

Sommersemester 2013

Mathe III für Bauingenieure – DGL'en

3. Übungsblatt

Aufgabe 9

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' = y + x, \quad y(0) = 1$$

mit einer der Ihnen bekannten Methoden und berechnen Sie die ersten vier Schritte y_0, \dots, y_3 der Picard–Lindelöf-Iteration.

Aufgabe 10

Geben Sie Fundamentalsysteme sowie die allgemeinen Lösungen für die folgenden homogenen DGL'en an:

(a) $y'' - 4y' + 13y = 0,$

(b) $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0,$

(c) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0,$

(d) $y^{(4)} + 8y'' + 16y = 0.$

Aufgabe 11

Eine Scheibe (mit Trägheitsmoment J) sei an einem Draht (Länge l , Radius r , Gleitmodul G) aufgehängt. Die kleinen Drehschwingungen $\varphi = \varphi(t)$ dieser Scheibe werden durch die DGL

$$J\varphi'' + k\varphi = 0$$

beschrieben. Dabei ist $k = \frac{\pi}{2l}Gr^4$ die Federkonstante. Ermitteln Sie für die Anfangsdaten

$$\varphi(0) = \varphi_0, \quad \varphi'(0) = 0$$

den zeitlichen Verlauf der Drehschwingungen $\varphi(t)$ sowie die Periode T .

Aufgabe 12

Untersuchen Sie, ob folgende Randwertprobleme lösbar sind, und bestimmen Sie gegebenenfalls die Lösungen!

(a) $y'' = 2y'^3, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = b.$

(b) $y'' + \omega^2 y = x, \quad y(0) - y(1) = 0, \quad y'(0) - y'(1) = 0.$

Aufgabe 13

Bestimmen Sie die Greensche Funktion des Randwertproblems

$$y'' + 2y' + y = f(x), \quad y'(0) + y'(1) = 0, \quad y(0) + y(1) + y'(0) = 0.$$