

Übungen zur Stochastik I, WS 07/08

Blatt 5

1. (GYM/BK) Man beweise, dass der Mittelwert der Poisson-Verteilung P_λ gleich λ ist. (3)
2. (BA) (Lemma 3.10 der Vorlesung.) Sei $|\Omega| < \infty$ und P_n die Gleichverteilung auf Ω^n . Man beweise, dass für $A_i \subset \Omega$, $i = 1, \dots, n$, folgende Produktregel gilt: (3)

$$P_n(X_{i=1}^n A_i) = \prod_{i=1}^n P_1(A_i)$$

3. Sei X eine $B_{n,p}$ -verteilte Zufallsvariable, wobei p zusätzlich rational ist. Man zeige, dass $EX = np$. [Hinweis: verwende die Aufgaben 1 und 3 von Blatt 4.] Welchen Mittelwert hat B_{np} ? (3)
4. Man beweise, dass für eine diskrete, reellwertige Zufallsvariable X Folgendes gilt: $V(X) = E(X^2) - (EX)^2$, falls $E(X^2)$ existiert. [Hinweis: setze $\alpha = \alpha 1_\Omega$ für eine konstante Zufallsvariable mit Wert α .] (2)
5. In einer Schulklasse wird eine Mathematikarbeit geschrieben. Nach der Korrektur liegt der folgende Datensatz vor, in dem die erreichten Noten der einzelnen Schüler und Schülerinnen festgehalten sind:

2 2 3 4 1 3 3 2 5 5 4 3 3 3 3 2 3 2 2 2 4 3

- (i) Man berechne die absoluten Häufigkeiten der einzelnen Merkmalsausprägungen und erzeuge mit Xtremes den Datensatz mittels des Daten-Editors (OPEN DATA EDITOR... HEADER... DISCRETE DATA).
 - (ii) Man visualisiere den Datensatz mittels eines Histogramms (VISUALIZE... HISTOGRAM) und erzeuge einen Ausdruck des Plots. (3)
6. (Plot einer empirischen Verteilungsfunktion.) Man erzeuge mittels Xtremes Realisationen x_1, \dots, x_n zum Stichprobenumfang $n = 100$ nach der Standard-Exponential-Vf F (POT... GENERATE UNIVARIATE DATA... EXPONENTIAL). Damit liegt ein aktiver Datensatz vor. Man plote F und die empirische Vf F_n —zu dem aktiven Datensatz—in dasselbe Fenster (POT... DISTRIBUTION... EXPONENTIAL... DF und VISUALIZE... SAMPLE DF) und erzeuge einen Ausdruck. (2)

7. (Plot eines Histogramms.)

- (i) Man erzeuge mit Xtremes einen Datensatz zum Stichprobenumfang $n = 100$ nach der Standard-Normalverteilung (mit den Lokations- und Skalenparametern $\mu = 0$, $\sigma = 1$): `SUM...DATA...GENERATE UNIVARIATE DATA...GAUSSIAN`. Xtremes greift dann auf diesen aktiven Datensatz zu.
- (ii) Man konvertiere den gegebenen Datensatz in einen gruppierten Datensatz: Dazu öffne man eine Dialog-Box mit `DATA...CONVERT TO...GROUPED DATA`, wähle eine geeignete Zerlegung des Intervalls $[-4, 4]$ und erzeuge den Datensatz mit OK.
- (iii) Man plote das zugehörige Histogramm: `VISUALIZE...HISTOGRAM`.
- (iv) Man füge im Textmodus die gewählte Zerlegung in den Plot ein: `SET LABEL MOUSE MODE` Klick auf die Graphik `TEXT...LABEL TEXT`
- (v) Man plote die Dichte der Standardnormalverteilung dazu: `DISTRIBUTION...GAUSSIAN...DENSITY`
- (vi) Man erzeuge eine eps-Datei des Plots und drucke diese aus. (4)

Abgabetermin: Mo./Di., den 26./27.11.2007, in den Übungen.