

Sommersemester 2013

Mathe III für Bauingenieure–DGL'en

4. Übungsblatt

Aufgabe 14

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenfunktionen zu folgenden Problemen:

$$(a) \quad y'' + 2y' + \lambda y = 0, \quad y(0) = y(\pi) = 0,$$

$$(b) \quad (xy')' + \frac{\lambda}{x}y = 0, \quad y(1) = y'(e) = 0.$$

Aufgabe 15

Betrachte das Sturm-Liouvillesches Problem

$$LX + \lambda r(x) = 0, \quad \alpha X(a) + \beta X'(a) = 0, \quad \gamma X(b) + \delta X'(b) = 0$$

wie in Definition 1.3.2. Zeigen Sie: Falls X_1 und X_2 Eigenfunktionen zu demselben Eigenwert λ sind, dann ist jede Linearkombination ebenfalls Eigenfunktion zu λ .

Aufgabe 16

Gegeben sei das Eigenwertproblem

$$y'' - 2y' + (\lambda + 1)y = 0, \quad y(0) = y(1) = 0.$$

Schreiben Sie es in Sturm-Liouville Form um und zeigen Sie, dass das Problem nur positive Eigenwerte besitzt.