

Übungen zur Stochastik I, WS 08/09

Blatt 10

1. Seien X_1, \dots, X_n diskrete, iid Zufallsvariable verteilt nach $Q|\mathbb{P}(S)$, und $B \subset S$. Man beweise:

(i) für $Y_i = 1_B(X_i)$ gilt $P(Y_i = 1) = Q(B)$, (1)

(ii) $Y_i, i = 1, \dots, n$, sind unabhängig, (3)

- (iii) für jedes $\varepsilon > 0$,

$$P \left(\left| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_B(X_i) - Q(B) \right| \geq \varepsilon \right) = 1 - B_{n, Q(B)} \{k \in \{0, \dots, n\} : Q(B) - n\varepsilon < k < Q(B) + n\varepsilon\}. \quad (3)$$

2. (i) Unter den Voraussetzungen von Def. 2.11 zeige man, dass

$$EX = \int X dP.$$

[Hinweis: sei o.E. $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots\}$, und für $X \geq 0$ beachte, dass

$$\sum_{i=1}^n X(\omega_i) 1_{\{\omega_i\}} \uparrow X$$

für $n \rightarrow \infty$.] (4)

- (ii) Was gewinnt man hinzu bei einer Def. $EX := \int X dP$ des Erwartungswerts für alle P -integrierbaren Zufallsvariablen X ? (2)

3. (BA) Man zeige durch ein Beispiel, dass i.a. in Satz 3.10' (ii) auf die Bedingung $\mu(B_1) < \infty$ nicht verzichtet werden kann. (2)

4. (Liebhabelaufgabe.) In der Siegener Zeitung vom 6.12.2008 ist zu lesen:
Der Chefvolkswirt der (Deutschen) Bank, Norbert Walter, warnte in einem Zeitungsinterview vor einem Rückgang des Bruttoinlandsprodukts um bis zu 4 Prozent. "Die Wahrscheinlichkeit dafür beträgt rund ein Drittel", sagte Walter.

Man gebe eine Präzisierung und kritische Würdigung für diese Aussage an. (Zusatzpunkte: 6)

Abgabetermin: Mo/Di, den 12./13.1.2009, in den Übungen.