

## Übungen zur Stochastik I, WS 08/09

### Blatt 3

1. Ein Glücksrad mit 10 gleich großen Sektoren, welche die Nummern 0, 1, 2, ..., 9 tragen, wird dreimal gedreht; die Zahlen bilden eine dreistellige Gewinnzahl in einem Spiel. Mit welcher Wahrscheinlichkeit

- (a) sind alle drei Ziffern der Gewinnzahl voneinander verschieden;
- (b) ist die mittlere Ziffer der Gewinnzahl die kleinste;
- (c) bilden die drei Zahlen eine abfallende Zahlenfolge von voneinander verschiedenen Zahlen?

aus: Elemente der Mathematik, S. 77, Aufg. 2 (4)

2. Wie viele Tippmöglichkeiten bietet das Lottospiel "5 aus 21"? Mit welcher Wahrscheinlichkeit

- (a) hat man bei einem Tipp genau drei Gewinnzahlen angekreuzt;
- (b) sind alle Gewinnzahlen kleiner als 11;
- (c) sind unter den Gewinnzahlen drei ungerade Zahlen?

aus: Elemente der Mathematik, S. 77, Aufg. 3 (4)

3. Geben Sie einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum für das Werfen eines roten und eines weißen Würfels an und beschreiben Sie darin die folgenden Ereignisse:

A: "die Augenzahl des roten Würfels ist größer als die des weißen";

B: "die Summe der Augenzahlen ist gerade";

C: "das Produkt der beiden Augenzahlen ist kleiner als 4".

Berechnen Sie auch die Wahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse unter der Gleichverteilungsannahme. (3)

4. (Kolmogorovsches Axiomensystem.) Sei  $|S| < \infty$ , und  $Q : \mathbb{P}(S) \rightarrow [0, 1]$  eine Mengenfunktion mit  $Q(S) = 1$ . Man beweise:  $Q$  ist ein  $W$ -Maß genau dann, wenn  $Q$  additiv ist; d.h., wenn (2)

$$\forall B_1, B_2 \subset S \text{ disjunkt} : Q(B_1 + B_2) = Q(B_1) + Q(B_2).$$

5. Ein Mengensystem  $\mathcal{A} \subset \mathbb{P}(\Omega)$  ist eine  $\sigma$ -Algebra genau dann, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- (i)  $\Omega \in \mathcal{A}$
- (ii)  $\forall A, B \in \mathcal{A} : A \setminus B \in \mathcal{A}$
- (iii)  $\forall A_i \in \mathcal{A}, i \in \mathbb{N}, \text{ p.d.} : \sum_{i \in \mathbb{N}} A_i \in \mathcal{A}$ . (4)

**Abgabetermin:** Mo, den 3.11.2008, im Postfach „Kehl“.