

## Übungen zur Stochastik I, WS 08/09

### Blatt 5

1. (Gewinn/Verlustvariable in einem vereinfachten Lottospiel.) Sei  $P$  die Gleichverteilung auf  $\Omega = \{1, \dots, 6\}$ . Betrachte die Gewinn/Verlustvariable  $X : \Omega \rightarrow \{-10, 60\}$  mit

$$X = -10 \times 1_{\{1, \dots, 5\}} + 60 \times 1_{\{6\}}.$$

- (a) Man berechne den Erwartungswert von  $X$ . (2)
- (b) Man begründe, warum bei einem Einsatz von 10 Cent und einer Auszahlung von 70 Cent, falls die Augenzahl 6 gezogen wird, eine Teilnahme am Spiel nach rationalen Gesichtspunkten vorteilhaft für den/die Spieler/in ist. (3)
2. Sei  $X$  eine Poisson-verteilte Zufallsvariable mit Parameter  $\lambda > 0$ . Man beweise, dass  $EX = \lambda$ . [Zur Erinnerung:  $0! = 1$ .] (3)
3. (Poisson-Approximation der Binomialverteilung.)
- (a) Man plote mit Xtremes ein Histogramm der Binomialverteilung mit Parametern  $n = 200$  und  $q = 0.00305$ . Man verwende dabei die Option D(ISCRETE)... DISTRIBUTION... BINOMIAL.
- (b) Analog hierzu erstelle man ein Histogramm der Poisson-Verteilung mit Parameter  $\lambda = 0.61$ . Verwende D(ISCRETE)... DISTRIBUTION... POISSON. Erzeuge einen geeigneten Ausdruck. (4)
4. (Simuliertes Galtonsches Brett.)
- (a) Man erzeuge mit Xtremes 4000 zufällige Daten nach der Binomialverteilung mit Parametern  $n = 11$  und  $q = 0.5$  mittels DATA... GENERATE DISCRETE DATE... BINOMIAL. Zu diesen Daten erstelle man ein Histogramm mittels VISUALIZE... HISTROGRAM.
- (b) Nun erstelle man ein Histogramm zur Binomialverteilung mit Parametern  $n = 11$  und  $q = 0.5$  (DISTRIBUTION... BINOMIAL) und von beiden Histogrammen einen Ausdruck. (4)
5. (BA) Sei  $X$  geometrisch verteilt mit Parameter  $q \in (0, 1)$  (vgl. Blatt 4, Aufgabe 1.) Man beweise, dass  $EX = (1 - q)/q$ . (3)
6. (BA) Sei  $Q_n$  die Gleichverteilung auf  $\Omega^n$ , vgl. Blatt4, Aufgabe 4, und  $X_i$  die  $i$ te Koordinatenfunktion, vgl. Bsp. 0.4 (ii). Man beweise, dass

$$Q_n(X_i \in \cdot) = Q_1.$$

**Abgabetermin:** Mo/Di, den 17./18.11.2008, in den Übungen.