gre nach geordnet. Als k -Kombination aus A mit (ohne) Wiederholung bezeichnet man jeden Vektor (a_1, \dots, a_k) mit $a_j \in A$, wobei $1 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_k \leq n$ ($1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_k \leq n$) gilt.

Die Anzahl der möglichen k -Kombinationen aus A mit (ohne) Wiederholung beträgt $\binom{n+k-1}{k}$ bzw. $\binom{n}{k}$. (4)

2. Der gute Chevalier aus Aufgabe 1 glaubte, mit einem Würfel bei 4 Würfeln mindestens eine Sechs zu werfen habe dieselbe Wahrscheinlichkeit, wie mit 2 Würfeln bei 24 Würfeln mindestens eine Doppelsechs zu werfen. Stimmt das?

- (a) Geben Sie für beide Spiele einen Grundraum an.
- (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten.

Hatte Chevalier de Meré recht?

Hinweis: Permutation (Definition): Für eine Menge A gelte $A \neq \emptyset$, $|A| = n$. Als k -Permutation aus A mit (ohne) Wiederholung bezeichnet man jeden Vektor (a_1, \dots, a_k) mit $a_i \in A$ (mit $a_i \neq a_j$, falls $i \neq j$).

Die Anzahl der möglichen k -Permutationen mit (ohne) Wiederholung beträgt n^k bzw. $k! \binom{n}{k}$. (4)

3. Bei der Auslosung der 32 Spiele der ersten Hauptrunde des DFB-Pokals 1986 gab es einen Eklat, als der Loszettel der Stuttgarter Kickers unbenutzt buchstäblich unter den Tisch gefallen und schließlich unter Auslosung des Heimrechts der zuletzt im Lostopf verbliebenen Mannschaft Tennis Borussia Berlin zugeordnet worden war. Auf einen Einspruch der Stuttgarter Kickers hin wurde vom DFB-Bundesgericht die gesamte Auslosung der ersten Hauptrunde neu angesetzt. Kurioserweise ergab sich dabei wiederum die Begegnung Tennis Borussia Berlin – Stuttgarter Kickers.

- (a) Zeigen Sie, dass aus stochastischen Gründen kein Einwand gegen die erste Auslosung besteht.
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich in der zweiten Auslosung erneut die Begegnung Tennis Borussia Berlin – Stuttgarter Kickers ergibt?

Hinweis: Nummerieren wir alle Mannschaften von 1 bis 64 durch, so ist das Ergebnis einer regulären Auslosung ein Vektor (a_1, \dots, a_{64}) , wobei Mannschaft a_{2i-1} gegen Mannschaft a_{2i} Heimrecht hat. (4)

Abgabetermin: Mo/Di, den 29./30.10.2007, in den Übungen.