



Jens Bender

Zur Ermittlung von hydrologischen Bemessungs- größen an Flussmündungen mit Verfahren der multivariaten Statistik

Jens Bender

**Zur Ermittlung von hydrologischen Bemessungsgrößen an Flussmündungen
mit Verfahren der multivariaten Statistik**

Erscheinungsort: Siegen
Erscheinungsjahr: 2015
D 467

**Mitteilungen des Forschungsinstituts Wasser und Umwelt der Universität Siegen
Heft 9 | 2015**

Herausgeber:
Forschungsinstitut Wasser und Umwelt (fwu)
der Universität Siegen
Paul-Bonatz-Str. 9-11
57076 Siegen

Druck:
UniPrint, Universität Siegen

ISSN 1868-6613

Vorwort

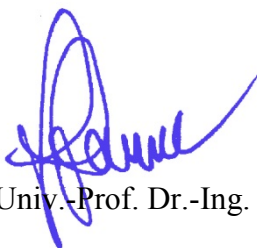
Mit der ersten Promotion am Forschungsinstitut Wasser und Umwelt (fwu) im Jahr 2009 wurde eine eigene fwu-Schriftenreihe etabliert. Neben den Promotionen am fwu werden in dieser Schriftenreihe die Ergebnisse von Institutsveranstaltungen, Konferenzen und Workshops sowie andere Forschungsergebnisse, die im Kontext des fwu erarbeitet werden, veröffentlicht. Bis dahin wurden die Forschungsergebnisse in verschiedenen internen und externen Schriftenreihen publiziert. Eine Übersicht der bisher veröffentlichten Schriftenreihen kann der letzten Seite entnommen werden.

In dem vorliegenden Heft 9 (2015) wird die Promotion von Herrn Jens Bender mit dem Titel „Zur Ermittlung von hydrologischen Bemessungsgrößen an Flussmündungen mit Verfahren der multivariaten Statistik“ in Papierform veröffentlicht; die digitale Veröffentlichung erfolgte im Oktober 2015 über die Universitätsbibliothek Siegen. Herr Jens Bender hat die Dissertation als Monografie in deutscher Sprache verfasst. Inhalte der Dissertationsschrift wurden parallel auch in begutachteten Beiträgen in internationalen Fachzeitschriften veröffentlicht.

Für die Bemessung von Hochwasserschutzbauwerken im Bereich von Flussmündungen, d. h. dem Zusammenfluss von Haupt- und Nebengewässer, können die gängigen Bemessungsansätze nicht angewendet werden, da die Abflüsse aus beiden Gewässern Berücksichtigung finden müssen. Dennoch wird gerade in solchen Mündungsbereichen ein ausreichender Hochwasserschutz benötigt, da sich dort häufig hochwertige und dichte Bebauung befindet. Da bislang nur sehr pragmatische Ansätze für die Bemessung von Hochwasserschutzbauwerken an Gewässermündungen vorhanden sind, befasst sich die Dissertation von Herrn Bender mit dieser Fragestellung. Basierend auf Copula-Funktionen wird zum einen ein methodischer Ansatz vorgestellt, mit der die bemessungsrelevanten Abflusskombinationen aus Haupt- und Nebengewässer bei ausreichend langen Abflussaufzeichnungen bestimmt werden können. Zum anderen wird ein Ansatz zur Regionalisierung erarbeitet, mit der auch an Mündungen ohne entsprechende Pegelbeobachtungen die kombinierte Hochwasserwahrscheinlichkeit aus Haupt- und Nebengewässer abgeschätzt werden kann. Unter Berücksichtigung der vorgestellten Ansätze können Schutzbauwerke somit wirtschaftlicher errichtet werden, bei gleichzeitiger Erfüllung geforderter Sicherheitsstandards.

Für die Mitbetreuung der Promotion möchte ich mich bei meinem geschätzten Kollegen Herrn Prof. Dr. rer. nat. Alfred Müller vom Department Mathematik der Universität Siegen und für die Mitwirkung im Prüfungsausschuss bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Günter Meon von der Technischen Universität Braunschweig sowie bei Herrn Prof. Paolo Reggiani, Ph.D. vom Department Bauingenieurwesen der Universität Siegen herzlich bedanken.

Siegen im Oktober 2015



Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jürgen Jensen

Zur Ermittlung von hydrologischen Bemessungsgrößen an Flussmündungen mit Verfahren der multivariaten Statistik

Vom Department Bauingenieurwesen der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät der Universität Siegen angenommene

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

von

Dipl.-Ing. (FH) Jens Bender, M.Sc.

Referent: **Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jürgen Jensen**
Universität Siegen

Korreferent: **Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Alfred Müller**
Universität Siegen

Prüfer: **Univ.-Prof. Dr.-Ing. Günter Meon**
Technische Universität Braunschweig

Vorsitzender: **Univ.-Prof. Paolo Reggiani, Ph.D.**
Universität Siegen

Tag der Einreichung: 01.06.2015

Tag der mündlichen Prüfung: 03.09.2015

Zum Titelbild:

Das Titelbild zeigt das Hochwasser am Zusammenfluss der Mosel und des Rheins in Koblenz am Deutschen Eck im Dezember 1993 (Foto: D. Lippert, Bundesanstalt für Gewässerkunde, Koblenz). Bei diesem extremen Hochwasserereignis trafen die Hochwasserwellen aus Rhein und Mosel am 23. Dezember 1993 nahezu zeitgleich in Koblenz ein und führten so zu dem höchsten je gemessenen Wasserstand am Pegel Koblenz (9,49 m) seit dem offiziellen Aufzeichnungsbeginn im Jahr 1882.

Kontakt: Jens Bender | E-Mail: jens.bender@gmx.de

Danksagung

Diese Dissertationsschrift entstand während der Zeit von 2011 - 2015 als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Forschungsinstitut Wasser und Umwelt (fwu) im Department Bauingenieurwesen der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät der Universität Siegen. An dieser Stelle möchte ich mich bei einigen Personen bedanken, die mich während dieser Zeit unterstützt haben und ohne die diese Arbeit in der vorliegenden Form nicht entstanden wäre.

Zunächst gilt mein tiefster Dank meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. Jürgen Jensen, der mir überhaupt erst ermöglicht hat diese Arbeit zu verfassen. Seine Anregungen, Kritik und Offenheit gegenüber neuen Ideen und methodischen Ansätzen waren eine hervorragende Basis auf der die Dissertation in den vergangenen Jahren entstehen konnte. Weiterhin möchte ich Herrn Prof. Dr. rer. nat. Alfred Müller aus dem Department Mathematik danken, der sich bereit erklärt hat das Korreferat zu übernehmen und mir besonders mit seinem mathematischen Fachwissen jederzeit mit einem offenen Ohr und Geduld begegnete.

Des Weiteren möchte ich meinen ehemaligen Arbeitskollegen, Prof. Dr.-Ing. Christoph Mudersbach und Dr.-Ing. Thomas Wahl für die zahllosen und interessanten Fachgespräche danken. Ohne diese Gespräche wäre der Einstieg in die Verfahren der statistischen Hydrologie deutlich mühseliger geworden. Weiterer Dank gilt natürlich auch den derzeitigen Kolleginnen und Kollegen am fwu. Jeder hat im Rahmen seines Fachwissens direkt oder indirekt dazu beigetragen, dass diese Arbeit in der jetzigen Form entstehen konnte. Namentlich erwähnt seien (in alphabetischer Reihenfolge): Dr.-Ing. Arne Arns, Dr.-Ing. Sönke Dangendorf, Kristina Fehler, Vitalij Kelln, Sebastian Niehüser, Jessica Schmidt, Volker Spieß, Andre Stettner-Davis, Sandra Sziburies, Marius Ulm und Jörg Wieland. Das Arbeiten in diesem Team hat mir nicht nur fachlich sehr weitergeholfen!

Nicht zuletzt möchte ich ebenfalls meiner Familie, meinen Freunden und ganz besonders Dajana meinen herzlichen Dank für die fortwährende Unterstützung aussprechen.

Kurzfassung

Die Bemessung von Hochwasserschutzbauwerken am Zusammenfluss von Gewässern stellt Ingenieure vor besondere Herausforderungen, da die gängigen univariaten statistischen Verfahren zur Ermittlung der Belastungsparameter nicht angewendet werden können. Dennoch besteht auch in Mündungsbereichen die Notwendigkeit eines sicheren und wirtschaftlichen Hochwasserschutzes. Diese Dissertation befasst sich mit der Ermittlung von Bemessungsgrößen für die Dimensionierung solcher Bauwerke unter Verwendung multivariater statistischer Verfahren. Zunächst werden in dieser Arbeit grundlegende Einflussfaktoren untersucht, die bei der statistischen Ermittlung von hydrologischen Bemessungsgrößen eine Rolle spielen. Dies ist zum einen die Diskretisierungszeitspanne der verwendeten Abflusszeitreihen und zum anderen mögliche Instationaritäten in den zu untersuchenden Parametern. Für die Ermittlung der hydrologischen und hydraulischen Belastungszustände im direkten Bereich des Zusammenflusses zweier Gewässer wird ein methodischer Ansatz entwickelt, der unter Verwendung von Copula-Funktionen auf der Überlagerung von Quantil-Isolinien beruht, wodurch es möglich ist, das zeitgleiche oder auch zeitlich versetzte Auftreten von Extremereignissen in den statistischen Untersuchungen zu berücksichtigen. Weiterhin wird auf Basis einer breiten Datengrundlage ein Ansatz erarbeitet, mit dem die kombinierte Hochwasser-wahrscheinlichkeit an Gewässermündungen bestimmt werden kann, an denen keine langjährigen Abflussbeobachtungen vorhanden sind. Diese Arbeit liefert somit einen bedeutenden Beitrag für die verlässliche Ermittlung von bemessungsrelevanten Hochwasserabflüssen zur Bemessung von Schutzbauwerken.

Abstract

The design of flood protection structures in the direct reach of river confluences is exceptionally challenging for engineers. This is mainly because commonly applied univariate statistical methods are not valid to derive the hydrological design parameters. In this thesis various aspects are investigated to determine hydrologic and hydraulic parameters for the design of flood protection structures in the direct reach of river confluences to meet safety and economic requirements. First, general aspects influencing statistical analyses of hydrological time series are investigated. Therefore, the influence of different discretisation time spans of discharge time series as well as non-stationarities of the univariate parameters on statistically derived design values are explored. The main focus of the thesis is on estimating design events for flood protection structures in the direct reach of river confluences. A new methodology is introduced for cases where long discharge time series are available at both rivers the main stream and the tributary. The approach uses Copula functions and is based on overlapping quantile-isolines for the derivation of bivariate design events if the variables to be modeled not necessarily occur simultaneously. For river confluences where no discharge time series are available, a general approach is developed to estimate the discharge combinations of both streams in the context of joint occurrence. This thesis provides a significant contribution to the reliable identification of design relevant flood discharges at river confluences.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Hintergrund und Veranlassung	1
1.2	Forschungsfragen und Zielsetzung	2
1.3	Struktur der Arbeit	4
2	Stand der Wissenschaft	6
3	Stand der Technik	13
3.1	Mündungsformel	13
3.2	Quantil-Differenzen-Methode	16
3.3	Anwendung beider Verfahren auf ein Fallbeispiel	18
3.3.1	Mündungsformel	20
3.3.2	Quantil-Differenzen-Methode	23
3.4	Diskussion der Ergebnisse	24
4	Grundlagen der univariaten Wahrscheinlichkeitsanalyse	25
4.1	Einführung	25
4.2	Allgemeine Begriffsdefinitionen	26
4.3	Anforderung an hydro-meteorologische Zeitreihen für extremwertstatistische Analysen	27
4.4	Stichprobengewinnung	29
4.4.1	Blockmodell	29
4.4.2	Schwellenwertmodell	30
4.5	Unabhängigkeit von Hochwasserereignissen	31
4.6	Homogenität und Stationarität	33
4.7	Empirische Unterschreitungswahrscheinlichkeiten und außergewöhnlich hohe Scheitelabflüsse	35
4.8	Theoretische Verteilungsfunktionen	36
4.9	Parameterschätzverfahren	39

4.10	Anpassungstests	42
4.10.1	Formale Anpassungstests	42
4.10.2	Visuelle Überprüfung	44
4.11	Zusätzliche Informationserweiterung	45
5	Methoden der multivariaten Wahrscheinlichkeitsanalyse	48
5.1	Einführung	48
5.2	Korrelation und Abhängigkeit multivariater Zufallsvariablen	49
5.3	Multivariate Verteilungsfunktionen	52
5.4	Copula-Theorie	53
5.4.1	Archimedische Copulas	56
5.4.2	Parameterschätzung	59
5.5	Anpassungstests	61
5.5.1	Formale Anpassungstests	61
5.5.2	Visuelle Überprüfung	64
5.6	Bivariate Häufigkeitsanalyse	65
5.7	Stichprobengewinnung für bivariate Untersuchungen	70
5.8	Auswahl eines Bemessungsereignisses	73
5.9	Instationäre multivariate Modelle	74
6	Zur Verwendung diskreter Abflusszeitreihen für statistische Analysen	75
6.1	Einführung	75
6.2	Verwendung bei univariaten Analysen	78
6.2.1	Verwendete Methodik	78
6.2.2	Vorhandene Datengrundlage	79
6.2.3	Ergebnisse der Untersuchungen	81
6.2.4	Diskussion der erzielten Ergebnisse	85
6.3	Verwendung bei multivariaten Analysen	86
6.3.1	Verwendete Methodik	87
6.3.2	Vorhandene Datengrundlage	88

6.3.3	Ergebnisse der Untersuchungen	89
6.3.4	Diskussion der Ergebnisse	90
7	Zum Einfluss von Instationaritäten auf die Ermittlung bivariater Bemessungsgrößen	92
7.1	Einführung	92
7.2	Methodik	93
7.3	Beispielhafte Anwendung auf eine Abflusszeitreihe	95
7.3.1	Datengrundlage	95
7.3.2	Tests auf Instationarität	96
7.4	Ergebnisse	100
7.5	Diskussion der Ergebnisse	104
8	Ermittlung von Hochwasserständen an Flussmündungen	106
8.1	Einführung	106
8.2	Entwicklung der Methodik	108
8.2.1	Ermittlung der statistischen Bemessungsgrößen	108
8.2.2	Berücksichtigung der physikalischen Interaktionen	110
8.3	Anwendung der Methodik auf ein Fallbeispiel	111
8.4	Ergebnisse	114
8.4.1	Kombinationen der Bemessungsabflüsse	114
8.4.2	Numerische Strömungsmodellierung	119
8.5	Diskussion der Ergebnisse	123
9	Entwicklung eines allgemeinen Ansatzes zur Abschätzung von kombinierten Hochwasserwahrscheinlichkeiten	124
9.1	Einführung	124
9.2	Untersuchungsgebiet und Datengrundlage	125
9.3	Entwicklung der Methodik	127
9.3.1	Stichprobenbildung	129
9.3.2	Festlegung der Klassen	131

9.3.3	Ermittlung der jährlichen Eintrittswahrscheinlichkeiten der zeitgleich aufgetretenen Beobachtungen	135
9.4	Bestimmung der kombinierten Hochwasserwahrscheinlichkeiten	138
9.5	Validierung der Ergebnisse anhand eines Fallbeispiels	142
9.6	Diskussion der Ergebnisse	145
10	Schlussfolgerung	147
10.1	Zielerfüllung und Antworten auf die Forschungsfragen	147
10.2	Offene Fragen und weiterer Forschungsbedarf	149
11	Zusammenfassung	151
12	Quellenverzeichnis	154
A	Anhang	167
A.1	Verzeichnis der verwendeten Abflusszeitreihen	167
A.2	Berücksichtigte univariate Verteilungsfunktionen	174
A.3	Tabellarische Zusammenfassung der Ergebnisse des allgemeinen Ansatzes	177

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 3-1:	Schematische Darstellung zur Herleitung der Mündungsformel (ergänzt nach LUBW, 2010)	15
Abbildung 3-2:	Schematische Darstellung der Quantil-Differenzen-Methode zur Ermittlung hochwasserrelevanter Zuflüsse der Nebengewässer in das Hauptgewässer	17
Abbildung 3-3:	Entwicklung des HQ_{100} entlang des Rheins zwischen Maxau und Rees (nach BfG, 2015)	18
Abbildung 3-4:	Übersichtskarte der Gewässer Ilz und Wolfsteiner Ohe (links) und Detailkarte des Mündungsbereichs (rechts)	19
Abbildung 3-5:	Gemessene Abflusszeitreihen (grau) und AMAX-Werte (rot) der Pegel Schrottenbaumühle (oben), Fürsteneck (mittig) und Kalteneck, synthetisch (unten)	20
Abbildung 3-6:	Angepasste Verteilungsfunktionen mit 95 %-Konfidenzintervallen, sowie die Plotting Positionen (PLP) nach Gringorten für die AMAX-Werte der Pegel Schrottenbaumühle (A), Fürsteneck (B) und des synthetischen Pegels Kalteneck (C)	21
Abbildung 4-1:	Stichprobengewinnung mittels Blockmodell (<i>r-largest</i>) mit $r = 1$ (AMAX) und $r = 2$	30
Abbildung 4-2:	Stichprobengewinnung mittels Schwellenwertmodell (POT)	31
Abbildung 4-3:	Kriterien für unabhängige Hochwasserscheitelabflüsse, links nach LAWA (1997) und rechts nach Bacchi et al. (1992)	32
Abbildung 4-4:	Darstellung des Verlaufs der Allgemeinen Extremwertverteilung in Abhängigkeit des Krümmungsparameters ζ	38
Abbildung 4-5:	Möglichkeiten zur visuellen Überprüfung angepasster theoretischer Verteilungsfunktionen an eine Stichprobe: empirische Verteilung vs. theoretische Verteilung (oben links), empirische Verteilung vs. theoretische Verteilung im doppelt-logarithmischen Maßstab (oben rechts), Probability-Probability-Plot (unten links), Quantil-Quantil-Plot (unten rechts)	45
Abbildung 5-1:	Wertepaare (x,y) mit standardnormalverteilten Randverteilungen und Kendalls $\tau = 0,75$; untere Abhängigkeit von Ausreißern (links), keine Abhängigkeit von Ausreißern (Mitte), obere Abhängigkeit von Ausreißern (rechts)	51

Abbildung 5-2:	Bivariate Stichprobe von (X, Y) mit den univariaten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_X(x)$ und $f_Y(y)$	54
Abbildung 5-3:	Kumulative Verteilungsfunktionen (oben) und Isolinien (unten) der unteren Fréchet-Hoeffding Schranke W_2 (links), der oberen Fréchet-Hoeffding Schranke M_2 (mittig) und der Produktcopula I_2 (rechts)	55
Abbildung 5-4:	Reihe 1 – 3: Isolinien der Wahrscheinlichkeitsdichten der Clayton-, Frank- und Gumbel-Copula für verschiedene Abhängigkeitsmaße ($\tau = 0,3, 0,5, 0,7$); Reihe 4: Isolinien der Wahrscheinlichkeitsdichten der Ali-Mikhail-Haq-Copula für $\tau = -0,3, 0, 0,3$; zur besseren Vergleichbarkeit sind alle Randverteilungen standardnormalverteilt	58
Abbildung 5-5:	Möglichkeiten zur visuellen Überprüfung angepasster parametrischer Copula-Funktionen an eine bivariate Stichprobe; links: Vergleich der Wertepaare (u_i, v_i) der empirischen Copula mit synthetisch erzeugten Werten (u_j, v_j) ; rechts: Vergleich der beobachteten Werte (x_i, y_i) mit den synthetisch erzeugten, aber in den realen Raum transformierten Werten (x_j, y_j)	65
Abbildung 5-6:	Wahrscheinlichkeitsmengen in der Einheitsfläche $[0, 1]^2$ (farbige Bereiche) für $P(X > x \vee Y > y)$ (links) und $P(X > x \wedge Y > y)$ (rechts)	68
Abbildung 5-7:	Wahrscheinlichkeitsmengen in der Einheitsfläche $[0, 1]^2$ (farbige Bereiche) für $K_C(w) = P(C(u, v) \leq w)$ (links) und $1 - K_C(w) = P(C(u, v) > w)$ (rechts)	69
Abbildung 5-8:	Möglichkeiten der Stichprobengewinnung für bivariate statistische Untersuchungen: Block-Maxima-Modell (oben links), Schwellenwertmodell (oben rechts), Punkt-Prozess-Modell (unten links) und konditionales Schwellenwertmodell (unten rechts)	71
Abbildung 6-1:	Prinzip der indirekten, kontinuierlichen Abflussmessung an Fließgewässern nach Morgenschweis (2010)	76
Abbildung 6-2:	Annähernde Abbildung von Abflussganglinien unterschiedlicher Einzugsgebietsgrößen mit ihren Mittelwerten für die Zeitschritte $\Delta t = 15 \text{ min}, 60 \text{ min}$ und 24 h	77
Abbildung 6-3:	Verwendete Abflusszeitreihen mit einer zeitlichen Auflösung von $\Delta t = 15 \text{ min}$	80

Abbildung 6-4:	Verhältnis der Hochwasserabflüsse der Jährlichkeiten $T = 100, 50, 20, 10$ a aus 15 min- und 60 min-Abflusszeitreihen, sowie die angepasste Ausgleichsfunktion; $R_{60min} = 0.95$ stellt eine Fehlertoleranz von 5 % dar	81
Abbildung 6-5:	Verhältnis der Hochwasserereignisse der Jährlichkeiten $T = 100, 50, 20, 10$ a aus 15 min- und 24 h-Abflusszeitreihen, sowie die angepasste Ausgleichsfunktion; $R_{24h} = 0.95$ stellt eine Fehlertoleranz von 5 % dar	84
Abbildung 6-6:	Verfügbare Abflusszeitreihen von Haupt- und Nebengewässer oberhalb von Gewässermündungen mit einer zeitlichen Auflösung $\Delta t = 15$ min in Nordrhein-Westfalen und Bayern	88
Abbildung 6-7:	Korrelationskoeffizienten τ (oben) und obere Tail Dependence Coefficients λ_U die auf Basis von 15 min-Abflusszeitreihen und mit $\Delta t = 60$ min, bzw. $\Delta t = 24$ h diskretisierte Zeitreihen für HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} mit einem Grenzwert von $w = 0,5$ (mittig) und $w = 0,7$ (unten) bestimmt wurden	89
Abbildung 7-1:	Schematische Darstellung eines gleitenden Zeitfenstermodells	93
Abbildung 7-2:	Lage des als Fallstudie gewählten Pegels Worms am Rhein	95
Abbildung 7-3:	Zeitreihe der jährlichen Maximalabflüsse Q (oben links) und die zeitabhängigen Parameter der GEV der Lage (oben rechts), der Streuung (unten links) und der Krümmung (unten rechts)	97
Abbildung 7-4:	Schematische Darstellung einer Hochwasserganglinie und die Komponenten Direktabfluss und Basisabfluss	98
Abbildung 7-5:	Wie Abbildung 7-3 entsprechend für die korrespondierenden Volumen V des Direktabflusses	99
Abbildung 7-6:	Zeitabhängige Korrelationskoeffizient τ nach Kendall der jährlichen Maximalabflüsse Q und den korrespondierenden Hochwasservolumen V des Direktabflusses, sowie der lineare Trend	99
Abbildung 7-7:	Ergebnisse des zeitabhängigen Anpassungstests der Copulas für Q und V basierend auf dem Cramér-von-Mises-Test; berechnetes Distanzmaß S_n (oben) und über das parametrische Bootstrapping Verfahren ermittelte Signifikanzwerte (unten)	101

Abbildung 7-8:	Zeitabhängige Quantil-Isolinien ($P_{\bar{U}} = 0,02$ 1/a) für die Fälle $\mu(t), \sigma(t), \zeta(t), \theta(t)$ (oben links), $\mu(t), \sigma(t), \zeta, \theta(t)$ (oben rechts), $\mu(t), \sigma, \zeta, \theta(t)$ (unten links) und $\mu, \sigma, \zeta, \theta(t)$ (unten rechts); der Farbbalken bezieht sich auf das jeweilige letzte Jahr eines Zeitfensters, d. h. auf den Zeitraum von 1870 – 2011	102
Abbildung 7-9:	Zeitabhängige Entwicklung der Bemessungsparameter Q (oben) und V (unten) für den Punkt der maximalen Copula-Dichte unter Verwendung verschiedener instationärer Modelle	104
Abbildung 8-1:	Schematische Darstellung der Größe der hydraulischen Wechselwirkung im Haupt- und Nebengewässer in Abhängigkeit des Abstandes d zur Mündung	108
Abbildung 8-2:	Schematische Darstellung der Überlagerung von zwei Quantil-Isolinien und Bestimmung der Umhüllenden	110
Abbildung 8-3:	Einzugsgebiete der Gewässer Rhein und Sieg (links) und das Mündungsgebiet beider Gewässer (rechts)	112
Abbildung 8-4:	AMAX-Zeitreihe des Rheins am Pegel Bonn (oben), der Sieg am Pegel Menden (mittig) und die zeitliche Differenz des Auftretens beider AMAX-Werte (unten); blaue Punkte kennzeichnen winterliche Hochwasserereignisse, rote Punkte hingegen sommerliche; die grün markierten Werte stellen die innerhalb ± 1 d zeitgleich aufgetretenen AMAX-Werte dar	114
Abbildung 8-5:	Angepasste Randverteilungsfunktionen mit dem 95 %-Konfidenzintervall der AMAX-Zeitreihe des Rheins HG_{MAX} (oben links), der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse der Sieg NG_{SIM} (unten rechts), der AMAX-Zeitreihe der Sieg NG_{MAX} (oben rechts) und die dazu zeitgleich aufgetretenen Abflüsse des Rheins HG_{SIM} (unten links)	115
Abbildung 8-6:	Ergebnisse der bivariaten Statistik für die Datensätze HG_{MAX}/NG_{SIM} (oben links), HG_{SIM}/NG_{MAX} (oben rechts) und den fiktiven Datensatz HG_{MAX}/NG_{MAX} (unten links)	117
Abbildung 8-7:	Überlappte Quantil-Isolinien und deren Umhüllende mit einer jährlichen Überschreitungswahrscheinlichkeit von $P_{\bar{U}} = 0,01$ 1/a aus den beiden angepassten Copula-Modellen an die Datensätze HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX}	118

Abbildung 8-8:	Ergebnisse der Strömungsmodellierung der fünf charakteristischen Abflusskombinationen aus den überlappten Quantil-Isolinien	121
Abbildung 8-9:	Bemessungsrelevante Abflusskombinationen (vgl. Abbildung 8-7) im Mündungsbereich des Rheins und der Sieg	122
Abbildung 9-1:	Langjährige Datenverfügbarkeit von Pegelpaaren an Flussmündungen im deutschen Mittelgebirge mit einer minimalen Aufzeichnungslänge von 20 a und einer zeitlichen Auflösung von 15 min, 60 min und 24 h	126
Abbildung 9-2:	Beispielhafte Darstellung von Isolinien mit $w = 0,9$ der Gumbel-Copula für $\theta = 2,0, 3,0, 4,0$ im Einheitsraum $[0,1]^2$	128
Abbildung 9-3:	Räumliche Darstellung der berechnete θ -Werte der Gumbel-Copula der jeweils 125 Stichproben für die Fälle HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} im Deutschen Mittelgebirgsraum	130
Abbildung 9-4:	Mittlerer RMSE aller vier Klassen zwischen Mittelwert und Beobachtungen von θ in Abhängigkeit der Schwellenwerte S_R und S_A	133
Abbildung 9-5:	Mittelwerte und 90 %-Quantile der Gumbel-Copula-Parameter θ für die Klassen I – IV der HG_{MAX}/NG_{SIM} Stichproben	134
Abbildung 9-6:	Ermittlung der empirischen jährlichen Unterschreitungswahrscheinlichkeit der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse an Gewässermündungen auf Basis von Kerndichteschätzungen für den Fall HG_{SIM} (links) und NG_{SIM} (rechts)	137
Abbildung 9-7:	Exemplarische Darstellung der mittleren Abweichung (rot) \pm Standardabweichung (grau) der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten $P_{U,SIM}$ der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse NG_{SIM} (links) und HG_{SIM} (rechts) zu den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der jeweiligen AMAX-Zeitreihe $P_{U,MAX}$ auf Basis von Kerndichteschätzungen für Klasse I	138
Abbildung 9-8:	Beispielhafte Darstellung der Isolinien gleicher bivariater Jährlichkeiten $T^\wedge = 5, 10, 20, 50, 100, 200$ a für die Klasse I und den Fall HG_{MAX}/NG_{SIM}	139

- Abbildung 9-9: Angepasste Verteilungsfunktion mit dem 95 %-Konfidenzintervall und den Plotting Positionen (PLP) nach Gringorten für die zu den A_{MAX}-Werte am Hauptgewässer (Ilz, Pegel Schrottenbaummühle) zeitgleich aufgetretenen Abflüsse (NG_{SIM}) am Pegel Fürsteneck (Wolfsteiner Ohe) 143
- Abbildung 9-10: Validierung des allgemeinen Ansatzes zur Abschätzung der kombinierten Hochwasserwahrscheinlichkeit für den Fall HG_{MAX}/NG_{SIM} an der Mündung Ilz/Wolfsteiner Ohe für die bivariate Jährlichkeit $T^{\wedge} = 100$ a 144

Tabellenverzeichnis

Tabelle 3-1:	Hochwasserabflüsse der Jährlichkeiten $T = 5, 10, 20, 50$ und 100 a der Pegel Schrottenbaumühle, Fürsteneck und Kalteneck (synthetisch)	21
Tabelle 3-2:	Die im Hauptgewässer anzusetzenden Abflüsse bei einem gegebenen Abfluss HQ_T im Nebengewässer nach der Mündungsformel mit relativ exakten Unterschreitungswahrscheinlichkeiten und auf ganze Werte gerundeten Jährlichkeiten	22
Tabelle 3-3:	Die im Hauptgewässer anzusetzenden Abflüsse bei einem gegebenen Abfluss HQ_T im Nebengewässer nach der Quantil-Differenzen-Methode mit relativ exakten Unterschreitungswahrscheinlichkeiten und auf ganze Werte gerundeten Jährlichkeiten	24
Tabelle 4-1:	Beobachtungszeitspannen von Pegelaufzeichnungen und deren statistische Aussagekraft nach DVWK (1999)	28
Tabelle 4-2:	Verschiedene Parameter zur Bestimmung der empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeit (Plotting Positionen) nach Stedinger et al. (1993)	35
Tabelle 5-1:	Verschiedene zweidimensionale Archimedische Copulas C_θ , deren Generatorfunktionen φ , der Wertebereich des Copula-Parameters θ und der funktionale Zusammenhang von θ und Kendalls τ	59
Tabelle 6-1:	Parameter der Potenzfunktionen für die Hochwasserabflüsse HQ_T für $T = 100, 50, 20$ und 10 a sowie die Einzugsgebietsgröße A_{EO} für $R_{60min} = 0,95$ und $R_{60min} = 0,98$	83
Tabelle 6-2:	Parameter der Polynomfunktionen für die Hochwasserabflüsse HQ_T für $T = 100, 50, 20$ und 10 a sowie die Einzugsgebietsgröße für $R_{24h} = 0,95$ und $R_{24h} = 0,98$ in Abhängigkeit der Einzugsgebietsgröße A_{EO}	85
Tabelle 7-1:	Archimedische Copula-Funktionen mit zeitabhängigem Copula-Parameter $\theta(t)$, zeitabhängiger Generator-Funktion $\varphi(w,t)$ und dem Wertebereich von $\theta(t)$	94

Tabelle 8-1:	Ergebnisse der Anpassungstests für die drei berücksichtigten Datensätze HG_{MAX}/NG_{SIM} , HG_{SIM}/NG_{MAX} und HG_{MAX}/NG_{MAX} für die Clayton-, Frank-, Gumbel- und Ali-Mikhail-Haq-Copula	116
Tabelle 8-2:	Abflusskombinationen des Rheins und der Sieg als Eingabeparameter des zweidimensionalen hydrodynamisch-numerischen Strömungsmodells	119
Tabelle 9-1:	Einteilung der Klassen auf Basis der Einzugsgebietsgrößenverhältnisse R_A und der summierten Einzugsgebietsgrößen A_{TOT} der zusammenfließenden Gewässer	131
Tabelle 9-2:	Verteilung der Einzugsgebietsgrößenverhältnisse R_A der 125 verwendeten Pegelpaare im Deutschen Mittelgebirge	132
Tabelle 9-3:	Verteilung der Einzugsgebietsgrößen A_{EO} der Hauptgewässer (HG), Nebengewässer (NG) und die Summe von Haupt- und Nebengewässer A_{TOT} der verwendeten Pegelpaare	132
Tabelle 9-4:	Mögliche Abflusskombinationen der Mündungsklasse I für bivariate UND-Wiederkehrintervalle von $T^{\wedge} = 5, 10, 20, 50, 100$ und 200 a für den Fall HG_{MAX}/NG_{SIM} auf Basis des Mittelwertes (oben) und des 90 %-Quantils (unten) des Gumbel-Copula-Parameters θ	141
Tabelle 9-5:	Vergleich der univariaten T -jährlichen Abflusskombinationen auf Basis des Mittelwertes der Copula-Parameter der vier Klassen für $T^{\wedge} = 100$ a für den Fall HG_{MAX}/NG_{SIM}	146

Abkürzungen und Einheiten

Abkürzung	Vollständige Bezeichnung
AIC	<i>engl. Akaike Information Criterion</i>
AMAX	Jährliche Maxima (<i>engl. annual maxima</i>)
BfG	Bundesanstalt für Gewässerkunde
BIC	<i>engl. Bayesian Information Criterion</i>
CDF	Kumulative Verteilungsfunktion (<i>engl. cumulative distribution function</i>)
DGM	Digitales Geländemodell
DLM	Digitales Landnutzungsmodell
GEV	Verallgemeinerte Extremwertverteilung (<i>engl. generalised extreme value distribution</i>)
Gew.-Stat.	Gewässerstationierung
GoF	Anpassungstest (<i>engl. goodness of fit</i>)
HG _{MAX}	Zeitreihe der Maximalwerte am Hauptgewässer
HG _{SIM}	Zeitreihe der zu NG _{MAX} simultan aufgetretenen Abflüsse am Hauptgewässer
HLUG	Hessisches Landesamt für Umwelt und Geologie
<i>i.i.d.</i>	<i>engl. independent and identical distributed random variables</i>
LANUV	Landesamt für Natur, Umwelt und Verbraucherschutz NRW
LfU	(Bayerisches) Landesamt für Umwelt
LFULG SN	Sächsisches Landesamt für Umwelt, Landwirtschaft und Geologie
LIDAR	Lasergestützte Abstandsmessung (<i>engl. light detection and ranging</i>)
LUA SL	Landesamt für Umwelt- und Arbeitsschutz, Saarland
LUBW	Landesanstalt für Umwelt, Messungen und Naturschutz Baden-Württemberg
LUWG RP	Landesamt für Umwelt, Wasserwirtschaft und Gewerbeaufsicht RP
MPL	Maximum-Pseudolikelihood
NG _{MAX}	Zeitreihe der Maximalwerte am Nebengewässer
NG _{SIM}	Zeitreihe der zu HG _{MAX} simultan aufgetretenen Abflüsse am Nebengewässer
PDF	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (<i>engl. probability density function</i>)

PMF	Größter zu erwartender Hochwasserabfluss (<i>engl. probable maximum flood</i>)
POT	Schwellenwert-Modell (<i>engl. peak over threshold</i>)
RMSE	Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers (<i>engl. root mean squared error</i>); gängiger Weise im Maskulinum verwendet
RP	Regierungspräsidium
TDC	<i>engl. tail dependence coefficient</i>
TLUG TH	Thüringer Landesanstalt für Umwelt und Geologie
WGM	Wahrscheinlichkeitsgewichtete Momente
WSA	Wasser- und Schifffahrtsamt

Einheit	Dimension	Beschreibung
a	[-]	Parameter zur Bestimmung der empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeit
A_{EO}	[km ²]	Oberirdische Einzugsgebietsgröße
A_{TOT}	[km ²]	Summierte Größe von zwei Einzugsgebieten
$c(u,v)$	[-]	Dichtefunktion der Copula C
C_n	[-]	Empirische Copula
C_θ	[-]	Parametrische Copula-Funktion
d	[km, m]	Abstand zur Gewässermündung
$f(x)$	[-]	Dichtefunktion
$F(x)$	[-]	Verteilungsfunktion von X
$\bar{F}(x)$	[-]	Überlebensfunktion (<i>engl. survival function</i>)
HHQ	[m ³ /s]	Höchster beobachteter Abflusswert
HHW	[m, cm]	Höchster beobachteter Wasserstand
HQ_T	[m ³ /s]	Hochwasserabfluss der Jährlichkeit T
k_w	[-]	Rang des Grenzwertes w
L	[-]	Likelihood-Funktion
$l(\theta)$	[-]	Rang-basierte Log-Likelihood-Funktion
M_2	[-]	Obere Fréchet-Hoeffding-Schranke
m_k	[-]	Statistisches Moment von k
MQ	[m ³ /s]	Mittlerer Abfluss
μ	[m ³ /s, m ³]	Lageparameter der GEV

μ_T	[a]	Mittlerer zeitlicher Abstand zwischen den Stichprobenwerten
n	[-]	Zeitreihenlänge/Anzahl der Stichprobenwerte
n_θ	[-]	Anzahl der Parameter (einer Copula)
p	[-]	Signifikanzwert
P	[-]	Wahrscheinlichkeit
$P_{\bar{U}}$	[1/a]	Jährliche Überschreitungswahrscheinlichkeit
P_U	[1/a]	Jährliche Unterschreitungswahrscheinlichkeit
Q	[m ³ /s]	Abfluss
q_j	[-]	j -dimensionaler Verteilungsparameter
r	[-]	Anzahl der Stichprobenwerte pro Zeitspanne im Blockmodell
r_P	[-]	Korrelationskoeffizient nach Pearson
r_0	[div.]	Radius des radialen Schwellenwertmodells
R^2	[-]	Bestimmtheitsmaß
R_A	[-]	Größenverhältnis von zwei Einzugsgebieten
R_i	[-]	Rang der i -ten Beobachtung von X
\bar{R}	[-]	Arithmetisches Mittel der Ränge von X
ρ_w^\vee	[a]	Sekundäres Wiederkehrintervall, dass ein Wertepaar auftritt, bei dem der Copulawert $C(u,v) > w$ ist
S_A	[km ²]	Schwellenwert der summierten Einzugsgebietsgröße
S_i	[-]	Rang der i -ten Beobachtung von Y
S_n	[-]	Gütemaß des Cramér-von-Mises Tests
S_R	[-]	Schwellenwert des Einzugsgebietsgrößenverhältnisses
s_T	[div.]	Linearer Trend einer (Abfluss-)Zeitreihe
s_X	[div.]	Standardabweichung von X
\bar{S}	[-]	Arithmetisches Mittel der Ränge von Y
T, T_{UNI}	[a]	Univariates Wiederkehrintervall
T^\vee	[a]	Statistisches (bivariates) Wiederkehrintervall, dass die Zufallsvariablen X oder Y die Werte x bzw. y überschreiten

t	[d,h,min, sec,...]	Zeit
T^{\wedge}	[a]	Statistisches (bivariates) Wiederkehrintervall, dass die Zufallsvariablen X und Y die Werte x und y überschreiten
t_A	[d,h,min, sec,...]	Scheitelanstiegszeit
T_n	[-]	Gütemaß des Kolmogorow-Smirnow Tests
U	[-]	Zufallsvariable
u	[-]	Wert der Zufallsvariablen U
u_0	[m ³ /s]	Schwellenwert
V	[m ³]	Volumen (einer Hochwasserwelle)
V	[-]	Zufallsvariable
V_{in}	[-]	Pseudobeobachtungen
v	[-]	Wert der Zufallsvariablen V
w	[-]	Bivariate Wahrscheinlichkeit
W	[m]	Wasserstand
W_2	[-]	Untere Fréchet-Hoeffding-Schranke
θ	[-]	Copula-Parameter
$\mathcal{G}(w)$	[-]	Kritischer Schwellenwert von w
$\lambda_{U(L)}$	[-]	Oberer (unterer) <i>tail dependence coefficient</i>
ξ	[-]	Krümmungsparameter der GEV
Π_2	[-]	Produktcopula
ρ	[-]	Korrelationskoeffizient nach Spearman
σ	[m ³ /s, m ³]	Streuungsparameter der GEV
τ	[-]	Korrelationskoeffizient nach Kendall
$\varphi(w)$	[-]	Generatorfunktion
X	[div.]	Zufallsvariable
x	[div.]	Wert der Zufallsvariablen X
Y	[div.]	Zufallsvariable
y	[div.]	Wert der Zufallsvariablen Y
y_T	[-]	Reduzierte (Gumbel-)Variable
z	[a]	Zeitfensterlänge

1 Einleitung

1.1 Hintergrund und Veranlassung

Seit jeher sind Flüsse weltweit bevorzugte Siedlungsräume der Menschen. Dies liegt insbesondere darin begründet, dass die räumliche Nähe zu Gewässern verschiedene Vorteile mit sich bringt. In der Vergangenheit waren dies im Wesentlichen der direkte Zugang zu Trink- und Brauchwasser sowie der Schutz vor Feinden. Im Laufe der industriellen Entwicklung wurden Flüsse darüber hinaus zunehmend für den Transport von Gütern und Personen genutzt. Daher ist es nicht verwunderlich, dass weltweit nahezu alle größeren Städte und Industriestandorte an Gewässern gelegen sind. Die Vorteile der räumlichen Nähe zu Gewässern wurden am Zusammenfluss von zwei Flüssen nochmals verstärkt, da durch das zufließende Gewässer eine weitere natürliche Schutzlinie gegeben war und eine zusätzliche Handelsroute zur Verfügung stand. Aus diesem Grund haben sich viele Städte in Mündungsgebieten von Flüssen entwickelt und es wird dort auch heute noch eine große Wertschöpfung betrieben. Zu nennen sind in Deutschland beispielsweise die Städte Koblenz (Rhein/Mosel), Mainz (Rhein/Main), Passau (Donau/Inn/Ilz) und Meppen (Ems/Hase). Aber nicht nur die Mündungsgebiete von den genannten Gewässern der 1. und 2. Ordnung sind häufig dicht besiedelt, auch im Bereich des Zusammenflusses kleinerer Binnengewässer finden sich oftmals Städte und Ortschaften. Den aufgeführten Vorteilen der räumlichen Nähe zu einer Gewässermündung steht jedoch auch heute noch der Nachteil gegenüber, dass die Siedlung potenziell der Hochwassergefahr durch beide Gewässer ausgesetzt ist.

Das Hochwasserereignis 2013 hat sehr deutlich in Passau gezeigt, welche Problematik die Nähe einer Stadt zu einer Flussmündung in Bezug auf die Gefährdung durch Hochwasserereignisse mit sich bringt. Als im Mai und Juni 2013 besonders in Süddeutschland großräumige Starkniederschläge verzeichnet wurden, die teilweise das Dreifache des langjährigen Mittels übertrafen, kam es zu weitreichenden Ausuferungen der

Flüsse in diesem Gebiet. Passau, welches im Mündungsgebiet der Flüsse Donau, Inn und Ilz gelegen ist, wurde in dieser Zeit besonders stark von Überschwemmungen getroffen. Die Überschwemmungen resultierten zum einen aus einer Hochwasserwelle des Donauzuflusses Inn, deren Scheitel am 3. Juni 2013 Passau erreichte. Zu dieser Zeit war der Abfluss der Donau bereits leicht erhöht und entsprach etwa dem mittleren jährlichen Hochwasserabfluss (*MHQ*). Dies führte zu dem bis dahin höchsten gemessenen Wasserstand (*HHW*) in Passau. Am 6. Juni 2013 traf dann die Hochwasserwelle der Donau in Passau ein. Allerdings war der Abfluss des Inn wieder zurückgegangen und lag unterhalb des *MHQ*. Dennoch führte der Abfluss noch zu einem Hochwasserereignis mit einer mittleren statistischen Wiederkehrzeit von 20 Jahren (BfG, 2013). Ein zeitgleiches Eintreffen der Hochwasserscheitel aus Inn und Donau hätten die Situation nochmal verschärft und es wären noch größere Schäden zu beklagen gewesen.

Aus diesem Grund kommt der Bemessung von Hochwasserschutzbauwerken im direkten Bereich von Flussmündungen eine besondere Bedeutung zu. Nicht zuletzt deshalb, weil die hydrologischen bzw. hydraulischen Randbedingungen des einen Gewässers direkten Einfluss auf die Wasserstände des anderen Gewässers haben. Die sich so ergebenden statistischen und physikalischen Interdependenzen müssen für eine sowohl technisch als auch wirtschaftlich effektive Planung von Hochwasserschutzmaßnahmen berücksichtigt werden.

1.2 Forschungsfragen und Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit liegt darin, einen Beitrag zur Verbesserung der Planungsinstrumente von Hochwasserschutzbauwerken im Bereich von Flussmündungen zu liefern. Dabei liegt der Fokus zum einen in der Erarbeitung neuer methodischer Ansätze sowie in der Bereitstellung eines praxistauglichen Ansatzes, der es Interessensvertretern und Planern von Hochwasserschutzmaßnahmen erlaubt, die hydrologischen Belastungsgrößen an Flussmündungen zu bestimmen.

Da die Auswertungen in dieser Arbeit auf einer Vielzahl von Abflusszeitreihen mit unterschiedlichen zeitlichen Auflösungen (Diskretisierungszeitspannen) basiert, soll zunächst geklärt werden, inwieweit diskretisierte hydrologische Zeitreihen in Abhängigkeit der Diskretisierungszeitspanne für statistische Analysen verwendet werden können. Die erste Forschungsfrage lautet somit:

1. Welchen Einfluss hat die Diskretisierungszeitspanne von Abflusszeitreihen auf die univariate und bivariate Ermittlung von hydrologischen Bemessungsgrößen?

Verschiedene Studien haben in der Vergangenheit gezeigt, dass sich in hydro-meteorologischen Zeitreihen häufig Instationaritäten wiederfinden. Der Einfluss solcher Instationaritäten auf die Ermittlung univariater Bemessungsgrößen wurde bereits eingehend untersucht. Der Einfluss auf die Ermittlung multivariater Bemessungsgrößen ist bisher jedoch weitgehend unberücksichtigt geblieben. Daher soll als nächstes untersucht werden, inwieweit sich Instationaritäten in den Randverteilungen sowie in der Abhängigkeitsstruktur der zu modellierenden Parameter auf die Ermittlung von bivariaten Bemessungsgrößen auswirken. Die zweite Forschungsfrage kann somit folgendermaßen formuliert werden:

2. Wie beeinflussen Instationaritäten in den zu modellierenden Variablen sowie in der Abhängigkeitsstruktur die Ermittlung bivariater Bemessungsgrößen?

Die eigentlichen Kernfragen dieser Arbeit resultieren aus der Ableitung von Bemessungsansätzen an Flussmündungen unter Verwendung multivariater statistischer Verfahren. Dabei wird zunächst der Fall unterschieden, dass an beiden zusammenfließenden Gewässern ausreichend lange Abflussmessungen zur Verfügung stehen. Forschungsfrage 3 lautet somit:

3. Wie lassen sich hydrologische bzw. hydraulische Bemessungsgrößen an Flussmündungen mithilfe multivariater Verfahren ermitteln, sofern ausreichend lange Abflusszeitreihen an den zusammenfließenden Gewässern vorhanden sind?

Für die meisten Flussmündungen stehen jedoch keine Abflussmessungen zur Verfügung. Dennoch ist eine Abschätzung der kombinierten Hochwasserwahrscheinlichkeit aus beiden zusammenfließenden Gewässern auch dort für die Bemessung von Hochwasserschutzanlagen von Bedeutung. Daher wird Forschungsfrage 4 wie folgt formuliert:

4. Lässt sich ein allgemeingültiger Ansatz ableiten, der es erlaubt die kombinierte Eintrittswahrscheinlichkeit an Flussmündungen ohne Pegeldata abzuschätzen?

1.3 Struktur der Arbeit

In Abschnitt 1 wird eine Einführung in die Problematik des Hochwasserrisikos an Flussmündungen gegeben und die Forschungsfragen definiert, die in dieser Arbeit beantwortet werden sollen. Abschnitt 2 fasst den Stand der Wissenschaft zur Verwendung von multivariaten statistischen Verfahren im Kontext der Ingenieurhydrologie und der Ermittlung von Hochwasserbemessungsabflüssen an Flussmündungen zusammen. Der Fokus liegt dabei auf der Verwendung von Copula-Funktionen, die im Wesentlichen auch in dieser Arbeit Anwendung finden. In Abschnitt 3 werden anschließend zwei in Deutschland gängige Verfahren zur Abschätzung der kombinierten Eintrittswahrscheinlichkeit von Hochwasserabflüssen an Flussmündungen vorgestellt. Bei beiden Verfahren handelt es sich nicht um wissenschaftliche Ansätze, die daher als Stand der Technik angesehen werden können.

Da auch bei multivariaten statistischen Analysen die gängigen Verfahren der univariaten Analyse eine entscheidende Rolle spielen, wird in Abschnitt 4 eine allgemeine Einführung in dieses Thema gegeben. Des Weiteren werden in dem Abschnitt die grundlegenden Begriffe definiert, die in dieser Arbeit verwendet werden und allgemeine Anforderungen an hydro-meteorologische Zeitreihen aufgeführt. In Abschnitt 5 werden anschließend die Grundlagen der multivariaten Statistik bereitgestellt auf der die methodischen Ansätze dieser Arbeit fußen. Zunächst werden Abhängigkeiten von multivariaten Stichproben und deren Maßzahlen beschrieben, bevor ein Einblick in die Copula-Theorie sowie die multivariate Wahrscheinlichkeitsanalyse folgt. Darauf aufbauend beinhaltet Abschnitt 6 Untersuchungen zum Einfluss der Diskretisierungszeitspanne einer Abflusszeitreihe in Abhängigkeit der Einzugsgebietsgröße auf die Ermittlung von Bemessungsabflüssen. Dabei wird sowohl der Einfluss auf die univariate Auswertung einer Abflusszeitreihe als auch auf die Abhängigkeitsstruktur zweier zusammenfließender Gewässer untersucht.

Abschnitt 7 behandelt den Einfluss von Instationaritäten auf die bivariate Ermittlung von Bemessungsereignissen. Da keine langjährigen überlappenden Abflusszeitreihen von zwei zusammenfließenden Gewässern in Deutschland verfügbar sind, werden die Untersuchungen exemplarisch für die Parameter Hochwasserscheitel Q und -volumen V des Pegels Worms (Rhein) durchgeführt. Abschnitt 8 beschäftigt sich mit der Ermittlung von Bemessungswasserständen an einer Flussmündung für den Fall, dass ausreichend lange Pegelbeobachtungen an beiden zusammenfließenden Gewässern zur Verfügung stehen. Unter Verwendung von Verfahren der multivariaten Statistik und einem zweidimen-

sionalen hydrodynamisch-numerischen Modell wird ebenfalls am Beispiel einer Gewässermündung ein Ansatz vorgestellt, um die Bemessungswasserstände adäquat für die Dimensionierung von Hochwasserschutzbauwerken zu ermitteln. In Abschnitt 9 wird dann ein allgemeingültiger Ansatz erarbeitet, um die Abschätzung der Bemessungsabflüsse auf Flussmündungen im deutschen Mittelgebirge zu übertragen, an denen keine ausreichend langen Abflussbeobachtungen vorliegen. Die Ergebnisse werden anschließend anhand eines Fallbeispiels validiert und diskutiert. Die Arbeit schließt mit einer globalen Schlussfolgerung (Abschnitt 10) und einer Zusammenfassung (Abschnitt 11).

2 Stand der Wissenschaft

Der Begriff „Flussmündung“ umfasst zum einen die Mündung eines Flusses in ein offenes Gewässer wie beispielsweise einen See oder ein Meer. Zum anderen wird der Begriff, wie in dieser Arbeit auch, im Kontext des Zusammenflusses von zwei Flüssen verwendet. Die Ermittlung von kombinierten Eintrittswahrscheinlichkeiten von Hochwasserereignissen an Flussmündungen ist für beide aufgeführten Definitionen bereits in verschiedenen Arbeiten untersucht worden. Da die methodischen Ansätze deutliche Parallelen aufweisen, werden in der folgenden Zusammenfassung Studien aufgeführt, die beide Typen der Flussmündungen umfassen.

Bogardi et al. (1975) entwickelten einen Ansatz zur Bemessung von Hochwasserschutzbauwerken an Mündungen eines Zuflusses in ein Hauptgewässer, welches sowohl ein Fluss, See oder das Meer sein konnte. Auf Basis von gemessenen Wasserständen an beiden Gewässern wurden Rückstaukurven in das zufließende Gewässer ermittelt. Die Abhängigkeit beider Wasserstände wurde dabei unter Verwendung eines linearen Regressionsmodells erfasst. Unter Annahme von normal- bzw. log-normalverteilten Randverteilungen wurden so die Bemessungswasserstände am Zufluss in Abhängigkeit der Wasserstände im Hauptgewässer modelliert. Der Ansatz wurde von Bogardi et al. (1975) an einer Gewässermündung in Zentral-Ungarn angewendet, kann aber auf beliebig andere Mündungen mit ausreichender Datengrundlage übertragen werden.

In Morris und Calise (1987) wurden Hochwassereintrittswahrscheinlichkeiten an einem Nebengewässer abgeschätzt, welches durch den Wasserstand im Hauptgewässer beeinflusst wird. Morris und Calise (1987) verwendeten dabei bivariate Dichtefunktionen um die statistische Abhängigkeit zwischen dem Wasserstand im Hauptgewässer und dem Zufluss aus dem Nebengewässer zu beschreiben. Bei dem Ansatz wird auf der Abszisse der Abfluss im Hauptgewässer und auf der Ordinate der daraus im Hauptgewässer

resultierende Wasserstand aufgetragen. Der im Nebengewässer resultierende Wasserstand wird anschließend auf der Applikate dargestellt, so dass sich eine dreidimensionale Oberfläche der zusammenhängenden Belastungsgrößen ergibt. Mit zweidimensionalen Splines werden dann Wasserstände für alle Punkte zwischen den berechneten Wasserständen interpoliert. Die Eintrittswahrscheinlichkeit für verschieden ausgeprägte Wasserstände im Nebengewässer wird anschließend mithilfe des Satzes von Bayes bestimmt.

Raynal und Salas (1987) verwendeten im Kontext der Mündungsproblematik erstmals die bivariate Form der Verallgemeinerten Extremwertverteilung um den Gesamtabfluss unterhalb des Zusammenflusses der Flüsse Bear und Dry Creek in Kalifornien/USA zu modellieren. Sie verglichen verschiedene Ansätze um den Gesamtabfluss stromabwärts der Mündung abzuschätzen:

1. die Addition der tatsächlich aufgetretenen Abflüsse,
2. unter Annahme einer vollständigen Abhängigkeit beider Teilzuflüsse,
3. unter Annahme einer vollständigen Unabhängigkeit der Teilzuflüsse und
4. unter Verwendung der bivariaten Verallgemeinerten Extremwertverteilung unter Berücksichtigung eines linearen Korrelationskoeffizienten von $r_p = 0,86$.

Als Ergebnis empfahlen Raynal und Salas (1987) die Verwendung des Korrelationskoeffizienten als geeignetes Maß zur Beschreibung der Abhängigkeit zwischen dem Auftreten von zwei Hochwasserereignissen in dem Untersuchungsgebiet. Weiterhin empfahlen die bivariate Normalverteilung als mögliches Werkzeug zur statistischen Beschreibung der kombinierten Eintrittswahrscheinlichkeit zu berücksichtigen, wenn eine sehr starke Korrelation zwischen den Teilabflüsse vorliegt.

Loganathan et al. (1987) entwickelten die hydraulischen Randbedingungen für ein hydrodynamisch-numerisches Modell am Ästuar des Rappahanock River in Virginia/USA. Es wurde eine kombinierte Wahrscheinlichkeitsverteilung entwickelt um die Eintrittswahrscheinlichkeit von hohen Tidewasserständen und einem zeitgleich auftretenden Binnenabfluss beschreiben zu können. Dafür haben Loganathan et al. (1987) mit einer Box-Cox-Transformation die maßgebenden Variablen in eine annähernde Normalverteilung transformiert und anschließend die bivariate Normalverteilung an die transformierte Stichprobe angepasst.

Zu Beginn des 21. Jahrhunderts wurden in der Wissenschaft vermehrt sogenannte Copula-Funktionen (kurz Copulas) zur Analyse multivariater Datensätze angewendet. Copulas erlauben dem Anwender die Abhängigkeitsstruktur von zwei oder mehreren Variablen unabhängig von deren Randverteilungen abzubilden. Obwohl die Theorie von Copulas mit dem Theorem von Sklar (1959) seit nahezu 60 Jahren bekannt ist, haben sie sich erst in den letzten 20 Jahren vermehrt in der Anwendung durchgesetzt. Während nach Mikosch (2006) im Jahr 2003 eine Google-Suche nach dem Wort „Copula“ ca. 10.000 Treffer ergab, liefert eine Suche heute – im Juni 2015 – bereits rund 950.000 Treffer. Eine entsprechend große Anzahl an wissenschaftlichen Veröffentlichungen zur Anwendung von Copulas geht damit einher, so dass eine allumfassende Darstellung aller Studien an dieser Stelle nicht möglich ist.

Neben zahlreichen mathematischen Abhandlungen zu Copulas (z. B. Genest und Rivest, 1993; Genest et al., 1995; Durrleman et al., 2000; Müller und Scarsini, 2001) wurden Copulas zunächst vornehmlich in den Wirtschaftswissenschaften angewendet (z. B. Bouyé et al., 2000; Cherubini et al., 2004; Dias und Embrechts, 2004). In der Ingenieurhydrologie wurden Copulas erstmals von De Michele und Salvadori (2003) zur statistischen Modellierung von Niederschlagsintensitäten und -dauern verwendet. In der folgenden Zeit fanden Copulas für die statistische Analyse von Niedrigwasserabflüssen bzw. Dürren Anwendung (z. B. Beersma und Buishand, 2004; Shiau, 2006; Mirabbasi et al., 2012), zur Analyse von Grundwasser und dessen Parametern (z. B. Bárdossy, 2006; Bárdossy, 2011), zur Häufigkeitsanalyse von Hochwasserkennwerten (z. B. Grimaldi und Serinaldi, 2006; Zhang und Singh, 2006 & 2007; Chebana und Ourda, 2009; Karmakar und Simonovic, 2008 & 2009), zur Modellierung von Sturmfluten und Wellenhöhen (z. B. de Waal und van Gelder, 2005; De Michele et al., 2007; Wahl et al., 2012) sowie zur Modellierung von anderen hydrologisch relevanten Klimaparametern (z. B. Schölzel und Friederichs, 2008). Eine umfangreiche und weitgehend aktuelle Auflistung verschiedener Studien findet sich auf der Internetseite der *International Commission on Statistical Hydrology (STAHY)* unter www.stahy.org. Obwohl Copulas verschiedene Vorteile für die multivariate statistische Analyse von Variablen bieten, findet sich in Mikosch (2006) eine sehr kritische Ansicht zu deren Verwendung. Mikosch (2006) bemängelte im Wesentlichen den fehlenden Vorteil von Copulas gegenüber herkömmlichen multivariaten Verteilungsfunktionen sowie die Verzerrung der Abhängigkeitsstruktur, wenn die Randverteilungen unabhängig von der Abhängigkeit modelliert werden. Diese Darstellung führte anschließend zu einer sehr

intensiven Diskussion unter verschiedenen Wissenschaftlern (Genest und Remillard, 2006; de Vries und Zhou, 2006; Segers, 2006). Es lässt sich jedoch festhalten, dass Copulas generell sehr erfolgreich für die multivariate statistische Analyse hydrologischer Parameter verwendet werden können. Weitere Erläuterungen zum Stand der Wissenschaft in Bezug auf Copulas und die entsprechenden theoretischen Grundlagen finden sich in Abschnitt 5.4.

Favre et al. (2004) nutzten Copulas erstmals für eine bivariate Wahrscheinlichkeitsanalyse von Hochwasserabflüssen in dem Einzugsgebiet des Peribonka Flusses in Canada. Für die Untersuchungen wurden die Abflüsse aus einem Stausee und einem darunter gelegenen unbeeinflussten Teileinzugsgebiet betrachtet. Favre et al. (2004) verwendeten die Farlie-Gumbel-Morgenstern-, die Frank- und die Clayton-Copula um Abflüsse verschiedener Eintrittswahrscheinlichkeiten unterhalb des Gesamteinzugsgebietes zu ermitteln. Sie verglichen die Ergebnisse mit der Annahme einer vollständigen Unabhängigkeit beider Teilströme und kamen zu dem Ergebnis, dass dies zu geringeren Abflüssen führt und das Hochwasserrisiko damit unterschätzt würde.

Svensson und Jones (2004) haben im Zusammenhang der kombinierten Eintrittswahrscheinlichkeit Untersuchungen zu erhöhtem Hochwasserrisiko an britischen Ästuarien durchgeführt, da Binnenhochwasser oftmals von sturmfluterzeugenden Wetterlagen ausgelöst werden. In der Studie wurden Abflussdaten von insgesamt 72 Flüssen mit berechneten Windstaudaten von 19 Beobachtungsorten verglichen. In den Untersuchungen wurden die Abhängigkeitsstrukturen zwischen Binnenabfluss und Windstauhöhe und die räumlichen Abhängigkeiten aller Variablen von allen Beobachtungspunkten (Binnenabfluss, Windstauhöhe) bestimmt.

Zhang und Singh (2006) wendeten sowohl bivariate Verteilungsfunktionen als auch Copula-Funktionen an, um eine Aussage über abhängige Eintrittswahrscheinlichkeiten von Hochwasserereignissen in Bezug auf Scheitel, Fülle und Dauer abschätzen zu können. Als Grundlage der Untersuchungen wurden Abflussdaten der Flüsse Amite (USA) und Ashuapmushuan (Kanada) verwendet. Sie fanden bei dem direkten Vergleich beider Methoden heraus, dass der Copula-Ansatz eine bessere Anpassung an die empirische Verteilung liefert als die bivariaten Verteilungsfunktionen.

He et al. (2007) entwickelten ein multivariates, nicht-parametrisches, empirisches Matrizen-Modell, welches auf orthogonalen Funktionen und Korrelationskoeffizienten von historischen Hochwasserscheitelabflüssen beruht. Das Modell wurde u. a. dafür eingesetzt

um die Häufigkeit und die kombinierte Eintrittswahrscheinlichkeit von Hochwasserereignissen an multiplen Gewässerzusammenflüssen abzuschätzen. Am Beispiel des Gelben Flusses (China) konnten He et al. (2007) nachweisen, dass anthropogene Maßnahmen im Einzugsgebiet, wie beispielsweise die Errichtung von wasserwirtschaftlichen Speichern, einen signifikanten Einfluss auf die Häufigkeit von Hochwasserereignissen haben.

Wang et al. (2009) präsentierten einen Copula-gestützten Algorithmus zur Bestimmung von kombinierten Eintrittswahrscheinlichkeiten an Mündungsgebieten. Wang et al. (2009) verwendeten vier Archimedische Copulas (Frank-, Gumbel-, Ali-Mikhail-Haq- und die Clayton-Copula; vgl. Abschnitt 5.4.1) zur Bestimmung der kombinierten Eintrittswahrscheinlichkeit des Hochwasserzuflusses eines Nebengewässers in das Hauptgewässer. Unter Anwendung einer Monte-Carlo-Simulation ermittelten Wang et al. (2009) abschließend die Eintrittswahrscheinlichkeit von zeitgleich auftretenden Hochwasserereignissen aus beiden Gewässern.

Chen et al. (2012) untersuchten das Hochwasserrisiko an einem Hauptgewässer und dessen Zufluss. Die zu modellierenden Variablen waren zum einen die Hochwasserscheitelwerte des Haupt- und Nebengewässers und zum anderen die Zeit (Datum) des Auftretens. Für die Modellierung der Scheitelwerte verwendeten Chen et al. (2012) die Pearson-Typ-III-, sowie die Log-Pearson-Typ-III-Verteilungsfunktion. Für die Modellierung des zeitlichen Auftretens der Hochwasserereignisse wurde eine Modifikation der von-Mises-Verteilung, die sogenannte gemischte von-Mises-Verteilung, verwendet. Die Abhängigkeitsstruktur der vier Parameter wurde anschließend über die vierdimensionale X-Gumbel-Copula abgebildet und die Methodik beispielhaft auf den Yangtse Fluss (China) und den Colorado Fluss (USA) angewendet. Der Yangtse wurde als Fallstudie verwendet, da die multivariate Eintrittswahrscheinlichkeit einen besonderen praktischen Nutzen für den Drei-Schluchten-Staudamm hatte. Am Colorado fand sich hingegen eine sehr starke Abhängigkeit der Variablen, was dazu führte, dass die Anwendung an diesem Fallbeispiel besonders anschaulich war.

In NCHRP (2013) wurde erstmals ein allgemeingültiger Ansatz für die Abschätzung von zeitgleich auftretenden Hochwasserereignissen an Zusammenflüssen für die Dimensionierung von Straßenentwässerungsbauwerken vorgestellt. Als Basis dienten Abflusszeitreihen von 83 räumlich weitgehend homogen verteilten Pegelpaaren in den USA. Es wurden im Wesentlichen drei multivariate statistische Verfahren angewendet:

1. bivariate Verteilungsfunktionen,
2. Copula-Funktionen und
3. bedingte Wahrscheinlichkeitsmatrizen.

Als maßgebende Clusterparameter wurden in NCHRP (2013) das Verhältnis der Einzugsgebietsgrößen und die Summe beider Einzugsgebietsgrößen verwendet. Es ist jedoch darauf hinzuweisen, dass der in NCHRP (2013) vorgestellte Lösungsansatz nur für Einzugsgebiete und die korrespondierenden Abflussregime in den USA Gültigkeit besitzt.

Schulte und Schumann (2014) untersuchten die Wirkungsweise einer Stauanlage an zwei zusammenfließenden Gewässern oberhalb ihres Zusammenflusses auf die Hochwassergefahr unterhalb der Mündung. Die Untersuchungen wurden exemplarisch für zwei Fälle angewendet. Im ersten Fall handelte es sich um zwei kleinere Gewässer im Einzugsgebiet der Mulde (Deutschland) mit langjährigen Pegelmessungen. Hier nutzten Schulte und Schumann (2014) die Pearson-Typ-III-Verteilung, die Log-Pearson-Typ-III-Verteilung und die bivariate BB1-Copula um zu ermitteln, an welchem der beiden Zuflüsse eine fiktive Stauanlage einen größeren Einfluss auf die Reduzierung des Hochwasserrisikos unterhalb der Mündung hat. Im zweiten Fall betrachteten Schulte und Schumann (2014) die drei zusammenfließenden Gewässer Wipper, Unstrut und Gera in Deutschland. Sie generierten stochastisch insgesamt zehn langjährige Niederschlagszeitreihen und berechneten die daraus resultierenden Abflüsse mithilfe eines Niederschlag-Abfluss-Modells. Auf Basis dieser synthetischen Abflusszeitreihen modellierten Schulte und Schumann (2014) dann unter Verwendung einer trivariaten Gumbel-Copula, der Log-Pearson-Typ-III-Verteilung sowie der Verallgemeinerten Extremwertverteilung mögliche Abflusskombinationen aus den drei Gewässern.

Die Forschungsarbeiten der letzten Jahre zeigen deutlich, dass die Berücksichtigung kombinierter Eintrittswahrscheinlichkeiten hydrologischer und hydraulischer Belastungsparameter für die Bemessung von Bauwerken an Bedeutung zunimmt. Dies gilt ebenso für die sichere und zugleich wirtschaftliche Bemessung von Hochwasserschutzbauwerken im Bereich von Flussmündungen. Die in den oben aufgeführten Arbeiten entwickelten methodischen Ansätze bieten jedoch keine Möglichkeit Instationaritäten in den modellierten Belastungsparametern zu erfassen. Weiterhin kann in den statistischen Untersuchungen durch die bereitgestellten Ansätzen nicht berücksichtigt werden, dass die Extremwerte der modellierten Parameter nicht notwendigerweise zeitgleich auftreten müssen. Des Weiteren wurde bisher noch kein für Deutschland gültiger Ansatz erarbeitet,

der es erlaubt die bemessungsrelevanten Hochwasserabflüsse an Flussmündungen aus beiden Gewässern abzuschätzen, wenn keine langjährigen Abflusszeitreihen am Haupt- und Nebengewässer zur Verfügung stehen.

Die vorliegende Dissertation setzt an den bisherigen Arbeiten an, indem neue methodische Ansätze entwickelt werden um die dargestellten Lücken zu schließen.

3 Stand der Technik

In Deutschland werden in der Praxis derzeit zwei gängige Ansätze verwendet, um die Hochwasserabflüsse aus Haupt- und Nebengewässer für die Bemessung von Hochwasserschutzanlagen zu ermitteln. Einer dieser Ansätze, die Mündungsformel (RP Stuttgart, 2012), wurde als pragmatischer Ansatz entwickelt, um die Hochwasserwahrscheinlichkeit an Mündungen ohne Pegelaufzeichnungen abschätzen zu können. Der zweite Ansatz, die Quantil-Differenzen-Methode (BfG, 2015), erfordert hingegen ausreichend lange Abflusszeitreihen am Hauptgewässer sowohl ober- als auch unterhalb des einmündenden Nebengewässers. Beide Vorgehensweisen stellen Vereinfachungen der multivariaten Fragestellung dar und repräsentieren somit nicht den Stand der Wissenschaft. Da sie in Deutschland jedoch oftmals angewendet werden, sollen sie zur Veranschaulichung in diesem Abschnitt erläutert und exemplarisch auf eine Flussmündung angewendet werden. Dabei werden Methoden der univariaten Wahrscheinlichkeitsanalyse verwendet, die ausführlich im nachfolgenden Abschnitt 4 beschrieben werden. Auf eingehende Erläuterungen der angewendeten Verfahren wird in diesem Abschnitt daher verzichtet.

3.1 Mündungsformel

Zur Ermittlung von bemessungsrelevanten Wasserständen von Hochwasserabflüssen kommen in der Praxis für gewöhnlich hydrodynamisch-numerische Strömungsmodelle zum Einsatz (vgl. Abschnitt 8.2.2). Im Bereich von zwei zusammenfließenden Gewässern werden beide Gewässer i. d. R. getrennt voneinander betrachtet. Steht das Nebengewässer im Fokus der Untersuchung, deckt das Modell zumeist nur den Bereich des Nebengewässers bis zur Mündung ab. Da der vorherrschende Abfluss im Hauptgewässer jedoch einen Einfluss auf die sich ausprägenden Wasserstände im Nebengewässer hat, wird

der Abfluss bzw. Wasserstand im Hauptgewässer als untere Randbedingung im Strömungsmodell des Nebengewässers berücksichtigt.

Aufgrund eines fehlenden belastbaren Ansatzes zur Bestimmung des vorherrschenden Abflusses im Hauptgewässer bei der Strömungsmodellierung im Nebengewässer, wurde in RP Stuttgart (2012) die sogenannte Mündungsformel entwickelt. Ziel der Untersuchungen war es, einen Ansatz für Baden-Württemberg zu erarbeiten, der die Festlegung der unteren hydraulischen Randbedingungen (d. h. den anzusetzenden Abfluss bzw. Wasserstand im Hauptgewässer) bei der Ausweisung von Überflutungsgebieten im Nebengewässer landeseinheitlich regelt. Aufgrund der mangelnden Datengrundlage war die Ermittlung von gesicherten statistischen Erwartungswerten von zeitgleich auftretenden Hochwasserereignissen an Zusammenflüssen für alle rund 1.000 Mündungsbereiche in Baden-Württemberg jedoch nicht durchführbar. Aus diesem Grund gab man sich mit einer pragmatischen Festlegung zufrieden.

Der Ansatz basiert auf der Überlegung, dass ein zeitgleiches Eintreffen von Hochwasserereignissen bei unterschiedlich großen Einzugsgebieten als eher unwahrscheinlich zu erachten ist. Dies ist in der Annahme begründet, dass in sehr kleinen Einzugsgebieten die hochwasserauslösenden Niederschlagsereignisse häufig sommerliche Gewitterniederschläge sind, wohingegen in größeren Einzugsgebieten eher länger andauernde und großflächigere Niederschlagsfelder zu Hochwasser führen. Weiterhin besitzen Gewässer mit kleinen Einzugsgebieten im Gegensatz zu solchen mit großen Einzugsgebieten meistens eine deutlich geringere Fließlänge und damit kürzere Fließzeiten der Hochwasserwellen. Beim Zusammenfluss von Gewässern mit nahezu gleichgroßen Einzugsgebieten wird in RP Stuttgart (2012) angenommen, dass eine wesentlich größere Wahrscheinlichkeit zeitgleich auftretender Hochwasserereignisse besteht, da die hochwasserauslösenden Niederschläge i. d. R. dem gleichen meteorologischen Typus zuzuordnen sind. Auf Grundlage dieser Überlegungen sollte ein Verfahren erarbeitet werden, welches bei gegebenem Hochwasserabfluss der Jährlichkeit T im Nebengewässer den zeitgleich anzusetzenden Abfluss im Hauptgewässer flussabwärts der Mündung vorgibt (in Abbildung 3-1 rot dargestellt). Für die Anwendung der Mündungsformel werden keine Pegelbeobachtungen an der Mündung benötigt, sondern lediglich Hochwasserabflüsse bestimmter Jährlichkeiten HQ_T für das Haupt- und das Nebengewässer (in Abbildung 3-1 blau dargestellt).



Abbildung 3-1: Schematische Darstellung zur Herleitung der Mündungsformel (ergänzt nach LUBW, 2010)

Die Mündungsformel ergibt den anzusetzenden Abfluss unterhalb der Mündung im Hauptgewässer ($Q_{T,nach\ Mündung}$) und ist eine Funktion des Quotienten von dem logarithmierten HQ_T -Wert des Nebengewässers und dem logarithmierten HQ_T -Wert des Hauptgewässers vor der Mündung, multipliziert mit dem HQ_T -Wert des Hauptgewässers unterhalb der Mündung:

$$Q_{T,nachMündung} = \frac{\ln(HQ_T \text{ Nebengewässer})}{\ln(HQ_T \text{ Hauptgew. vor Mündung})} \cdot HQ_T \text{ (Hauptgew. nach Mündung)} \quad (3.1)$$

Sofern der HQ_T -Wert des zufließenden Nebengewässers geringer ist, als der HQ_T -Wert des Hauptgewässers oberhalb der Mündung, nimmt der Quotient aus den beiden Werten immer Werte < 1 an. Dies ist i. d. R. der Fall, da das Einzugsgebiet eines Hauptgewässers für gewöhnlich größer ist als das Einzugsgebiet eines zufließenden Nebengewässers und daher auch höhere Hochwasserkennwerte aufweist. Somit führt die Anwendung der Mündungsformel im Allgemeinen zu einer Reduktion des HQ_T -Wertes nach der Mündung. Das stellt einen weniger konservativen Ansatz dar, als beispielsweise für beide zufließenden Gewässer den gleichen HQ_T -Wert anzusetzen.

Es wird in RP Stuttgart (2012) jedoch ausdrücklich darauf hingewiesen, dass es sich bei der Mündungsformel lediglich um eine mathematische Hilfskonstruktion handelt und nicht um eine wissenschaftlich fundierte Lösung. Dennoch wird die Mündungsformel heute aufgrund der fehlenden alternativen Methoden in der Praxis häufig auch außerhalb Baden-Württembergs verwendet, um die hydraulischen Randbedingungen in einem Hauptgewässer bei gegebenem HQ_T -Zufluss im Nebengewässer abzuschätzen (z. B. RP Darmstadt, 2013).

Inwieweit die Mündungsformel auch im umgekehrten Fall anwendbar ist, d. h. zur Ermittlung des Zuflusses aus dem Nebengewässer, bei gegebenem HQ_T im Hauptgewässer, wird in RP Stuttgart (2012) nicht erörtert.

3.2 Quantil-Differenzen-Methode

Der zweite Ansatz ist die Quantil-Differenzen-Methode, wobei anzumerken ist, dass dies keine gängige Bezeichnung ist und lediglich im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird. Die Quantil-Differenzen-Methode kann an den meisten deutschen Gewässern 1. Ordnung angewendet werden, da an diesen Flüssen in regelmäßigen Abständen Abflussmessstellen existieren. So betreiben beispielsweise am Rhein im deutschen Bundesgebiet zwischen Maxau und Emmerich verschiedene Wasser- und Schifffahrtsämter insgesamt 14 Abflusspegel, wobei der älteste Pegel seit 1801 aufzeichnet (Pegel Mannheim) und der jüngste seit 1856 (Pegel Kaub). Diese relativ hohe Datenverfügbarkeit entlang der Gewässer ermöglicht es, die multivariate Problematik des statistisch anzusetzenden Hochwasserzuflusses der Nebengewässer auf eine univariate Fragestellung zu reduzieren. Dazu werden entlang des Gewässers auf Basis der beobachteten Abflusszeitreihen univariate extremwertstatistische Auswertungen durchgeführt wie beispielsweise in DWA (2012) beschrieben. Auf Basis dieser Auswertungen werden Abflüsse bestimmter Jährlichkeiten T (HQ_T), d. h. die Quantile aus den extremwertstatistischen Untersuchungen, ermittelt. Die Differenz der HQ_T -Werte (Quantile) zweier in Fließrichtung aufeinanderfolgender Pegel wird dann als statistisch relevanter Zufluss der einmündenden Nebengewässer zwischen den beiden Pegeln erachtet. Aus dieser Vorgehensweise leitet sich der naheliegende Begriff der Quantil-Differenzen ab.

Wenn mehrere Nebengewässer in einem Gewässerteilabschnitt zwischen zwei Pegeln einmünden, wird der statistische Zufluss Q_T der Nebengewässer für ein T -jährliches Hochwasserereignis im Hauptgewässer anteilig gemäß ihrer Einzugsgebietsgrößen A_{EO} berücksichtigt. Mit Bezug auf Abbildung 3-2 ergeben sich beispielhaft so für zwei einmündende Nebengewässer rechnerisch folgende statistisch relevanten Zuflüsse:

$$Q_{T,1} = \frac{A_{EO,1}}{A_{EO,B} - A_{EO,A}} \cdot (HQ_{T,B} - HQ_{T,A}) \quad \text{und} \quad (3.2)$$

$$Q_{T,2} = \frac{A_{EO,2}}{A_{EO,B} - A_{EO,A}} \cdot (HQ_{T,B} - HQ_{T,A}) \quad (3.3)$$

Wobei $A_{EO,A}$ und $A_{EO,B}$ die Einzugsgebietsgrößen an den Pegeln A und B darstellen.

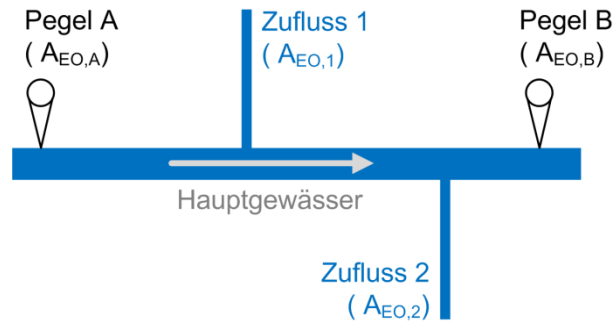


Abbildung 3-2: Schematische Darstellung der Quantil-Differenzen-Methode zur Ermittlung hochwasserrelevanter Zuflüsse der Nebengewässer in das Hauptgewässer

Die Bildung von Quantil-Differenzen zur Ermittlung von hochwasserrelevanten Zuflüssen entlang eines Gewässers ist ein naheliegender Ansatz, da die extremwertstatistischen Auswertungen am jeweils ober- und unterhalb gelegenen Pegel dabei ihre Gültigkeit behalten. Allerdings birgt dieses Verfahren einige Einschränkungen:

1. Die Methodik kann nur an Gewässern angewendet werden, an denen ein ausreichend dichtes Pegelnetz mit entsprechend langen Aufzeichnungen existiert. An unbepegelten Gewässern kann die Methodik nicht genutzt werden.
2. Bei der extremwertstatistischen Analyse zweier Zeitreihen von aufeinanderfolgenden Pegeln können Unterschiede in den Analysemethoden und unterschiedliche statistische Eigenschaften der verwendeten Stichproben zu einer Verfälschung der Ergebnisse führen (z. B. negativer Zufluss).
3. Diese möglichen Verfälschungen überlagern sich mit natürlichen Einflüssen, wie z. B. Translations- und Retentionswirkungen im Gewässer und können kaum separiert werden.
4. Die Abflusszustände sind nicht notwendigerweise die Bemessungslastfälle für die Dimensionierung von Hochwasserschutzbauwerken im direkten Mündungsbereich, da gegebenenfalls andere Variationen der Abflüsse aus Haupt- und Nebengewässer mit gleicher kombinierter Eintrittswahrscheinlichkeit zu ungünstigeren hydraulischen Zuständen führen.

Am Beispiel des Rheins lässt sich die Problematik der Punkte 2. und 3. nochmals verdeutlichen. Abbildung 3-3 stellt die Entwicklung des 100-jährlichen Abflusses (HQ_{100}) entlang des Rheins zwischen Maxau bei Gewässerstationierung (Gew.-Stat.) km 362,30 und Rees (Gew.-Stat. km 837,38) dar (BfG, 2015). In dem betrachteten Gewässerabschnitt münden insgesamt 11 Nebengewässer in den Rhein, die jeweils eine Einzugsgebietsgröße von mindestens $A_{EO} \geq 775 \text{ km}^2$ haben (kleinere Gewässer sind nicht aufgeführt). Es ist zu

erkennen, dass jedes Gewässer bis Gew.-Stat. km 780,80 zu einer Erhöhung des HQ_{100} führt.

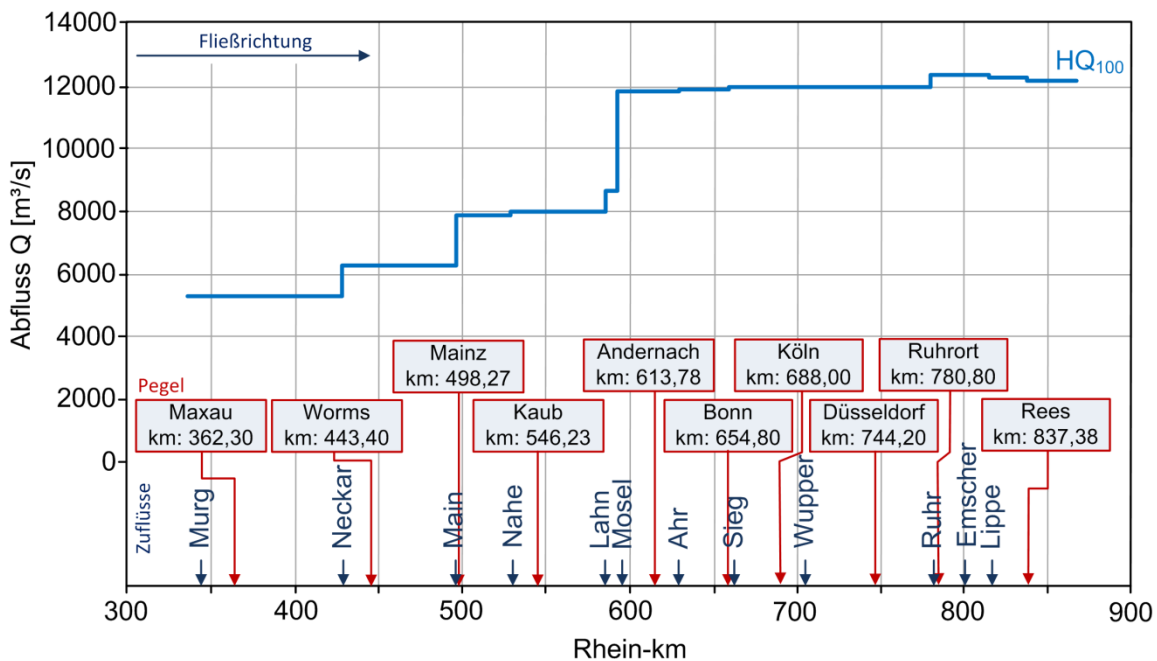


Abbildung 3-3: Entwicklung des HQ_{100} entlang des Rheins zwischen Maxau und Rees (nach BfG, 2015)

Im Bereich der Emscher und der Lippe kommt es hingegen zu einer Reduktion des Abflusses. Ob diese Reduktion nun auf verfälschten Ergebnissen der Extremwertstatistik an den Pegeln Rees und Ruhrort beruht oder auf einem dämpfenden Einfluss von Translation und Retention ist auf Basis der vereinfachten Darstellung in BfG (2015) nicht festzustellen.

3.3 Anwendung beider Verfahren auf ein Fallbeispiel

Zum Vergleich werden beide Verfahren beispielhaft an einer Flussmündung angewendet, an der ausreichende Abflussdaten am Haupt- und Nebengewässer oberhalb der Mündung verfügbar sind. Dazu wird die Mündung der Wolfsteiner Ohe in die Ilz (Bayern) ausgewählt, da beide Gewässer eine nahezu gleichgroße Einzugsgebietsgröße besitzen und langjährige Abflusszeitreihen an den Gewässern zur Verfügung stehen. Die Ilz ist ein Gewässer 2. Ordnung und mündet bei Passau (Bayern) in die Donau. Die beiden Quellgewässer der Ilz sind die Große Ohe und die Kleine Ohe, die bei der Ortschaft Eberhardsreuth zusammenfließen und von dort an die Ilz bilden. Das Gewässer hat eine maximale Fließlänge von etwa 62,1 km (mit Großer Ohe) und ein Gesamteinzugsgebiet von rund $A_{EO} = 850,0 \text{ km}^2$. Etwa 22,0 km oberhalb der Mündung in die Donau, bei der Ortschaft Fürsteneck, mündet das Gewässer Wolfsteiner Ohe in die Ilz. Die Wolfsteiner

Ohe hat eine Fließlänge von rund 22,5 km und ein Gesamteinzugsgebiet von $A_{EO} = 372,5 \text{ km}^2$ (vgl. Abbildung 3-4). Etwa 2,0 km oberhalb der Mündung befindet sich der Pegel Fürsteneck (Pegel-Nr. 17464001), der die Abflüsse der Wolfsteiner Ohe seit 1951 erfasst. An der Ilz befindet sich etwa 2,2 km oberhalb der Mündung der Pegel Schrottenbaumühle (Pegel-Nr. 17404000), der seit 1960 in Betrieb ist. Der Pegel besitzt eine Einzugsgebietsgröße von $A_{EO} = 364,0 \text{ km}^2$, so dass die Einzugsgebiete beider Gewässer nahezu gleich groß sind. Für beide Pegel wurden stündliche Abflussdaten von 1972 bis 2011, d. h. 40 Jahre durch das Bayerische Landesamt für Umwelt zur Verfügung gestellt.

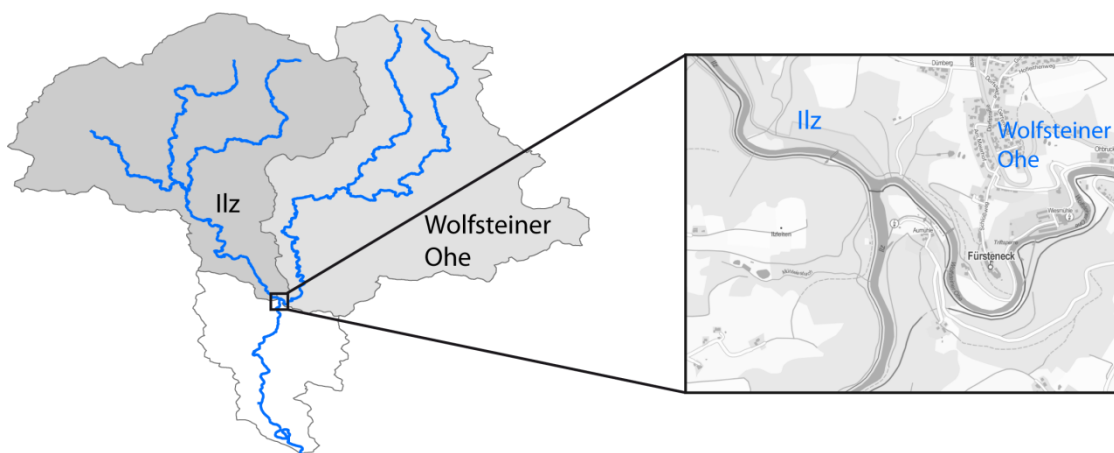


Abbildung 3-4: Übersichtskarte der Gewässer Ilz und Wolfsteiner Ohe (links) und Detailkarte des Mündungsbereichs (rechts)

Der mittlere Abfluss am Pegel Schrottenbaumühle beträgt $MQ = 7,6 \text{ m}^3/\text{s}$ mit einer Standardabweichung von $s = 7,7 \text{ m}^3/\text{s}$. Der höchste Abfluss wurde am 21. Dezember 1993 mit $HHQ = 208,1 \text{ m}^3/\text{s}$ beobachtet. Der mittlere Abfluss der Wolfsteiner Ohe am Pegel Fürsteneck beträgt hingegen $MQ = 8,5 \text{ m}^3/\text{s}$ mit einer Standardabweichung von $s = 8,0 \text{ m}^3/\text{s}$. Auch hier wurde der maximale Abfluss am 21. Dezember 1993 beobachtet und betrug $HHQ = 192,4 \text{ m}^3/\text{s}$. Obwohl an beiden Pegeln die höchsten Abflüsse am selben Tag gemessen wurden, haben eingehende Untersuchungen gezeigt, dass 13 der 40 jährlichen Maximalabflüsse der Ilz und der Wolfsteiner Ohe nicht innerhalb eines Zeitfensters von ± 7 Tagen gemeinsam aufgetreten sind.

Für die Anwendung der Quantil-Differenzen-Methode, sowie der Mündungsformel, sind zusätzlich Abflussinformationen unterhalb der Mündung am Hauptgewässer erforderlich. Etwa 3,6 km unterhalb der Mündung am Gewässer Ilz befindet sich zusätzlich der Pegel Kalteneck (Pegel-Nr. 17406005) mit einer Einzugsgebietsgröße von $A_{EO} = 760,0 \text{ km}^2$. Allerdings zeigt sich, dass die Summe der Abflusszeitreihen beider Gewässer oberhalb der

Mündung, besonders bei Hochwasserereignissen, große Differenzen zu der gemessenen Abflusszeitreihe am Pegel Kalteneck aufweisen. Da keine weiteren Gewässer zwischen den drei Pegeln in die Ilz münden und auch keine Informationen über ungenaue Messungen des Pegels Kalteneck vorliegen, sind die Differenzen vermutlich auf die prinzipiellen Unsicherheiten bei der kontinuierlichen Abflussmessung zurückzuführen (vgl. Abschnitt 6.1). Um zu vermeiden, dass Messungenauigkeiten einen verfälschenden Einfluss auf die statistischen Untersuchungen haben, wird die gemessene Zeitreihe des Pegels Kalteneck verworfen und durch eine synthetische Zeitreihe aus der Summe beider Pegel oberhalb der Mündung ersetzt, die in den weiteren Untersuchungen verwendet wird.

3.3.1 Mündungsformel

Für die Anwendung der Mündungsformel nach Gleichung (3.1) müssen zunächst die Hochwasserabflüsse der Jährlichkeiten T für das Hauptgewässer ober- und unterhalb der Mündung sowie für das Nebengewässer (oberhalb der Mündung) bestimmt werden. Dazu werden zunächst die Stichproben in Form der jährlichen Maxima (*engl. annual maxima, AMAX*) des Abflusses der Pegel Fürsteneck, Schrottenbaumühle und Kalteneck (synthetisch) gebildet (Abbildung 3-5).

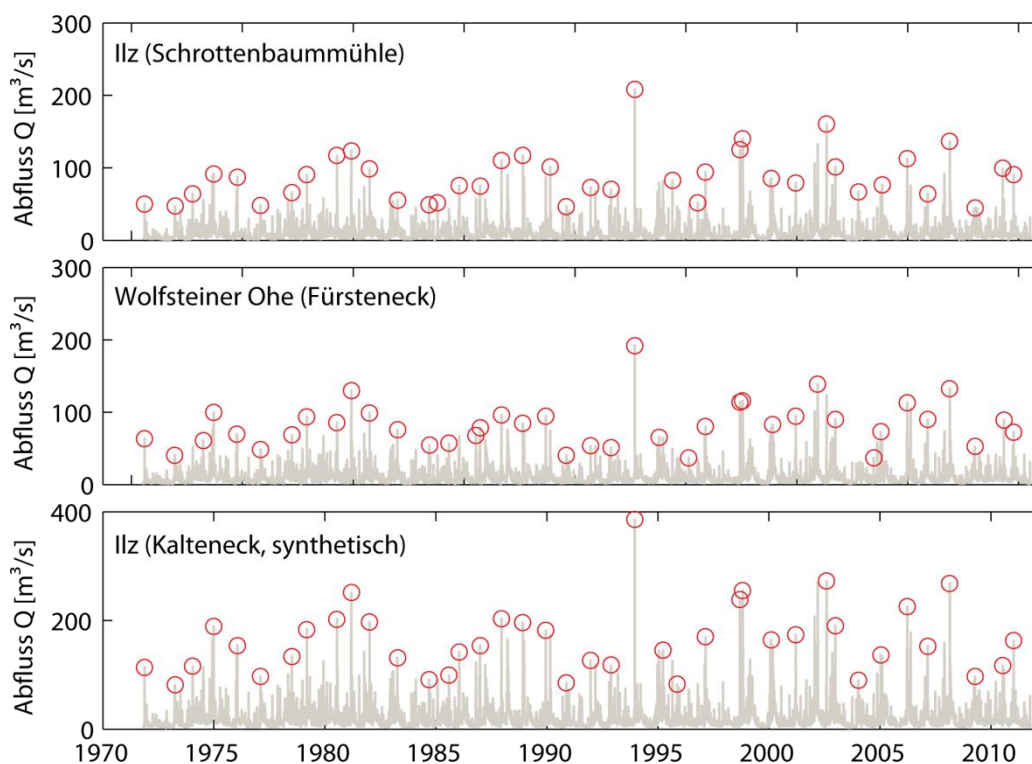


Abbildung 3-5: Gemessene Abflusszeitreihen (grau) und AMAX-Werte (rot) der Pegel Schrottenbaumühle (oben), Fürsteneck (mittig) und Kalteneck, synthetisch (unten)

Als nächstes werden verschiedene theoretische Verteilungsfunktionen Stichproben angepasst. Die Parameter der Verteilungsfunktionen werden mit der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt. Es zeigt sich, dass die Verallgemeinerte Extremwertverteilung (*engl. generalised extreme value distribution, GEV*) in allen drei Fällen auf Basis des RMSE (*engl. root mean squared error*) zwischen empirischer und theoretischer Verteilungsfunktion die beste Anpassungsgüte liefert und die drei Stichproben auch nach visueller Einschätzung gut abbildet (Abbildung 3-6).

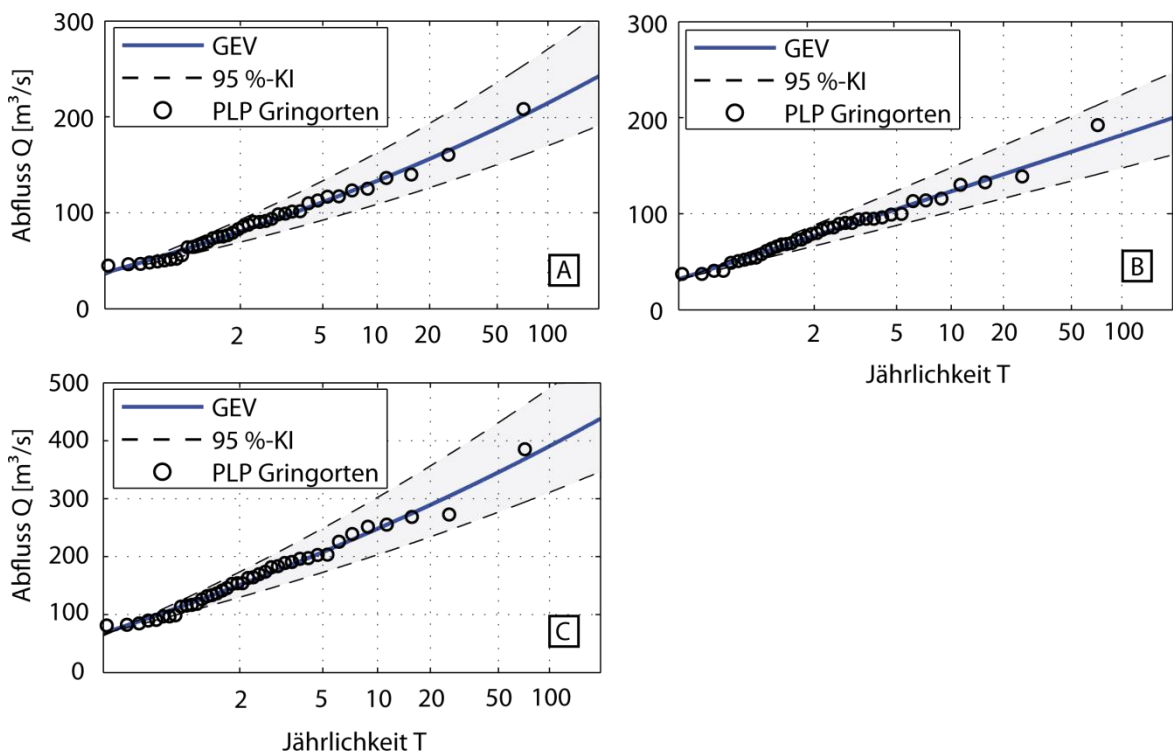


Abbildung 3-6: Angepasste Verteilungsfunktionen mit 95 %-Konfidenzintervallen, sowie die Plotting Positionen (PLP) nach Gringorten für die AMAX-Werte der Pegel Schrottenbaumühle (A), Fürsteneck (B) und des synthetischen Pegels Kalteneck (C)

Die aus den theoretischen Verteilungsfunktionen ermittelten Hochwasserabflüsse der Jährlichkeiten $T = 5, 10, 20, 50$ und 100 a der drei Zeitreihen sind in Tabelle 3-1 zusammenfassend dargestellt.

Tabelle 3-1: Hochwasserabflüsse der Jährlichkeiten $T = 5, 10, 20, 50$ und 100 a der Pegel Schrottenbaumühle, Fürsteneck und Kalteneck (synthetisch)

	HQ_T					
	$T = 5$ a	$T = 10$ a	$T = 20$ a	$T = 50$ a	$T = 100$ a	
Schrottenbaumühle	111,1	133,3	156,2	188,3	214,5	$[\text{m}^3/\text{s}]$
Fürsteneck	104,7	123,2	141,1	164,5	182,1	$[\text{m}^3/\text{s}]$
Kalteneck (synthetisch)	207,8	248,2	289,1	345,6	390,7	$[\text{m}^3/\text{s}]$

Somit stehen für die Anwendung der Mündungsformel alle notwendigen Abflusswerte ober- und unterhalb der Mündung zur Verfügung. Am Beispiel des HQ_{100} ergibt sich somit nach Gleichung (3.1) unterhalb der Mündung ein Abfluss Q_{100} von:

$$Q_{100, \text{nachMündung}} = \frac{\ln\left(182,1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)}{\ln\left(214,5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)} \cdot 390,7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 378,8 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad (3.4)$$

Wenn die gesuchte hydraulische Randbedingung nun der vorherrschende Abfluss im Hauptgewässer oberhalb der Mündung bei einem gegebenen Abfluss von HQ_{100} im Nebengewässer ist, berechnet sich der Abfluss des zufließenden Hauptgewässers zu:

$$Q_{\text{Hauptgewässer}} = Q_{\text{nachMündung}} - HQ_{100, \text{Nebengewässer}} = 378,8 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} - 182,1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 196,7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad (3.5)$$

Diesem Abfluss ist dann auf Grundlage der statistischen Auswertung des Pegels Schrottenbaummühle (vgl. Abbildung 3-6) eine jährliche Unterschreitungswahrscheinlichkeit von $P_U = 0.9841$ 1/a bzw. ein Wiederkehrintervall von etwa $T = 63$ a zuzuordnen. Analog zu diesem Vorgehen lassen sich auch für die übrigen HQ_T -Abflüsse im Nebengewässer die anzusetzenden Abflüsse des Hauptgewässers oberhalb der Mündung bestimmen. Die Ergebnisse sind für $T = 5, 10, 20, 50$ und 100 a zusammenfassend in Tabelle 3-2 dargestellt.

Tabelle 3-2: Die im Hauptgewässer anzusetzenden Abflüsse bei einem gegebenen Abfluss HQ_T im Nebengewässer nach der Mündungsformel mit relativ exakten Unterschreitungswahrscheinlichkeiten und auf ganze Werte gerundeten Jährlichkeiten

	$HQ_{T, \text{Nebengewässer}}$					
	$T = 5 \text{ a}$	$T = 10 \text{ a}$	$T = 20 \text{ a}$	$T = 50 \text{ a}$	$T = 100 \text{ a}$	
$Q_{\text{Hauptgewässer}}$	100,5	121,0	142,2	172,2	196,7	[m ³ /s]
P_U	0,7213	0,8531	0,9240	0,9686	0,9841	[1/a]
T	4	6	13	32	63	[a]

In diesem Fall resultieren für die anzusetzenden Abflüsse im Hauptgewässer $Q_{\text{Hauptgewässer}}$ plausible Werte, da die Unterschreitungswahrscheinlichkeiten P_U bzw. die Jährlichkeiten T der Abflüsse geringer sind als die Jährlichkeiten der Abflüsse im Nebengewässer. Somit stellen diese Kombinationen einen deutlich weniger konservativen Ansatz dar als beispielsweise für beide Gewässer Abflüsse derselben Jährlichkeit anzusetzen.

3.3.2 Quantil-Differenzen-Methode

An den großen deutschen Gewässern wird gewöhnlich die Quantil-Differenzen-Methode angewendet, um den statistisch relevanten Zufluss aus Nebengewässern in das Hauptgewässer zu bestimmen (vgl. Abschnitt 3.2). Bei dem vorliegenden Fallbeispiel müsste demnach eine statistische Auswertung der Pegel am Hauptgewässer, d. h. Schrottenbaumühle und Kalteneck (synthetisch) erfolgen, auf deren Basis dann der statistisch relevante Zufluss aus der Wolfsteiner Ohe bestimmt werden kann. Um eine direkte Vergleichbarkeit der Quantil-Differenzen-Methode mit dem Ansatz der Mündungsformel zu gewährleisten, wird im Folgenden bestimmt, welcher statistisch relevante Abfluss Q_T am Hauptgewässer vorherrscht, unter der Annahme, dass ein Abfluss der Jährlichkeit T am Nebengewässer auftritt. Analog zum Vorgehen im vorangegangenen Abschnitt werden dazu die HQ_T -Abflüsse unterhalb der Mündung am Hauptgewässer (Pegel Kalteneck, synthetisch) sowie am Nebengewässer (Pegel Fürsteneck) benötigt. Die Differenz der T -jährlichen Abflüsse der beiden Pegel ergibt dann den anzusetzenden Abfluss des Hauptgewässers (Ilz) oberhalb der Mündung:

$$Q_{T, \text{Hauptgewässer vor Mündung}} = HQ_{T, \text{Hauptgewässer nach Mündung}} - HQ_{T, \text{Nebengewässer}} \quad (3.6)$$

Die entsprechenden Hochwasserabflüsse HQ_T der Pegel Kalteneck (synthetisch) und Fürsteneck sind bereits in Tabelle 3-1 aufgeführt. Nach Gleichung (3.6) ergibt sich so beispielsweise für einen Abfluss von $HQ_{100} = 182,1 \text{ m}^3/\text{s}$ am Nebengewässer ein relevanter Zufluss aus dem Hauptgewässer Q_{100} von:

$$Q_{100, \text{Schrottenbaumühle}} = 390,7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} - 182,1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 208,6 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} . \quad (3.7)$$

Auf Basis der angepassten theoretischen Verteilungsfunktion der Abflüsse am Pegel Schrottenbaumühle (vgl. Abbildung 3-6, A) ist diesem Abfluss eine Unterschreitungswahrscheinlichkeit von $P_U = 0,9884$ 1/a bzw. eine Jährlichkeit von $T = 86$ a zuzuordnen. Die entsprechenden Ergebnisse für $T = 5, 10, 20, 50$ und 100 a sind zusammenfassend in Tabelle 3-3 dargestellt.

Tabelle 3-3: Die im Hauptgewässer anzusetzenden Abflüsse bei einem gegebenen Abfluss HQ_T im Nebengewässer nach der Quantil-Differenzen-Methode mit relativ exakten Unterschreitungswahrscheinlichkeiten und auf ganze Werte gerundeten Jährlichkeiten

	$HQ_{T, \text{Nebengewässer}}$					
	$T = 5 \text{ a}$	$T = 10 \text{ a}$	$T = 20 \text{ a}$	$T = 50 \text{ a}$	$T = 100 \text{ a}$	
$Q_{\text{Schrottenbaumühle}}$	103,1	124,9	148,0	181,1	208,6	[m ³ /s]
P_U	0,7432	0,8704	0,9362	0,9756	0,9884	[1/a]
Jährlichkeit T	4	8	16	41	86	[a]

3.4 Diskussion der Ergebnisse

Wie bei der Mündungsformel, resultieren unter Verwendung der Quantil-Differenzen-Methode für die anzusetzenden Abflüsse aus dem Hauptgewässer auf den ersten Blick plausible Werte. Allerdings ergeben sich insbesondere bei großen Jährlichkeiten deutliche Abweichungen zwischen den beiden Ansätzen; so ist für einen HQ_{100} -Abfluss im Nebengewässer nach der Mündungsformel im Hauptgewässer ein Abfluss der Jährlichkeit $T = 63 \text{ a}$ anzusetzen. Nach der Quantil-Differenzen-Methode ist hingegen ein Abfluss der Jährlichkeit $T = 86 \text{ a}$ im Hauptgewässer zu berücksichtigen. Erst im Bereich der Hochwasserabflüsse im Nebengewässer mit kleineren Jährlichkeiten, d. h. $T = 5 \text{ a}$, sind die anzusetzenden Abflüsse aus dem Hauptgewässer mit $T = 4 \text{ a}$ nach beiden Ansätzen nahezu identisch. Die wesentliche Einschränkung beider Ansätze liegt aber darin begründet, dass jeweils nur eine Abflusskombination Berücksichtigung findet. Es ist jedoch möglich, dass andere Abflusskombinationen aus Haupt- und Nebengewässer, die bei einer bivariaten Betrachtung identische Eintrittswahrscheinlichkeiten aufweisen, zu höheren Wasserständen führen können.

Dies zeigt den Bedarf an neuen methodischen Ansätzen um die anzusetzenden Hochwasserabflüsse für die Bemessung von Schutzbauwerken an Gewässermündungen belastbar ermitteln zu können. Im Rahmen dieser Dissertation werden entsprechende Ansätze erarbeitet mit denen verschiedene bemessungsrelevante Abflusskombinationen einer gegebenen bivariaten Wahrscheinlichkeit aus Haupt- und Nebengewässer belastbar unter Verwendung multivariater statistischer Verfahren bestimmt werden können.

4 Grundlagen der univariaten Wahrscheinlichkeitsanalyse

4.1 Einführung

Für die Bemessung wasserbaulicher Anlagen werden i. d. R. extreme Belastungszustände berücksichtigt, um eine ausreichende Sicherheit gegen ein mögliches Versagen des Bauwerkes zu gewährleisten. So sind beispielsweise viele wasserwirtschaftliche und verkehrstechnische Anlagen auf Extremniederschläge einer bestimmten Höhe und Dauer ausgelegt. Aber auch fluss- und küstenbauliche Anlagen sind für bestimmte Abflüsse Q oder Wasserstände W zu bemessen. Da jedoch in den meisten Fällen keine genaueren Informationen über die Größe der zu erwartenden extremen Systemzustände vorhanden sind, greift man im Allgemeinen auf (extremwert-)statistische Verfahren zurück, um solche Ereignisse aus beobachteten Zeitreihen abzuleiten. Diese Verfahren sollen dabei u. a. Aussagen zu folgenden Fragen liefern:

- Wie häufig tritt ein Extremereignis einer gegebenen Größe statistisch gesehen auf?
- Mit welchem Extremwert muss in einem bestimmten Zeitintervall (z. B. 100 Jahre) gerechnet werden?

Extremwerte umfassen dabei nicht nur Maxima (z. B. Hochwasserabfluss) sondern auch Minima (z. B. Niedrigwasserabfluss). Im Kontext der Bemessung von Hochwasserschutzbauwerken sind die Minima jedoch ohne Bedeutung, so dass sie im Weiteren nicht berücksichtigt werden. Weiterführende Informationen zur allgemeinen extremwertstatistischen Auswertung von Minima sind beispielsweise Coles (2001) oder im Rahmen der Ingenieurhydrologie Smakhtin (2001) zu entnehmen.

Für die multivariate Auswertung von Extremwerten (vgl. Abschnitt 5) werden ebenfalls univariate Verfahren benötigt. Daher soll im folgenden Abschnitt zunächst eine grundlegende Einführung in die univariate Analyse von Abflusszeitreihen gegeben werden.

4.2 Allgemeine Begriffsdefinitionen

Für die statistische Auswertung von hydro-meteorologischen Daten wird angenommen, dass es sich bei den zu modellierenden Daten um zufällige und repräsentative Stichproben einer Grundgesamtheit handelt. Das Ziel der statistischen Untersuchungen ist es, auf Basis der vorhandenen Informationen der Stichprobe auf die Gesetzmäßigkeiten der Grundgesamtheit zu schließen.

Zur Bemessung von Bauwerken ist man daran interessiert mit welcher Wahrscheinlichkeit P (engl. *probability*) ein Ereignis auftritt, welches im schlimmsten Fall ein Versagen des Bauwerkes nach sich zieht. Allgemein ist die Wahrscheinlichkeit als der Quotient aus der Anzahl der Fälle, in denen ein Ereignis mit einem bestimmten Wert eintritt und der Anzahl aller möglichen Fälle definiert. Somit besitzt die Wahrscheinlichkeit P einen Wert zwischen Null (das Ereignis tritt nicht ein) und Eins (das Ereignis tritt ganz sicher ein). In der ingenieurhydrologischen Anwendung ist man vor allem an der Unter- und Überschreitungswahrscheinlichkeit von Ereignissen interessiert. Die Unterschreitungswahrscheinlichkeit P_U gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass eine Zufallsgröße X (z. B. ein Abfluss Q) nur geringere oder gleiche Werte eines bestimmten Schwellenwertes x annimmt. Die Unterschreitungswahrscheinlichkeit ist somit definiert als:

$$P_U = P(X \leq x) = F_X(x) \quad (4.1)$$

Wobei $F_X(x)$ die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen X darstellt. Demgegenüber gibt die Überschreitungswahrscheinlichkeit $P_{\bar{U}}$ an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein bestimmter Schwellenwert x überschritten wird:

$$P_{\bar{U}} = P(X > x) \quad (4.2)$$

Somit ist $P_{\bar{U}}$ das komplementäre Ereignis zu P_U und es gilt:

$$P_{\bar{U}} = 1 - P_U = 1 - F_X(x) = \bar{F}_X(x) \quad (4.3)$$

Der Term $1 - F_X(x)$ bzw. $\bar{F}_X(x)$ wird auch als Überlebensfunktion (engl. *survival function*) bezeichnet. Ergänzend zu der Unter- bzw. Überschreitungswahrscheinlichkeit findet in der Ingenieurhydrologie im Allgemeinen das Wiederkehrintervall T , oder auch Wiederkehrzeit genannt, Anwendung. T ist als durchschnittliche Zeitspanne definiert, in dem ein Ereignis X auftritt, welches in seiner Größe einen bestimmten Schwellenwert x übertrifft. Statistisch betrachtet tritt ein Ereignis $X > x$ demnach durchschnittlich in einem zeitlichen Abstand

von T auf. Häufig liegt der Fokus der statistischen Untersuchungen bei ingenieurhydrologischen Anwendungen auf jährlichen Extremwerten, so dass T in Jahren angegeben wird. In diesem Fall wird das Wiederkehrintervall auch als Jährlichkeit bezeichnet. Im univariaten Fall berechnet sich die Jährlichkeit T im Allgemeinen zu (Maniak, 2010; Serinaldi, 2015):

$$T = \frac{\mu_T}{P_U} = \frac{\mu_T}{1 - P_U} = \frac{\mu_T}{1 - F_X(x)} = \frac{\mu_T}{F_X(x)} \quad (4.4)$$

μ_T stellt dabei die durchschnittliche Zeit dar, die zwischen zwei Werten der Stichprobe liegt (bei der Verwendung von jährlichen Maximalwerten ist $\mu_T = 1$).

Ein Abflussereignis mit einem Wiederkehrintervall von $T = 100$ a (100-jährliches Ereignis, oder auch HQ_{100}) wird daher in einem bestimmten Jahr mit einer Wahrscheinlichkeit von $1/100$ überschritten. Das bedeutet, die jährliche Überschreitungswahrscheinlichkeit eines HQ_{100} beträgt $P_U = 0,01$ 1/a. Daraus resultiert eine jährliche Unterschreitungswahrscheinlichkeit für dasselbe Ereignis von $P_U = 0,99$ 1/a, d. h. in durchschnittlich 99 von 100 Jahren tritt das Ereignis nicht auf. Die Angabe einer Jährlichkeit T bedeutet jedoch nicht, dass ein Ereignis der Jährlichkeit T in derselben Zeitspanne mit Sicherheit wenigstens einmal auftritt.

4.3 Anforderung an hydro-meteorologische Zeitreihen für extremwertstatistische Analysen

Für die Anwendung extremwertstatistischer Verfahren zur Bestimmung von Hochwasserabflüssen mit einem bestimmten Wiederkehrintervall HQ_T wird i. d. R. eine gemessene Abflusszeitreihe des betrachteten Gewässers benötigt. Sollte keine Pegelbeobachtung vorliegen, kann wahlweise auch eine simulierte Zeitreihe, z. B. aus einem Niederschlag-Abfluss-Modell (N-A-Modell), Anwendung finden, sofern die daraus entstehenden zusätzlichen Ungenauigkeiten in Kauf genommen werden können. Ungeachtet der Art der Abflusszeitreihe müssen die vorhandenen Daten bestimmte Anforderungen erfüllen.

Die Aussagekraft einer statistischen Analyse hängt sehr stark mit der Länge der beobachteten Zeitreihe zusammen. So wird in DVWK (1999) eine Orientierung über die Brauchbarkeit von Abflusszeitreihen in Abhängigkeit zur Beobachtungszeitspanne gegeben (Tabelle 4-1).

Tabelle 4-1: Beobachtungszeitspannen von Pegelaufzeichnungen und deren statistische Aussagekraft nach DVWK (1999)

Beobachtungszeitspanne	Statistische Aussage
< 10 Jahre	unbrauchbar
10 – 20 Jahre	abschätzend
20 – 30 Jahre	bedingt geeignet
> 30 Jahre	geeignet

Demnach sollten Beobachtungsdaten von wenigstens eine 30 Jahren vorliegen, um eine belastbare statistische Aussage über die Hochwasserabflüsse treffen zu können. Generell kann aber festgehalten werden, dass je länger die Aufzeichnungen vorliegen, desto verlässlicher lassen sich statistische Aussagen über das Abflussverhalten des Einzugsgebietes bzw. Gewässers treffen und letztlich auch Hochwasserabflüsse bestimmter Wiederkehrperioden ableiten.

Darüber hinaus ist nach DWA (2012) zu prüfen ob die vorliegende Zeitreihe:

- Frei von echten Fehlern ist (z. B. Erfassungsfehler etc.),
- Homogenität aufweist, d. h. nicht durch Veränderungen im Einzugsgebiet oder am Gewässer während der Pegelbeobachtung beeinflusst ist,
- Repräsentanz aufweist, d. h. das langfristige Abflussverhalten des Gewässers widerspiegelt.

Bei der Analyse von Hochwasserscheitelwerten wird zusätzlich noch die Unabhängigkeit von aufeinanderfolgenden Hochwasserereignissen gefordert; das bedeutet, dass sich zwei Ereignisse nicht gegenseitig beeinflussen oder auf dasselbe hochwasserauslösende Niederschlagsereignis zurückzuführen sind.

Um eine Zeitreihe auf Homogenität und Unabhängigkeit zu überprüfen, kann in einem ersten Schritt eine Betrachtung der optisch aufgetragenen Zeitreihenwerte helfen. So können Aufzeichnungslücken und sprunghafte oder auch kontinuierliche Veränderungen im Abflussverhalten zum Teil relativ einfach identifiziert werden. Für die quantitative Beurteilung bzw. für die Manipulation der Zeitreihe zur Beseitigung von eventuellen Fehlern existiert eine Reihe verschiedener Verfahren. Auf diese Verfahren wird an dieser Stelle nicht näher eingegangen und sie können der einschlägigen Literatur (z. B. Maidment, 1993) entnommen werden.

4.4 Stichprobengewinnung

Für die statistische Analyse von Hochwasserdaten ist nicht die gesamte Abflusszeitreihe von Interesse, sondern lediglich die Stichprobe der extremen Werte, d. h. der Hochwasserabflüsse. Die Gewinnung dieser Werte aus langjährig gemessenen Zeitreihen kann entweder über ein Blockmodell oder ein Schwellenwertmodell erfolgen. In der Ingenieurhydrologie findet am häufigsten das Blockmodell Anwendung (DWA, 2012), wobei sich in der Literatur zahlreiche Diskussionen über die Vor- und Nachteile beider Modelltypen wiederfinden (z. B. Arns et al., 2013).

4.4.1 Blockmodell

Bei dem Blockmodell werden aus einer Menge unabhängiger Zufallsvariablen die maximalen Werte innerhalb eines Zeitabschnitts herausgefiltert (Coles, 2001):

$$M_n = \max[X_1, \dots, X_n] \quad (4.5)$$

Dabei stellen $[X_1, \dots, X_n]$ n Zeitreihen mit regelmäßig aufgezeichneten Werten dar. So kann es sich bei X_i beispielsweise um stündlich aufgezeichnete Abflusswerte eines Flusses über einen Monat handeln. Bei der gewonnenen Zeitreihe M_n handelt es sich dann um die monatlichen Maximalabflüsse des betrachteten Flusses über n Monate.

In der Praxis wird jedoch häufig ein Zeitabschnitt von einem Jahr gewählt. Wobei in Deutschland meistens das hydrologische Jahr zugrunde gelegt wird, welches vom 1. November bis zum 30. Oktober des jeweiligen hydrologischen Jahres reicht. Diese Art der Stichprobengewinnung wird häufig auch als *r-largest*-Methode bezeichnet, wobei r für die Anzahl der Maximalwerte in dem gewählten Zeitabschnitt steht. Bei $r = 1$ wird so jeweils der größte Wert innerhalb eines Zeitabschnittes verwendet. Bei $r = 2$ die zwei größten Werte u. s. w. (vgl. Abbildung 4-1).

In der Praxis hat sich die Verwendung von $r = 1$ durchgesetzt. Bei der so gewonnenen Zeitreihe handelt es sich dann um die jährlichen Maxima (AMAX) des Abflusses. In gleicher Form ist es auch möglich Stichproben zu gewinnen, indem nur begrenzte Teilzeiträume eines Jahres betrachtet werden, wie beispielsweise nur die Sommer- oder Wintermonate. So können Hochwasserereignisse gleichen Ursprungs (z. B. durch Schneeschmelze) zusammenfassend statistisch untersucht werden.

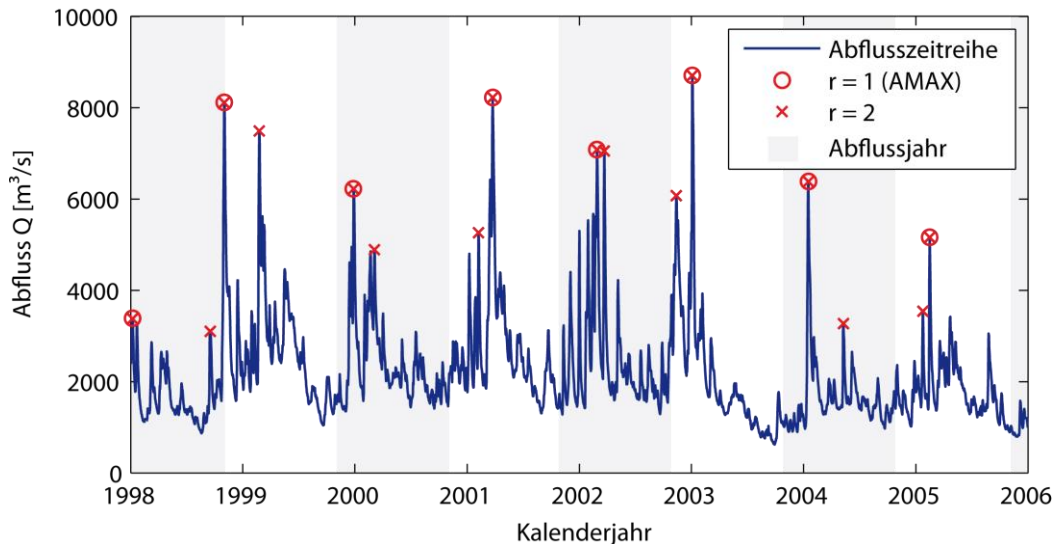


Abbildung 4-1: Stichprobengewinnung mittels Blockmodell (*r-largest*) mit $r = 1$ (AMAX) und $r = 2$

Der Wesentliche Nachteil des Blockmodells besteht jedoch darin, dass auch in einem trockenen Jahr, d. h. wenn kein nennenswertes Hochwasserereignis aufgetreten ist, der Maximalwert bzw. die Maximalwerte dieses Jahres für die statistische Auswertung verwendet werden. Somit können ggf. Werte mit in die statistischen Auswertungen einbezogen werden, die nicht als „hoch“ einzustufen sind. Dies wiederum kann zu einer fehlerhaften Parameterschätzung und letztendlich zu einer ungenauen Bestimmung der gesuchten Bemessungswerte führen (Katz et al., 2002).

4.4.2 Schwellenwertmodell

Im Gegensatz zum Blockmodell werden bei dem Schwellenwertmodell (*engl. peak over threshold, POT*) alle Scheitelabflüsse oberhalb eines Grenzwertes u_0 berücksichtigt. Der Vorteil des Schwellenwertmodells liegt darin, dass tatsächlich nur extreme Abflüsse für die weitere statistische Auswertung verwendet werden. Wenn in einem Zeitabschnitt (z. B. einem Jahr) keine nennenswerten Hochwasserabflüsse aufgetreten sind, wird aus diesem Zeitabschnitt auch kein Wert für die statistische Analyse verwendet. Sollten hingegen mehrere extreme Abflüsse innerhalb eines Zeitabschnittes oberhalb des Grenzwertes u_0 aufgetreten sein, werden alle Werte für die statistische Analyse berücksichtigt. Dies ist beispielhaft in Abbildung 4-2 für eine Abflusszeitreihe dargestellt. Im Abflussjahr 1998 finden sich keine Hochwasserereignisse, die den Schwellenwert u_0 erreichen oder übersteigen. Somit wird aus diesem Jahr auch kein Extremereignis in die Stichprobe aufgenommen. Im Abflussjahr 1999 hingegen, erreichen insgesamt drei Hochwasser-

ereignisse den Schwellenwert u_0 und werden somit für die weitere statistische Auswertung verwendet. Die so gewonnene Zeitreihe wird auch als partielle Zeitreihe bezeichnet.

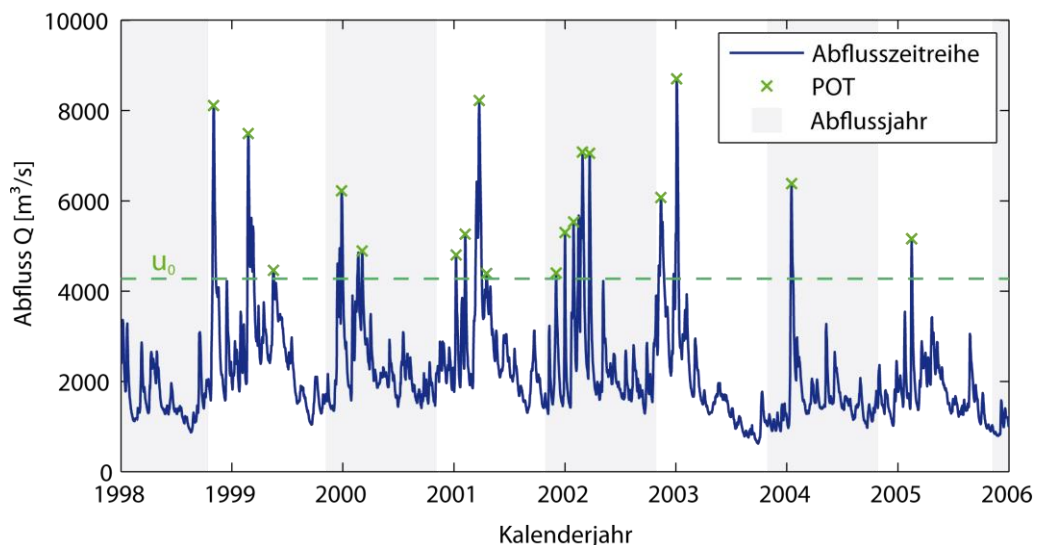


Abbildung 4-2: Stichtprobengewinnung mittels Schwellenwertmodell (POT)

Die Wahl eines geeigneten Schwellenwertes u_0 ist für die statistische Modellierung der Variablen von ausschlaggebender Bedeutung. Ein zu geringer Schwellenwert führt zu einer zu großen Anzahl von (Hochwasser-)Abflüssen, so dass keine extremwertstatistische Analyse durchgeführt werden kann. Auf der anderen Seite resultiert ein zu hoher Schwellenwert in einer zu geringen Anzahl von Hochwasserabflüssen, was wiederum zu einer sehr großen Varianz führt (Coles, 2001).

Ungeachtet der verschiedenen Vor- und Nachteile beider Modelltypen, findet die Bildung der Stichproben in dieser Arbeit auf Basis des Blockmodells mit $r=1$ statt. Dieses Vorgehen steht im Einklang mit DWA (2012), in dem empfohlen wird für die Ermittlung von Hochwasserwahrscheinlichkeiten jährliche Maximalwerte zu verwenden.

4.5 Unabhängigkeit von Hochwasserereignissen

Für jede extremwertstatistische Analyse ist sicherzustellen, dass die Werte in einer Stichprobe unabhängig voneinander sind, d. h. dass zwei aufeinanderfolgende Scheitelabflüsse nicht durch dasselbe meteorologische Ereignis hervorgerufen werden. Bei der Verwendung von jährlichen Maximalabflüssen ist das immer gewährleistet, bis auf den einen Fall, dass ein Scheitelabfluss unmittelbar vor der Jahreswende und ein Scheitelabfluss im darauffolgenden Jahr direkt nach der Jahreswende aufgetreten ist.

Für diesen Fall existieren verschiedene Kriterien nach denen entschieden werden kann, ob zwei konsekutive Scheitelabflüsse als unabhängig zu betrachten sind oder nur der höhere der beiden Werte für die Stichprobe zu verwenden ist. In Deutschland wird beispielsweise häufig das Kriterium nach LAWA (1997) verwendet. Mit Verweis auf Abbildung 4-3 (links) sind nach LAWA (1997) zwei Scheitelabflüsse als unabhängig zu betrachten, wenn zwischen den Scheitelwerten mindestens ein zeitlicher Abstand von mehr als 7 Tagen liegt ($\Delta t > 7 \text{ d}$) oder wenn die Differenz zwischen dem zweiten Scheitelwert und dem niedrigsten Wert zwischen den beiden Scheiteln (Wellental) größer als die Differenz zwischen dem Wellental und dem mittleren Abfluss MQ ($A > B$) ist.

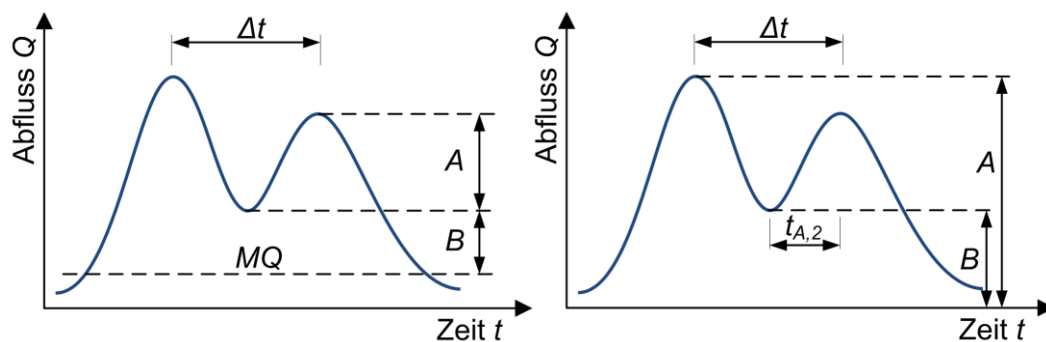


Abbildung 4-3: Kriterien für unabhängige Hochwasserscheitelabflüsse, links nach LAWA (1997) und rechts nach Bacchi et al. (1992)

Nach Bacchi et al. (1992) werden zwei Scheitelabflüsse hingegen als unabhängig betrachtet, wenn der zeitliche Abstand beider Scheitelwerte Δt mindestens das 20-fache der Scheitelanstiegszeit des zweiten Scheitels $t_{A,2}$ beträgt und der Abfluss zwischen beiden Scheiteln um mindestens 80 % zurückgeht, d. h. wenn $A \geq 0,2 \cdot B$ ist (Abbildung 4-3, rechts).

Einen etwas pragmatischeren Ansatz verwenden Svensson et al. (2005). Sie definieren lediglich einen zeitlichen Mindestabstand zwischen zwei konsekutiven Hochwasserscheitelwerten in Abhängigkeit der betrachteten Einzugsgebietsgröße. Der Ansatz beruht auf der Annahme, dass in großen Einzugsgebieten mehr Zeit zwischen zwei Hochwasserereignissen vergehen muss als in kleineren, um sie als unabhängig zu betrachten. So werden für Einzugsgebiete mit einer Größe von $A_{EO} \leq 45.000 \text{ km}^2$ eine Mindestzeit von 5 Tagen gefordert, für $45.000 \text{ km}^2 < A_{EO} \leq 100.000 \text{ km}^2$ wenigstens 10 Tage und für $A_{EO} > 100.000 \text{ km}^2$ mindestens 20 Tage.

4.6 Homogenität und Stationarität

Für die Anwendung extremwertstatistischer Verfahren wird an die Stichprobe neben der Unabhängigkeit auch die Voraussetzung der Homogenität gestellt. Dabei versteht man unter Homogenität, dass für alle Elemente der Stichprobe die gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung gilt. Somit müssen auch statistische Maßzahlen der Stichprobe, wie beispielsweise Mittelwert und Varianz, über die Zeit konstant sein. In der Mathematik wird die Forderung nach Unabhängigkeit und Homogenität der Stichprobenwerte gemeinhin als *i.i.d.*-Kriterium (*engl. independent and identical distributed random variables*) bezeichnet. Bei Zeitreihen entspricht die Homogenität der Forderung nach Stationarität. Häufig finden sich in hydro-meteorologischen Zeitreihen Instationaritäten in Form von Trends und/oder Bruchpunkten wieder (z. B. Jensen, 1985; Kahliq et al., 2006; Mudersbach und Jensen, 2010). Echte Instationaritäten können natürlichen Ursprungs, beispielsweise durch Klimaänderung, oder auch anthropogen verursacht sein. Darüber hinaus finden sich in Hochwasserzeitreihen oftmals Häufungen von hohen oder niedrigen Jahreshochwasserwerten wieder. Dieses Phänomen wird auch als Langzeit-Persistenz oder Hurst-Effekt bezeichnet (Mandelbrodt und Wallis, 1968). Die Langzeit-Persistenz führt ebenfalls zu einem langfristigen instationären Verhalten der statistischen Maßzahlen und hängt im Wesentlichen mit der Autokorrelationsstruktur der Zeitreihe zusammen. Mit statistischen Verfahren ist die Langzeit-Persistenz nicht von anthropogenen Trends zu unterscheiden (Cohn und Lins, 2005). Anthropogene bzw. deterministische Trends ergeben sich häufig durch Veränderungen im Einzugsgebiet oder am Gewässer selbst. Änderungen im Einzugsgebiet können beispielsweise Änderungen der Landnutzung sein, die sich i. d. R. in kontinuierlichen Änderungen der Zeitreihe auswirken. Baumaßnahmen am Gewässer hingegen, wie beispielsweise der Bau von wasserwirtschaftlichen Speichern, führen zu nahezu sprunghaften Änderungen in der Zeitreihe.

In der gängigen Literatur (z. B. DWA, 2012) wird für die univariate Auswertung empfohlen, Zeitreihen zunächst auf solche (signifikanten) Instationaritäten hin zu untersuchen. Dafür eignen sich grafische Überprüfungen, die Doppelsummenanalyse mit ober- und unterhalb gelegenen Pegeln oder auch statistische Tests. Gängige Verfahren sind beispielsweise die verteilungs- und parameterfreien Tests nach Mann-Kendall, Whitney und Wilcoxon oder van der Waerden (Chen und Rao, 2002; Storm, 2007). Sofern signifikante Instationaritäten nachgewiesen werden können und eine kausale Begründung vorliegt, sollte der Einfluss der Instationaritäten quantifiziert und die Zeitreihe nach

Möglichkeit entsprechend homogenisiert werden. Wenn signifikante Instationaritäten vorliegen, die Ursachen jedoch nicht klar sind, empfiehlt DWA (2012) auf eine Bereinigung der Daten zu verzichten. Für die Quantifizierung des Einflusses der Instationaritäten und die Erfassung kausaler Zusammenhänge sind i. d. R. eingehende Recherchen durchzuführen und zusätzliche Untersuchungen (z. B. die Erstellung eines N-A-Modells) erforderlich. Insbesondere bei umfangreichen Analysen mit einer Vielzahl von Abflusszeitreihen ist das jedoch nicht immer umsetzbar.

Eine weitere Möglichkeit zur statistischen Erfassung von Instationaritäten ist die Anwendung von Verteilungsfunktionen mit zeitlich variablen Parametern. Obwohl in DWA (2012) von der Verwendung sogenannter instationären Verteilungsfunktionen abgeraten wird, haben sie beispielsweise Mendez et al. (2007), Petrow et al. (2008) sowie Mudersbach und Jensen (2010) erfolgreich zur Ermittlung von Bemessungsereignissen unter instationären Randbedingungen angewendet. Ein wesentlicher Nachteil bei der Anwendung von instationären Verteilungsfunktionen besteht allerdings darin, dass im Vergleich zur Verwendung stationärer Verteilungsfunktionen eine deutlich längere Zeitreihe bzw. eine größere Stichprobe benötigt wird. Das wesentliche Ziel bei der Anwendung instationärer Verteilungen besteht u. a. darin, zeitabhängige Parameter einer Verteilungsfunktion zu gewinnen. Dies geschieht i. d. R. über die Schätzung der Verteilungsparameter mit einem Zeitfenstermodell (vgl. Abschnitt 7.2). Somit muss die Ausgangszeitreihe lang genug sein, damit ein ausreichend großes Zeitfenster für eine belastbare Parameterschätzung gewählt werden kann. Weiterhin müssen die so gewonnenen Reihen der zeitabhängigen Verteilungsparameter eine ausreichende Länge haben, um verlässlich Trends und andere Instationaritäten bestimmen zu können.

Mit der systematischen Erfassung von Abflüssen wurde in Deutschland jedoch erst flächendeckend in der zweiten Hälfte des zwanzigsten Jahrhunderts begonnen, so dass für die meisten Pegel keine ausreichend langen Abflusszeitreihen zur Verfügung stehen. Lediglich vereinzelte Pegel an den Gewässern der 1. Ordnung zeichnen den Abfluss bereits seit dem neunzehnten Jahrhundert auf, was für die Anwendung instationärer Verteilungen als ausreichend zu bewerten ist.

4.7 Empirische Unterschreitungswahrscheinlichkeiten und außergewöhnlich hohe Scheitelabflüsse

Bevor theoretische Verteilungsfunktionen an die Stichprobe x angepasst werden, wird in der Regel zunächst die empirische Verteilungsfunktion $F_n(x)$ der Stichprobe ermittelt. Dazu werden die Daten x_i mit $i = 1, \dots, n$ der Größe nach sortiert, sodass man für jeden Wert x_i den entsprechenden Rang R_i erhält. R_1 steht dabei für den kleinsten und R_n für den größten Wert. Aus den Rängen lässt sich im Anschluss die empirische Unterschreitungswahrscheinlichkeit P_U für jeden Wert von x_i bestimmen. Bei hydrologischen Anwendungen werden die empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten häufig auch als Plotting Positionen (*engl. plotting positions, PLP*) bezeichnet.

Die allgemeine Form zur Bestimmung der empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeit P_U ist definiert als:

$$P_U(X_i) = \frac{R_i - a}{n + 1 - 2a} \quad (4.6)$$

Wobei R_i für den Rang von x_i steht und n für den Umfang der Stichprobe. Der Parameter a hängt von der Annahme der empirischen Verteilungsfunktion ab. In Tabelle 4-2 sind Werte für a für verschiedene gängige Formeln angegeben.

Tabelle 4-2: Verschiedene Parameter zur Bestimmung der empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeit (Plotting Positionen) nach Stedinger et al. (1993)

Name	a	Zielsetzung
Weibull	0	Biasfreie Schätzung für alle Verteilungen
Cunnane	0,40	Biasfreie Schätzung der Quantile
Gringorten	0,44	Optimiert für Gumbel-Verteilung
Hazen	0,50	Häufig verwendete Schätzung

Weitere Formeln zur Berechnung von Plotting Positionen sind z. B. Jensen (1985) zu entnehmen. Die wesentlichen Unterschiede der verschiedenen Formeln zur Berechnung der empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeit zeigen sich besonders in der Zuordnung der Wahrscheinlichkeit des höchsten gemessenen Wertes. So wäre dem höchsten beobachteten Wert einer 50-jährigen Zeitreihe der jahresmaximalen Abflüsse nach Weibull ($a = 0$) eine Unterschreitungswahrscheinlichkeit von $P_U = 0,9804$ $1/a$ ($T = 51$ a) zuzuordnen, wohingegen derselbe Wert nach Hazen ($a = 0,50$) eine Unterschreitungswahrscheinlichkeit von $P_U = 0,9900$ $1/a$ ($T = 100$ a) besitzen würde. Die Verwendung der verschiedenen Plotting Positionen wird in der wissenschaftlichen Gemeinschaft sehr

kontrovers diskutiert. Während beispielsweise Makkonen (2008) die Berechnung nach Weibull unabhängig von der gewählten Verteilungsfunktion als ausreichend betrachtet, wird beispielsweise in Jensen et al. (2006) gezeigt, dass bei der Verwendung der GEV in einem doppelt-logarithmierten Maßstab die empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten nahezu identisch mit denen nach Gringorten sind. Diesem Ansatz wird auch in dieser Arbeit gefolgt, da die GEV für die meisten Stichproben verwendet wird.

Es ist jedoch darauf hinzuweisen, dass die empirische Unterschreitungswahrscheinlichkeit aus hydrologischer Sicht wenig aussagekräftig ist, da sie lediglich auf Basis der Ränge der Beobachtungen und der Stichprobenlänge ermittelt werden. Die tatsächliche Größe des jeweiligen Abflusses bleibt hingegen unberücksichtigt (DWA, 2012).

Sofern die Stichprobe extreme Werte beinhaltet, die deutlich über dem Schwankungsbereich der übrigen Stichprobenwerte liegen, können diese als Ausreißer bezeichneten Werte wichtige Informationen zur Hochwasserentstehung in dem betrachteten Einzugsgebiet liefern. Aus diesem Grund wird in DWA (2012) entgegen der früheren Handhabung (z. B. DVWK, 1999) empfohlen, diese Werte in der Stichprobe zu belassen, jedoch die empirische Unterschreitungswahrscheinlichkeit bzw. die Jährlichkeit anzupassen. Dazu können verschiedene Vorgehensweisen in Betracht gezogen werden. Eine Möglichkeit besteht darin, einen Vergleich mit benachbarten Pegeln durchzuführen, an denen das Extremereignis ebenfalls aufgezeichnet wurde. Durch die erweiterte Datengrundlage kann die Jährlichkeit dieses Ereignisses so gegebenenfalls hydrologisch-argumentativ besser eingeschätzt werden. Als zweite Möglichkeit kann die Jährlichkeit mit anderen extremen Hochwasserereignissen in der Region abgeschätzt werden. Als dritte Möglichkeit können, sofern vorhanden, auch Zeitreihen der jahresmaximalen Niederschläge aus dem Untersuchungsgebiet herangezogen und mit der Zeitreihe der jahresmaximalen Hochwasserabflüsse korreliert werden. Da alle drei Vorgehensweisen nicht auf mathematischen, sondern vielmehr auf hydrologischen Überlegungen beruhen und nicht eindeutig festgelegt sind, bestehen bei der Umsetzung bestimmte Toleranzen, die der jeweilige Bearbeiter zu bewerten hat.

4.8 Theoretische Verteilungsfunktionen

In der Vergangenheit wurden zahlreiche theoretische Verteilungsfunktionen entwickelt und eine Vielzahl von ihnen werden heute vermehrt für die extremwertstatistische Analyse von Hochwasserabflüssen genutzt. Nach Benson (1968) gibt es jedoch keine physikalisch-

mathematische Rechtfertigung dafür, eine bestimmte Verteilungsfunktion für die Hochwasseranalyse bevorzugt zu verwenden. In den vergangenen Jahren haben diverse Studien jedoch gezeigt, dass die GEV häufig eine gute Anpassung an Hochwasserzeitreihen liefert (z. B. Schumann, 2005; Merz et al., 2008).

Bei der GEV handelt es sich um eine dreiparametrische Verteilungsfunktion, die verschiedene Klassen von Extremwertverteilungen in sich vereint. Der daraus resultierende Vorteil besteht darin, dass im Vorfeld keine bestimmte Klasse von Verteilungsfunktionen festgelegt werden muss. Die GEV ist nach Coles (2001) definiert zu

$$GEV(x) = \left\{ \begin{array}{l} \exp \left[- \left(1 + \xi \cdot \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}} \right] \quad \text{für } \frac{1 + \xi(x - \mu)}{\sigma} > 0 \\ \text{mit } -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0, -\infty < \xi < \infty \\ \exp \left[- \exp \left(- \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right] \quad \text{für } -\infty < x < \infty, \xi = 0 \end{array} \right. \quad (4.7)$$

Die drei Parameter der GEV sind der Lageparameter μ , der Streuungsparameter σ und der Krümmungsparameter ξ . Der Krümmungsparameter beschreibt im Wesentlichen den Verlauf der Verteilungsfunktion im rechten Bereich, d. h. im Bereich der größeren Quantile. Für den Fall, dass $\xi > 0$ ist, hat die Funktion keinen oberen Grenzwert und ist damit dem Typ II der Gumbel'schen Extremwertverteilungen zuzuordnen. Für den Fall $\xi < 0$ besitzt die Funktion einen oberen Grenzwert in der Form $\mu - (\sigma/\xi)$ und entspricht damit dem Typ III der Gumbel'schen Extremwertverteilung. Für den Fall $\xi = 0$ entspricht die GEV der Gumbel'schen Extremwertverteilung Typ I (besser bekannt als Gumbel-Verteilung). Im doppelt-logarithmierten Wahrscheinlichkeitsplot stellt sich der Typ I als Gerade dar und besitzt ebenfalls keinen oberen Grenzwert.

In Abbildung 4-4 ist der Verlauf der GEV in Abhängigkeit des Krümmungsparameters ξ beispielhaft dargestellt. Bei hydrologischen Anwendungen ist es entgegen der mathematischen Darstellung üblich, den Merkmalswert (hier Hochwasserscheitelwerte Q) auf der Ordinate und die Wahrscheinlichkeit auf der Abszisse aufzutragen. Es ist zu erkennen, dass bei der doppelt-logarithmierten Abszisse, die GEV bei einem Krümmungsparameter von $\xi = 0,2$ (Typ II) einen progressiven Verlauf besitzt, wohingegen sie bei $\xi = -0,2$ einen degressiven Verlauf aufweist und gegen einen Grenzwert konvergiert.

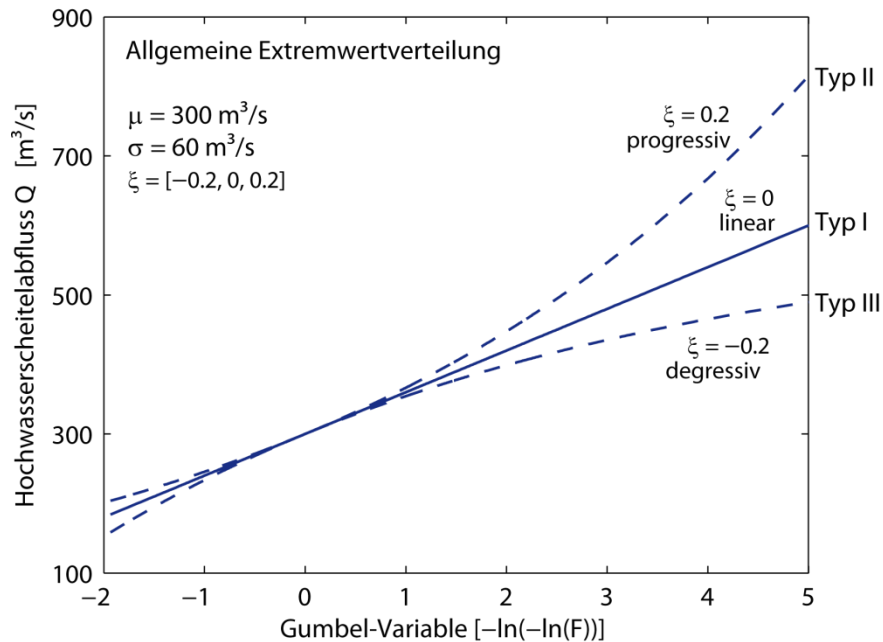


Abbildung 4-4: Darstellung des Verlaufs der Verallgemeinerten Extremwertverteilung in Abhängigkeit des Krümmungsparameters ξ

In der praktischen Anwendung führt jedoch insbesondere ein progressiver (aber auch ein linearer) Verlauf dazu, dass große Quantile des Merkmalswertes, d. h. Bemessungswerte mit sehr geringen Überschreitungswahrscheinlichkeiten, mitunter unverhältnismäßig groß gegenüber den Stichprobenwerten sein können. Des Weiteren impliziert ein solcher Verlauf der Verteilungsfunktion, dass keine Obergrenze der zu modellierenden Variablen existiert. Es ist jedoch einleuchtend, dass für nahezu alle hydro-meteorologischen Größen eine physikalische Grenze existiert. Bei Binnenabflüssen beispielsweise, wird diese Obergrenze im Allgemeinen als der aus den regionsspezifisch größtmöglichen Niederschlägen resultierende Abfluss (*engl. probable maximum flood, PMF*) bezeichnet (z. B. Maidment, 1993). Daher stellt die PMF in diesem Fall eine physikalisch begründete obere Schranke der Verteilungsfunktion dar. Allerdings ist es in der praktischen Anwendung schwierig die PMF exakt zu bestimmen, so dass eine realistische Einschätzung des oberen Grenzwertes kaum möglich erscheint. Im Gegensatz zur Überschätzung von Bemessungswerten bei einem progressiven oder linearen Verlauf der Verteilungsfunktion, impliziert ein degressiver Verlauf, dass die physikalische Obergrenze des Merkmalswertes (hier Abfluss) identisch mit dem Grenzwert der Verteilung ist. Es ist jedoch nicht notwendigerweise davon auszugehen, dass diese Annahme üblicherweise zutrifft, obwohl entsprechende Studien zu diesem Thema nicht recherchiert werden konnten. Die Thematik des sinnvollen Verlaufs einer Verteilungsfunktion zur Ermittlung

von Bemessungsereignissen geringer Überschreitungswahrscheinlichkeit birgt somit noch Potenzial für weitere Untersuchungen, wird in dieser Arbeit aber nicht weiter behandelt.

Ungeachtet dieser Problematik existieren weitere theoretische Verteilungsfunktionen die für die Auswertung von Hochwasserabflüssen vermehrt angewendet werden. Dies sind beispielsweise:

- Pearson-Typ-III-Verteilung (Gamma-Verteilung), 3 Parameter,
- Weibull-Verteilung, 3 Parameter,
- Log-Normal-Verteilung, 2 Parameter,
- Log-Pearson-Typ-III-Verteilung, 3 Parameter.

Eine ausführliche Darstellung dieser Verteilungsfunktionen findet sich in Anhang A.2 wieder. In dieser Arbeit werden die oben aufgeführten Verteilungsfunktionen zur Modellierung univariater Stichproben berücksichtigt. Über formale Anpassungstests sowie einer visuellen Überprüfung (vgl. Abschnitt 4.10), wird dann die Verteilungsfunktion ausgewählt, welche die Stichprobe am besten abbildet.

4.9 Parameterschätzverfahren

Die Parameter der theoretischen Verteilungsfunktionen für die Grundgesamtheit müssen auf Basis der Stichprobe ermittelt, d. h. geschätzt werden. Drei gängige Schätzverfahren sind die Maximum-Likelihood-Methode, die Wahrscheinlichkeitsgewichtete Momentenmethode und die Momentenmethode (Produktmomente). Alle drei Verfahren sollen in diesem Abschnitt kurz dargestellt werden. Für eingehendere Informationen wird z. B. auf Rao und Hamed (2000) oder DWA (2012) verwiesen.

Bei der Maximum-Likelihood-Methode wird davon ausgegangen, dass die Dichtefunktion f einer Zufallsvariablen X von einem Parameter q abhängt. Wobei q ein j -dimensionaler Parameter entsprechend der verwendeten Verteilungsfunktion sein kann. Liegt nun eine Stichprobe von X mit dem Umfang n vor, kann die Dichtefunktion wie folgt dargestellt werden:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; q_j) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i; q_j) \quad (4.8)$$

Anstatt für einen festen Parameter q die Dichte beliebiger Werte von x zu berechnen, kann im umgekehrten Fall für feste Werte $x = x_1, \dots, x_n$ die Dichte als Funktion von q betrachtet werden. Die sich daraus ergebende Funktion $L(q_j)$ wird auch Likelihood-Funktion genannt:

$$L(q_j) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i; q_j) \quad (4.9)$$

Der Maximalwert dieser Funktion ist dann die Maximum-Likelihood-Schätzung für q_j . Das Maximum ergibt sich aus der Nullstelle der ersten Ableitung der Likelihood-Funktion:

$$\frac{\partial L}{\partial q_j} = 0, \quad \text{mit } j = 1, 2, \dots \quad (4.10)$$

Die Auflösung des resultierenden Gleichungssystems ist recht aufwendig und für die häufig verwendeten Verteilungsfunktionen nur iterativ zu lösen. Daher kommen in diesem Fall zumeist mathematische Optimierungsverfahren zum Einsatz, mit denen das Maximum der Likelihood-Funktion auf direktem Weg bestimmt werden kann.

Der Momentenmethode liegt die Idee zugrunde, dass die Parameter der theoretischen Verteilungsfunktion bzw. der Grundgesamtheit über die statistischen Momente der Stichprobe geschätzt werden können. Dazu werden die Parameter der Verteilungsfunktion q_j als Funktion h_j der statistischen Momente m_k ausgedrückt:

$$q_j = h_j(m_1, m_2, \dots, m_k) \quad (4.11)$$

Die sogenannten Momentenschätzer \hat{q}_j können dann berechnet werden, indem in Gleichung (4.11) anstelle der Momente m_k die empirischen Momente der Stichprobe

$$\hat{m}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k \quad (4.12)$$

eingesetzt werden. Gleichung (4.11) ergibt sich dann zu

$$\hat{q}_j = h_j \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^1, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2, \dots, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^n \right) \quad (4.13)$$

Ein einzelner Parameter kann direkt berechnet werden, wohingegen sich bei mehreren Parametern ein Gleichungssystem ergibt, welches nach den unbekanntenen Parametern aufgelöst werden muss. Durch Einsetzen der Werte einer Stichprobe erhält man so Werte für die Parameter q_j der theoretischen Verteilung. Gleichungssysteme für in der Ingenieurhydrologie gängige Verteilungsfunktionen sind der Literatur (z. B. DWA, 2012) zu entnehmen.

Im Gegensatz zur Momentenmethode wird bei der Wahrscheinlichkeitsgewichteten Momentenmethode auf die Verwendung von Potenzen der Stichprobenwerte x_i verzichtet. Stattdessen wird das statistische Moment als gewichtetes Mittel der Daten verwendet. Als Wichtung wird die empirische Wahrscheinlichkeit verwendet, die aus der Stichprobe ermittelt wird. Aus linearen Kombinationen der Wahrscheinlichkeitsgewichteten Momente werden sogenannte L-Momente bestimmt, die zur Parameterschätzung von Verteilungsfunktionen, ähnlich wie bei der Momentenmethode, verwendet werden können. Die Gleichungen der Wahrscheinlichkeitsgewichteten Momente zur Parameterschätzung sind für entsprechende Verteilungsfunktionen z. B. in DWA (2012) zu finden.

Die Maximum-Likelihood-Methode ist nach Rao und Hamed (2000) ein robustes Schätzverfahren, bei dem alle Werte der Stichprobe einen gleichmäßigen Einfluss auf die geschätzten Verteilungsparameter haben. Die Schätzmethode der Produktmomente hingegen, berücksichtigt große Werte der Stichprobe stärker, die generell aussagekräftiger für die Bestimmung von Werten geringer Unterschreitungswahrscheinlichkeiten sind. Ein indirekter, aber wesentlicher Nachteil dieser Tatsache besteht bei der Auswertung von Hochwasserdaten allerdings darin, dass lediglich die empirischen Wahrscheinlichkeiten der großen Stichprobenwerte (Hochwasserereignisse) berücksichtigt werden. Diese müssen aber nicht den realen Wahrscheinlichkeiten entsprechen, wie in Abschnitt 4.7 bereits aufgeführt wurde. Bei der Wahrscheinlichkeitsgewichteten Momentenmethode hingegen, werden die geschätzten Verteilungsparameter besonders durch kleinere und mittlere Stichprobenwerte bestimmt. Es stellt sich somit insbesondere bei der Auswertung von Hochwasserabflüssen die Frage, welche Repräsentanz diese Werte für die Ermittlung von Ereignissen mit großen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten besitzen. Allerdings gilt die Wahrscheinlichkeitsgewichtete Momentenmethode als stabiles Schätzverfahren auch bei kleineren Stichprobenumfängen, was in dieser Arbeit besonders bei der zeitabhängigen Parameterschätzung unter Verwendung eines Zeitfensters in Abschnitt 7 von Bedeutung ist.

Nach DWA (2012) ist keines der genannten Schätzverfahren für die Ermittlung von Hochwasserwahrscheinlichkeiten zu bevorzugen, da alle drei Verfahren ähnliche Ergebnisse liefern. Voraussetzung ist jedoch, dass die verwendete Stichprobe aussagekräftig ist. Sofern die drei Schätzverfahren unterschiedliche Ergebnisse liefern, kann dies ein Hinweis darauf sein, dass die Berücksichtigung zusätzlicher Informationen notwendig ist. In der Praxis werden nach DWA (2012) die Momentenmethode und die

Wahrscheinlichkeitsgewichtete Momentenmethode bevorzugt eingesetzt, da sie einfacher anzuwenden sind als die Maximum-Likelihood-Methode. Allerdings ist durch die heutige Leistungsfähigkeit der zur Verfügung stehenden Computer und Software kein Unterschied mehr bezüglich der Anwendbarkeit der verschiedenen Schätzmethoden festzustellen.

In dieser Arbeit wird für die Parameterschätzung generell die Maximum-Likelihood-Methode verwendet. Lediglich bei der Parameterschätzung über ein Zeitfenstermodell in Abschnitt 7 wird die Wahrscheinlichkeitsgewichtete Momentenmethode aufgrund der oben dargestellten Vorteile dieser Schätzmethode verwendet.

4.10 Anpassungstests

4.10.1 Formale Anpassungstests

Nachdem die Parameter von einer oder mehreren Verteilungsfunktionen für eine Stichprobe geschätzt wurden, gilt es im nächsten Schritt zu entscheiden welche Verteilungsfunktion am besten geeignet ist die Stichprobe abzubilden. Dafür gibt es verschiedene statistische Tests, die im Allgemeinen als Anpassungstest (*engl. goodness-of-fit test, GoF-test*) bezeichnet werden. Bei der Verwendung von Anpassungstest wird häufig fälschlicherweise versucht über eine Minimierung oder Maximierung des Anpassungsmaßes (je nach verwendetem Anpassungstest) die beste Verteilungsfunktion auszuwählen. Es ist aber darauf hinzuweisen, dass Anpassungstests keine „guten“ Verteilungsfunktionen identifizieren, sondern lediglich schlechte Verteilungsfunktionen ausweisen.

In der Praxis sind verschiedene Anpassungstests gebräuchlich (DWA, 2012):

- der Kolmogorow-Smirnow-Test,
- der Cramér-van-Mises-Test ($n\omega^2$),
- der Quantil-Korrelationstest,
- die Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung (*engl. root mean squared error, RMSE*) der empirischen und der theoretischen Verteilung.

Bei dem Kolmogorow-Smirnow-Test (KS-Test) wird der Betrag der maximalen Differenz T_n zwischen der empirischen und der theoretischen Verteilungsfunktion als Anpassungsmaß verwendet:

$$T_n = \max_{i=1..n} (|P_{U,i} - F(x_i)|) \quad (4.14)$$

x_i entspricht dabei dem i -ten Element der geordneten Stichprobe und n stellt die Stichprobengröße dar.

Im Gegensatz zum KS-Test wird bei dem Cramér-von-Mises-Test (auch $n\omega^2$ -Test) nicht die maximale Differenz zwischen empirischer und theoretischer Verteilungsfunktion verwendet, sondern die Summe der quadrierten Abweichungen beider Verteilungsfunktionen:

$$S_n = \sum_{i=1}^n [F(x_i) - P_{U,i}]^2 + \frac{1}{12n} \quad (4.15)$$

Mit x_i als i -tes Element der geordneten Stichprobe mit dem Umfang n .

Bei dem Quantil-Korrelationstest wird der lineare Korrelationskoeffizient r_p (vgl. Abschnitt 5.2) von den geordneten Stichprobenwerten x_i und den aus der theoretischen Quantilfunktion F^{-1} mit der empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeit $P_{U,i}$ der Stichprobenwerte ergebenden Werte x_i^* berechnet:

$$r_p = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (x_i^* - \bar{x}^*)}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i^* - \bar{x}^*)^2}} \quad (4.16)$$

Mit x_i als i -tes Element der geordneten Stichprobe mit dem Umfang n . x_i^* ist definiert zu:

$$x_i^* = F^{-1}(P_{U,i}) \quad (4.17)$$

Liegen alle Werte von x_i auf der theoretischen Verteilungsfunktion F , ergibt sich ein Wert von $r_p = 1$; mit wachsenden Abweichungen geht r_p gegen Null.

Ein weiteres gängiges Maß zu Bestimmung der Anpassungsgüte von Verteilungsfunktionen ist der RMSE zwischen den empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der Stichprobe und der theoretischen Verteilungsfunktion:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_{U,i} - F(x_i))^2}{n}} \quad (4.18)$$

Die Notation der Variablen ist dabei identisch zu der aus Gleichung (4.14) ist.

Ähnlich wie der Cramér-von-Mises-Test, stellt der RMSE ein Gütemaß für die mittlere Abweichung der empirischen zu der theoretischen Verteilungsfunktion dar und wird in

verschiedenen Untersuchungen erfolgreich verwendet (z. B. Wahl et al., 2011; Li et al., 2014). In dieser Arbeit wird ebenfalls der RMSE standardmäßig als formales Anpassungskriterium für univariate Verteilungsfunktionen an eine Stichprobe verwendet. Zusätzlich werden alle angepassten Verteilungsfunktionen noch visuell überprüft.

4.10.2 Visuelle Überprüfung

Die Ergebnisse der formalen Anpassungstests liefern zwar objektive Aussagen zur Anpassungsgüte einer theoretischen Verteilungsfunktion an eine Stichprobe, dennoch kann auf Basis der berechneten Kriterien nicht notwendigerweise die am besten geeignete Verteilungsfunktion identifiziert werden. Daher ist es insbesondere bei der Anpassung mehrerer Verteilungsfunktionen sinnvoll eine visuelle Überprüfung durchzuführen. Dazu werden die beobachteten Werte und die zugehörigen empirischen Wahrscheinlichkeiten bzw. die empirische Verteilungsfunktion mit dem Verlauf der theoretischen Verteilungsfunktion verglichen (vgl. Abbildung 4-5, oben links). Dabei wird die empirische Verteilung häufig als Treppendiagramm dargestellt. Allerdings ermöglicht diese Darstellung keine einwandfreie Überprüfung der Anpassungsgüte im Bereich großer Unterschreitungswahrscheinlichkeiten.

Um dies zu gewährleisten, wird die Wahrscheinlichkeitsachse bei hydrologischen Anwendungen häufig im (doppelt-)logarithmischen Maßstab in Form einer reduzierten Variablen y_T aufgetragen (Abbildung 4-5, oben rechts):

$$y_T = -\ln(-\ln(F(x))) \quad (4.19)$$

Als weitere Möglichkeiten zur visuellen Überprüfung eignen sich zudem der Probability-Probability-Plot (P-P-Plot) und der Quantil-Quantil-Plot (Q-Q-Plot) (Chambers et al., 1983). Bei dem P-P-Plot werden die theoretischen Werte der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der geordneten Stichprobenelemente x_i über die theoretische Verteilungsfunktion $F(x_i)$ gegen die empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten $P_{U,i}$ der Stichprobenwerte geplottet (Abbildung 4-5, unten links). Bei dem Q-Q-Plot hingegen, werden die geordneten Stichprobenwerte x_i gegen die aus der theoretischen Quantilfunktion F^{-1} mit der empirischen Wahrscheinlichkeit $P_{U,i}$ der Stichprobenwerte resultierenden Werten x_i^* geplottet (Abbildung 4-5, unten rechts). Bei einer maximalen Anpassungsgüte liegen die Punkte $(F(x_i), P_{U,i})$, bzw. (x_i, x_i^*) auf einer Geraden mit einem Winkel von 45° .

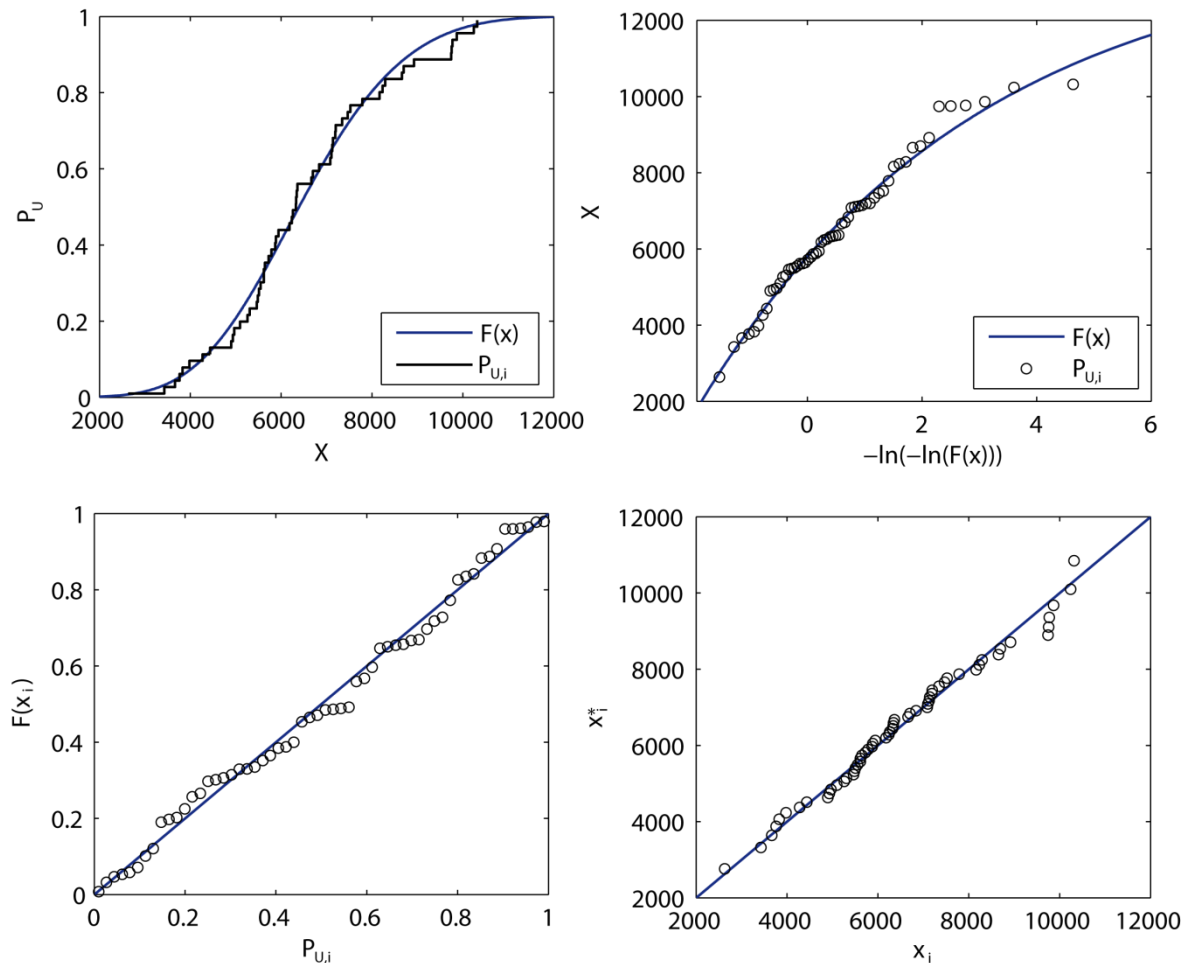


Abbildung 4-5: Möglichkeiten zur visuellen Überprüfung angepasster theoretischer Verteilungsfunktionen an eine Stichprobe: empirische Verteilung vs. theoretische Verteilung (oben links), empirische Verteilung vs. theoretische Verteilung im doppelt-logarithmischen Maßstab (oben rechts), Probability-Probability-Plot (unten links), Quantil-Quantil-Plot (unten rechts)

Alle vier Methoden eignen sich grundsätzlich zur visuellen Überprüfung einer oder mehrerer Verteilungsfunktionen. Da man bei ingenieurhydrologischen Anwendungen häufig an Werten mit großen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten interessiert ist, die über die empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der Beobachtungswerte hinausgehen, wird häufig die visuelle Überprüfung auf dem doppelt-logarithmischen Maßstab angewendet (Abbildung 4-5, oben rechts). Da in dieser Arbeit das Augenmerk im Wesentlichen auch auf Werten mit großen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten liegt, wird diese Darstellung ebenfalls für die visuelle Überprüfung verwendet.

4.11 Zusätzliche Informationserweiterung

Ergänzend zu den rein mathematischen extremwertstatistischen Auswertungen, wird in der Literatur zunehmend empfohlen, weitere Informationsquellen zu nutzen um die statistischen Verfahren zu ergänzen und eine sicherere Ermittlung von Bemessungs-

ereignissen zu gewährleisten. Dabei werden im Wesentlichen drei verschiedene Methoden der Informationserweiterung unterschieden (DWA, 2012):

1. zeitliche Informationserweiterung,
2. kausale Informationserweiterung,
3. räumliche Informationserweiterung.

Bei der zeitlichen Informationserweiterung werden historische, vor den systematischen Abflussbeobachtungen aufgetretene Hochwasserereignisse in die statistische Analyse mit einbezogen. Besonders an Flüssen mit großen Einzugsgebieten existieren häufig Hochwassermarken und/oder Fotografien, die Aufschluss über historische Scheitelabflüsse geben können. Zur Einbeziehung historischer Hochwasserereignisse muss zunächst der markierte Wasserstand in einen Abfluss überführt werden. Dabei können unter Berücksichtigung der historischen hydraulischen Randbedingungen beispielsweise hydrodynamisch-numerische Strömungsmodelle angewendet werden. Im nächsten Schritt wird ein Schwellenwert Q_0 festgelegt und alle historischen Abflüsse oberhalb dieses Schwellenwertes in der Untersuchung berücksichtigt. Mit der Festlegung des Schwellenwertes wird angenommen, dass die Anzahl aller Hochwasserereignisse bekannt ist, die in dem gesamten Zeitraum, d. h. historischer und systematischer Beobachtungszeitraum, aufgetreten sind. Die Wahl des Schwellenwertes spielt dabei eine wesentlich wichtigere Rolle als die Genauigkeit der rekonstruierten Abflüsse. Jedes Hochwasser oberhalb des Schwellenwertes erhält dann seine empirische Überschreitungswahrscheinlichkeit P_U unter Berücksichtigung des gesamten Beobachtungszeitraums. Die Wahrscheinlichkeit der r -fachen Überschreitung des Schwellenwertes Q_0 in der n -Jahre langen Gesamtzeitspanne ist dann

$$P_U(Q > Q_0) = \frac{r}{n} \quad (4.20)$$

Die Wahrscheinlichkeit für ein Hochwasser größer dem Schwellenwert Q_0 resultiert so zu

$$P_{R,i} = \frac{R_i}{r+1} \frac{r}{n} \quad i = 1, \dots, r. \quad (4.21)$$

Mit $P_{R,i}$ als Überschreitungswahrscheinlichkeit des i -ten Wertes, n der gesamten Zeitspanne der historischen und systematisch erfassten Werte, r der Anzahl der Hochwasserereignisse in n Jahren größer als der Schwellenwert Q_0 und R_i dem Rang des i -ten Wertes in der gesamten Reihe. Die Einbeziehung der historischen Hochwasser-

ereignisse in die Parameterschätzung erfolgt dann z. B. entweder über die Maximum-Likelihood-Methode (vgl. Abschnitt 4.9) oder das Verfahren der partiellen Wahrscheinlichkeitsgewichteten Momente (Schumann, 2007).

Eine weitere Möglichkeit zur zeitlichen Informationserweiterung besteht darin, Nachbarpegel, die eine längere Aufzeichnungsspannen als der Zielpegel besitzen, mit in die Untersuchungen einzubeziehen. Es muss jedoch sichergestellt sein, dass am Nachbarpegel möglichst viele Hochwasserereignisse durch dieselben meteorologischen Prozesse ausgelöst wurden wie am Zielpegel. Sofern das der Fall ist, können die statistischen Eigenschaften der längeren Zeitreihe am Nachbarpegel auf den Zielpegel übertragen werden. Da bei kurzen Zeitreihen die Varianz und die Schiefe deutlich schlechter geschätzt werden können als der Mittelwert, bieten sie sich zur Korrektur besonders gut an. Verschiedene Verfahren zur Korrektur von kurzen Zeitreihen finden sich beispielsweise in Bayliss (1999) oder Laaha und Blöschl (2005).

Das Ziel der kausalen Informationserweiterung liegt hingegen darin, die Prozesse der Hochwassergenese mit in die statistischen Analysen einzubeziehen. Die wesentlichen Faktoren sind dabei der Niederschlag sowie einzugsgebietsspezifische Kennwerte. So können, je nach betrachtetem Gewässer und Einzugsgebiet, saisonale Aspekte in der Hochwassergenese berücksichtigt werden, indem die Stichproben saisonal getrennt aus den Abflusszeitreihen gewonnen werden (vgl. Abschnitt 4.4.1). Das erlaubt beispielsweise die getrennte statistische Analyse von Hochwassern, die durch Schneeschmelze verursacht werden und solchen, die durch Starkniederschläge im Sommer verursacht werden. Die sich aus dieser Betrachtungsweise ergebende Mischverteilung für die Ermittlung der jährlichen Unterschreitungswahrscheinlichkeit $P_{U,a}$ ergibt sich dann aus dem Produkt der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der saisonalen Verteilungsfunktionen (Sivaplan et al., 2005):

$$P_{U,a}(Q) = P_{U,s_1}(Q) \cdot P_{U,s_2}(Q) \cdot \dots \cdot P_{U,s_n}(Q) \quad (4.22)$$

Wobei s_1, s_2, \dots, s_n den Index von P_U für die jeweiligen Saison darstellt.

Die Verwendung von Mischverteilungen sollte dann in Erwägung gezogen werden, wenn ersichtlich ist, dass in dem betrachteten Einzugsgebiet saisonal unterschiedliche Hochwasserentstehungstypen zu extremen Abflüssen führen können.

5 Methoden der multivariaten Wahrscheinlichkeitsanalyse

5.1 Einführung

Für die Bemessung von Bauwerken ist häufig nicht nur eine Belastungsgröße von Bedeutung (z. B. Scheitelabfluss) sondern das kombinierte Auftreten von mehreren Größen. Im Fall der Bemessung von Hochwasserschutzbauwerken an Flussmündungen beispielsweise, ergeben sich je nach Anzahl der einmündenden Gewässer, wenigstens zwei Belastungsgrößen: der Abfluss bzw. Wasserstand aus dem Hauptgewässer und aus dem Nebengewässer. Im Wasserbau und der Hydrologie können bivariate Verfahren jedoch noch für eine Vielzahl weiterer Fragestellungen verwendet werden. Insbesondere im Binnenwasserbau stellt sich häufig die Frage nach der kombinierten Eintrittswahrscheinlichkeit von Scheitelabfluss Q und dem Volumen V einer Hochwasserwelle. Für die Bemessung von Hochwasserentlastungsanlagen von Stauanlagen beispielsweise, ist nicht nur der Scheitelabfluss Q , sondern auch die Form bzw. das Volumen V einer in den Staukörper einlaufenden Hochwasserwelle für den resultierenden Wasserstand im Speicher von Bedeutung (Klein, 2009, Klein et al., 2011). Dabei ist es bei diesem Beispiel offenkundig, dass sich mit steigendem Scheitelabfluss Q ebenfalls das Volumen V der Hochwasserwelle erhöht, so dass i. d. R. ein statistischer Zusammenhang beider Größen vorhanden ist. Aus diesem Grund ist die Ermittlung von Bemessungsgrößen mit multivariaten statistischen Verfahren in solchen Fällen notwendig um eine zuverlässige Bemessung der Anlagen gewährleisten zu können.

In diesem Abschnitt sollen die theoretischen Grundlagen erläutert werden, die für eine multivariate Ermittlung von Belastungsparametern von Bedeutung sind und in dem weiteren Abschnitten auf verschiedene Weisen angewendet werden.

5.2 Korrelation und Abhängigkeit multivariater Zufallsvariablen

Um den statistischen Zusammenhang von mehreren Variablen quantitativ beschreiben zu können, existieren verschiedene mathematische Ansätze. Eins der am häufigsten verwendeten Maße ist der Korrelationskoeffizient r_P nach Bravais-Pearson (z. B. Hartung und Elpelt, 2006). Er misst die Stärke und die Art des linearen Zusammenhangs von zwei Zufallsvariablen X und Y . Für eine Stichprobe $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ der Größe n berechnet sich der empirische Korrelationskoeffizient r_P zu:

$$r_P = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (5.1)$$

\bar{x} und \bar{y} stellen die arithmetischen Mittel von x_1, \dots, x_n und y_1, \dots, y_n dar, $x_i \in \{x_1, \dots, x_n\}$ und $y_i \in \{y_1, \dots, y_n\}$. Dabei kann der Koeffizient nur Werte im Intervall $[-1, 1]$ annehmen. Ein Wert von -1 (1) bedeutet einen vollständig negativen (positiven) linearen Zusammenhang. Ein Wert von 0 impliziert hingegen keinen linearen Zusammenhang. Für eine Anwendung des Bravais-Pearson Korrelationskoeffizienten wird vorausgesetzt, dass die Zufallsvariablen wenigstens intervallskaliert und die Randverteilungen ungefähr normalverteilt sind. Da dies i. d. R. bei Naturbeobachtungen (aber auch anderen) nicht gegeben ist, schränkt das die Anwendung des Bravais-Pearson Korrelationskoeffizienten zur Beschreibung des Zusammenhangs stark ein.

Bei ordinalskalierten oder nicht normalverteilten Zufallsvariablen kann die Abhängigkeit beider Variablen mit dem Rangkorrelationskoeffizienten ρ_S nach Spearman (1904) beschrieben werden. Bei dem Rangkorrelationskoeffizienten wird nicht die Korrelation der tatsächlichen Beobachtungswerte berechnet, sondern die Korrelation der Ränge der Beobachtungen. Bei einer Stichprobe von n Beobachtungspaaren $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ ergibt sich der Korrelationskoeffizient ρ_S nach Spearman zu:

$$\rho_S = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R}) \cdot (S_i - \bar{S})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})^2}} \quad (5.2)$$

Mit R_i als Rang von $x_i \in \{x_1, \dots, x_n\}$ und S_i als Rang von $y_i \in \{y_1, \dots, y_n\}$. \bar{R} (\bar{S}) sind die arithmetischen Mittel der Stichprobenränge von R_1, \dots, R_n bzw. S_1, \dots, S_n . Bei dem Spearman-

Rangkorrelationskoeffizienten wird die Annahme vorausgesetzt, dass die Ränge der Stichproben äquidistante Abstände untereinander aufweisen. Auch ρ_S kann einen Wert im Intervall $[-1,1]$ annehmen, allerdings wird dabei nur der monotone Zusammenhang der beiden Zufallsvariablen gemessen. Mit anderen Worten impliziert ein Wert von $\rho_S < 0$ ($\rho_S > 0$) lediglich einen diskordanten (konkordanten) Zusammenhang.

Wird nun noch die Voraussetzung der äquidistanten Rangabstände vernachlässigt, kann für die Beschreibung der Abhängigkeit zweier Zufallsvariablen der Rangkorrelationskoeffizient τ nach Kendall (1938) verwendet werden. Bei diesem Maß ist lediglich die relative Anordnung der Ränge von Bedeutung. Für den Fall, dass keine Bindungen der Ränge untereinander bestehen, d. h. keine identischen Beobachtungswerte vorliegen, lässt sich Kendalls τ für n -lange Rangpaare wie folgt berechnen:

$$\tau = \frac{n_P - n_I}{n \cdot (n-1) \cdot \frac{1}{2}} \quad (5.3)$$

Wobei n_P die Anzahl der konkordanten und n_I die Anzahl der diskordanten Rangpaare darstellt. Wie bei den anderen beiden beschriebenen Maßzahlen r_P und ρ_S , liegt auch Kendalls τ im Intervall $[-1,1]$ und gibt, ähnlich wie Spearmans ρ_S , Aufschluss über die Stärke des monotonen Zusammenhangs der Stichprobenpaare.

Alle drei Abhängigkeitsmaße haben jedoch die Einschränkung, dass die Stärke der Abhängigkeit über alle Beobachtungen der Stichprobe konstant bleibt. Stark vom Mittelwert abweichenden Werten wird eine ebenso große (oder kleine) Abhängigkeit unterstellt wie den auf dem Mittelwert gelegenen Realisationen. Dies ist allerdings nicht immer der Fall. Häufig kann man u. a. bei Naturmessungen zweier Variablen eine verstärkte Abhängigkeit von Ausreißern (*engl. tail dependence*) feststellen. Dies lässt sich beispielhaft anhand von zwei standardnormalverteilten Zufallsvariablen verdeutlichen, wie in Abbildung 5-1 dargestellt. Alle drei Realisationen von X und Y besitzen einen Korrelationskoeffizienten von $\tau = 0,75$. Es ist jedoch ersichtlich, dass in dem rechten Teil von Abbildung 5-1 eine stärkere Abhängigkeit der maximalen Werte (*engl. upper tail dependence*), im linken Teil jedoch eine Abhängigkeit der minimalen Werte von X und Y besteht (*engl. lower tail dependence*). In der Mitte von Abbildung 5-1 ist hingegen keine Art von *tail dependence* zu erkennen.

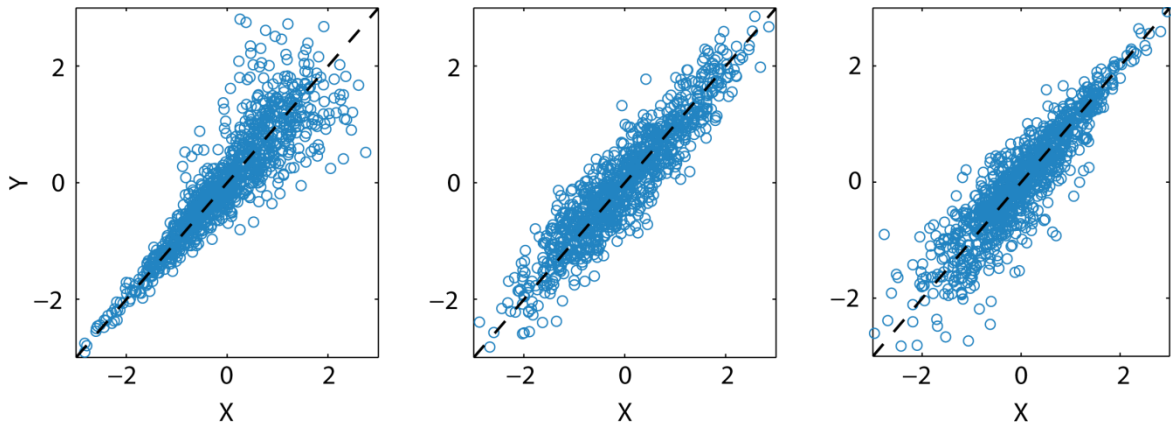


Abbildung 5-1: Wertepaare (x, y) mit standardnormalverteilten Randverteilungen und Kendalls $\tau = 0,75$; untere Abhängigkeit von Ausreißern (links), keine Abhängigkeit von Ausreißern (Mitte), obere Abhängigkeit von Ausreißern (rechts)

Zur Beschreibung der *tail dependence* findet sich in der Literatur häufig die Verwendung von Koeffizienten, den sogenannten *tail dependence coefficients* (TDC). Der TDC basiert, vergleichbar mit dem univariaten Ansatz, auf dem Konzept der *Heavy-Tail*-Verteilung (z. B. Embrechts et al., 1997). Der TDC beschreibt demnach, ob es wahrscheinlicher ist, dass extreme Werte ober- oder unterhalb eines Grenzwertes w gemeinsam auftreten.

Allgemein beschreibt der TDC die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis X mit der Wahrscheinlichkeit P kleiner als w und ein Ereignis Y mit der Wahrscheinlichkeit P ebenfalls kleiner als w eintritt:

$$\lambda(w) = P(F_X(x) < w | F_Y(y) < w) = \frac{P(F_X(x) < w, F_Y(y) < w)}{P(F_Y(y) < w)} \quad (5.4)$$

Wobei F_X und F_Y die (univariaten) Randverteilungen von X und Y darstellen. Wenn sehr geringe Grenzwerte w gewählt werden, handelt es sich um den unteren (*engl. lower*) TDC λ_L :

$$\lambda_L = \lim_{w \rightarrow 0^+} P(F_X(x) < w | F_Y(y) < w) \quad (5.5)$$

Ähnlich ist der obere (*engl. upper*) TDC λ_U definiert als:

$$\lambda_U = \lim_{w \rightarrow 1^-} P(F_X(x) > w | F_Y(y) > w) \quad (5.6)$$

Für die Betrachtung von extremen Maximalwerten spielt der untere TDC keine Rolle. Daher wird in dieser Arbeit ausschließlich der obere TDC Anwendung finden.

Verschiedene parametrische und nicht-parametrische Verfahren zur Berechnung des oberen TDC wurden bis heute entwickelt (z. B. Malevergne und Sornette, 2002; Poon et

al., 2004; Schmidt und Stadtmüller, 2006). In den meisten Untersuchungen wird der TDC auf ökonomische Parameter angewendet, in den vergangenen Jahren aber auch vermehrt im Bereich der Hydrologie verwendet (z. B. Serinaldi, 2008; Aghakouchak et al., 2010, Burauskaite-Harju und Grimvall, 2013). Frahm et al. (2005) haben gezeigt, dass der TDC sehr stark von der Wahl der Schätzmethode abhängt. Die Verwendung von λ_U erfolgt in dieser Arbeit nur zur Überprüfung von Änderungen in der Abhängigkeitsstruktur infolge zeitlicher Diskretisierung von Abflussdaten in Abschnitt 6. Aus diesem Grund findet an dieser Stelle keine weitere Diskussion der verschiedenen Verfahren statt und die Berechnung von λ_U wird lediglich nach dem Ansatz von Schmidt und Stadtmüller (2006) durchgeführt:

$$\lambda_U = \frac{1}{k_w} \sum_{i=1}^n 1(R_i > n - k_w, S_i > n - k_w) \quad (5.7)$$

Wobei n die Größe der Stichprobe ist, k_w der Rang des Grenzwertes, R_i der Rang von $x_i \in \{x_1, \dots, x_n\}$ und S_i der Rang von $y_i \in \{y_1, \dots, y_n\}$; der Ausdruck $1(\cdot)$ stellt die charakteristische Funktion (Indikatorfunktion) dar. Ähnlich wie der Korrelationskoeffizient kann λ_U Werte im Intervall $[0,1]$ annehmen, worüber sich auf den Grad der Abhängigkeit schließen lässt. Ein Wert von $\lambda_U = 0$ lässt auf eine Unabhängigkeit schließen, wohingegen $\lambda_U = 1$ eine vollständige Abhängigkeit der Extremwerte impliziert.

5.3 Multivariate Verteilungsfunktionen

Um Wahrscheinlichkeitsanalysen für mehrere in Abhängigkeit zueinander stehenden Zufallsvariablen durchführen zu können, werden entsprechende Verteilungsfunktionen benötigt. Das bedeutet, dass nicht n Zufallsvariablen getrennt voneinander untersucht werden, sondern die Stichprobe als eine n -dimensionale Zufallsvariable betrachtet wird. Solche Funktionen werden als mehrdimensionale bzw. multivariate Verteilungsfunktionen bezeichnet.

In der Literatur finden sich verschiedene multivariate Verteilungsfunktionen wieder. Gängige Verteilungsfunktionen sind beispielsweise:

- die multivariate Normalverteilung,
- die multivariate t-Verteilung,
- die multivariate Chi-Quadrat (χ^2)-Verteilung, auch Wishart-Verteilung,
- die bivariate Gumbel-Verteilung.

Ein wesentlicher Nachteil der aufgeführten multivariaten Verteilungsfunktionen besteht darin, dass die einzelnen zu modellierenden Variablen derselben Randverteilung (z. B. der Normalverteilung bei Verwendung der multivariaten Normalverteilung) entsprechen müssen. Ist dies nicht der Fall, lässt sich die Verteilungsfunktion nur mit hohen Ungenauigkeiten an die Stichprobe anpassen. Aus diesem Grund wird an dieser Stelle auf eine ausführliche Darstellung der verschiedenen Verteilungsfunktionen verzichtet und auf die entsprechende Literatur (z. B. Hartung und Elpelt, 2006) verwiesen.

Das Problem, dass die zu modellierenden Variablen dieselben Randverteilungen besitzen müssen, lässt sich mit Copula-Funktionen umgehen.

5.4 Copula-Theorie

Eine Copula ist eine Funktion, welche die Abhängigkeitsstruktur zwischen korrelierten Zufallsvariablen unabhängig ihrer Randverteilungen beschreibt. Die Beziehung zwischen einer Copula-Funktion und einer multivariaten Verteilung wird durch den Satz von Sklar (1959) definiert:

$$F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = C[F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), \dots, F_{X_n}(x_n)] \quad (5.8)$$

$F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ist die gemeinsame kumulative Verteilungsfunktion (*engl. cumulative distribution function, cdf*), $F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), \dots, F_{X_n}(x_n)$ sind hingegen die stetigen Randverteilungen der n Zufallsvariablen.

In dieser Arbeit wird ausschließlich der bivariate Fall betrachtet, d. h. $n = 2$. Daher sollen im Folgenden die Zufallsvariablen als X und Y bezeichnet werden, mit den zugehörigen Randverteilungen $F_X(x)$ und $F_Y(y)$ und der sich für den bivariaten Fall aus Gleichung (5.8) ergebenden gemeinsamen kumulativen Verteilungsfunktion:

$$F_{X,Y}(x, y) = C[F_X(x), F_Y(y)] \quad (5.9)$$

Abbildung 5-2 stellt beispielhaft eine bivariate Stichprobe mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (*engl. probability density function, pdf*) von X und Y dar.

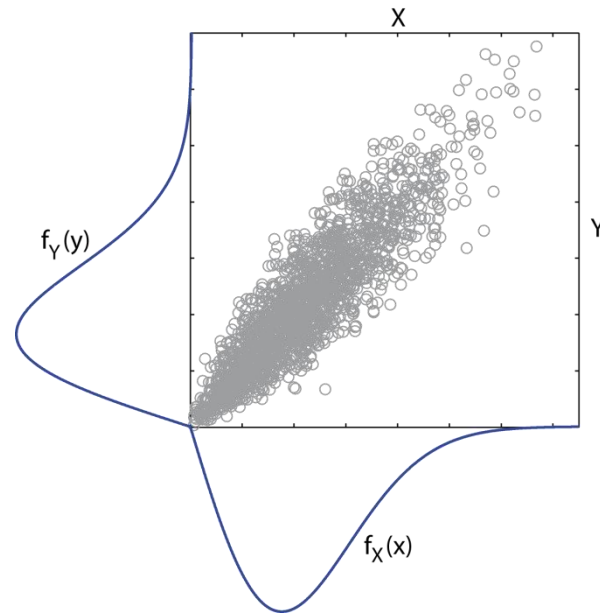


Abbildung 5-2: Bivariate Stichprobe von (X, Y) mit den univariaten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_X(x)$ und $f_Y(y)$

Copulas sind invariant gegenüber stetig steigenden Transformationen von X und Y , so dass anstelle von X und Y zwei gleichverteilte Zufallsvariablen U und V in $[0,1]$, definiert als $U = F_X(x)$ und $V = F_Y(y)$, verwendet werden können. Die Copula-Funktion $C: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ ist dann gleich null, wenn wenigstens eins der Argumente u und $v \in [0,1]$ gleich null ist. Sie ergibt hingegen $C(u,1) = u$ bzw. $C(1,v) = v$, wenn $u = 1$ bzw. $v = 1$ ist.

Unter Annahme von stetigen Randverteilungen mit den zugehörigen Dichtefunktionen $f_X(x)$ und $f_Y(y)$ (vgl. Abbildung 5-2), ergibt sich die gemeinsame pdf zu:

$$f_{X,Y}(x,y) = c[F_X(x), F_Y(y)] f_X(x) f_Y(y) \quad (5.10)$$

Mit c als Dichtefunktion der Copula C :

$$c(u,v) = \frac{\partial^2 C(u,v)}{\partial u \partial v} \quad (5.11)$$

Für jede Copula C gilt die untere Fréchet-Hoeffding-Schranke W_2 (Nelsen, 2006):

$$W_2(u,v) = \max\{u+v-1, 0\} \quad (5.12)$$

Sowie die obere Fréchet-Hoeffding-Schranke M_2 :

$$M_2(u,v) = \min\{u,v\} \quad (5.13)$$

Die obere Schranke M_2 ist für alle n -dimensionalen Fälle selbst eine Copula, die untere Schranke ist hingegen nur für $n = 2$ selbst eine Copula. W_2 und M_2 sind generelle Grenzen für jede Copula C und jedes Paar von $(u, v) \in [0, 1]^2$:

$$W_2(u, v) = \max(u + v - 1, 0) \leq C(u, v) \leq M_2(u, v) = \min(u, v) \quad (5.14)$$

Im Falle einer vollständigen Unabhängigkeit der Zufallsvariablen U und V erhält man die sogenannte Produktcopula oder unabhängige Copula Π_2 :

$$\Pi_2(u, v) = u \cdot v \quad (5.15)$$

Im oberen Teil von Abbildung 5-3 sind die kumulativen Verteilungsfunktionen der drei beschriebenen Sonderfälle für den bivariaten Fall dargestellt. Der untere Teil von Abbildung 5-3 stellt die Isolinien dar, auf denen die Copulas für alle Punkte den Wert w annehmen, d. h. $W_2(u, v) = w$, $M_2(u, v) = w$ und $\Pi_2(u, v) = w$.

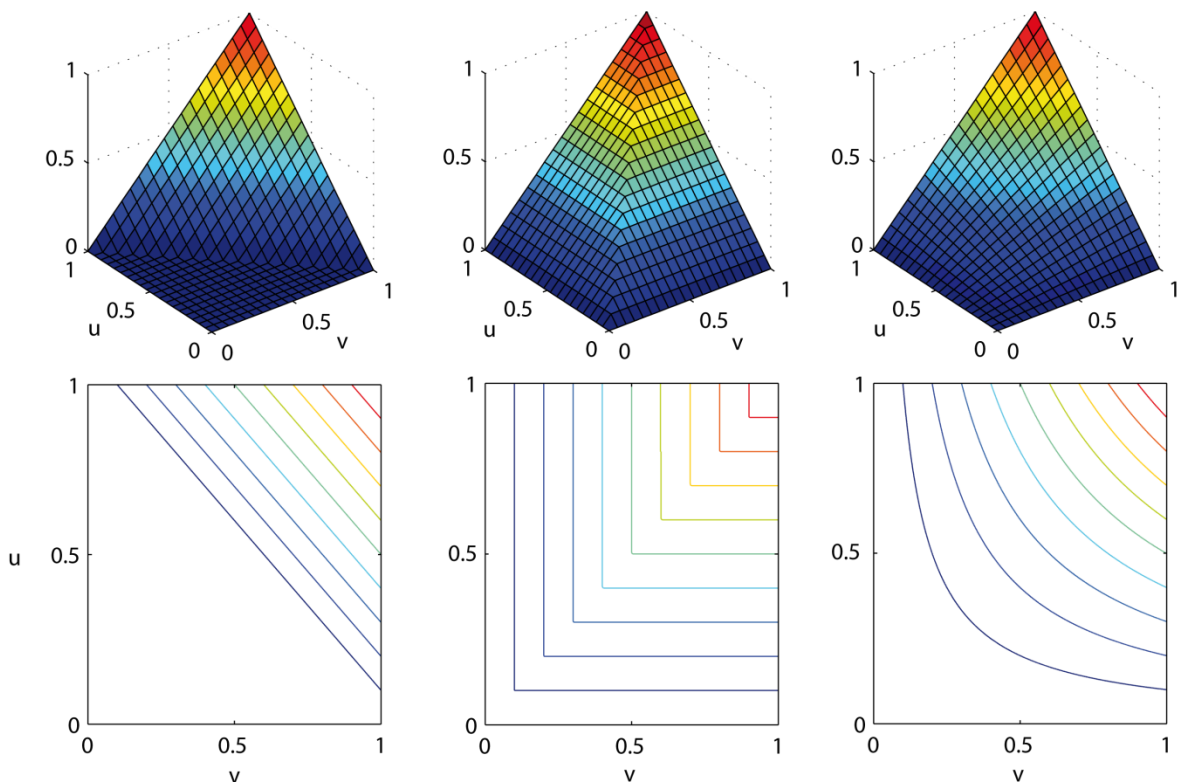


Abbildung 5-3: Kumulative Verteilungsfunktionen (oben) und Isolinien (unten) der unteren Fréchet-Hoeffding Schranke W_2 (links), der oberen Fréchet-Hoeffding Schranke M_2 (Mitte) und der Produktcopula Π_2 (rechts)

Wie im univariaten Fall, kann auch eine multivariate Stichprobe empirisch beschrieben werden. Deheuvels (1979) stellt erstmals die sogenannte empirische Copula C_n vor. Sie

leitet sich von der zufälligen Stichprobe $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ der Größe n ab und ist formal definiert als:

$$C_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1 \left(\frac{R_i}{n+1} \leq u, \frac{S_i}{n+1} \leq v \right) \quad (5.16)$$

Wobei R_i der Rang von $x_i \in \{x_1, \dots, x_n\}$, S_i der Rang von $y_i \in \{y_1, \dots, y_n\}$ der Stichprobe und $1(\cdot)$ die charakteristische Funktion ist.

In der Literatur findet sich viele verschiedene parametrische Copula-Funktionen um die Abhängigkeitsstruktur von Zufallsvariablen zu modellieren. Für hydrologische Anwendungen werden in der Literatur hauptsächlich drei verschiedene Copula-Familien verwendet:

1. Archimedische Copulas,
2. Elliptische Copulas (hierzu gehören u. a. die Gauss-Copula, die Student-t-Copula sowie die Cauchy-Copula),
3. Extremwert-Copulas (hierzu gehören u. a. die Gumbel-Copula – die einzige Archimedische Extremwert-Copula –, die Galambos-Copula und die Hüsler-Reiss-Copula).

Insbesondere die Gruppe der Archimedischen Copulas wird häufig bei der statistischen Modellierung von hydrologischen Variablen verwendet, da sie relativ einfach zu konstruieren sind. In dieser Arbeit werden ebenfalls nur Archimedische Copulas verwendet, so dass nur dieser Typ in dem folgenden Abschnitt näher beschrieben wird.

5.4.1 Archimedische Copulas

Archimedische Copulas leiten sich von der sogenannten Generatorfunktion φ ab, die folgende Eigenschaften erfüllen muss:

- $\varphi : [0, 1] \rightarrow [0, \infty]$,
- $\varphi(1) = 0$,
- sie ist stetig, konvex und streng monoton fallend.

Sofern diese Bedingungen erfüllt sind, ergibt sich die Pseudo-Inverse φ^{-1} der Generatorfunktion zu:

$$\varphi^{-1}(x) = \begin{cases} \varphi^{-1}(x) & 0 \leq x \leq \varphi(0) \\ 0 & x \geq \varphi(0) \end{cases} \quad (5.17)$$

Die parametrische Copula für den n -dimensionalen Fall lässt sich dann über folgende Funktion beschreiben:

$$C_{\theta}(u_1, \dots, u_n) = \varphi^{-1}(\varphi(u_1) + \dots + \varphi(u_n)) \quad (5.18)$$

Durch das Ersetzen von u_1, \dots, u_n durch (u, v) im bivariaten Fall, reduziert sich Gleichung (5.18) zu der gängigen Schreibweise:

$$C_{\theta}(u, v) = \varphi^{-1}(\varphi(u) + \varphi(v)) \quad (5.19)$$

Häufig in der Ingenieurhydrologie verwendete Copulas sind die Clayton-Copula (Clayton 1978), die Frank-Copula (Frank, 1979) und die Gumbel- oder Gumbel-Hougaard-Copula (Gumbel, 1960). Bei diesen Copulas handelt es sich um einparametrische Copula-Funktionen, die über den Parameter θ beschrieben werden und einen weiten Bereich von Abhängigkeitsstrukturen abbilden können. Die Clayton-Copula kann sehr gut für die Modellierung unterer Abhängigkeiten verwendet werden, die Frank-Copula besitzt keine gewichtete Abhängigkeit und die Gumbel-Copula besitzt als einzige Extremwertcopula in der Familie der Archimedischen Copulas eine obere Abhängigkeit. Weiterhin wird in dieser Arbeit noch die Ali-Mikhail-Haq Copula (Ali et al., 1978) berücksichtigt, die sich besonders gut für schwach korrelierte Zufallsvariablen eignet (Zhang und Singh, 2006). In Abbildung 5-4 sind die Wahrscheinlichkeitsdichten der verwendeten Copulas für verschiedene Korrelationskoeffizienten und standardnormalverteilte Variablen dargestellt.

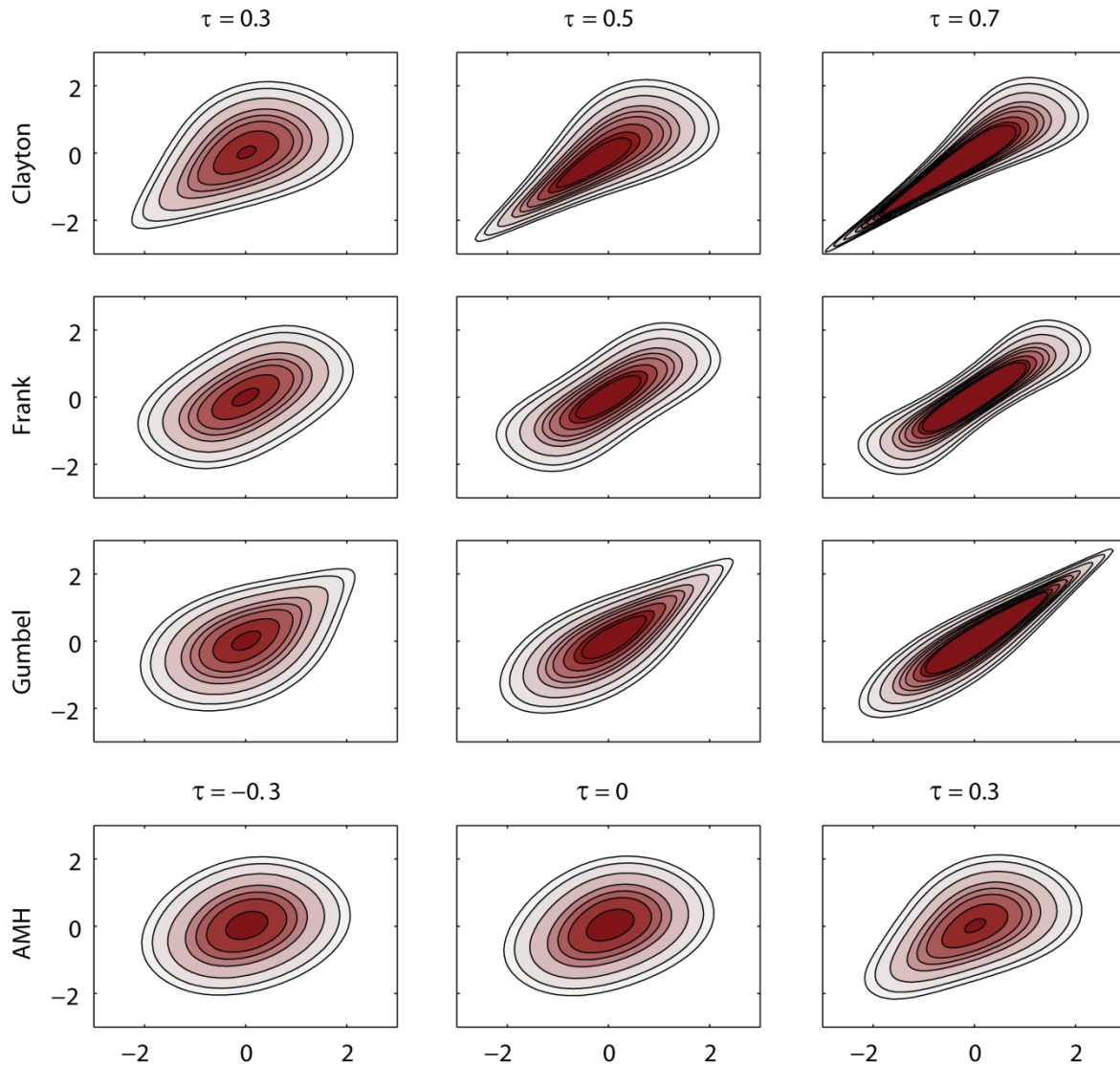


Abbildung 5-4: Reihe 1-3: Isolinien der Wahrscheinlichkeitsdichten der Clayton-, Frank- und Gumbel-Copula für verschiedene Abhängigkeitsmaße ($\tau = 0,3, 0,5, 0,7$); Reihe 4: Isolinien der Wahrscheinlichkeitsdichten der Ali-Mikhail-Haq-Copula für $\tau = -0,3, 0, 0,3$; zur besseren Vergleichbarkeit sind alle Randverteilungen standardnormalverteilt

Alle vier Copulas sind anwendbar auf positiv korrelierte Zufallsvariablen, wobei die Frank- und die Ali-Mikhail-Haq-Copula als Einzige auch negativ korrelierte Zufallsvariablen modellieren können. Die Ali-Mikhail-Haq-Copula ist jedoch nicht für stark positiv und negativ korrelierte Zufallsvariablen geeignet und nur für einen Wertebereich von etwa $-1/3 \leq \tau \leq 1/3$ definiert. Tabelle 5-1 stellt die oben beschriebenen Copulas sowie deren Generatorfunktionen, den Wertebereich des Copula-Parameters θ und den funktionalen Zusammenhang zwischen θ und Kendalls τ zusammenfassend dar.

Tabelle 5-1: Verschiedene zweidimensionale Archimedische Copulas C_θ , deren Generatorfunktionen φ , der Wertebereich des Copula-Parameters θ und der funktionale Zusammenhang von θ und Kendalls τ

Copula C_θ	Generator $\varphi(w)**$	Wertebereich von θ	Funktionale Beziehung von θ und τ
Clayton $\left[u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1 \right]^{-\frac{1}{\theta}}$	$w^{-\theta} - 1$	$[0, \infty)$	$\frac{\theta}{\theta + 2}$
Frank $-\frac{1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right]$	$-\ln \left(\frac{e^{-\theta w} - 1}{e^{-\theta} - 1} \right)$	$-\ln(-\infty, \infty) \setminus \{0\}$	$1 - \frac{4}{\theta} [1 - D_1(\theta)]^*$
Gumbel $\exp \left\{ - \left[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta \right]^{\frac{1}{\theta}} \right\}$	$(-\ln w)^\theta$	$[1, \infty)$	$1 - \theta^{-1}$
Ali-Mikhail-Haq $\frac{uv}{1 - \theta(1-u)(1-v)}$	$\ln \left(\frac{1 + \theta(w-1)}{w} \right)$	$[-1, 1)$	$\frac{3\theta - 2}{3\theta} - \frac{2(1-\theta)^2 \ln(1-\theta)}{3\theta^2}$

* 1. Debye Funktion: $D_1(\theta) = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta \frac{w}{e^w - 1} dw$

** $w = u$ oder $w = v$

Es ist zu erwähnen, dass neben den einparametrischen auch zweiparametrische Copulas existieren (siehe z. B. Joe, 1997 und Nelsen, 2006). Ein Vorteil der zweiparametrischen Copulas liegt in der Möglichkeit, unterschiedliche Abhängigkeitsstrukturen mit einer Copula zu erfassen. Ein Parameter modelliert beispielsweise die obere Abhängigkeit, der andere hingegen die untere Abhängigkeit. Es ist jedoch ebenfalls zu erwähnen, dass eine zusätzliche Parameterschätzung zu weiteren Unsicherheiten führen kann. Da in dieser Arbeit lediglich einparametrische Copulas verwendet werden, wird nicht weiter auf die Vor- und Nachteile mehrparametrischer Copulas eingegangen.

5.4.2 Parameterschätzung

Für die Schätzung von θ existieren verschiedene Methoden und Vorgehensweisen. Wie in Abschnitt 5.2 bereits dargelegt, sind gängige rangbasierte Abhängigkeitsmaße Spearman's ρ und Kendalls τ . Diese können auch in Bezug zur Copula-Funktion gesetzt werden.

Daher kann der Copula-Parameter θ lediglich auf Basis des Abhängigkeitsmaßes geschätzt werden. Allgemein gilt für Copula-Funktionen:

$$\tau = \int_{[0,1]^2} C_\theta(u,v) dC_\theta(u,v) - 1 \quad (5.20)$$

Für Archimedische Copulas mit der Generatorfunktion φ reduziert sich Gleichung (5.20) zu:

$$\tau = 1 + 4 \int \frac{\varphi(w)}{\varphi'(w)} dt \quad (5.21)$$

Wobei φ' die Ableitung von φ nach w ist.

Eine weitere Methode ist die Maximum-Pseudolikelihood (MPL)-Methode (auch als *canonical maximum likelihood* Methode bezeichnet) (z. B. Genest und Favre, 2007). Die Anwendung der MPL-Methode ist nicht nur auf den bivariaten Fall beschränkt sondern kann auch für Copula-Parameter höherer Dimensionen genutzt werden. Die MPL-Methode basiert auf der Maximierung der rangbasierten Log-Likelihood-Funktion in der Form:

$$l(\theta) = \sum_{i=1}^n \log \left[c_\theta \left(\frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) \right] \quad (5.22)$$

R_i stellt den Rang von $x_i \in \{x_1, \dots, x_n\}$ und S_i den Rang von $y_i \in \{y_1, \dots, y_n\}$ der Stichprobenpaare $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$. c_θ ist die Dichtefunktion der parametrischen Copula nach Gleichung (5.11).

Des Weiteren sind der Vollständigkeit noch die Maximum-Likelihood-Methode, sowie die Inference of Margins-Methode zu nennen, die in dieser Arbeit aber keine Anwendung finden.

Eine weitere, aber nicht so häufig angewendete Möglichkeit zur Parameterschätzung besteht in der Minimierung eines Distanzmaßes zwischen der Stichprobe und der parametrischen Copula. Die Idee besteht darin, dass der Copula-Parameter θ so lange variiert wird, bis die Differenz zwischen empirischer Copula C_n und parametrischer Copula C_θ oder auch zwischen empirischer Kendall-Funktion K_{C_n} und theoretischer Kendall-Funktion K_{C_θ} so gering wie möglich ist. Dabei können formale Anpassungskriterien (z. B. RMSE, S_n oder T_n) als zu minimierendes Maß herangezogen werden, wie sie in

Abschnitt 5.5.1 beschrieben sind. Der Copula-Parameter θ , der zu dem geringsten Distanzmaß führt, ist dann der optimale Schätzwert.

5.5 Anpassungstests

Da eine Vielzahl verschiedener Copulas zur Verfügung steht, ist es notwendig die geeignetste Copula auszuwählen, um die Stichprobe so gut wie möglich zu modellieren. Für die Identifikation von geeigneten statistischen Modellen stehen dem Anwender im Wesentlichen – wie im univariaten Fall auch – zwei Möglichkeiten zur Verfügung; formale Anpassungstests und die visuelle Überprüfung.

5.5.1 Formale Anpassungstests

Um die beste Copula unter mehreren zur Modellierung einer Stichprobe auszuwählen, werden in der Literatur häufig formale Anpassungstests angewendet. Einen umfangreichen Überblick verschiedener zur Verfügung stehender Methoden und deren Wirksamkeit kann z. B. Genest et al. (2009) entnommen werden.

Eine nach Vandenberghe et al. (2010) gängige Methode zur Überprüfung der Anpassungsgüte stellt der RMSE zwischen der angepassten parametrischen Copula-Funktion C_θ und der empirischen Copula C_n dar:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [C_\theta(u_i, v_i) - C_n(u_i, v_i)]^2} \quad (5.23)$$

Wie bei der Berechnung im univariaten Fall auch (vgl. Abschnitt 4.10.1), weisen niedrige Werte des RMSE auf eine gute und hohe Werte auf eine schlechte Anpassung hin.

Weitere in der Statistik gängige Verfahren sind das Akaike Informationskriterium (Akaike, 1973) (*engl. Akaike's information criterion, AIC*) und das Bayessche Informationskriterium (Schwarz, 1978) (*engl. Bayesian information criterion, BIC*). Beide Informationskriterien liefern ein Maß für die Anpassungsgüte von geschätzten statistischen Modellen basierend auf dem maximierten Wert der Likelihood-Funktion L . Das AIC ist definiert als:

$$AIC = (-2) \cdot \ln(L) + 2 \cdot n_\theta \quad (5.24)$$

Mit n_θ als Anzahl der verwendeten (Copula-)Parameter in dem Modell. Das BIC ist hingegen definiert als:

$$BIC = (-2) \cdot \ln(L) + n_\theta \cdot \ln(n) \quad (5.25)$$

Da das BIC neben L und n_θ noch die Stichprobengröße n mit berücksichtigt, liefern beide Kriterien mit zunehmendem n unterschiedliche Werte. Beide Kriterien haben jedoch gemeinsam, dass ein geringer Wert auf eine gute Anpassungsgüte des gewählten Modells hindeutet.

Ein ebenfalls häufig verwendeter Anpassungstest ist die Anwendung von gängigen statistischen Tests und die Bestimmung des Signifikanzwertes (p -Wert) mittels einer Bootstrapping-Methode. Die in Genest et al. (2006) vorgestellten Testverfahren basieren auf dem zweidimensionalen Cramér-von-Mises-Test (z. B. Darling, 1957 und Anderson, 1962) bzw. dem zweidimensionalen Kolmogorow-Smirnow-Test (z. B. Saunders und Laud, 1980). Dabei werden als Vergleichsmerkmale die parametrische und nicht-parametrische Schätzung der Wahrscheinlichkeit $K_C(w)$ (auch als Kendall-Funktion bezeichnet) verwendet, dass ein Wert der Copula $C(u,v)$ kleiner oder gleich w ist (Genest und Rivest, 1993):

$$K_C(w) = P[C(u,v) \leq w], 0 < w \leq 1 \quad (5.26)$$

Sei

$$B_C(w) = \{(u,v) \in [0,1]^2 : C(u,v) \leq w\}, 0 < w \leq 1 \quad (5.27)$$

der Bereich in der Einheitsfläche $[0,1]^2$, der auf, unter und linksseitig von der Isolinie

$$L_w = \{(u,v) \in [0,1]^2 : C(u,v) = w\}, 0 < w \leq 1 \quad (5.28)$$

der bivariaten Verteilung liegt. Somit ist die Isolinie L_w eine Funktion der Variablen u und v , die die Punkte verbindet, bei denen die Copula für alle Werte von (u,v) den Wert w besitzt. Damit stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung $K_C(w)$ ein eindeutiges Maß der Menge $B_C(w)$ dar (Salvadori und De Michele, 2004).

Für Archimedische Copulas kann die parametrische Schätzung von $K_{C\theta}(w)$ relativ einfach über die Beziehung:

$$K_{C\theta}(w) = w - \frac{\varphi(w)}{\varphi'(w)} \quad (5.29)$$

bestimmt werden. Die Isolinie L_w hingegen kann als Funktion von u wie folgt ermittelt werden:

$$L_w(u) = \varphi(w)^{-1} [\varphi(w) - \varphi(u)] \quad (5.30)$$

Die (nicht-parametrische) Schätzung von $K_{Cn}(w)$ auf Basis der Stichprobe (x,y) hingegen, kann nach Genest et al. (2006) über die Gleichung

$$K_{Cn}(w) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{1}(V_{in} \leq w); w \in [0,1] \quad (5.31)$$

berechnet werden. V_{in} stellen dabei die sogenannte Pseudobeobachtungen dar, die folgendermaßen berechnet werden:

$$V_{in} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbf{1}(x_j \leq x_i, y_j \leq y_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbf{1}(R_j \leq R_i, S_j \leq S_i) \quad (5.32)$$

Auf Basis der oben beschriebenen bestimmten Funktionen von $K_{C\theta}(w)$ und $K_{Cn}(w)$ wird anschließend mit dem Cramér-von-Mises Test untersucht, wie stark die Häufigkeitsverteilung von $K_{C\theta}(w)$ zu der von $K_{Cn}(w)$ abweicht. Als Abstandsmaß wird S_n verwendet, welches sich wie folgt berechnet:

$$S_n = \frac{n}{3} + n \sum_{j=1}^{n-1} K_{Cn}^2 \left(\frac{j}{n} \right) \left\{ K_{C\theta} \left(\frac{j+1}{n} \right) - K_{C\theta} \left(\frac{j}{n} \right) \right\} - n \sum_{j=1}^{n-1} K_{Cn} \left(\frac{j}{n} \right) \left\{ K_{C\theta} \left(\frac{j+1}{n} \right) - K_{C\theta} \left(\frac{j}{n} \right) \right\} \quad (5.33)$$

Bei Anwendung des Kolmogorow-Smirnow-Tests wird der maximale Abstand T_n zwischen $K_{C\theta}(w)$ und $K_{Cn}(w)$ als Maß der Anpassungsgüte verwendet:

$$T_n = \sqrt{n} \max_{i=0,1,0 \leq j \leq n-1} \left\{ \left| K_{Cn} \left(\frac{j}{n} \right) - K_{C\theta} \left(\frac{j+i}{n} \right) \right| \right\} \quad (5.34)$$

Die Signifikanzwerte der Tests (p -Werte) können dann über ein Bootstrapping-Verfahren ermittelt. Das Vorgehen zur Bestimmung des p -Wertes wird in Genest et al. (2006) am Beispiel des Cramér-von-Mises-Test wie folgt beschrieben:

1. Ermittlung des Copula-Parameters θ auf Basis der Stichprobe von u und v der Größe n mit geeigneten Parameterschätzverfahren (vgl. Abschnitt 5.4.2),
2. Generierung von N Zufallswertepaaren mit der parametrischen Copula C_θ und der Größe n . Schätzung des Copula-Parameters θ für jedes Zufallswertepaar mit demselben Schätzverfahren wie in Schritt 1 und Durchführung der Teststatistik sowie der Ermittlung von S_n ,
3. Wenn $S_{1:N}^* \leq \dots \leq S_{N:N}^*$ die geordneten Werte von S_n aus Schritt 2 darstellen, kann der Signifikanzwert p von S_n für ein Signifikanzniveau α einfach über

$$S_{[(1-\alpha)N]:N}^* \quad \text{und} \quad (5.35)$$

$$p = \frac{1}{N} \#\{j : S_j^* \geq S_n\} \quad (5.36)$$

ermittelt werden.

Das parametrische Bootstrapping Vorgehen gilt allgemein als wirkungsvolle Möglichkeit zur Bestimmung der Anpassungsgüte von Copula-Modellen (Berg, 2009). Aus diesem Grund wird dieses Verfahren auch in dieser Arbeit als Standard-Anpassungstest für die Copulas verwendet.

5.5.2 Visuelle Überprüfung

Analog zu der Anpassung von Verteilungsfunktionen im univariaten Fall, ist die visuelle Überprüfung von angepassten Copula-Funktionen auch hier eine sinnvolle Ergänzung zu den formalen Anpassungstests.

Eine intuitive Methode zur Identifikation einer geeigneten Copula ist der visuelle Vergleich des Punktediagramms der Wertepaare (u_i, v_i) der empirischen Copula $C_n [R_i/(n+1), S_i/(n+1)]$ mit synthetisch generierten Wertepaaren (u_j, v_j) einer ausgewählten parametrischen Copula C_θ (Abbildung 5-5, links). Allerdings ist insbesondere bei geringen Stichprobengrößen bei dieser Vorgehensweise eine klare Identifikation der geeigneten Copula recht schwierig. Die Überprüfung wird zudem erschwert, wenn die bivariaten Stichprobenwerte (u_i, v_i) und damit auch die synthetischen Werte (u_j, v_j) keine ausgeprägte *tail dependence* aufweisen und die Werte gleichmäßig in der Einheitsfläche verstreut liegen.

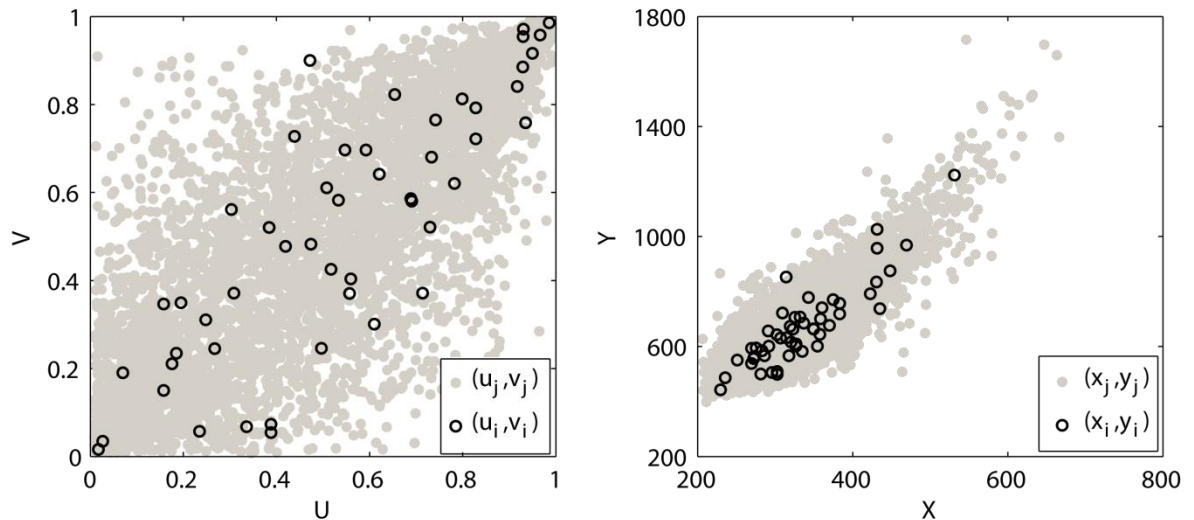


Abbildung 5-5: Möglichkeiten zur visuellen Überprüfung angepasster parametrischer Copula-Funktionen an eine bivariate Stichprobe; links: Vergleich der Wertepaare (u_i, v_i) der empirischen Copula mit synthetisch erzeugten Werten (u_j, v_j) ; rechts: Vergleich der beobachteten Werte (x_i, y_i) mit den synthetisch erzeugten, aber in den realen Raum transformierten Werten (x_j, y_j)

Die oben beschriebene Vorgehensweise kann dahingehend erweitert werden, dass nicht die Wertepaare (u_j, v_j) und (u_i, v_i) verglichen werden, sondern die mit den Quantilfunktionen der Randverteilungen $F_X^{-1}(u)$ und $F_Y^{-1}(v)$ in die realen Dimensionen transformierten Wertepaare (x_j, y_j) mit den Beobachtungen (x_i, y_i) visuell verglichen werden (Abbildung 5-5, rechts). So wird ein Eindruck der Anpassungsgüte aus dem Gesamtmodell – bestehend aus den Randverteilungen und der Copula – gewonnen. In dieser Arbeit werden neben einem formalen Anpassungstest alle Copulas nochmals visuell anhand von synthetischen Wertepaaren und deren Rücktransformation in den realen Raum über die Quantilfunktionen der Randverteilungen im Vergleich mit den Beobachtungswerten überprüft.

5.6 Bivariate Häufigkeitsanalyse

In der Hydrologie ist man häufig an der statistischen Wiederkehrperiode (auch Jährlichkeit genannt) interessiert, d. h. dem durchschnittlichen Zeitraum der zwischen zwei konsekutiven Ereignissen einer bestimmten Wahrscheinlichkeit vergeht. Im univariaten Fall berechnet sich die Jährlichkeit T im Allgemeinen aus dem Quotienten der durchschnittlichen Zeit die zwischen den Werten der Stichprobe liegt μ_T und einer bestimmten jährlichen Überschreitungswahrscheinlichkeit P_U (vgl. Abschnitt 4.2, Gleichung (4.4)).

Die Übertragung des Ansatzes ist jedoch nicht ohne Weiteres auf den multivariaten Fall möglich, da verschiedene Ansätze zur Bestimmung der Unter- bzw. Überschreitungs-

wahrscheinlichkeit existieren. Dies ist einer der Gründe für die fehlende Akzeptanz multivariater statistischer Analysen in der Praxis und sie deshalb heute vornehmlich nur in der Wissenschaft Anwendung finden. Die Thematik der multivariaten Häufigkeitsanalyse ist weiterhin Bestandteil intensiver Diskussionen unter Wissenschaftlern (z. B. Corbella und Stretch, 2012; Gräler et al., 2013; Salvadori et al., 2013; Salvadori et al., 2014, Serinaldi, 2015).

Die gemeinsame Verteilungsfunktion von zwei Zufallsvariablen X und Y beschreibt die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq x, Y \leq y) = F_{X,Y}(x,y)$, dass X und Y kleiner oder gleich einem gewählten Schwellenwert x bzw. y sind. Unter der Annahme einer vollständigen statistischen Unabhängigkeit von X und Y ergibt sich die gemeinsame Wahrscheinlichkeit $F_{X,Y}(x,y)$ aus dem Produkt der beiden einzelnen Wahrscheinlichkeiten von $F_X(x)$ und $F_Y(y)$:

$$P(X \leq x, Y \leq y) = F_{X,Y}(x, y) = F_X(x)F_Y(y) \quad (5.37)$$

Im Falle einer vollständigen statistischen Abhängigkeit von X und Y hingegen, reduziert sich die gemeinsame Wahrscheinlichkeit $F_{X,Y}(x,y)$ auf die univariate Wahrscheinlichkeit von $F_X(x)$ oder $F_Y(y)$. In diesem Fall sind die Zufallsvariablen X und Y voneinander abhängige Funktionen:

$$P(X \leq x, Y \leq y) = F_{X,Y}(x, y) = F_X(x) \text{ oder } F_{X,Y}(x, y) = F_Y(y) \quad (5.38)$$

Sofern eine Abhängigkeit zwischen X und Y existiert, die nicht vollständig ist, ergibt sich die Wahrscheinlichkeit, dass X und Y beide größer als x und y sind zu:

$$\begin{aligned} P(X > x \wedge Y > y) &= 1 - F_X(x) - F_Y(y) + F_{X,Y}(x, y) \\ &= 1 - F_X(x) - F_Y(y) + C[F_X(x), F_Y(y)] \end{aligned} \quad (5.39)$$

Die Wiederkehrperiode für zwei unabhängige Variablen (Gleichung (5.37)) ergibt sich ähnlich wie im univariaten Fall zu:

$$T_{X,Y}^{\wedge} = \frac{\mu_T}{1 - F_X(x) - F_Y(y) + F_X(x)F_Y(y)} = \frac{\mu_T}{(1 - F_X(x))(1 - F_Y(y))} = T_X T_Y \quad (5.40)$$

Wobei auch hier μ_T die Zeit angibt, die durchschnittlich zwischen zwei Wertepaaren der Stichprobe liegt. Diese multivariate Wiederkehrperiode wird allgemein als UND-Wiederkehrperiode bezeichnet und durch das logische UND-Zeichen (\wedge) gekennzeichnet, da es auf der Wahrscheinlichkeit basiert, dass X und Y größer als x und y sind. Unter

Berücksichtigung der Überlebensfunktionen der Randverteilungen, d. h. $\bar{F}_X(x) = 1 - F_X(x)$ und $\bar{F}_Y(y) = 1 - F_Y(y)$ (vgl. Abschnitt 4.2) kann die gemeinsame Überlebensfunktion $\bar{F}_{X,Y}(x,y)$ mit der Überlebenscopula $\bar{C}(\bar{F}_X(x), \bar{F}_Y(y))$ ausgedrückt werden. Somit berechnet sich bei einer nicht vollständigen Abhängigkeit der beiden Variablen (Gleichung (5.38)) die UND-Wiederkehrperiode zu:

$$\begin{aligned} T_{X,Y}^{\wedge} &= \frac{\mu_T}{P(X > x \wedge Y > y)} = \frac{\mu_T}{1 - F_X(x) - F_Y(y) + C[F_X(x), F_Y(y)]} \\ &= \frac{\mu_T}{\bar{C}(\bar{F}_X(x), \bar{F}_Y(y))} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Diese bivariate Wiederkehrperiode ist immer größer als die größte der univariaten Wiederkehrperioden (z. B. Klein et al., 2011)

$$T_X = \frac{\mu_T}{\bar{F}_X(x)} \quad \text{und} \quad T_Y = \frac{\mu_T}{\bar{F}_Y(y)} \quad (5.42)$$

der beiden Variablen.

Auf der anderen Seite kann die Wiederkehrperiode auch auf der Wahrscheinlichkeit basieren, dass entweder X oder Y größer als x bzw. y ist. Diese Wahrscheinlichkeit ist definiert als:

$$P(X > x \vee Y > y) = 1 - F_{X,Y}(x,y) = 1 - C[F_X(x), F_Y(y)] \quad (5.43)$$

Die sich daraus ergebende ODER-Wiederkehrperiode (gekennzeichnet durch das logische ODER-Zeichen \vee) wird ausgedrückt als:

$$T_{X,Y}^{\vee} = \frac{\mu_T}{P(X > x \vee Y > y)} = \frac{\mu_T}{1 - C[F_X(x), F_Y(y)]} \quad (5.44)$$

Diese Wiederkehrperiode ist immer kleiner als die kleinste der univariaten Wiederkehrperioden T_X und T_Y . Unter Berücksichtigung der UND-Wiederkehrperioden ergibt sich folgender Zusammenhang für alle Wiederkehrperioden:

$$T_{X,Y}^{\vee} \leq \min[T_X, T_Y] \leq \max[T_X, T_Y] \leq T_{X,Y}^{\wedge} \quad (5.45)$$

Im Falle der vollständigen statistischen Unabhängigkeit von X und Y ergibt sich die ODER-Wiederkehrperiode zu:

$$T_{X,Y}^{\vee} = \frac{\mu_T}{1 - F_X(x)F_Y(y)} = \frac{T_X T_Y}{T_X + T_Y - \mu_T} \quad (5.46)$$

Die Wahrscheinlichkeitsmengen für den ODER-Fall $P(X > x \vee Y > y)$ und den UND-Fall $P(X > x \wedge Y > y)$ lassen sich sehr gut anhand der Einheitsfläche verdeutlichen. Beide Fälle sind in Abbildung 5-6 dargestellt. So resultiert die Wahrscheinlichkeitsmenge im ODER-Fall zu der im linken Bild farbige gekennzeichneten Fläche und ist damit deutlich größer als die Wahrscheinlichkeitsmenge im UND-Fall bei den gleichen Schwellenwerten von x und y (Klein et al., 2011).

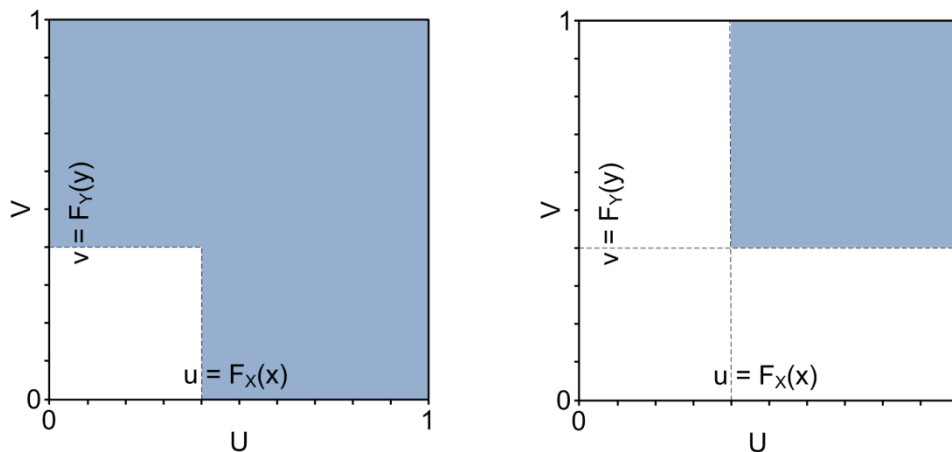


Abbildung 5-6: Wahrscheinlichkeitsmengen in der Einheitsfläche $[0,1]^2$ (farbige Bereiche) für $P(X > x \vee Y > y)$ (links) und $P(X > x \wedge Y > y)$ (rechts)

Salvadori und De Michele (2004) stellen eine weitere, die sogenannte sekundäre Wiederkehrperiode ρ_w^{\vee} vor. Sie basiert auf dem Ansatz der primären (UND/ODER-Wiederkehrperiode), da sie als mittlere Wiederkehrzeit zwischen zwei Ereignissen definiert werden kann, die einen kritischen Schwellenwert überschreiten. Das bedeutet, dass im Mittel alle ρ_w^{\vee} Jahre ein Ereignis auftritt, bei dem der Wert der Copula $C(u,v)$ größer als die Wahrscheinlichkeit w ist (Klein et al., 2011). Die Wahrscheinlichkeit w entspricht der Fläche $B_C(w)$ (Gleichung (5.27)) und somit der Region, in der das Wiederkehrintervall T_{XY}^{\vee} von allen Ereignissen in diesem Bereich kleiner oder gleich dem Grenzwert

$$\mathcal{G}(w) = \frac{\mu_T}{1 - w} \quad (5.47)$$

ist. Daher stellt $K_C(w)$ die Wahrscheinlichkeit dar, dass ein Ereignis mit dem Wiederkehrintervall $T_{X,Y}^v \leq \mathcal{G}(w) = \mu_T/(1-w)$ für jeden Wert des Zufallsprozesses auftritt. Damit ergibt die Überlebensfunktion von $K_C(w)$, definiert als

$$\bar{K}_C(w) = 1 - K_C(w) \quad (5.48)$$

die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis mit einer Wiederkehrperiode von $T_{X,Y}^v > \mathcal{G}(w) = \mu_T/(1-w)$ auftritt. Da diese sekundäre Wiederkehrperiode im Wesentlichen von der Kendall-Funktion $K_C(w)$ abhängt, wird sie in der Literatur häufig auch als KENDALL-Wiederkehrperiode bezeichnet. Sie kann als Kehrwert der Überlebensfunktion von $K_C(w)$ ausgedrückt werden:

$$\rho_w^v = \frac{\mu_T}{\bar{K}_C(w)} = \frac{\mu_T}{1 - K_C(w)} \quad (5.49)$$

Beispielsweise muss als Grundlage für die Bemessung eines Bauwerkes im Vorfeld ein kritischer Schwellenwert $\mathcal{G}(w)$ festgelegt werden. Die KENDALL-Wiederkehrperiode sagt dann aus, in welchem durchschnittlichen Zeitraum ein Ereignis diesen kritischen Schwellenwert überschreitet.

Anhand der Einheitsfläche $[0,1]^2$ lässt sich die Wahrscheinlichkeitsmenge für $K_C(w) = P(C(u,v) \leq w)$ und $\bar{K}_C(w) = P(C(u,v) > w)$ wie in Abbildung 5-7 als farbige Flächen darstellen.

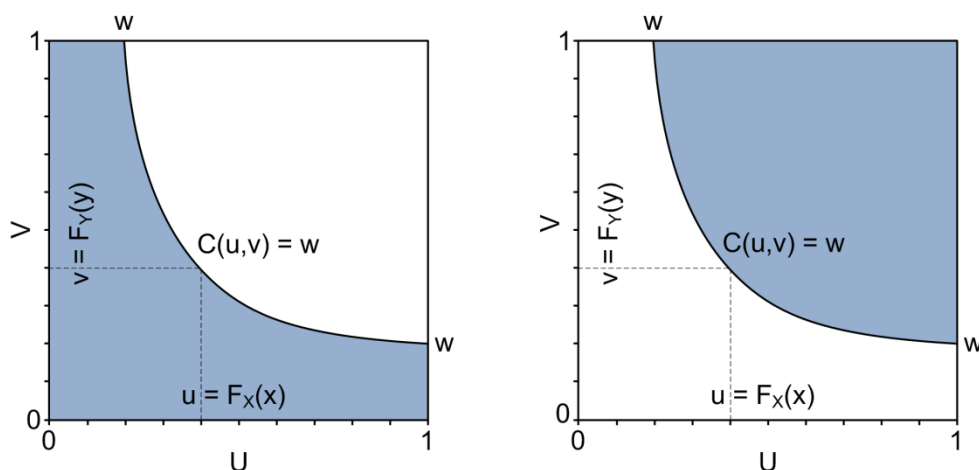


Abbildung 5-7: Wahrscheinlichkeitsmengen in der Einheitsfläche $[0,1]^2$ (farbige Bereiche) für $K_C(w) = P(C(u,v) \leq w)$ (links) und $1 - K_C(w) = P(C(u,v) > w)$ (rechts)

5.7 Stichprobengewinnung für bivariate Untersuchungen

Wie bei der univariaten Wahrscheinlichkeitsanalyse auch (vgl. Abschnitt 4), liegt das Interesse bei der multivariaten Betrachtung in den maximalen und minimalen Werten, d.h. den Extremwerten der Verteilung der Zufallsvariablen. Jedoch stellt sich im multivariaten Fall die Frage wie „extrem“ überhaupt zu definieren ist, bzw. welche extremen Werte aus einer großen Anzahl von z. B. Messwerten, als Stichprobe für die Modellierung verwendet werden sollen. Daher ist es für die Anwendung von multivariaten statistischen Verfahren von großer Bedeutung, auf welche Weise die Stichprobe gewonnen wird. In der Literatur finden sich bislang vier Methoden der Stichprobengewinnung für multivariate Modelle:

1. das komponentenweise Block-Maxima-Modell (Tawn, 1988),
2. das Schwellenwertmodell (Resnick, 1987),
3. das Punkt-Prozess-Modell (Coles und Tawn, 1991) und
4. das Modell basierend auf konditionalen Extremereignissen (Heffernan und Tawn, 2004).

Die ersten drei Methoden basieren auf dem univariaten Ansatz des Block-, bzw. Schwellenwertmodells, wohingegen die vierte Methode nur für multivariate Datensätze anwendbar ist.

Bei der bivariaten Analyse werden bei dem komponentenweise Block-Maxima-Modell, wie im univariaten Fall (vgl. Abschnitt 4.4.1), die maximalen Werte der zwei zu modellierenden Variablen $M_{X,n}$ und $M_{Y,n}$ aus der jeweiligen Menge der Zufallsvariablen X_i und Y_i unabhängig voneinander herausgefiltert. Diese Methode hat jedoch die wesentliche Einschränkung, dass die gewonnene Stichprobe von $M_{X,n}$ und $M_{Y,n}$ nicht unbedingt die realen Gegebenheiten wiedergibt, da die einzelnen maximalen Werte von X_i und Y_i nicht notwendigerweise zeitgleich aufgetreten sind (Coles et al., 1999). Es ist sogar möglich, dass ein gemeinsames Auftreten der beiden Werte sehr unwahrscheinlich oder sogar physikalisch unmöglich ist. Werden beispielsweise die jährlichen Maximalwerte aus zwei Abflusszeitreihen von hydrologisch unterschiedlichen Einzugsgebietstypen bestimmt, kann es durchaus sein, dass in einem Einzugsgebiet winterliche und in dem anderen sommerliche Hochwasserregime vorherrschen. Somit ist ein zeitgleiches Auftreten beider Maximalabflüsse unwahrscheinlich, wenn auch nicht unmöglich. Dennoch würden die Maximalabflüsse in dem komponentenweise Block-Maxima-Modell als zeitgleich aufgetretene Werte berücksichtigt.

Obwohl das komponentenweise Block-Maxima-Modell beispielsweise in Salvadori et al. (2011) mit dem Hinweis, dass nahezu alle modellierten Variablen zeitgleich aufgetreten sind, angewendet wurde, wird es in Zheng et al. (2014) aus o. g. Gründen generell für die multivariate Stichprobengewinnung abgelehnt. Um diese Einschränkungen zu überwinden, wird in Abschnitt 8 ein Ansatz vorgestellt, bei dem die Block-Maxima für X bzw. Y (X_{MAX} bzw. Y_{MAX}) gemeinsam mit den zeitgleich (simultan) aufgetretenen Werten von Y und X (Y_{SIM} und X_{SIM}) modelliert werden (vgl. Abbildung 5-8, oben links).

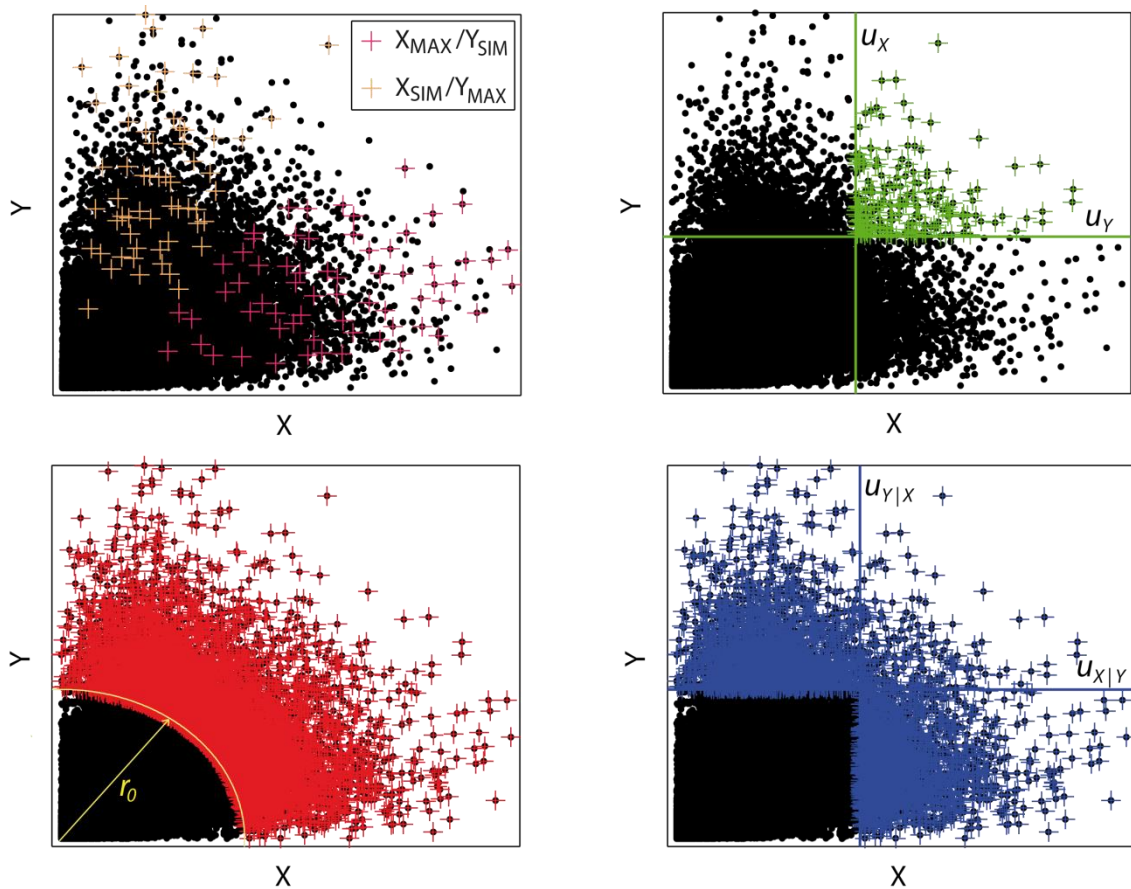


Abbildung 5-8: Möglichkeiten der Stichprobengewinnung für bivariate statistische Untersuchungen: Block-Maxima-Modell (oben links), Schwellenwertmodell (oben rechts), Punkt-Prozess-Modell (unten links) und konditionales Schwellenwertmodell (unten rechts)

Dabei ist es je nach Anwendung möglich, die direkt zeitgleich aufgetretenen Werte oder die maximalen Werte innerhalb eines Zeitfensters bezogen auf den Block-Maxima Wert zu verwenden. Allerdings erfordert diese Art der Stichprobengewinnung zur Bestimmung der bemessungsrelevanten Quantil-Isolinie eine Erweiterung der gängigen Anwendung von Copula-Funktionen. Die Vorgehensweise wird ausführlich in Abschnitt 8 dargestellt und ist auch in Bender et al. (2015) nachzulesen.

Bei dem Schwellenwertmodell werden, ähnlich zum univariaten Fall, für beide Variablen Schwellenwerte u_X und u_Y festgelegt. Gängige Methoden für die Wahl eines geeigneten Schwellenwertes im univariaten Fall liefern beispielsweise Lang et al. (1999), die ebenfalls für beide Variablen einer bivariaten Stichprobe angewendet werden können. Für die bivariate Statistik werden somit nur die Ereignispaare verwendet, bei denen sowohl $X \geq u_X$ als auch $Y \geq u_Y$ ist (vgl. Abbildung 5-8, oben rechts). Dieses Schwellenwertmodell ist vergleichbar mit der zugrundeliegenden Theorie der UND-Jährlichkeit (vgl. Abschnitt 5.6). Die Einschränkung dieses Verfahrens liegt darin, dass nur bivariate Extremwerte erfasst werden, wenn beide Variablen einen bestimmten Schwellenwert überschreiten. Werte, bei denen nur eine der beiden Variablen als extrem einzustufen ist (z. B. $X \geq u_X$ und $Y < u_Y$) bleiben bei diesem Modell unberücksichtigt. Geringer gewählte Schwellenwerte würden das zwar beheben, aber auch dazu führen, dass zu viele kleinere Werte in die Statistik mit einfließen, die dann das Ergebnis ggf. verfälschen würden.

Beim Punkt-Prozess-Modell wird anstelle von linearen Schwellenwerten für X und Y ein radialer Schwellenwert mit dem Radius r_0 angesetzt (Abbildung 5-8, unten links). Nach Coles und Tawn (1991) werden dann alle Wertepaare als extrem eingestuft und in die Stichprobe aufgenommen, die oberhalb des radialen Schwellenwerts liegen.

Das konditionale Schwellenwertmodell lehnt sich hingegen an die Theorie der ODER-Jährlichkeit an (vgl. Abschnitt 5.6). Hierbei werden alle Wertepaare berücksichtigt bei denen entweder $X \geq u_X$ oder $Y \geq u_Y$ überschritten wird (Abbildung 5-8, unten rechts).

In dieser Arbeit werden multivariate Analysen unter Verwendung von Archimedischen Copula-Funktionen durchgeführt. Nach G. Salvadori (pers. Mitteilung, 20.08.2013) ist die Stichprobengewinnung unter Verwendung eines Schwellenwertmodells für die multivariate Analyse mit Copulas zwar grundsätzlich möglich, allerdings sind Archimedische Copulas nicht in der Lage solche Stichproben zu modellieren. Diese Aussage kann auch nach intensiver Literaturrecherche weder bestätigt, noch widerlegt werden.

In dieser Arbeit findet die Stichprobengewinnung wie oben beschrieben ausschließlich unter Anwendung des Block-Modells für X und Erfassung der zeitgleich aufgetretenen Wert von Y statt. Daher erübrigt sich die Frage zur Verwendung eines Schwellenwertes an dieser Stelle und wird nicht weiter diskutiert.

5.8 Auswahl eines Bemessungsereignisses

Die Ergebnisse einer bivariaten Statistik, wie sie in den vorangegangenen Kapiteln beschrieben wurde, liefern eine theoretisch unendliche Anzahl von Wertepaaren (x,y) mit derselben Eintrittswahrscheinlichkeit in Form der Quantil-Isolinien. Selbst in dem Fall, dass eine geeignete Quantil-Isolinie für die Bemessung ausgewählt wird (vgl. Abschnitt 5.6), stellt sich die Frage, welches Wertepaar auf dieser Isolinie für die Bemessung (z. B. eines Bauwerks) verwendet werden soll. Es existiert kein natürliches Kriterium um eines der vielen möglichen Wertepaare auszuwählen, so dass weitere Betrachtungen in die Auswahl des Bemessungswertepaares mit einfließen müssen. Salvadori und De Michele (2013) führen eine generelle Methode ein, die es dem Anwender ermöglicht ein geeignetes Bemessungswertepaar auszuwählen. Der Ansatz basiert auf der Idee, dass das Wertepaar auf einer bestimmten Quantil-Isolinie am wahrscheinlichsten auftritt, bei dem die Copula-Dichtefunktion f_{XY} ihren maximalen Wert erreicht:

$$(u^*, v^*) = \arg \max_{C_{UV}(u,v)=w} f_{XY}(F_X^{-1}(u), F_Y^{-1}(v)) \quad (5.50)$$

Die Bemessungswerte können anschließend einfach über die Quantilfunktionen der Randverteilung ermittelt werden mit:

$$x = F_X^{-1}(u^*) \text{ und } y = F_Y^{-1}(v^*) \quad (5.51)$$

Obwohl dieser Ansatz in der Literatur häufig Anwendung findet (z. B. Gräler et al., 2013), gibt es neben der rein mathematischen Begründung keine rationale Rechtfertigung um das Bemessungsereignis mit diesem Verfahren festzulegen. Vielmehr sollte das Ereignis auf der gewünschten Quantil-Isolinie ausgewählt werden, welches zu dem größten Bemessungskriterium (z. B. Wasserstand) führt. Dies kann im Vorfeld einer Bemessung häufig jedoch nur über numerische oder physikalische Modelle erfolgen. In Abschnitt 8 wird am Beispiel einer Flussmündung aufgezeigt, dass der Ansatz der maximalen Copuladichte für die praktische Anwendung nicht immer Gültigkeit besitzt.

5.9 Instationäre multivariate Modelle

Anders als bei univariaten Untersuchungen finden sich bisher keine Arbeiten, die sich mit der instationären, multivariaten Statistik im Bereich der Ingenieurhydrologie befassen. Es ist jedoch davon auszugehen, dass Instationaritäten einen erheblichen Einfluss auf die Ermittlung von multivariaten Bemessungsgrößen haben können. Dies ist hauptsächlich darin begründet, dass für die Modellierung der Randverteilungen Verfahren der univariaten Extremwertstatistik Anwendung finden und sich mögliche Instationaritäten in den Randverteilungen abbilden. Außerdem können bei multivariaten Modellen auch Änderungen in der Abhängigkeitsstruktur zwischen den zu untersuchenden Variablen auftreten, die einen zusätzlichen Einfluss auf die Ergebnisse haben können. In Abschnitt 7 wird ein Ansatz vorgestellt, der den Einfluss von Instationaritäten in den Randverteilungen und der Abhängigkeitsstruktur anhand einer bivariaten Stichprobe darstellt.

6 Zur Verwendung diskreter Abflusszeitreihen für statistische Analysen

6.1 Einführung

Statistische Auswertungen basieren in der Ingenieurhydrologie zumeist auf langjährig gemessenen Zeitreihen wie beispielsweise Wasserstands- oder Abflusszeitreihen. Über die kontinuierliche Beobachtung der hydrologischen Größe werden sich stetig ändernde Systemzustände erfasst, die sich in derselben Form nicht wiederholen. In der Regel wird für die Bemessung von Bauwerken an Binnengewässern der Abfluss benötigt, da der Wasserstand nur für den Standort an dem er gemessen wird Gültigkeit besitzt. Bei sich ändernden Geometrien und hydraulischen Randbedingungen eines Fließgewässers ändert sich auch der resultierende Wasserstand. Der Abfluss kann allerdings nur relativ aufwändig kontinuierlich gemessen werden, beispielsweise nach dem magnetisch-induktiven Prinzip oder mithilfe von Ultraschall (Morgenschweis, 2010). Daher wird der kontinuierliche Abfluss in der Praxis indirekt über kontinuierliche Wasserstandsmessungen an einem Pegelstandort bestimmt. Dazu werden bei unterschiedlichen Wasserständen W über Einzelmessungen die entsprechenden Durchflüsse Q bestimmt, um eine funktionale Beziehung zwischen Wasserstand und Abfluss zu erhalten. Die Einzelmessungen von W bzw. Q werden anschließend in einem rechtwinkligen Koordinatensystem als Ordinaten- bzw. Abszissenwert aufgetragen. Eine durch die Messpunkte gelegte Ausgleichskurve ergibt dann die sogenannte Wasserstands-Abfluss-Beziehung (W - Q -Beziehung) des Pegels (vgl. Abbildung 6-1). Idealerweise decken die Einzelmessungen den gesamten Bereich der auftretenden Wasserstände ab. Jedoch kann dieses Ideal in der Praxis insbesondere bei Hoch- und auch Niedrigwasserständen nur selten erfüllt werden. Daher ist es notwendig die Ausgleichskurve über den Bereich der Messwerte hinaus zu extrapolieren. Die damit einhergehenden Unsicherheiten (z. B. Schmidt, 2002; Morgenschweis, 2010) werden dabei

in Kauf genommen. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass der kontinuierlichen Abflussmessung wie sie hier dargestellt wird, weitere Unsicherheitsquellen unterliegen. Dies können zum Beispiel saisonale Schwankungen in der Rauheit und damit verbundene Änderungen in der hydraulischen Leistungsfähigkeit des Abflussquerschnittes sein oder auch unterschiedliche Wasser- bzw. Energieliniengefälle während eines Hochwasserereignisses (Hysterese-Effekt).

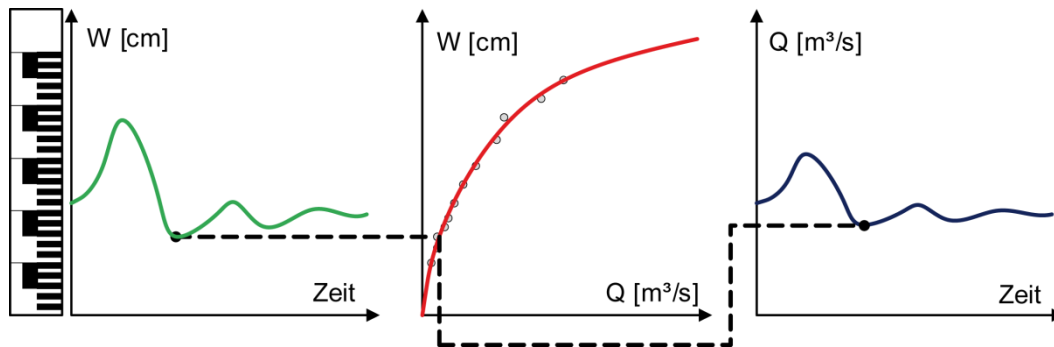


Abbildung 6-1: Prinzip der indirekten, kontinuierlichen Abflussmessung an Fließgewässern nach Morgenschweis (2010)

Die kontinuierliche Abflusskurve ist mathematisch durch eine Funktion über den gesamten Beobachtungszeitraum (i. d. R. mehrere Jahre) allerdings nicht darstellbar. Somit ist es für eine numerische Auswertung erforderlich, die kontinuierlichen Messungen in diskrete Daten zu überführen. Mit der Wahl des Zeitschritts Δt der Diskretisierung ist jedoch ein Informationsverlust verbunden, da der tatsächliche Verlauf des Abflusses bzw. des Wasserstandes mit diskreten Daten nur annähernd wiedergegeben werden kann. Im Wesentlichen hängt der Informationsverlust innerhalb eines Zeitschritts Δt von der Geschwindigkeit der Abflussänderung innerhalb Δt ab. Grundsätzlich lässt sich feststellen, dass der Informationsverlust umso größer ist, je größer die Änderung des Abflusses innerhalb eines Zeitschritts ist. Daher erhöht sich der Informationsverlust i. d. R. während eines Hochwasserereignisses, da während dieser Zeit (schnelle) Abflussänderungen auftreten. Die Geschwindigkeit der Abflussänderung ist wiederum abhängig von der Größe des Einzugsgebiets A_{EO} , da in kleineren Einzugsgebieten Abflussänderungen meistens schneller stattfinden als in großen Einzugsgebieten.

Abbildung 6-2 stellt den Einfluss einer Diskretisierung beispielhaft für zwei unterschiedlich große Einzugsgebiete und für verschiedene Zeitschritte dar. Im linken Teil wird eine Hochwasserganglinie des Pegels Reckenberg (Gewässer Ostrach) mit einer Einzugsgebietsgröße von $A_{EO} = 127 \text{ km}^2$ abgebildet. Es ist zu erkennen, dass der Scheitelwert der Hochwasserwelle bei einer Zeitreihe mit 15 min-Mittelwerten

($\Delta t = 15 \text{ min}$) bei $Q_{S,15 \text{ min}} = 31 \text{ m}^3/\text{s}$ liegt. Bei $\Delta t = 60 \text{ min}$ reduziert sich der Scheitelwert bereits auf $Q_{S,60 \text{ min}} = 27 \text{ m}^3/\text{s}$ und bei $\Delta t = 24 \text{ h}$ auf $Q_{S,24 \text{ h}} = 12 \text{ m}^3/\text{s}$. Unter der Annahme, dass die 15 min-Zeitreihe die tatsächliche Abflussganglinie des Pegels repräsentiert (obwohl auch 15 min-Mittelwerte einen wenn auch geringen Informationsverlust infolge der Diskretisierung beinhalten), entspricht dies einer Abnahme von ca. 61 %. Auf der rechten Seite in Abbildung 6-2 wird demgegenüber die Abflussganglinie eines Hochwasserereignisses am Pegel Emmerich (Gewässer Rhein) mit einem Einzugsgebiet von $A_{EO} = 159.555 \text{ km}^2$ dargestellt. Hier ist zu erkennen, dass alle drei Ganglinien nahezu identisch sind und der Informationsverlust wesentlich geringer ist.

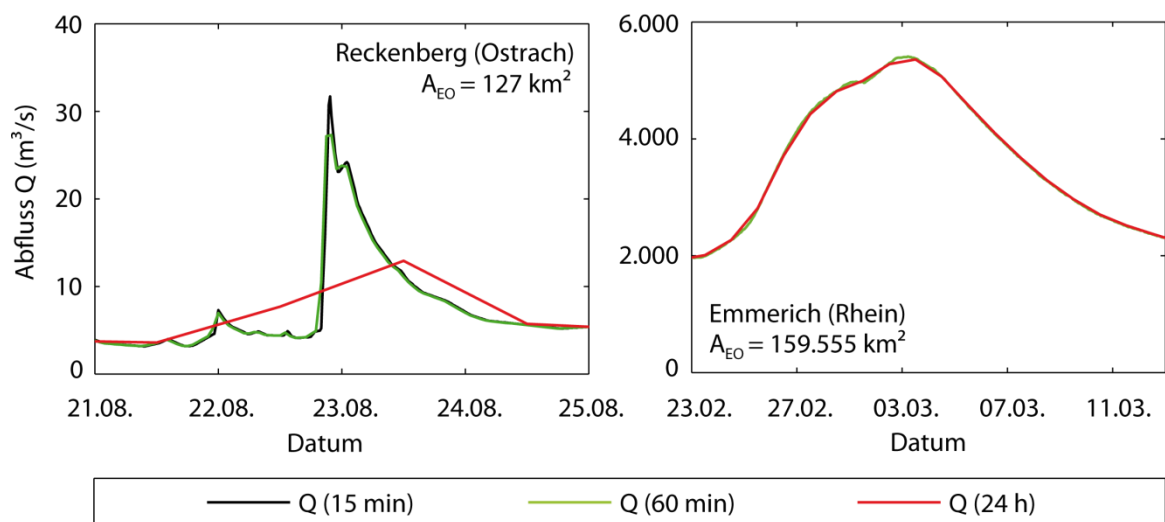


Abbildung 6-2: Annähernde Abbildung von Abflussganglinien unterschiedlicher Einzugsgebietsgrößen mit ihren Mittelwerten für die Zeitschritte $\Delta t = 15 \text{ min}$, 60 min und 24 h

Die Wahl eines sinnvollen Diskretisierungszeitschritts hängt somit im Wesentlichen von der Einzugsgebietsgröße A_{EO} des betrachteten Einzugsgebiets ab. Darüber hinaus ist ebenfalls von Bedeutung, für welche Aufgabenstellung die Zeitreihen verwendet werden. Um den Informationsverlust infolge der Diskretisierung zu minimieren, sollte der Diskretisierungszeitschritt umso kleiner gewählt werden, je genauer die Abflusskurve abgebildet werden muss. Bei jährlichen Wasserbilanzen beispielsweise, können Monatsmittelwerte ausreichend sein, wohingegen bei Analysen von Hochwasserereignissen deutlich geringere Zeitschritte notwendig sind. In einer Vielzahl von Studien werden für die univariate extremwertstatistische Auswertung von Hochwasserabflüssen Zeitreihen mit einem relativ großen Zeitschritt von $\Delta t = 24 \text{ h}$ (Tagesmittelwerte) verwendet (z. B. Beurton und Thieken, 2009; Petrow und Merz, 2009; Bormann et al., 2011), ohne dass auf den Einfluss der Diskretisierung eingegangen wird. Auch bei der multivariaten

Analyse werden häufig ungeachtet der Einzugsgebietsgröße Tagesmittelwerte benutzt (z. B. Renard und Lang, 2007; Chen et al., 2010 & 2012). In der Literatur finden sich keine Hinweise oder Empfehlungen für die Verwendung von Diskretisierungszeitschritten in Abhängigkeit der Einzugsgebietsgröße und der Datenverwendung. Lediglich Maniak (2010, S. 88) greift die Thematik auf, erwähnt aber eher allgemeingültig: „Bei Abflüssen aus Einzugsgebieten von mehr als 10000 km² reichen oft Tagesschritte aus.“

Es ist anzunehmen, dass die Wahl des Diskretisierungszeitschritts einen deutlichen Einfluss auf die statistische Ermittlung von Hochwasserabflüssen hat und die Ergebnisse in Abhängigkeit der Einzugsgebietsgröße teilweise erheblich beeinflusst. In dieser Arbeit werden Abflusszeitreihen von Pegeln mit Einzugsgebietsgrößen von $A_{EO} = 1,37 \text{ km}^2$ bis 159.555 km^2 und mit zeitlichen Auflösungen von $\Delta t = 15 \text{ min}$, 60 min und 24 h statistisch – sowohl univariat als auch multivariat – analysiert. In diesem Abschnitt soll der Einfluss der Datendiskretisierung auf die Ergebnisse der Analysen untersucht werden und zu einer Sensibilisierung der Ergebnisinterpretation führen. Dabei wird der Einfluss auf die univariate und auf die multivariate Extremwertstatistik methodisch voneinander getrennt untersucht.

6.2 Verwendung bei univariaten Analysen

6.2.1 Verwendete Methodik

Bei der (univariaten) statistischen Analyse von Hochwasserdaten ist man häufig an der Ermittlung von Hochwasserabflüssen einer bestimmten Jährlichkeit T (Bemessungsabflüsse) interessiert. Daher ist es naheliegend, als Maß für den Einfluss von diskretisierten Ausgangsdatenreihen die Differenz von T -jährlichen Hochwasserabflüssen als Kriterium heranzuziehen. Dazu werden hochaufgelöste Abflusszeitreihen verschiedener Einzugsgebietsgrößen als Ausgangszeitreihen verwendet. Abflusszeitreihen mit $\Delta t = 15 \text{ min}$ sind als kleinstes standardmäßiges Zeitintervall bei den zuständigen Landesbehörden und Pegelbetreibern verfügbar. Auf Basis dieser Zeitreihen erfolgt die Stichprobenbildung für die statistischen Untersuchungen. Hier werden die jährlichen Maximalabflüsse verwendet, die unter Berücksichtigung des Unabhängigkeitskriteriums nach Svensson et al. (2005) (vgl. Abschnitt 4.5) aus den Abflusszeitreihen gewonnen werden. Im nächsten Schritt wird eine Extremwertverteilung an die Stichprobe angepasst und es werden die Bemessungsabflüsse $HQ_{T,15min}$ der Jährlichkeiten $T = 10, 20, 50$ und 100 a bestimmt. Um ein vergleichbares Vorgehen für alle Pegel zu gewährleisten, wird auf

die Anpassung verschiedener Verteilungsfunktionen und die anschließende Verwendung von Anpassungstests verzichtet und lediglich die GEV (vgl. Abschnitt 4.8) verwendet; die Parameterschätzung erfolgt dabei mit der Maximum-Likelihood-Methode.

Im nächsten Schritt wird auf Basis der 15 min-Zeitreihe eine gleitende Mittelwertbildung mit einem Zeitschritt von $\Delta t = 60$ min und $\Delta t = 24$ h durchgeführt. Anschließend wird die o. g. Vorgehensweise, d. h. Stichprobenbildung und Anpassung der GEV, wiederholt und die entsprechenden Bemessungsabflüsse $HQ_{T,60min}$ bzw. $HQ_{T,24h}$ berechnet. Die Güte der Bemessungsabflüsse auf Basis der 60 min und 24 h diskretisierten Zeitreihen lässt sich dann über das Verhältnis R_{60min} und R_{24h} zu dem Bemessungsabfluss auf Basis der 15 min-Zeitreihe bestimmen:

$$R_{60min} = \frac{HQ_{T,60min}}{HQ_{T,15min}} \text{ bzw. } R_{24h} = \frac{HQ_{T,24h}}{HQ_{T,15min}} \quad (6.1)$$

Generell sind Werte von $R_{60min} < 1$ und $R_{24h} < 1$ zu erwarten, was bedeutet, dass die Bemessungsabflüsse nach der weiteren Diskretisierung mit $\Delta t = 60$ min und $\Delta t = 24$ h geringer ausfallen als die Bemessungswerte die auf Basis der 15 min-Zeitreihen gewonnen wurden. Werte von $R_{60min} = 1$ bzw. $R_{24h} = 1$ implizieren, dass beide gewonnenen Bemessungsabflüsse ($HQ_{T,15min}$ und $HQ_{T,60min}$ bzw. $HQ_{T,15min}$ und $HQ_{T,24h}$) identisch sind. Bei Werten von $R_{60min} > 1$ und $R_{24h} > 1$ fallen die Bemessungsabflüsse auf Basis der 60 min- bzw. 24 h-Zeitreihe höher aus als auf Basis der 15 min-Zeitreihe. Theoretisch betrachtet ist dieser Fall nicht möglich, da mit zunehmenden Zeitfenster bei der Diskretisierung die Stichprobenwerte in ihrer Größe lediglich abgemindert werden können und somit auch die Bemessungsereignisse geringer ausfallen sollten.

Die Anwendung dieser Methodik auf eine Vielzahl verschiedener Abflusszeitreihen mit unterschiedlichen Einzugsgebietsgrößen gibt schließlich Aufschluss darüber, bei welcher Einzugsgebietsgröße eine Diskretisierung mit entsprechendem Zeitintervall zu ungenauen Bemessungswerten führt. Die Anwendung wird in den nachfolgenden Abschnitten dargestellt.

6.2.2 Vorhandene Datengrundlage

Für die Untersuchungen wurden vom Landesamt für Natur, Umwelt und Verbraucherschutz des Landes Nordrhein-Westfalen (LANUV) und der Bundesanstalt für Gewässerkunde (BfG) Abflusszeitreihen mit einer zeitlichen Auflösung von $\Delta t = 15$ min

zur Verfügung gestellt, sowie von der Onlineplattform des Bayerischen Landesamts für Umwelt (LfU) bezogen. Über Behörden der anderen Bundesländer konnten keine entsprechenden Abflusszeitreihen bezogen werden. Somit befinden sich, mit Ausnahme einiger Pegel der BfG, alle Pegel in den Bundesländern Nordrhein-Westfalen und Bayern. Bei allen Zeitreihen handelt es sich um die von der zuständigen Behörde geprüften Abflusswerte. Neben der Anforderung ein möglichst großes Spektrum von Einzugsgebietsgrößen zu verwenden, wurden für die Untersuchung folgende Anforderungen an die Zeitreihen gestellt:

- Aufzeichnungsdauer mindestens 25 Jahre,
- keine Aufzeichnungslücken,
- keine Beeinflussungen durch Speicher im Oberlauf, Rückstau o. ä.

Insbesondere bei der letzten Anforderung ist anzumerken, dass es nicht eindeutig möglich ist, einen Pegel als speicher-unbeeinflusst zu klassifizieren. In den Einzugsgebieten größerer Gewässer, wie beispielsweise dem Rhein, finden sich häufig Talsperren und andere künstliche Speicher. Es gibt jedoch keine allgemeingültige Festlegung, ab wann ein Pegel als beeinflusst gilt. Daher wird in dieser Untersuchung ein Pegel als speicherbeeinflusst klassifiziert und damit abgelehnt, wenn sich eine Angabe dazu in den Stammdaten wiederfindet.

Insgesamt entsprechen 371 Pegelzeitreihen den o. g. Anforderungen. Die räumliche Verteilung, sowie die Aufzeichnungslängen der verwendeten Zeitreihen sind in Abbildung 6-3 zusammenfassend dargestellt.

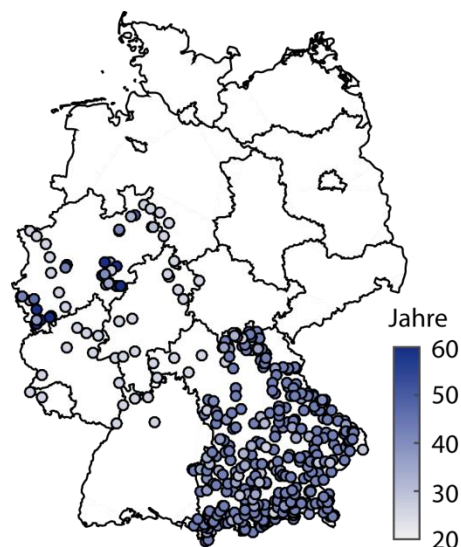


Abbildung 6-3: Verwendete Abflusszeitreihen mit einer zeitlichen Auflösung von $\Delta t = 15$ min

Die Einzugsgebietsgrößen variieren zwischen $A_{EO} = 1,37 \text{ km}^2$ und 159.555 km^2 , wobei der Großteil der Einzugsgebiete der verwendeten Abflusszeitreihen kleiner als $A_{EO} = 10.000 \text{ km}^2$ ist.

6.2.3 Ergebnisse der Untersuchungen

Zunächst werden die Ergebnisse für den Fall der R_{60min} -Werte dargestellt. In Abbildung 6-4 ist zu erkennen, dass eine Diskretisierung der Ausgangszeitreihen mit $\Delta t = 60 \text{ min}$ größtenteils HQ_T -Werte liefert, die denen auf Basis der hochaufgelösten Ausgangszeitreihe entsprechen.

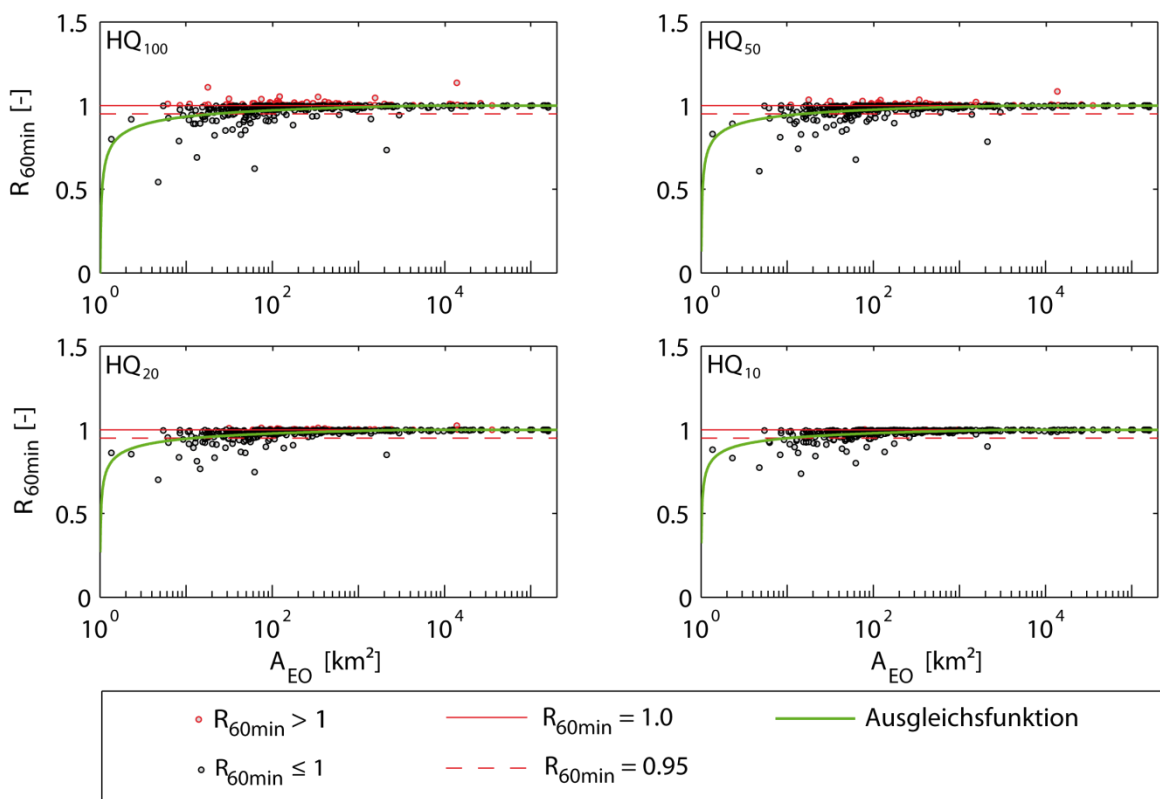


Abbildung 6-4: Verhältnis der Hochwasserabflüsse der Jahreszeiten $T=100, 50, 20, 10$ a aus 15 min- und 60 min-Abflusszeitreihen, sowie die angepasste Ausgleichsfunktion; $R_{60min} = 0,95$ stellt eine Fehlertoleranz von 5 % dar

Insbesondere bei Einzugsgebietsgrößen ab 100 km^2 liegen die meisten resultierenden Hochwasserquotienten in einem Bereich zwischen 0,95 und 1. Das bedeutet, dass die Bemessungswerte auf Basis der weiter diskretisierten Zeitreihe mit einer Fehlertoleranz von $< 5 \%$ im Vergleich zu der 15 min-Zeitreihe bestimmt werden können. Bei kleineren Einzugsgebieten (etwa $A_{EO} < 100 \text{ km}^2$) ist zu erkennen, dass die Diskretisierung einen stärkeren Einfluss auf die Berechnung der Bemessungswerte hat. Wenn auch der Großteil

der R_{60min} -Werte oberhalb von 0,95 liegt, ist eine deutliche Zunahme der Varianz festzustellen und es wird der Wert von 0,95 häufiger nicht erreicht.

Wie in Abschnitt 6.2.1 bereits aufgeführt kann R_{60min} theoretisch nur Werte von maximal 1 annehmen. Allerdings finden sich insbesondere bei den Verhältnissen der HQ_{100} einige Werte für $R_{60min} > 1$ (in Abbildung 6-4 rot markiert). In diesen Fällen hat die weitere Diskretisierung dazu geführt, dass für die Stichprobe ein stärker ausgeprägter positiver Krümmungsparameter ζ für die Verallgemeinerte Extremwertverteilung geschätzt wurde und die Verteilung somit einen progressiveren Verlauf besitzt (vgl. Abschnitt 4.8). Dies wiederum führt dann zu größeren Extremwerten besonders im Extrapolationsbereich.

Es stellt sich nun die Frage, ab welcher Einzugsgebietsgröße 60 min-Mittelwerte des Abflusses für extremwertstatistische Analysen verwendet werden können. Dazu wird eine parametrische Ausgleichsfunktion an die Beobachtungswerte von R_{60min} und die logarithmierten Einzugsgebietsgrößen A_{EO} angepasst. Unter der Annahme, dass eine hinreichend genaue Bestimmung des „wahren“ Bemessungswertes mit einer Fehlertoleranz von 5 % erreicht ist, liegt die gesuchte Einzugsgebietsgröße dort, wo die Ausgleichsfunktion einen Wert von $R_{60min} = 0,95$ erreicht. Vergleichend werden die Ergebnisse zudem noch für eine Fehlertoleranz von 2 %, d. h. $R_{60min} = 0,98$ angegeben. Um zu vermeiden, dass die nicht plausiblen Werte von $R_{60min} > 1$ die Anpassung der Ausgleichsfunktion verzerren, werden sie bei der Anpassung nicht berücksichtigt.

In diesem Fall liefert eine Potenzfunktion (in Abbildung 6-4 grün dargestellt) unter Verwendung der Methode der kleinsten Quadrate (siehe z. B. Papula, 2011) in der Form

$$R_{60min}(\log(A_{EO})) = \begin{cases} a \cdot \log(A_{EO})^b + c & \text{für } R_{60min}(\log(A_{EO})) \leq 1 \\ 1 & \text{für } R_{60min}(\log(A_{EO})) > 1 \end{cases} \quad (6.2)$$

die beste Anpassungsgüte. Wobei $\log(A_{EO})$ die logarithmierte Einzugsgebietsgröße darstellt. a , b und c hingegen sind die ermittelten Funktionsparameter. Da die Funktion bei sehr großen Einzugsgebietsgrößen Werte größer 1 annehmen kann, wird die Potenzfunktion nur für $R_{60min} \leq 1$ definiert; Werte darüber hinaus werden mit $R_{60min} = 1$ angesetzt. Tabelle 6-1 stellt die Funktionsparameter sowie die Einzugsgebietsgrößen A_{EO} in Abhängigkeit des Bemessungsabflusses dar, bei denen die Ausgleichsfunktion den Wert von $R_{60min} = 0,95$, bzw. $R_{60min} = 0,98$ erreicht.

Tabelle 6-1: Parameter der Potenzfunktionen für die Hochwasserabflüsse HQ_T für $T = 100, 50, 20$ und 10 a sowie die Einzugsgebietsgröße A_{EO} für $R_{60min} = 0,95$ und $R_{60min} = 0,98$

HQ_T	Funktionsparameter			$R_{60min} = 0,95$	$R_{60min} = 0,98$
	a	b	c	A_{EO} [km ²]	A_{EO} [km ²]
HQ_{100}	-0,2436	-0,3332	1,1180	21	250
HQ_{50}	-0,2221	-0,3231	1,1110	15	170
HQ_{20}	-0,2159	-0,2970	1,1151	12	130
HQ_{10}	-0,2067	-0,2910	1,1119	10	110

Für die Berechnung eines Hochwasserabflusses z. B. mit dem Wiederkehrintervall $T = 100$ a auf Basis einer Abflusszeitreihe mit $\Delta t = 60$ min, können bei einer Fehlertoleranz von 5 % somit Pegel mit Einzugsgebietsgrößen von $A_{EO} > 21$ km² verwendet werden. Bei Abflusszeitreihen kleinerer Einzugsgebiete ist damit zu rechnen, dass die Ergebnisse den tatsächlichen Bemessungswert unterschätzen. Zur Bestimmung eines HQ_{50} hingegen, reduziert sich die erforderliche Einzugsgebietsgröße auf $A_{EO} > 15$ km², für das HQ_{20} auf $A_{EO} > 12$ km² und für das HQ_{10} auf $A_{EO} > 10$ km². Sollte die Forderung nach einer geringeren Fehlertoleranz, beispielsweise 2 % (d. h. $R_{60min} = 0,98$) bestehen, führt das zu einer Erhöhung der notwendigen Einzugsgebietsgrößen um etwa das Zehnfache wie in Tabelle 6-1 aufgeführt ist. Somit lässt sich festhalten, dass die Verwendung von Stundenmittelwerten des Abflusses bei Einzugsgebieten von $A_{EO} > 250$ km² zu präzisen Ergebnissen bei der Ermittlung von Hochwasserereignissen bestimmter Jährlichkeiten führt.

Analog zu der Vorgehensweise zur Ermittlung der R_{60min} -Werte lassen sich im nächsten Schritt die Verhältnisse der HQ_T auf Basis der 24 h Ausgangszeitreihe bestimmen. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Abbildung 6-5 dargestellt. Wie zu erwarten war, liegen die Werte von R_{24h} deutlich unter denen von R_{60min} . Dies ist damit zu erklären, dass der Informationsverlust durch die Diskretisierung auf Tagesmittelwerte wesentlich größer ist als auf Stundenmittelwerte. Weiterhin ist zu erkennen, dass die Varianz von R_{24h} mit abnehmender Einzugsgebietsgröße deutlich zunimmt.

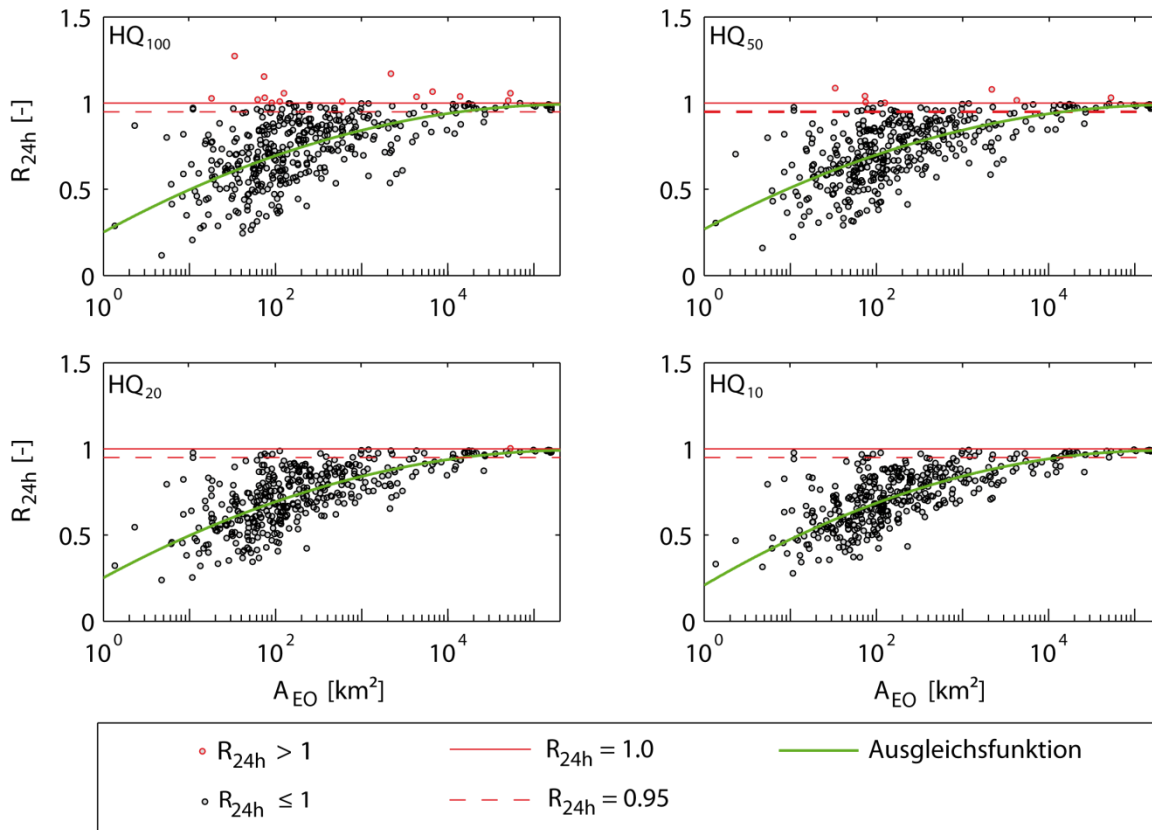


Abbildung 6-5: Verhältnis der Hochwasserereignisse der Jährlichkeiten $T = 100, 50, 20, 10$ a aus 15 min- und 24 h-Abflusszeitreihen, sowie die angepasste Ausgleichsfunktion; $R_{24h} = 0.95$ stellt eine Fehlertoleranz von 5 % dar

Für Einzugsgebietsgrößen von $A_{EO} > 20.000 \text{ km}^2$ liegen bei allen vier HQ_T die meisten Werte innerhalb der 5 % Fehlertoleranz ($R_{24h} > 0,95$). Im Bereich kleinerer Einzugsgebiete hingegen, ergeben sich größtenteils nur noch Werte im Bereich von $0,20 > R_{24h} > 0,95$.

Wie auch in der vorherigen Betrachtung wird eine Ausgleichsfunktion mittels der Methode der kleinsten Quadrate an die vier Stichproben angepasst. In diesem Fall eignet sich eine Polynomfunktion 2. Grades in der Form

$$R_{24h}(\log(A_{EO})) = \begin{cases} p_1 \cdot (\log(A_{EO}))^2 + p_2 \cdot \log(A_{EO}) + p_3 & \text{für } R_{24h}(\log(A_{EO})) \leq 1 \\ 1 & \text{für } R_{24h}(\log(A_{EO})) > 1 \end{cases} \quad (6.3)$$

am besten. Auch hier wird die Polynomfunktion lediglich für R_{24h} -Werte ≤ 1 definiert, da sie rechnerisch bei großen Einzugsgebieten Werte > 1 annimmt.

Unter Berücksichtigung dieser Ausgleichsfunktionen kann beispielsweise ein Hochwasserabfluss der Jährlichkeit $T = 100$ a auf Basis von Tagesmittelwerten erst ab einer Einzugsgebietsgröße von $A_{EO} = 24.000 \text{ km}^2$ verlässlich innerhalb eines Fehlertoleranzbereichs von 5 % bestimmt werden. Reduziert man den Toleranzbereich auf

2 %, erhöht sich die minimale Einzugsgebietsgröße sogar auf $A_{EO} > 85.400 \text{ km}^2$. Die Funktionsparameter sowie die erforderlichen Einzugsgebietsgrößen für $R_{24h} = 0,95$ und $R_{24h} = 0,98$ sind für die untersuchten Jährlichkeiten T in Tabelle 6-2 zusammenfassend dargestellt.

Tabelle 6-2: Parameter der Polynomfunktionen für die Hochwasserabflüsse HQ_T für $T = 100, 50, 20$ und 10 a sowie die Einzugsgebietsgröße für $R_{24h} = 0,95$ und $R_{24h} = 0,98$ in Abhängigkeit der Einzugsgebietsgröße A_{EO}

HQ_T	Funktionsparameter			$R_{24h} = 0,95$	$R_{24h} = 0,98$
	p_1	p_2	p_3	$A_{EO} [\text{km}^2]$	$A_{EO} [\text{km}^2]$
HQ_{100}	-0,00328	0,09404	0,33510	24.000	85.400
HQ_{50}	-0,00346	0,09751	0,32310	20.100	67.000
HQ_{20}	-0,00371	0,10170	0,30840	18.600	64.000
HQ_{10}	-0,00372	0,10260	0,30220	18.000	58.900

6.2.4 Diskussion der erzielten Ergebnisse

Die Untersuchungen in den vorangegangenen Abschnitten haben gezeigt, dass die Diskretisierung von Abflusszeitreihen einen bedeutenden Einfluss auf die statistische Ermittlung von Hochwasserabflüssen bestimmter Jährlichkeiten hat. Insbesondere bei kleinen Einzugsgebieten (z. B. $A_{EO} < 1000 \text{ km}^2$) und großen Diskretisierungsperioden (z. B. $\Delta t = 24 \text{ h}$) ist der Informationsverlust durch die Diskretisierung derart groß, dass eine zuverlässige Ermittlung der Hochwasserabflüsse verschiedener Jährlichkeiten nicht mehr möglich erscheint. Die hier vorgestellten Ergebnisse unterstreichen daher nochmals die Notwendigkeit, für die statistische Ermittlung von Bemessungsabflüssen möglichst hochaufgelöste Zeitreihen als Grundlage zu verwenden. Häufig stehen in der Praxis aber nur diskretisierte Zeitreihen in Form von Stunden- oder Tagesmittelwerten zur Verfügung. Dies ist insbesondere für Aufzeichnungsperioden in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts der Fall, in der noch keine kontinuierliche Erfassung von Wasserständen bzw. Abflüssen flächendeckend verfügbar war. Für diese Situation können die hier ermittelten Ausgleichsfunktionen dazu verwendet werden, die Ergebnisse auf Basis der diskretisierten Zeitreihen in Abhängigkeit der betrachteten Einzugsgebietsgröße mit einem Korrekturfaktor zu versehen.

Da durch die Behörden lediglich Abflusszeitreihen mit einer zeitlichen Auflösung von $\Delta t = 15 \text{ min}$ bereitgestellt werden konnten, ist anzumerken, dass die durchgeführte Untersuchung auf bereits diskretisierten Zeitreihen basiert. Das bedeutet, die

Ausgangszeitreihen beinhalten bereits einen, wenn auch geringen, Informationsverlust, der an dieser Stelle keine Berücksichtigung finden kann. Aus diesem Grund ist zu empfehlen, weitere Untersuchungen in dieser Richtung durchzuführen und, wenn möglich, auf Basis tatsächlicher Abflussscheitelwerte ebenfalls den Einfluss einer Diskretisierung mit $\Delta t = 15$ min auf die statistische Ermittlung von T -jährlichen Hochwasserabflüssen abzuschätzen. Des Weiteren ist anzumerken, dass aufgrund der zur Verfügung stehenden Daten in den Untersuchungen lediglich die Einzugsgebietsgröße A_{EO} als einflussnehmender Parameter berücksichtigt werden konnte. Es ist jedoch davon auszugehen, dass zusätzliche klimatologische (z. B. Niederschlagshöhe und -verteilung, Verdunstung, Jahreszeit etc.) und hydrologische (z. B. Längsgefälle, Einzugsgebietsform, Landnutzung etc.) Parameter einen mitunter starken Einfluss auf die Höhe der Abflussänderung innerhalb eines Diskretisierungszeitschritts haben und somit auch die dargestellten Ergebnisse beeinflussen können. Von den Behörden konnten keine entsprechenden Daten zur Verfügung gestellt werden, so dass sie in dieser Arbeit keine Berücksichtigung finden konnten. Es gilt daher in weiteren Untersuchungen auf Basis einer breiteren Datengrundlage zu untersuchen, inwieweit diese Faktoren die hier aufgeführten Ergebnisse beeinflussen.

6.3 Verwendung bei multivariaten Analysen

Lässt man den Einfluss der Datendiskretisierung auf die Randverteilungen zweier oder mehrerer Variablen außer Acht, verbleibt bei der bivariaten Betrachtung im Wesentlichen der Einfluss auf die Abhängigkeitsstruktur der Variablen. In dieser Arbeit werden multivariate statistische Verfahren zur Ermittlung kombinierter Eintrittswahrscheinlichkeiten von Hochwasserereignissen an Flussmündungen angewendet. Daher ist es naheliegend, dass die Eignung von diskretisierten Abflussdaten ebenfalls für diese Anwendung untersucht wird. Es ist jedoch darauf hinzuweisen, dass die daraus abgeleiteten Schlussfolgerungen nicht notwendigerweise auch für die Betrachtung anderer Parameter, wie beispielsweise Hochwasserscheitel und -fülle, Gültigkeit besitzen.

6.3.1 Verwendete Methodik

Für die Bestimmung des Einflusses der Datendiskretisierung auf die Abhängigkeitsstruktur von Hochwasserscheitelwerten an Flussmündungen werden hochaufgelöste, d. h. 15 min und zeitlich überlappende Abflusszeitreihen von zusammenfließenden Gewässern (Pegelpaare) oberhalb ihrer Mündung herangezogen. Auf Basis dieser Abflussdaten werden zunächst die jährlichen Maximalabflüsse des Hauptgewässers HG_{MAX} unter Berücksichtigung des Unabhängigkeitskriteriums nach Svensson et al. (2005) ermittelt und anschließend die zeitgleich aufgetretenen Abflüsse des Nebengewässers NG_{SIM} bestimmt. Somit erhält man für jede n Jahre langen Zeitreihen eine bivariate Stichprobe HG_{MAX}/NG_{SIM} der Größe n . Da die Maximalwerte im Haupt- und Nebengewässer nicht immer zeitgleich aufgetreten sein müssen, wird analog zur zuvor beschriebenen Vorgehensweise eine zweite Stichprobe der jährlichen Maximalabflüsse im Nebengewässer NG_{MAX} und den simultan aufgetretenen Abflüssen im Hauptgewässer HG_{SIM} gebildet. Diese Stichprobe HG_{SIM}/NG_{MAX} besitzt ebenfalls die Länge n . Für beide Stichproben lässt sich anschließend die Abhängigkeit über ein entsprechendes Maß berechnen. Wie in Abschnitt 5.2 bereits dargestellt, bietet sich dafür der rangbasierte Korrelationskoeffizient τ nach Kendall an. Diese Vorgehensweise wird ebenfalls in NCHRP (2013) verwendet um nachzuweisen, dass Abflusszeitreihen mit $\Delta t = 24$ h für die Verwendung in der bivariaten Analyse verwendet werden können. Da Kendalls τ aber kein Maß für die *tail dependence* liefert, wird in dieser Untersuchung zusätzlich der obere TDC λ_U nach Gleichung (5.7) für die Stichproben berechnet. Als maßgebende Grenzwerte werden $w = 0,5$ und $w = 0,7$ gewählt. So können neben der Rangkorrelation zusätzliche Informationen über eine Veränderung der Abhängigkeitsstruktur von extremen Hochwasserabflüssen im Haupt- und Nebengewässer gewonnen werden.

Im nächsten Schritt werden die Ausgangszeitreihen jedes Pegelpaares wie in der univariaten Untersuchung in Abschnitt 6.2 auf 60 min diskretisiert und die bivariaten Stichproben HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} werden erneut bestimmt sowie die entsprechenden Abhängigkeitsmaße τ und λ_U berechnet. Ein Vergleich der Abhängigkeitsmaße auf Basis der 15 min-Zeitreihe und der 60 min-Zeitreihe gibt dann Aufschluss über die Änderung der Abhängigkeitsstruktur. Dieselbe Vorgehensweise wird im Anschluss für eine Diskretisierungsperiode von $\Delta t = 24$ h durchgeführt.

6.3.2 Vorhandene Datengrundlage

Wie bei den Untersuchungen in Abschnitt 6.2, wurden über das LANUV NRW und das Bayerische LfU Abflusszeitreihen mit einer zeitlichen Auflösung von $\Delta t = 15$ min bezogen. Im Gegensatz zu der univariaten Untersuchung, werden in diesem Fall Abflusszeitreihen sowohl am Haupt- als auch am Nebengewässer einer Mündung benötigt. Neben der zeitlichen Auflösung wurden folgende Anforderungen an die Zeitreihen gestellt:

- Abstand zur Gewässermündung maximal 15 km,
- überlappende Aufzeichnungsdauer beider Pegel von mindestens 20 Jahren,
- keine Aufzeichnungslücken,
- keine Beeinflussungen durch Speicher im Oberlauf, Rückstau o. ä.

Da diese Kriterien zu einer relativ geringen Datenbasis führen, werden ebenfalls Gewässermündungen berücksichtigt, an denen Pegel an einem der beiden Gewässer oberhalb der Mündung und am Hauptgewässer unterhalb der Mündung gelegen sind. Sofern keine wesentlichen Zuflüsse zwischen der Mündung und dem unterhalb gelegenen Pegel einmünden, wird aus beiden Abflusszeitreihen durch einfache Differenzenbildung ein synthetischer Zufluss am unbepegelten Gewässer oberhalb der Mündung berechnet. Insgesamt entsprechen 56 Pegelpaare den o. g. Anforderungen und werden für die Untersuchungen verwendet. Abbildung 6-6 stellt die räumliche Verteilung der Pegelpaare und die überlappenden Aufzeichnungsdauer zusammenfassend dar.

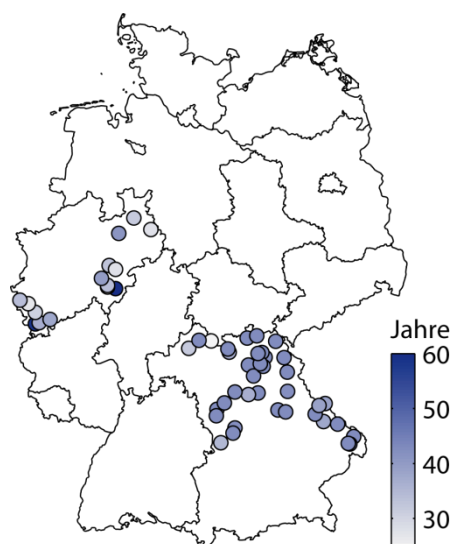


Abbildung 6-6: Verfügbare Abflusszeitreihen von Haupt- und Nebengewässer oberhalb von Gewässermündungen mit einer zeitlichen Auflösung $\Delta t = 15$ min in Nordrhein-Westfalen und Bayern

6.3.3 Ergebnisse der Untersuchungen

Die Änderung der Abhängigkeitsstruktur infolge der Datendiskretisierung lässt sich grafisch sinnvoll darstellen. Dazu werden die Korrelationskoeffizienten von HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} , welche auf Basis der 15 min-Ausgangszeitreihe bestimmt werden (τ_{15min}), gegen die Korrelationskoeffizienten der diskretisierten Zeitreihen aufgetragen (τ_{60min} bzw. τ_{24h}). Zur analytischen Beschreibung der Abweichung zwischen τ_{15min} und τ_{60min} bzw. τ_{24h} wird zusätzlich noch das Bestimmtheitsmaß R^2 berechnet, welches sich im Falle einer linearen Regression durch das Quadrat des Pearson'schen Korrelationskoeffizienten r_P ergibt. In Abbildung 6-7 sind die Ergebnisse für alle Varianten dargestellt.

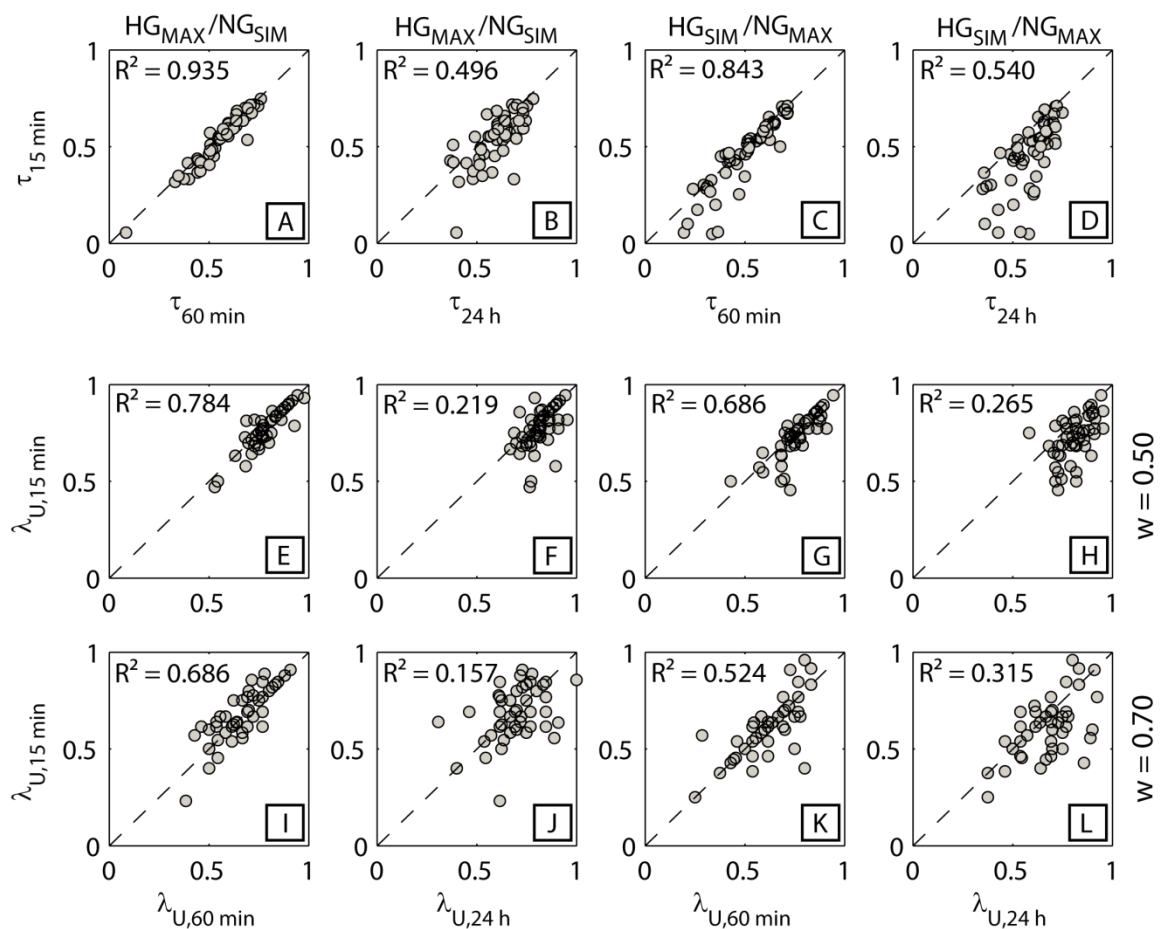


Abbildung 6-7: Korrelationskoeffizienten τ (oben) und obere Tail Dependence Coefficients λ_U die auf Basis von 15 min-Abflusszeitreihen und mit $\Delta t = 60$ min, bzw. $\Delta t = 24$ h diskretisierte Zeitreihen für HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} mit einem Grenzwert von $w = 0,5$ (mittig) und $w = 0,7$ (unten) bestimmt wurden

In der oberen Zeile von Abbildung 6-7 sind die Korrelationskoeffizienten $\tau_{15min}/\tau_{60min}$ bzw. τ_{15min}/τ_{24h} der 56 Pegelpaare jeweils für HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass eine Diskretisierung mit $\Delta t = 60$ min einen geringen Einfluss auf den Korrelationskoeffizienten hat. Bei HG_{MAX}/NG_{SIM} liegen nahezu alle Werte auf der

Diagonalen (in Abbildung 6-7, A), was bedeutet, dass die berechneten τ -Werte nach der Diskretisierung weitgehend den „wahren“ Werten entsprechen. Das spiegelt sich auch in dem relativ hohen Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,935$ wieder. Ähnliche Ergebnisse erhält man für die Stichprobe von HG_{SIM}/NG_{MAX} (C). Hier resultiert R^2 zu 0,843. Allerdings weichen die Werte im unteren Bereich stärker ab und sind nach der Diskretisierung tendenziell etwas höher. Eine Diskretisierung mit $\Delta t = 24$ h führt sowohl bei HG_{MAX}/NG_{SIM} (Abbildung 6-7, B) als auch bei HG_{SIM}/NG_{MAX} (Abbildung 6-7, D) zu einer größeren Streuung um die Diagonale, was sich auch in entsprechend geringeren R^2 -Werten widerspiegelt. Auch hier fallen die Werte von τ_{24h} tendenziell etwas höher aus als die Werte von τ_{15min} . Ein ähnliches Muster findet sich bei der Betrachtung der Änderung des oberen TDC mit einem Grenzwert von $w = 0,5$ (Abbildung 6-7, mittlere Reihe E – H). Eine Diskretisierung mit $\Delta t = 60$ min führt zu generell höheren Übereinstimmungen der Werte von λ_U als eine Diskretisierung mit $\Delta t = 24$ h. Wie bei dem Korrelationskoeffizienten fallen auch die λ_U -Werte nach der Diskretisierung etwas höher aus als bei der 15 min-Zeitreihe. Deutlich ist das in Abbildung 6-7, mittlere Reihe G und H zu erkennen. Noch stärkere Abweichungen lassen sich bei der Betrachtung des oberen TDC mit einem Grenzwert von $w = 0,7$ feststellen (Abbildung 6-7, untere Reihe I – L). Hier resultiert R^2 für $\lambda_{U,15min}/\lambda_{U,60min}$ zu 0,686 bei HG_{MAX}/NG_{SIM} und 0,524 bei HG_{SIM}/NG_{MAX} . Der Wert von R^2 für die Stichprobe HG_{MAX}/NG_{SIM} (HG_{SIM}/NG_{MAX}) für $\lambda_{U,15min}/\lambda_{U,24h}$ resultiert sogar nur noch zu 0,157 (0,315).

6.3.4 Diskussion der Ergebnisse

Mit den Ergebnissen nach Abschnitt 6.3.3 lässt sich feststellen, dass sich – wie in der univariaten Untersuchung auch – mit zunehmender Diskretisierungsperiode die statistische Eigenschaft der bivariaten Stichprobe, d. h. die Abhängigkeitsstruktur ändert. Tendenzuell findet eine leichte Erhöhung der Abhängigkeitsmaße τ und λ_U durch die weitere Diskretisierung statt. Für die Ermittlung der kombinierten Hochwasserwahrscheinlichkeiten an dem Zusammenfluss von Gewässern würde dies zu einer tendenziell höheren Wahrscheinlichkeit führen, dass Hochwasserereignisse zeitgleich aus beiden Gewässern im Mündungsgebiet auftreten. Anders als bei der Untersuchung im univariaten Fall (vgl. Abschnitt 6.2), lässt sich hier jedoch kein Ansatz ableiten, um die Änderung der kombinierten Hochwasserwahrscheinlichkeit im Hinblick auf einen oder mehrere einzugsgebietspezifischen Parameter belastbar zu quantifizieren. Dies liegt vor allem

daran, dass die zur Verfügung stehende Datenbasis mit 56 Pegelpaaren für tiefergehende Untersuchungen nicht ausreichend groß ist. Dennoch kann unter Berücksichtigung der gewonnenen Erkenntnisse eine bessere Interpretation der Ergebnisse aus einer bivariaten Analyse erfolgen. Es ist auch hier zu empfehlen weitere Untersuchungen auf einer breiteren Datenbasis durchzuführen.

7 Zum Einfluss von Instationaritäten auf die Ermittlung bivariater Bemessungsgrößen

7.1 Einführung

Bei hydro-meteorologischen Daten kann nicht grundsätzlich von Stationarität und Unabhängigkeit ausgegangen werden (Khaliq et al., 2006). Die Gründe hierfür wurden bereits eingehend in Abschnitt 4.6 aufgeführt. Auch gibt es zahlreiche wissenschaftliche Arbeiten, die sich mit dem Einfluss von Instationaritäten auf die univariate Ermittlung von Bemessungsgrößen im Kontext wasserbaulicher und hydrologischer Fragestellungen befassen (z. B. Jensen, 1985; Mudersbach und Jensen, 2010; Salas und Obeysekera, 2014). Die Anwendung von instationären, multivariaten Verfahren hat bisher jedoch kaum Beachtung bei wissenschaftlichen Arbeiten gefunden. Zhang (2005) hat instationäre Randverteilungen in Verbindung mit konditionalen Copulas angewendet, die Abhängigkeitsstruktur der Variablen wurde aber als stationär betrachtet. Corbella und Stretch (2012) haben ebenfalls instationäre Randverteilungen in Verbindung mit konditionalen Copulas angewendet, aber auch hier wurde die Abhängigkeitsstruktur als stationär betrachtet. Chebana et al. (2013) testeten multivariate Stichproben auf mögliche Trends in der Abhängigkeit und erwähnen die Möglichkeit einer zeitabhängigen Ermittlung von Copula-Parametern. Allerdings findet keine Anwendung eines vollständig instationären, multivariaten Modells statt.

In diesem Abschnitt soll der Einfluss von Instationaritäten in zwei zu modellierenden Zeitreihen, sowie in ihrer Abhängigkeitsstruktur untersucht werden. Dazu wird ein vollständiges instationäres, bivariates Copula-Modell entwickelt und beispielhaft auf eine Zeitreihe angewendet. Die Ergebnisse sind ebenfalls detailliert in Bender et al. (2014) dargestellt.

7.2 Methodik

Bei der Anwendung von bivariaten Copula-Modellen ist es grundsätzlich möglich, dass Instationaritäten in den Randverteilungsfunktionen und auch in der Abhängigkeitsstruktur der zu modellierenden Variablen auftreten. Dazu werden zum einen Änderungen der beiden Randverteilungen von (X,Y) und zum anderen Änderungen in der Abhängigkeitsstruktur zwischen X und Y erfasst. Die Zufallsvariablen X und Y werden mit der instationären Form der GEV modelliert (Coles, 2001):

$$GEV(x/y, t) = \exp \left[- \left(1 + \zeta(t) \cdot \frac{x/y - \mu(t)}{\sigma(t)} \right)^{-\frac{1}{\zeta(t)}} \right] \quad (7.1)$$

Wobei x/y den jeweils zu modellierenden Merkmalswert darstellt, $\mu(t)$ den zeitabhängigen Lageparameter, $\sigma(t)$ den zeitabhängigen Streuungsparameter und $\zeta(t)$ den zeitabhängigen Krümmungsparameter der Verteilungsfunktion. Die Parameterschätzung wird unter Verwendung eines in Abschnitt 4.9 beschriebenen Schätzverfahrens für ein gleitendes Zeitfenster der Länge z durchgeführt. Dabei ist z so zu wählen, dass zwei wesentliche Anforderungen erfüllt sind. Zum einen muss die Stichprobe eines jeden Zeitfensterschrittes stationär sein bzw. das *i.i.d.*-Kriterium erfüllen und zum anderen muss z so groß gewählt werden, dass eine gute Anpassung der Randverteilungen sowie der Copula-Funktion möglich ist.

Beginnend mit dem ersten Zeitfenster der Länge z , wird das Zeitfenster jeweils um einen Zeitschritt Δz verschoben und für jedes neue Zeitfenster werden die Parameter der Verteilungsfunktion für das jeweilige Ende des Zeitfensters geschätzt (vgl. Abbildung 7-1).

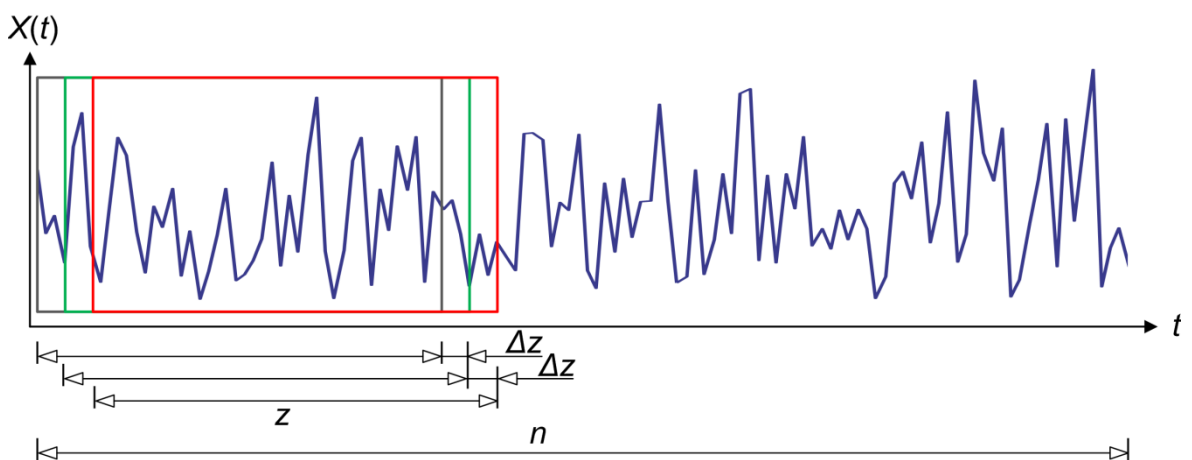


Abbildung 7-1: Schematische Darstellung eines gleitenden Zeitfenstermodells

Als Ergebnis erhält man n -z-lange, nicht-parametrische Zeitreihen der Verteilungsparameter. Sofern diese Zeitreihen einen signifikanten Trend aufweisen, ist die Verwendung eines instationären Modells für die Randverteilungen sinnvoll.

Zur Berücksichtigung einer instationären Abhängigkeitsstruktur werden die Archimedischen Copulas Clayton, Frank, Gumbel und Ali-Mikhail-Haq (vgl. Abschnitt 5.4.1, Tabelle 5-1) mit einem zeitabhängigen Parameter $\theta(t)$ erweitert, wie in Tabelle 7-1 dargestellt. Grundsätzlich ist eine zeitabhängige Parameterermittlung für alle gängigen Copula-Funktionen möglich und beschränkt sich nicht nur auf die Familie der Archimedischen Copulas. Die Parameterschätzung für die Stichprobe (x,y) eines jeden Zeitfensters kann mit einer der in Abschnitt 5.4.2 dargestellten Methoden durchgeführt werden, so dass man – wie bei den Randverteilungen auch – eine n -z-lange, nicht-parametrische Zeitreihe des Copula-Parameters θ erhält.

Tabelle 7-1: Archimedische Copula-Funktionen mit zeitabhängigem Copula-Parameter $\theta(t)$, zeitabhängiger Generator-Funktion $\varphi(w,t)^*$ und dem Wertebereich von θ

Copula Funktion $C_{\theta(t)}$	Generator $\varphi(w,t)^*$	Wertebereich von θ
Clayton $\left[u^{-\theta(t)} + v^{-\theta(t)} - 1 \right]^{-\frac{1}{\theta(t)}}$	$w^{-\theta(t)} - 1$	$[0, \infty)$
Frank $-\frac{1}{\theta(t)} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta(t)u} - 1)(e^{-\theta(t)v} - 1)}{e^{-\theta(t)} - 1} \right]$	$-\ln \left(\frac{(e^{-\theta(t)w} - 1)}{e^{-\theta(t)} - 1} \right)$	$-\ln(-\infty, \infty) \setminus \{0\}$
Gumbel $\exp \left\{ - \left[(-\ln u)^{\theta(t)} + (-\ln v)^{\theta(t)} \right]^{\frac{1}{\theta(t)}} \right\}$	$(-\ln w)^{\theta(t)}$	$[1, \infty)$
Ali-Mikhail-Haq $\frac{uv}{1 - \theta(t)(1-u)(1-v)}$	$\ln \left(\frac{1 + \theta(t)(w-1)}{w} \right)$	$[-1, 1)$

* $w = u$ oder $w = v$

Mit den zeitabhängigen Parametern der Randverteilungen sowie dem zeitabhängigen Copula-Parameter lassen sich im nächsten Schritt die Quantil-Isolinien und entsprechende Bemessungsereignisse unter Berücksichtigung der zeitlichen Variation der Verteilungsparameter darstellen.

7.3 Beispielhafte Anwendung auf eine Abflusszeitreihe

7.3.1 Datengrundlage

Die zuvor dargestellte Methodik wird beispielhaft an den Parametern Hochwasserabflussscheitel Q und den korrespondierenden Volumen der Hochwasserwellen V des Abflusses am Rhein angewendet. Für die Untersuchungen steht die Abflussreihe des Pegels Worms (Pegel-Nr. 23900204) von 1819 bis 2011 in Form von Tagesmittelwerten zur Verfügung. Das Einzugsgebiet oberhalb des Pegels beträgt $A_{EO} = 68.827 \text{ km}^2$, so dass der Informationsverlust infolge der Datendiskretisierung als minimal betrachtet werden kann und somit eine statistische Modellierung der Hochwasserscheitelwerte Q ohne nennenswerte Ungenauigkeiten möglich ist (vgl. Abschnitt 6). Obwohl sich der Pegel Worms etwa 443 km vor der Mündung in die Nordsee befindet (Abbildung 7-2), wird der Pegel als repräsentativ für das Abflussverhalten des gesamten Rheins betrachtet.



Abbildung 7-2: Lage des als Fallstudie gewählten Pegels Worms am Rhein

Der mittlere tägliche Abfluss am Pegel Worms beträgt $MQ = 1.382 \text{ m}^3/\text{s}$ mit einer Standardabweichung von $s = 583 \text{ m}^3/\text{s}$. Der höchste Abfluss wurde am 29. Dezember 1882 mit $HHQ = 5.498 \text{ m}^3/\text{s}$ gemessen.

Das Einzugsgebiet des Rheins hat sich im Laufe des zwanzigsten Jahrhunderts stark verändert, was ebenfalls zu einer Änderung im Abflussregime des Rheins geführt hat. Als wesentliche Ursachen sind die Errichtung von Speicherräumen und Deichen sowie andere wasserbauliche Maßnahmen zu nennen (Lammersen et al. 2002).

Obwohl keine verlässlichen Informationen über Änderungen der Landnutzung oberhalb des Pegels Worms verfügbar sind, ist davon auszugehen, dass in den letzten hundert Jahren auch dort eine starke Zunahme an urbanen und landwirtschaftlichen Flächen und einer Abnahme der natürlichen Vegetationsflächen zu verzeichnen war, was ebenfalls einen Einfluss auf das Abflussregime hatte. Im Jahr 2009 bestand das Gesamteinzugsgebiet des Rheins aus ca. 42 % Waldfläche, 50 % landwirtschaftlich genutzter Fläche, 5 % Siedlungen und etwa 3 % anderweitig genutzter Fläche (Hurkmans et al., 2009).

7.3.2 Tests auf Instationarität

Im ersten Schritt werden die AMAX-Abflüsse aus der gesamten Abflusszeitreihe extrahiert. Als Unabhängigkeitskriterium zwei konsekutiver Abflüsse wird aufgrund der Einzugsgebietsgröße des Pegels ein zeitlicher Abstand von 10 Tagen nach Svensson et al. (2004) (vgl. Abschnitt 4.5) verwendet. Anschließend werden die Parameter der instationären GEV mit einem gleitenden Zeitfenster unter Verwendung der Wahrscheinlichkeitsgewichteten Momentenmethode (vgl. Abschnitt 4.9) geschätzt. Bei der Wahl einer Zeitfensterlänge von $n = 50$ a kann in keiner der so gewonnenen Zeitreihen ein signifikanter Trend auf dem 95 %-Konfidenzniveau detektiert werden. Die Zeitfensterlänge wird daher auf $n = 50$ a festgelegt. Außerdem wird angenommen, dass diese Zeitfensterlänge ausreicht um die Parameter der Randverteilung sowie die Copula-Parameter verlässlich bestimmen zu können. Die daraus resultierenden zeitabhängigen Parameter der Verteilungsfunktion sind in Abbildung 7-3 dargestellt. Es ist anzumerken, dass bei einer Schätzung des Krümmungsparameter ξ in Abhängigkeit der Zeit die Unsicherheiten (d. h. die Konfidenzbereiche) des statistischen Modells unproportional groß werden (Coles, 2001). Der Vollständigkeit halber wird der Krümmungsparameter dennoch in Abhängigkeit der Zeit bestimmt und im Weiteren berücksichtigt. Als nächstes werden Trendgeraden an die Zeitreihen der drei Verteilungsparameter über die Methode der kleinsten Quadrate (z. B. Papula, 2011) angepasst. Die Bestimmung der Signifikanz des linearen Trends erfolgt vereinfacht mit einem modifizierten Mann-Kendall-Test für autokorrelierte Daten nach Hamed und Rao (1998) auf dem 95 %-Konfidenzniveau.

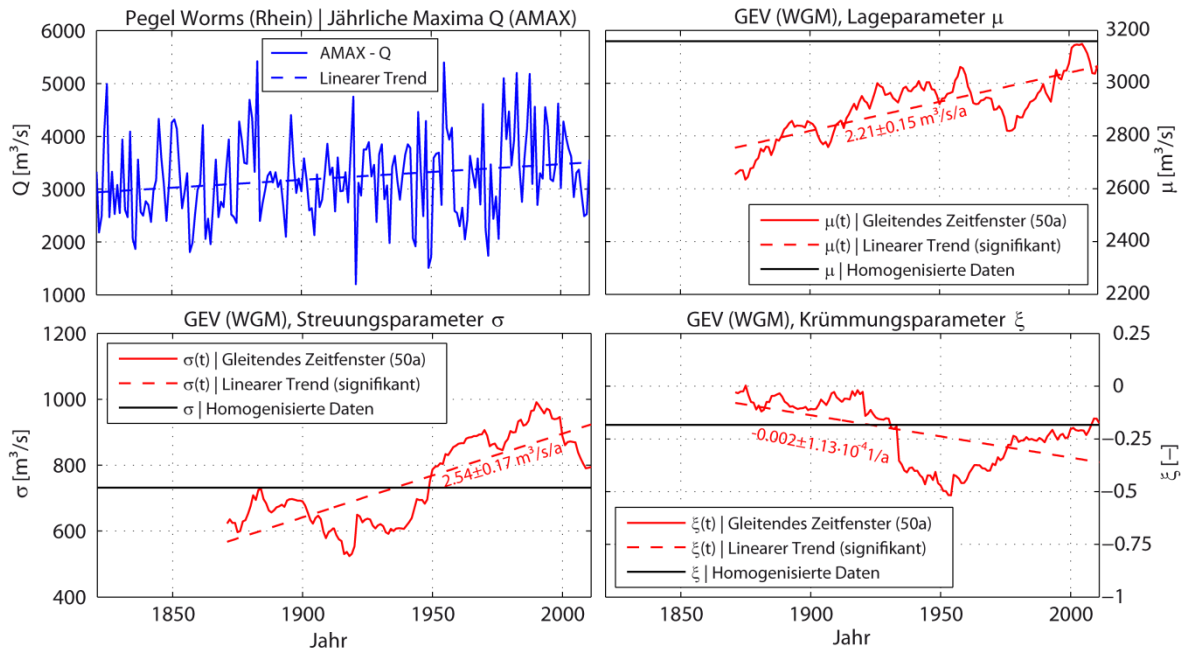


Abbildung 7-3: Zeitreihe der jährlichen Maximalabflüsse Q (oben links) und die zeitabhängigen Parameter der GEV der Lage (oben rechts), der Streuung (unten links) und der Krümmung (unten rechts)

Der Lage- und der Streuungsparameter weisen einen positiven Trend von $s_{T,\mu,Q} = 2,21 \text{ m}^3/\text{s/a}$ mit einem Standardfehler von $\pm 0,15 \text{ m}^3/\text{s/a}$ (Abbildung 7-3 oben rechts) bzw. $s_{T,\sigma,Q} = 2,54 \pm 0,17 \text{ m}^3/\text{s/a}$ (Abbildung 7-3, unten links) auf. Beide Trends sind signifikant auf dem 95 %-Konfidenzniveau. Der Krümmungsparameter weist hingegen einen leicht negativen aber ebenfalls signifikanten Trend von $s_{T,\xi,Q} = -0,002 \pm 1,13 \cdot 10^{-4} / \text{a}$ auf (Abbildung 7-3 unten rechts). Die schwarzen Linien in Abbildung 7-3 stellen zum Vergleich die Verteilungsparameter für die über den linearen Trend auf das Jahr 2011 homogenisierte AMAX-Zeitreihe dar.

Die Verteilungsparameter der gesamten homogenisierten Zeitreihe (schwarze Linien) liegen gewöhnlich im Bereich des Mittelwertes der zeitabhängigen Verteilungsparameter (rote Linien). Im Fall des Lageparameters ist allerdings zu erkennen, dass die schwarze Linie über der roten Linie liegt. Das ist darauf zurückzuführen, dass die AMAX-Zeitreihe einen starken positiven Trend von $s_{T,Q} = 2,58 \pm 1,02 \text{ m}^3/\text{s/a}$ aufweist (Abbildung 7-3, oben links) und deutlich über dem Trend des Lageparameters $s_{T,\mu,Q}$ liegt.

Zur Modellierung der korrespondierenden Hochwasservolumen V ist es notwendig, zunächst den Basisabfluss von dem Direktabfluss zu separieren, da es sich bei dem Basisabfluss um die Komponente handelt, die im Wesentlichen durch den Grundwasserzufluss zustande kommt und somit nicht im direkten Zusammenhang zu dem

hochwasserauslösenden Niederschlagsereignis steht, wie in Abbildung 7-4 dargestellt ist (Baumgartner und Liebscher, 1996).

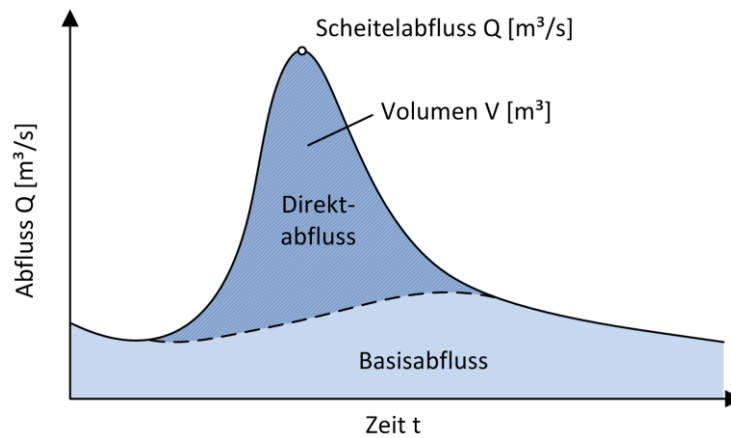


Abbildung 7-4: Schematische Darstellung einer Hochwasserganglinie und die Komponenten Direktabfluss und Basisabfluss

In diesem Fall wird ein rekursiver digitaler Filter zur Separation nach Nathan und McMahon (1990) mit einem Filterparameter von 0,925 verwendet. Diese häufig verwendete Methode (z. B. Serinaldi und Grimaldi, 2011) verwendet Routinen aus der Signalverarbeitung und trennt den höher frequenten Direktabfluss von dem niederfrequenten Basisabfluss. Als Ergebnis erhält man eine Zeitreihe des Direktabflusses und kann auf Basis der Abflusszeitreihe für jeden jährlichen Maximalabfluss Q einer Hochwasserwelle die korrespondierende Fülle des Direktabflusses V bestimmen.

Analog zu der vorhergegangenen Anpassung der GEV an die AMAX-Zeitreihe des Abflusses werden im nächsten Schritt die zeitabhängigen Parameter der GEV für die korrespondierenden Volumen V bestimmt; die Ergebnisse sind in Abbildung 7-5 dargestellt.

Auch hier finden sich signifikante positive Trends auf dem 95 %-Konfidenzniveau. Die Ausgangszeitreihe der korrespondierenden Volumen weist einen Trend von $s_{T,V} = 0,07 \cdot 10^7 \pm 0,04 \cdot 10^7 \text{ m}^3/\text{a}$ auf (Abbildung 7-5, oben links). Für den Lageparameter der GEV resultiert der Trend zu $s_{T,\mu,V} = 0,12 \cdot 10^7 \pm 0,01 \cdot 10^7 \text{ m}^3/\text{a}$, für den Streuungsparameter hingegen zu $s_{T,\sigma,V} = 0,03 \cdot 10^7 \pm 0,01 \cdot 10^7 \text{ m}^3/\text{a}$. Der Trend des Krümmungsparameters ist leicht negativ mit $s_{T,\xi,V} = -1,38 \cdot 10^{-4} \pm 0,92 \cdot 10^{-4} \text{ 1/a}$ und nicht signifikant.

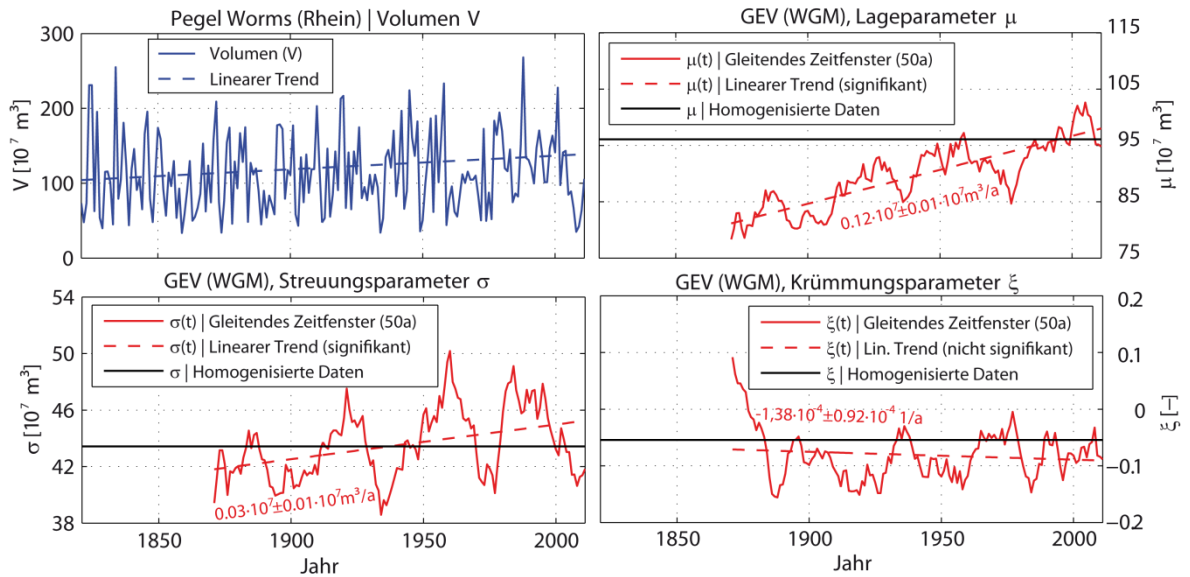


Abbildung 7-5: Wie Abbildung 7-3 entsprechend für die korrespondierenden Volumene V des Direktabflusses. Zur Bestimmung möglicher Änderungen in der Abhängigkeitsstruktur der beiden Variablen Q und V wird Kendalls τ (vgl. Abschnitt 5.2) ebenfalls für ein 50-jähriges gleitendes Zeitfenster berechnet. Auch hier wird für die Bestimmung des linearen Trends der modifizierte Mann-Kendall-Test verwendet. Abbildung 7-6 stellt die Ergebnisse der Berechnung dar.

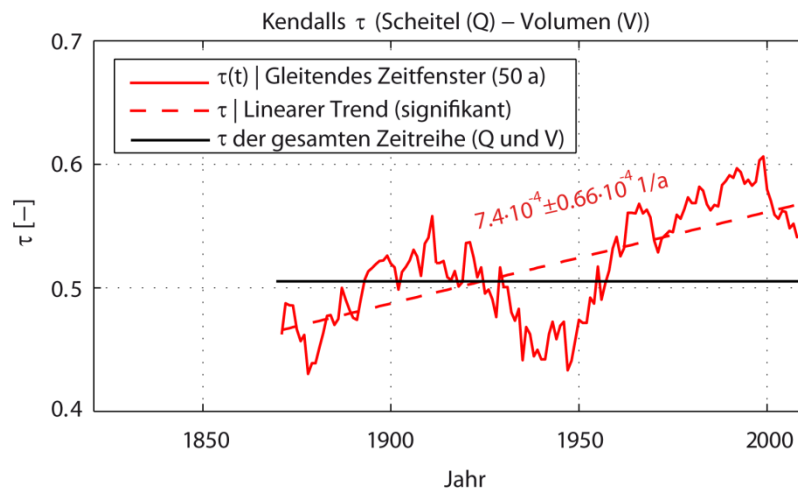


Abbildung 7-6: Zeitabhängiger Korrelationskoeffizient τ nach Kendall der jährlichen Maximalabflüsse Q und den korrespondierenden Hochwasservolumen V des Direktabflusses, sowie der lineare Trend

Es ist zu erkennen, dass Kendalls τ zwischen einem Maximalwert im Jahr 1999 von $\tau = 0,61$ und einem Minimalwert von $\tau = 0,43$ im Jahr 1873 variiert. Der lineare Trend berechnet sich zu $s_{T,\tau} = 7,40 \cdot 10^{-4} \pm 0,66 \cdot 10^{-4} \text{ 1/a}$ und ist ebenfalls signifikant auf dem 95 %-Konfidenzniveau. Die Korrelation über die gesamte Zeitspanne ergibt sich zu $\tau = 0,51$ (in Abbildung 7-6 als schwarze Linie dargestellt).

Somit weisen sechs der insgesamt sieben zu modellierenden Parameter einen signifikanten Trend auf, was die Verwendung eines instationären Modells rechtfertigt. Im nächsten Schritt werden dann die Parameter der Gumbel-, Frank-, Clayton- und Ali-Mikhail-Haq-Copula für die Stichproben von Q und V des gleitenden Zeitfensters ermittelt. Die Parameterschätzung erfolgt über die MPL-Methode (vgl. Abschnitt 5.4.2). Für jeden Zeitschritt wird zudem der Cramér-von-Mises-Test angewendet, um das Maß der Anpassungsgüte der Copulas zu bestimmen. Zur Bestimmung des Signifikanzniveaus des Anpassungstests, wird das in Abschnitt 5.5.1 beschriebene parametrische Bootstrapping-Verfahren nach Genest et al. (2006) angewendet. Im Anschluss werden für jedes Zeitfenster beispielhaft die Quantil-Isolinien mit einer gemeinsamen Überschreitungswahrscheinlichkeit von $P_U = 0,02$ berechnet. Bei Berücksichtigung der UND-Wiederkehrperiode (vgl. Abschnitt 5.6) ist Ereignissen mit dieser bivariaten Überschreitungswahrscheinlichkeit die Jährlichkeit $T^{\wedge} = 50$ a zuzuordnen. Obwohl bei praktischen hydrologischen Anwendungen in der Regel Ereignisse mit einer größeren Jährlichkeit benötigt werden, wird hier eine Jährlichkeit von $T^{\wedge} = 50$ a gewählt um die Unsicherheiten zu minimieren, die mit einer Extrapolation einhergehen.

Zur Veranschaulichung des Einflusses der Instationaritäten auf die beiden einzelnen Parameter Q und V wird neben der Bestimmung der Quantil-Isolinien noch der Punkt auf der Quantil-Isolinie bestimmt, bei dem die Copula ihre maximale Dichte aufweist (Gleichung (5.50)).

7.4 Ergebnisse

Es zeigt sich, dass die Frank-Copula größtenteils die beste Anpassungsgüte, d. h. den geringsten S_n -Wert (Gleichung (5.33)) erreicht. Außerdem ist die Frank-Copula die einzige hier berücksichtigte Copula, die bei allen Zeitschritten durchweg einen Signifikanzwert von $p \geq 0,05$ erreicht. Aus diesen Gründen wird ausschließlich die Frank-Copula zur Bestimmung der zeitabhängigen bivariaten Bemessungsereignisse verwendet. Die Ali-Mikhail-Haq-Copula führt bei keinem Zeitfenster zu einem Ergebnis, da die Copula nur für einen Wertebereich von $-1/3 \leq \tau \leq 1/3$ definiert ist.

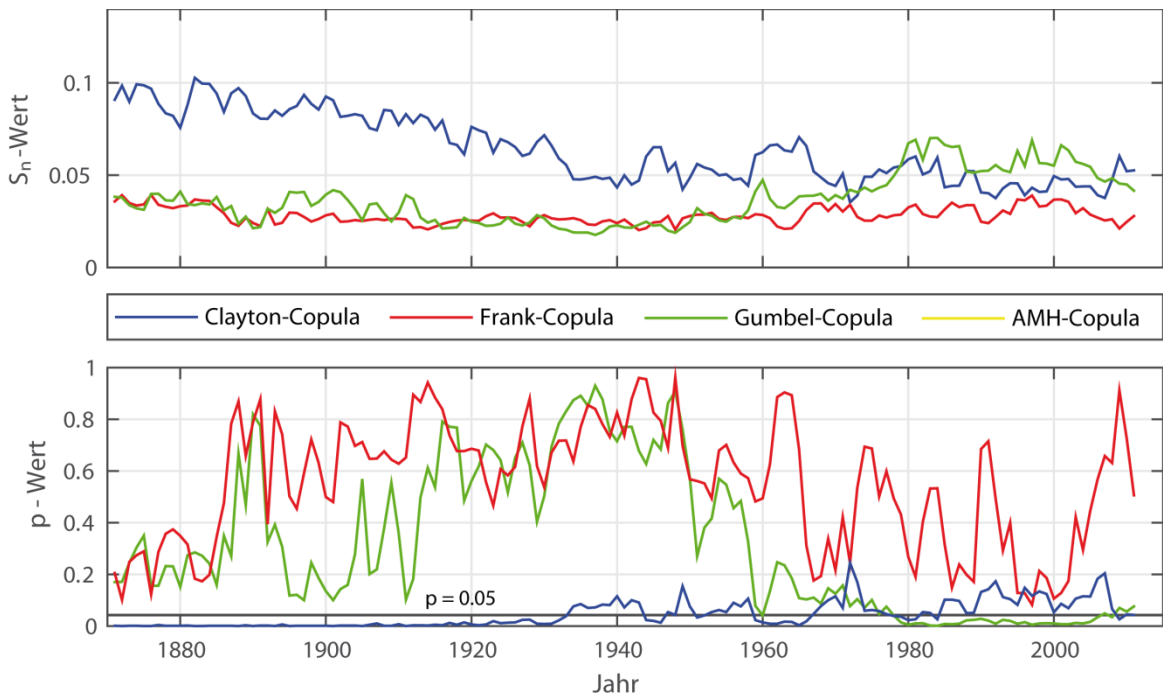


Abbildung 7-7: Ergebnisse des zeitabhängigen Anpassungstests der Copulas für Q und V basierend auf dem Cramér-von-Mises-Test; berechnetetes Distanzmaß S_n (oben) und über das parametrische Bootstrapping Verfahren ermittelte Signifikanzwerte (unten)

Die Ergebnisse der zeitabhängigen Quantil-Isolinien sind für verschiedene Ansätze in Abbildung 7-8 dargestellt. Der Vollständigkeit halber wird ebenfalls die Quantil-Isolinie der homogenisierten Datensätze mit aufgeführt.

Die Ergebnisse in Abbildung 7-8 links oben stellen die zeitabhängigen Quantil-Isolinien bei einer vollständigen Zeitabhängigkeit dar. Das bedeutet die Parameter beider Randverteilungen μ , σ , ζ sowie der Copula-Parameter θ werden als zeitabhängig betrachtet. Die Quantil-Isolinien decken einen großen Bereich ab, wobei die Werte des Scheitelabflusses Q zwischen $4.170 \text{ m}^3/\text{s}$ und $5.490 \text{ m}^3/\text{s}$ und des Volumens V zwischen $215 \cdot 10^7 \text{ m}^3$ und $268 \cdot 10^7 \text{ m}^3$ variieren. Aufgrund plötzlicher Änderungen der Krümmungsparameter ζ beider Randverteilungen (vgl. Abbildung 7-3 und Abbildung 7-5) kommt es teilweise zu einem Kreuzen der Quantil-Isolinien. Die als ausgefüllten Kreise dargestellten Punkte auf den Quantil-Isolinien stellen die Kombinationen von Q und V dar, bei denen die Copula ihre maximale Dichte aufweist. Im oberen rechten Bereich von Abbildung 7-8 sind die Quantil-Isolinien bei einer zeitabhängigen Berücksichtigung von μ und σ der Randverteilungen sowie einem zeitabhängigen Copula-Parameter θ dargestellt. Der Krümmungsparameter ζ beider Randverteilungen wird hingegen als stationär angesetzt. Es zeigt sich ein ähnliches Bild wie bei einem vollständig zeitabhängigen Modell, was auf den starken Einfluss der zeitabhängigen Streuungsparameter σ

zurückzuführen ist. Allerdings finden sich deutlich weniger kreuzende Quantil-Isolinien und ein relativ gleichmäßiger Zuwachs der univariaten Bemessungswerte über die Zeit, was ausschließlich auf die als stationär betrachteten Krümmungsparameter zurückzuführen ist. Für den ersten Zeitschritt (1870) ergibt sich beispielsweise für den Scheitelabfluss ein Wert von $Q = 4.299 \text{ m}^3/\text{s}$, wobei sich im letzten Zeitschritt (2011) ein Wert von $Q = 5.761 \text{ m}^3/\text{s}$ ergibt.

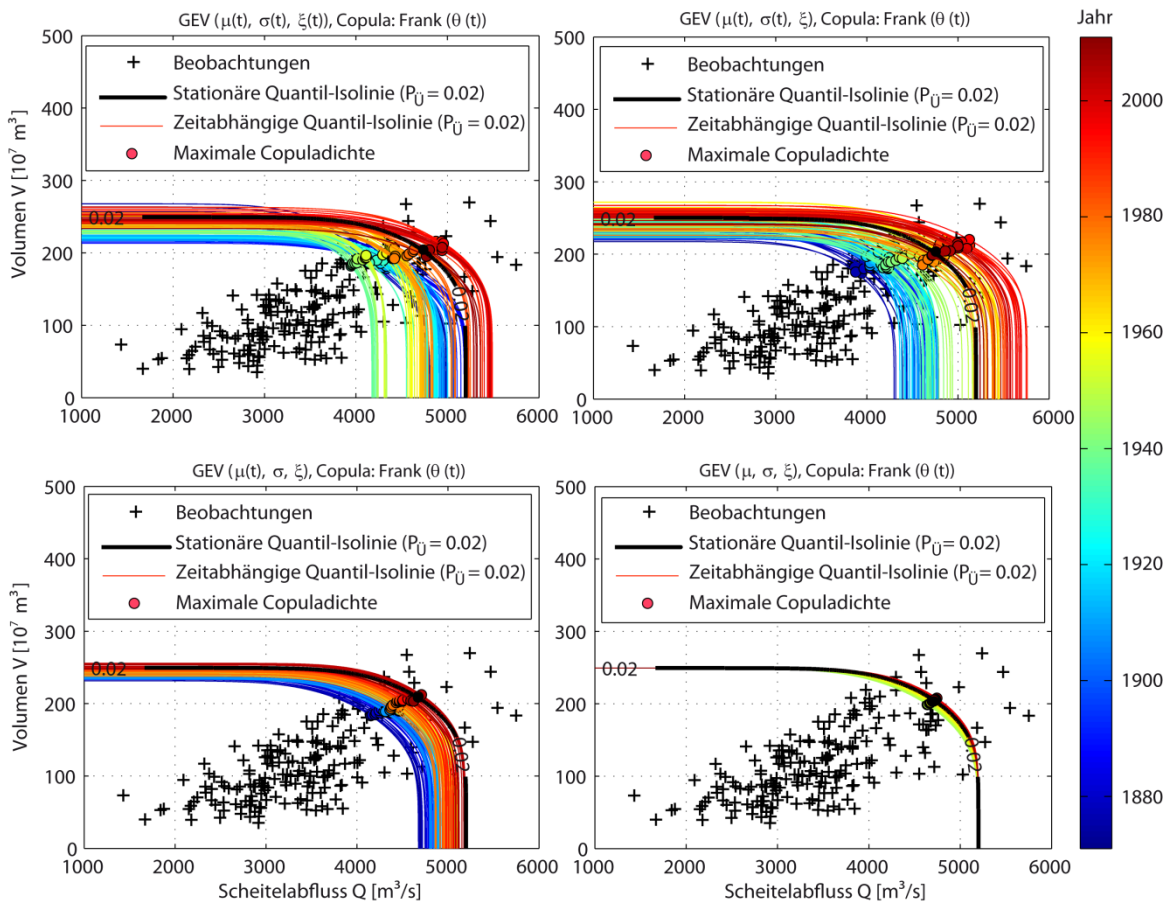


Abbildung 7-8: Zeitabhängige Quantil-Isolinien ($P_U = 0,02$ 1/a) für die Fälle $\mu(t)$, $\sigma(t)$, $\xi(t)$, $\theta(t)$ (oben links), $\mu(t)$, $\sigma(t)$, ξ , $\theta(t)$ (oben rechts), $\mu(t)$, σ , ξ , $\theta(t)$ (unten links) und μ , σ , ξ , $\theta(t)$ (unten rechts); der Farbbalken bezieht sich auf das jeweilige letzte Jahr eines Zeitfensters, d. h. auf den Zeitraum von 1870 - 2011

Im unteren linken Bereich von Abbildung 7-8 sind lediglich die Lageparameter μ der Randverteilungen sowie der Copula-Parameter θ als zeitabhängig berücksichtigt. Hier decken die Quantil-Isolinien einen deutlich geringeren Bereich als bei den vorherigen Betrachtungen ab. Allerdings findet sich auch hier eine Zunahme der univariaten Werte für Q (von $4.675 \text{ m}^3/\text{s}$ bis $5.190 \text{ m}^3/\text{s}$) und V (von $232 \cdot 10^7 \text{ m}^3$ bis $256 \cdot 10^7 \text{ m}^3$) wieder.

Der Einfluss der Abhängigkeitsstruktur von Q und V wird letztlich im unteren rechten Teil von Abbildung 7-8 dargestellt. Hier werden alle Parameter der Randverteilungen als

stationär und lediglich der Copula-Parameter θ als zeitabhängig angesetzt. Aufgrund der stationären Randverteilungen ist in diesem Fall keine Variation der univariaten Bemessungswerte Q und V festzustellen. Der Einfluss der sich ändernden Abhängigkeit reduziert sich lediglich auf eine leichte Verlagerung der Quantil-Isolinien im mittleren Bereich nach rechts oben, was wiederum auf die zunehmende statistische Abhängigkeit bzw. den zunehmenden Copula-Parameter θ zurückzuführen ist. Somit ist der Einfluss aus einer sich ändernden Abhängigkeitsstruktur auf die Quantil-Isolinien im Gegensatz zu den Änderungen der Randverteilungsparameter als eher gering einzustufen. Es ist allerdings festzuhalten, dass die Frank-Copula weniger sensitiv auf Änderungen in der Abhängigkeit reagiert, als Copulas, die eine obere oder untere Abhängigkeit aufweisen wie beispielsweise die Gumbel- oder Clayton-Copula.

Zur Veranschaulichung des zeitabhängigen Einflusses auf die beiden Parameter Q und V , wird in Abbildung 7-9 für die in Abbildung 7-8 bereits dargestellten verschiedenen instationären Modelle der Verlauf des Punktes mit der maximalen Copula-Dichte gegen die Zeit aufgetragen.

Es ist zu erkennen, dass alle vier Ansätze sowohl bei Q als auch bei V zu einem positiven Trend führen. Der Bemessungswert für Q beispielsweise, reicht bei einem vollständig instationären Modell (blaue Linie, oben) von 3.867 m³/s im Jahr 1875 bis 5.129 m³/s im Jahr 1990. Bei einer stationären Betrachtung der Krümmungsparameter ζ (rote Linie, oben) wird eine leicht geringere Variation von Q (von 3.945 m³/s in 1935 bis 4.954 m³/s in 1995) erreicht. Die stationären Betrachtungen von σ und ζ führen zu einer weiteren Reduktion der Variabilität, aber dennoch zu einem deutlich erkennbaren positiven Trend (grüne Linie, oben). Unter Annahme stationärer Randverteilungen zeigt sich (gelbe Linie, oben), dass nahezu keine Variabilität des Bemessungswertes mehr festzustellen ist und der Verlauf nahezu identisch zu dem Wert eines vollständig stationären Modells ist (schwarz gestrichelte Linie, oben). Dies ist auf den geringen Einfluss des zeitabhängigen Copula-Parameters zurückzuführen.

Entsprechend ähnliche Ergebnisse zeigen sich bei der Betrachtung von V in Abbildung 7-8 (unten), die an dieser Stelle aber nicht weiter diskutiert werden sollen.

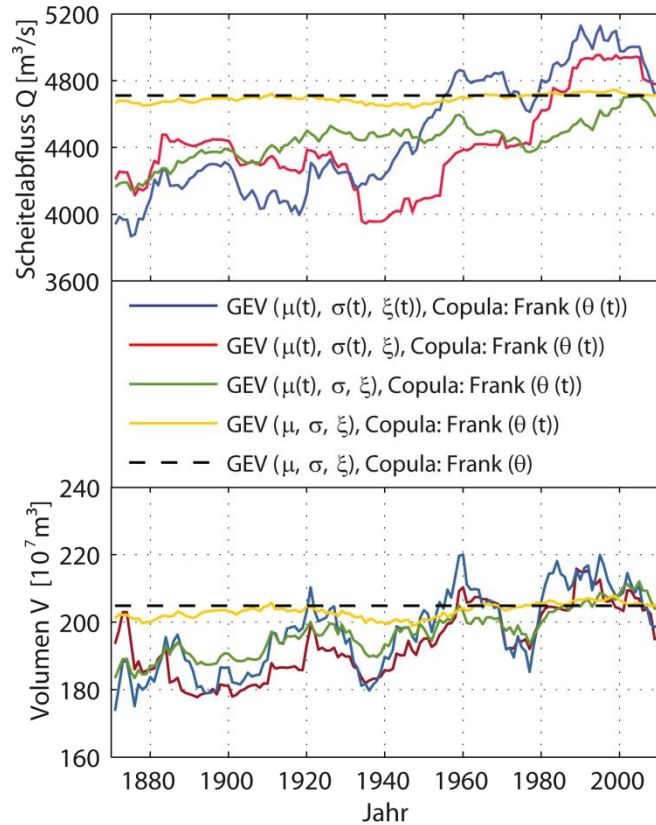


Abbildung 7-9: Zeitabhängige Entwicklung der Bemessungsparameter Q (oben) und V (unten) für den Punkt der maximalen Copula-Dichte unter Verwendung verschiedener instationärer Modelle

7.5 Diskussion der Ergebnisse

In diesem Abschnitt wurde ein Ansatz vorgestellt, um den Einfluss von Instationaritäten auf die Ermittlung von bivariaten Bemessungswerten zu identifizieren und zu quantifizieren. Es konnte an einem Fallbeispiel gezeigt werden, dass der Einfluss von zeitlich veränderlichen Randverteilungsparametern einen deutlich stärkeren Einfluss auf die bivariaten Bemessungsgrößen hat als mögliche Änderungen in der Abhängigkeitsstruktur. Daraus ließe sich schließen, dass der Anpassung der Randverteilungen eine größere Bedeutung zukommt als der Anpassung der Copula, um eine belastbare Ermittlung bivariater Bemessungswerte zu gewährleisten. Es ist jedoch ausdrücklich darauf hinzuweisen, dass die hier aufgeführten Ergebnisse lediglich Gültigkeit für den verwendeten Datensatz der jahresmaximalen Abflüsse Q und der korrespondierenden Hochwasservolumen V am Pegel Worms (Rhein) haben. Bei anderen Datensätzen sowie der Berücksichtigung weiterer Copula-Funktionen ist es durchaus möglich, dass Instationaritäten in der Abhängigkeitsstruktur einen größeren Einfluss haben.

Die aufgeführten Untersuchungen haben zudem Potenzial für weitere Arbeiten im Bereich der instationären, multivariaten Statistik aufgedeckt. Im Einzelnen sind das:

- Untersuchungen zur Verwendung von komplexeren und detaillierteren Trendanalysen zur Modellierung der Randverteilungsparameter (z. B. Polynomfunktionen o. ä.),
- die Extrapolation der entsprechenden Verteilungsparameter zur Bestimmung zukünftiger Bemessungswerte,
- die Entwicklung von Methoden um Änderungen in der Abhängigkeitsstruktur (obere und untere *tail dependence*) und damit einhergehende Änderungen in der Auswahl einer Copula berücksichtigen zu können.

Somit können diese Untersuchungen als ein erster methodischer Beitrag im Bereich der instationären, multivariaten Modellierung verstanden werden.

8 Ermittlung von Hochwasserständen an Flussmündungen

8.1 Einführung

Wie auch bei der Bemessung von Hochwasserschutzbauwerken entlang eines Gewässers, liegt das Ziel der Bemessung von derartigen Anlagen im Bereich einer Gewässermündung auf einem angemessenen Schutzstandard. Die Ermittlung der anzusetzenden Bemessungsabflüsse im Mündungsbereich von zwei Gewässern stellt Ingenieure und Planer im Gegensatz zu der Vorgehensweise an einem gewöhnlichen Gewässerabschnitt jedoch vor unterschiedliche Herausforderungen. Diese Herausforderungen liegen im Wesentlichen darin, dass die in der Ingenieurhydrologie üblichen univariaten Bemessungsmethoden (vgl. Abschnitt 4) nicht angewendet werden können, da die Abflüsse beider Gewässer, d. h. des Haupt- und des Nebengewässers in der statistischen Auswertung berücksichtigt werden müssen. Insbesondere bei dem Zusammenfluss von zwei direkt benachbarten Einzugsgebieten ist zu erwarten, dass ein hochwasserauslösendes Niederschlagsereignis in beiden Einzugsgebieten zu erhöhten Abflüssen führt, aber diese – je nach Charakteristik beider Gewässer – unterschiedlich stark ausgeprägt sein können. Somit liegt die Annahme einer hydrologisch begründbaren und auch statistischen Abhängigkeit der Hochwasserabflüsse aus beiden Gewässern nahe. Sofern dies der Fall ist, handelt es sich nicht mehr um eine univariate, sondern um eine bivariate Problemstellung und es sollten Methoden der multivariaten Statistik zur Ermittlung von Bemessungswerten Anwendung finden.

Vereinfacht kann für die Bemessung von Hochwasserschutzbauwerken im Mündungsbereich von Gewässern angenommen werden, dass aus beiden Gewässern ein Hochwasserereignis gleicher Jährlichkeit T (z. B. HQ_{100}) abfließt, was in vielen Fällen jedoch einer sehr konservativen Einschätzung entspricht und so zu einer unwirtschaftlichen

Dimensionierung der Schutzanlagen führen würde. Diese Vorgehensweise setzt indirekt voraus, dass ein vollständiger statistischer Zusammenhang zwischen den Hochwasserabflüssen der betrachteten Gewässer existiert. So ist es beispielsweise aber unwahrscheinlich, dass bei zwei mündenden Gewässern mit unterschiedlichen Einzugsgebietscharakteristika (z. B. Größe, Form etc.) und den daraus resultierenden Unterschieden in der Konzentrationszeit und der Wellengeschwindigkeit, ein zeitgleiches Eintreffen beider Scheitelabflüsse im Mündungsbereich stattfindet. Vielmehr ist zu erwarten, dass Hochwasserereignisse zeitlich versetzt eintreffen und es so lediglich zu einer mehr oder weniger stark ausgeprägten Teilüberlagerung beider Hochwasserwellen kommt. Bei sehr stark unterschiedlichen Einzugsgebietstypen kann es sogar sein, dass die Abflussregime beider Gewässer durch (saisonal) unterschiedliche hochwasserauslösende Ereignisse geprägt werden und extreme Hochwasserereignisse aufgrund ihrer Genese nicht gemeinsam auftreten können. Zu nennen sind hier im Wesentlichen winterlich und sommerlich geprägte Hochwasserregime. Somit besteht die begründete Annahme, dass die Wahrscheinlichkeit des zeitgleichen Auftretens eines Hochwassers aus Haupt- und Nebengewässer in starkem Maße von den topografischen und hydrologischen Eigenschaften der zusammenfließenden Einzugsgebiete abhängt.

Neben der hydrologischen Abhängigkeit ist für die Dimensionierung von Bauwerken im direkten Mündungsbereich zusätzlich die hydraulische Abhängigkeit zu berücksichtigen. Beim Zusammentreffen von zwei Abflüssen aus Haupt- und Nebengewässer ist davon auszugehen, dass sich gegenseitige hydraulische Beeinflussungen in Form von Rückstauwirkungen stromaufwärts einstellen werden. Somit ist der resultierende Wasserstand W für jeden beliebigen Punkt P_i im Mündungsbereich eine Funktion vom Abfluss des Hauptgewässers Q_H und des Nebengewässers Q_N :

$$W(P_i) = f(Q_H, Q_N) \quad (8.1)$$

Je nachdem welcher Punkt im Bereich der Mündung betrachtet wird, variiert der Einfluss von Q_H und Q_T unterschiedlich stark. Nahe an der Mündung (Punkt P_1 in Abbildung 8-1) wird sich der Wasserstand aus der Summe der Abflüsse aus Haupt- und Nebengewässer ergeben. Je weiter sich der Betrachtungspunkt von der Mündung entfernt (P_2), desto geringer wird der Einfluss des Abflusses im Hauptgewässer auf den sich einstellenden Wasserstand. Ab einem bestimmten Punkt (P_3) ist der Rückstauwirkung durch das Hauptgewässer so gering, dass der Wasserstand lediglich durch den Abfluss im

Nebengewässer bestimmt wird. In diesem Bereich können dann die üblichen univariaten statistischen Methoden für die Ermittlung des anzusetzenden Bemessungsereignisses angewendet werden. Bei der Ermittlung von Wasserständen im Hauptgewässer oberhalb der Mündung ergibt sich durch die hydraulische Wirkung des zufließenden Nebengewässers eine entsprechend ähnliche Ausprägung der resultierenden Wasserstände. Die Größe des gegenseitigen hydraulischen Einflusses hängt dabei neben den Abflüssen von der Geometrie der Mündung, sowie dem Abstand d zur Mündung ab und ist individuell für jede Mündung einzeln zu untersuchen.

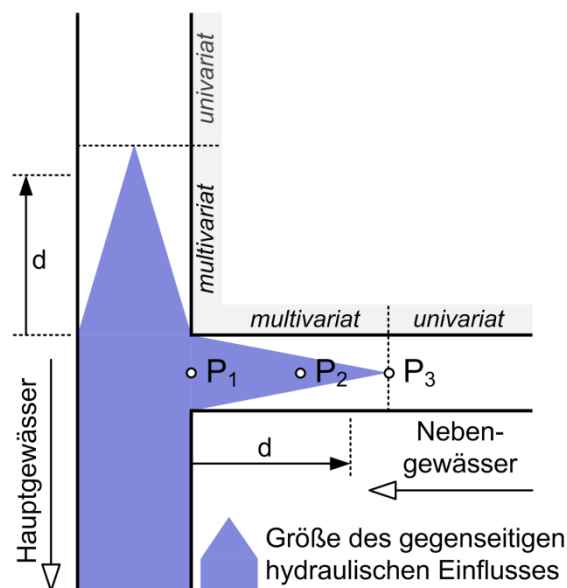


Abbildung 8-1: Schematische Darstellung der Größe der hydraulischen Wechselwirkung im Haupt- und Nebengewässer in Abhängigkeit des Abstandes d zur Mündung

In diesem Abschnitt wird ein bivariater Ansatz vorgestellt um bemessungsrelevante Abflusskombinationen aus Haupt- und Nebengewässer oberhalb einer Gewässermündung zu ermitteln. Eine wesentliche Voraussetzung zur Anwendung dieser Methodik sind langjährige Abflusszeitreihen an den zusammenfließenden Gewässern.

8.2 Entwicklung der Methodik

8.2.1 Ermittlung der statistischen Bemessungsgrößen

Um auch zu berücksichtigen, dass ein mögliches Auftreten der Hochwasserereignisse aus Haupt- und Nebengewässer nicht notwendigerweise zeitgleich stattfinden muss, findet die Bildung der Stichproben für die Maximalabflüsse aus Haupt- und Nebengewässer getrennt voneinander statt. Das bedeutet, dass zunächst die Blockmaxima-Werte (hier jährliche Maximalabflüsse, $AMAX$) des Hauptgewässers HG_{MAX} (für die mathematische

Beschreibung der Methodik in diesem Abschnitt als x_{MAX} bezeichnet) mit den in Abschnitt 4.4.1 aufgeführten Methoden bestimmt werden. Anschließend werden die zu den x_{MAX} -Werten zeitgleich innerhalb eines Zeitfensters aufgetretenen Abflusswerte im Nebengewässer NG_{SIM} (zunächst als x_{SIM} bezeichnet) bestimmt. Die sich aus x_{MAX} und y_{SIM} ergebende bivariate Stichprobe wird dann für die weitere statistische Auswertung verwendet. Parallel dazu wird die zweite bivariate Stichprobe über die AMAX-Werte im Nebengewässer y_{MAX} und die zeitgleich aufgetretenen Abflüsse im Hauptgewässer x_{SIM} bestimmt.

An alle vier univariaten Stichproben werden anschließend univariate Randverteilungsfunktionen $F_{X_{MAX}}(x_{MAX})$, $F_{Y_{MAX}}(y_{MAX})$, $F_{X_{SIM}}(x_{SIM})$ und $F_{Y_{SIM}}(y_{SIM})$ angepasst.

Zur statistischen Modellierung der Abhängigkeiten werden zwei Copula-Funktionen (C_I und C_{II}) an die beiden bivariaten Stichproben x_{MAX}/y_{SIM} und x_{SIM}/y_{MAX} angepasst:

$$F_I(x_{MAX}, y_{SIM}) = C_I[F_{X_{MAX}}(x_{MAX}), F_{Y_{SIM}}(y_{SIM})] = C_I(u_{MAX}, v_{SIM}) \text{ und} \quad (8.2)$$

$$F_{II}(x_{SIM}, y_{MAX}) = C_{II}[F_{X_{SIM}}(x_{SIM}), F_{Y_{MAX}}(y_{MAX})] = C_{II}(u_{SIM}, v_{MAX}) \quad (8.3)$$

Im Fall, dass die AMAX-Werte aus Haupt- und Nebengewässer immer zeitgleich aufgetreten sind, d. h. $x_{MAX} = x_{SIM}$ und $y_{MAX} = y_{SIM}$, sowie unter der Annahme derselben Anpassungs- und Parameterschätzmethoden, werden auch die Randverteilungsfunktionen identisch, d. h.:

$$F_{X_{MAX}} = F_{X_{SIM}} \text{ und } F_{Y_{MAX}} = F_{Y_{SIM}} \quad (8.4)$$

In diesem Fall wird auch die Abhängigkeitsstruktur von x_{MAX} und y_{SIM} , bzw. von x_{SIM} und y_{MAX} identisch. Somit ergibt sich auch eine identische bivariate Verteilung, bzw. Copula-Funktion und es gilt:

$$C_I = C_{II} \quad (8.5)$$

Dieser Fall ist jedoch beim Zusammenfluss von zwei Flüssen eher theoretischer Natur, wie auch die Anwendung auf ein Fallbeispiel in Abschnitt 8.4 zeigen wird. Somit ist es i. d. R. notwendig vier verschiedene Verteilungsfunktionen und zwei Copulas zu verwenden.

Bei dieser Vorgehensweise stellt sich die Frage, wie die bemessungsrelevanten Wertekombinationen bestimmt werden können. Dies wird durch die Überlagerung der

entsprechenden Quantil-Isolinien der Überlebensfunktionen (vgl. Abschnitt 5.6) der beiden bivariaten Verteilungsfunktionen bzw. deren Überlebensfunktionen \bar{F}_I und \bar{F}_{II} erreicht.

Die Funktionen der Quantil-Isolinien $q_I(x)$ und $q_{II}(x)$ seien für $\alpha \in (0,1)$ implizit gegeben durch die Gleichungen $\bar{F}_I(x, q_I(x)) = \alpha$ und $\bar{F}_{II}(x, q_{II}(x)) = \alpha$. Die Umhüllende ist somit durch das Maximum beider Funktionen definiert als:

$$x \mapsto \max \{q_I(x), q_{II}(x)\} \quad (8.6)$$

Die Vorgehensweise zur Bestimmung der Umhüllenden beider Funktionen ist für den allgemeinen Fall grafisch in Abbildung 8-2 dargestellt.

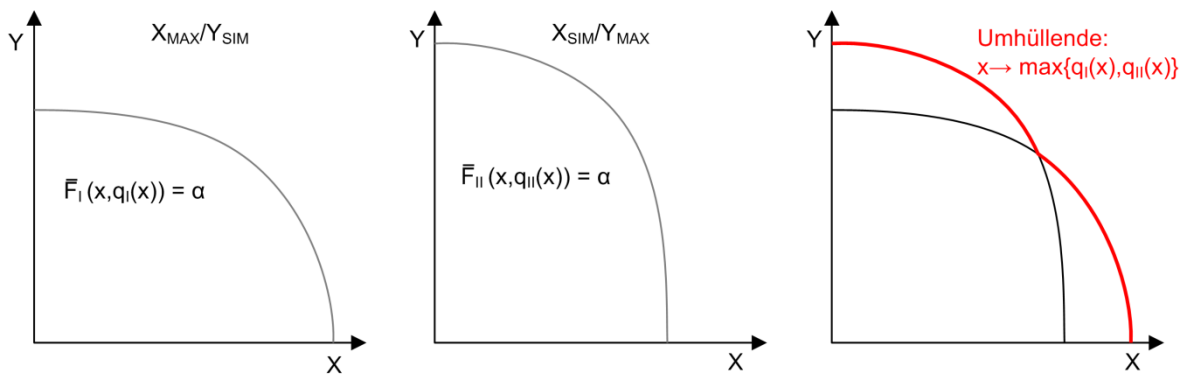


Abbildung 8-2: Schematische Darstellung der Überlagerung von zwei Quantil-Isolinien und Bestimmung der Umhüllenden

Die bemessungsrelevanten Kombinationen von X und Y liegen somit auf der in Abbildung 8-2 rot dargestellten Umhüllenden beider Quantil-Isolinien.

8.2.2 Berücksichtigung der physikalischen Interaktionen

Für die vollständige Erfassung der physikalischen Interaktionen beider Teilzuflüsse und die daraus resultierenden Wasserstände im Mündungsgebiet ist die Anwendung eines hydrodynamisch-numerischen Strömungsmodells notwendig. Generell stehen verschiedene Modelltypen zur Verfügung. Grundsätzlich wird in der numerischen Strömungsmodellierung zwischen ein-, zwei- und dreidimensionalen Modellen unterschieden. Eindimensionale Modelle besitzen den Vorteil des geringen Rechenbedarfs, sind jedoch nicht in der Lage komplexere Strömungsvorgänge adäquat abzubilden. Dreidimensionale Modelle hingegen, erfordern immer noch eine sehr hohe Rechenleistung und werden gewöhnlich nur für Detailmodelle einzelner Bauwerksteile verwendet (z. B. Szymkiewicz, 2010). Im Rahmen dieser Untersuchungen wird das zweidimensionale hydrodynamisch-

numerische Strömungsmodell Hydro_AS-2D eingesetzt. Ursprünglich für die Dambruch- und Flutwellenausbreitung konzipiert, wird Hydro_AS-2D heute auch weitreichend für allgemeine Strömungssimulationen verwendet. Die Software löst die tiefengemittelten Flachwassergleichungen auf einem linearen Netz unter Verwendung der finiten Volumen Methode (Nujic, 1999). Die tiefengemittelten Flachwassergleichungen ergeben sich durch die Integration der dreidimensionalen Kontinuitätsgleichung und der Reynolds- bzw. Navier-Stokes-Gleichungen für inkompressible Fluide über die Wassertiefe und unter Annahme einer hydrostatischen Druckverteilung nach Pironneau (1989). Die Flachwassergleichungen können überall dort mit hinreichend genauen Ergebnissen eingesetzt werden, wo vertikale Fließgeschwindigkeiten vernachlässigt werden können. Beim Zusammenfluss von zwei Gewässern ist zwar damit zu rechnen, dass sich vertikale Fließgeschwindigkeiten einstellen werden, jedoch haben Constantinescu et al. (2011) gezeigt, dass es sich bei den Turbulenzen an Flussmündungen um quasi-zweidimensionale Strömungsvorgänge handelt. Daher ist davon auszugehen, dass die Flachwassergleichungen bzw. das verwendete zweidimensionale hydrodynamisch-numerische Modell in der Lage ist, die Strömungsvorgänge im Mündungsbereich hinreichend genau abzubilden.

8.3 Anwendung der Methodik auf ein Fallbeispiel

Die oben dargestellte Methodik wird exemplarisch auf die Mündung der Gewässer Rhein und Sieg angewendet, die sich im Land Nordrhein-Westfalen nahe der Stadt Bonn befindet. Weite Bereiche der Sieg oberhalb der Mündung sind ausgewiesene Überschwemmungsgebiete und werden als Siegaue bezeichnet. Dennoch wird im Mündungsbereich passiver Hochwasserschutz in Form einer Deichlinie betrieben, sodass eine direkte Relevanz der Untersuchung für die Praxis abgeleitet werden kann.

Der Rhein entspringt in den Alpen in der Schweiz. Er durchfließt danach Deutschland, die Niederlande und mündet dort in die Nordsee. Die Gesamteinzugsgebietsgröße beträgt $A_{EO} = 185.300 \text{ km}^2$ bei einer gesamten Fließlänge von 1.239 km. Das Abflussregime des Rheins wird von Winterhochwassern dominiert, die meistens zwischen November und April auftreten. Bei Gewässerstationierung (Gew.-Stat.) km 654,8 ist der Pegel Bonn (Pegel-Nr. 27100900) gelegen, der seit 1820 indirekt über den Wasserstand den Abfluss des Gewässers misst. Für diesen Pegel steht die amtlich geprüfte Zeitreihe des mittleren täglichen Abflusses von 1954 bis 2012 zur Verfügung. Der mittlere Abfluss für diesen

kann. Der höchste Abfluss am Pegel Menden wurde am 23. Februar 1970 mit $HHQ = 931 \text{ m}^3/\text{s}$ gemessen; der mittlere Hochwasserabfluss beträgt $MHQ = 447 \text{ m}^3/\text{s}$. Die AMAX-Zeitreihe am Pegel Menden sowie die Zeitreihe der dazu zeitgleich aufgetretenen Abflüsse am Pegel Bonn (Rhein) haben beide einen positiven, aber nicht-signifikanten linearen Trend (95 %-Konfidenzniveau) von $s_T = 0,05 \pm 1,96 \text{ m}^3/\text{s}/\text{a}$ bzw. $0,01 \pm 0,95 \text{ m}^3/\text{s}/\text{a}$. Somit können bei allen vier verwendeten Zeitreihen keine signifikanten Instationaritäten in Form von Trends festgestellt werden. Es ist daher davon auszugehen, dass sich keine nennenswerten Unsicherheiten aufgrund von Instationaritäten bei der Bestimmung der Bemessungswerte ergeben (vgl. Abschnitt 7).

Obwohl das Abflussregime der Sieg, wie das des Rheins, durch winterliche Hochwasserereignisse geprägt ist (vgl. Abbildung 8-4), traten während des Beobachtungszeitraums nur 24 der 48 jährlichen Maximalabflüsse beider Gewässer zeitgleich innerhalb eines Zeitfensters von 14 Tagen auf. Die Gründe hierfür sind nicht eindeutig zu identifizieren und können vielschichtig sein. Beispielsweise können die jährlichen Maximalabflüsse durch unterschiedliche Niederschlagsereignisse ausgelöst worden sein oder durch die unterschiedlichen Fließzeiten der Hochwasserwellen deutlich zeitversetzt an der Mündung eingetroffen sein.

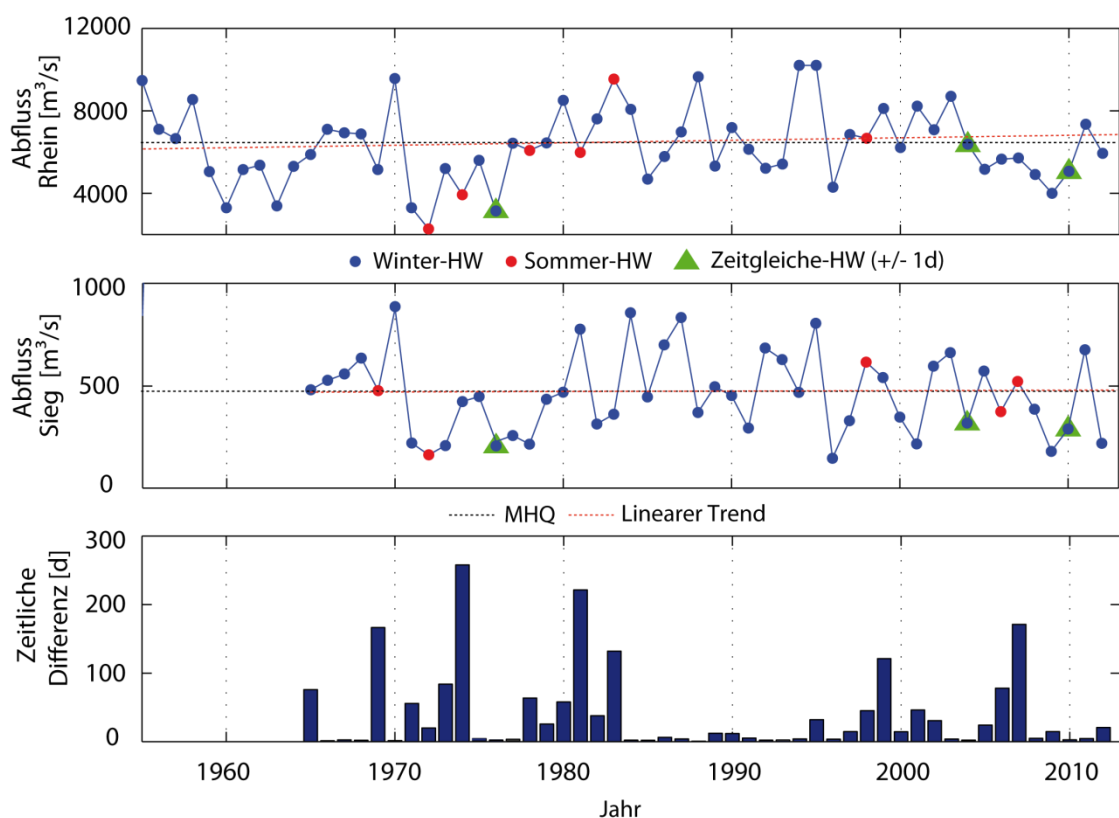


Abbildung 8-4: AMAX-Zeitreihe des Rheins am Pegel Bonn (oben), der Sieg am Pegel Menden (mittig) und die zeitliche Differenz des Auftretens beider AMAX-Werte (unten); blaue Punkte kennzeichnen winterliche Hochwasserereignisse, rote Punkte hingegen sommerliche; die grün markierten Werte stellen die innerhalb ± 1 d zeitgleich aufgetretenen AMAX-Werte dar

Abbildung 8-4 stellt die jährlichen Maximalabflüsse für den Rhein (oben) und die Sieg (mittig), sowie die zeitliche Differenz des Auftretens (unten) dar. Um die zeitliche Differenz mit in den statistischen Untersuchungen zu berücksichtigen, werden für die bivariaten Analysen zwei Datensätze aus den beiden Pegelaufzeichnungen gewonnen: 1. die jährlichen Maximalabflüsse des Hauptgewässers Rheins (HG_{MAX}) und die dazu simultan gemessenen Abflüsse des Nebengewässers Sieg (NG_{SIM}) und 2. die jährlichen Maximalabflüsse der Sieg (NG_{MAX}) und die dazu simultanen Abflüsse des Rheins (HG_{SIM}). Um zu gewährleisten, dass auch Abflüsse erfasst werden, die nahezu zeitgleich zu den AMAX-Werten aufgetreten sind, werden die maximalen Werte innerhalb eines Zeitfensters $\pm \Delta t$ zu den AMAX-Werten erfasst. Insbesondere wenn keine detaillierten Informationen zu den hydrologischen Verhältnissen in den Einzugsgebieten vorliegen, kann eine sinnvolle Wahl von Δt beispielsweise das Kriterium für die hydrologische Unabhängigkeit von zwei Hochwasserereignissen sein (vgl. Abschnitt 4.5).

Aufgrund des relativ kleinen Einzugsgebietes der Sieg von $A_{EO} = 2.857 \text{ km}^2$ und einer daraus resultierenden durchschnittlichen Wellenlaufzeit von Quelle zur Mündung von etwa 20 Stunden (Bez.-Reg Arnsberg, 2002), wird das Zeitfenster hier zu $\Delta t = \pm 1 \text{ d}$ gewählt. Nach dieser Festlegung können innerhalb des Beobachtungszeitraumes nur drei zeitgleich aufgetretene Hochwasserereignisse identifiziert werden.

8.4 Ergebnisse

8.4.1 Kombinationen der Bemessungsabflüsse

Im ersten Schritt werden verschiedene theoretische Randverteilungen an die vier Stichproben HG_{MAX} , NG_{MAX} , HG_{SIM} und NG_{SIM} angepasst. Die Parameterschätzung erfolgt mit der Maximum-Likelihood-Methode, wie in Abschnitt 4.9 erläutert. Um aus den verschiedenen angepassten Verteilungsfunktionen die brauchbarste auszuwählen wird der RMSE der jeweiligen theoretischen Unterschreitungswahrscheinlichkeit und der empirischen Überschreitungswahrscheinlichkeit berechnet und die Verteilungsfunktion mit dem geringsten RMSE ausgewählt. Die GEV eignet sich am besten um die beiden AMAX-Zeitreihen HG_{MAX} und NG_{MAX} zu beschreiben, wohingegen die Logarithmische Normalverteilung (LogN) die beiden Zeitreihen der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse

HG_{SIM} und NG_{SIM} gut abbildet (vgl. Abbildung 8-5); die Plotting Positionen werden nach Gringorten (1963) bestimmt.

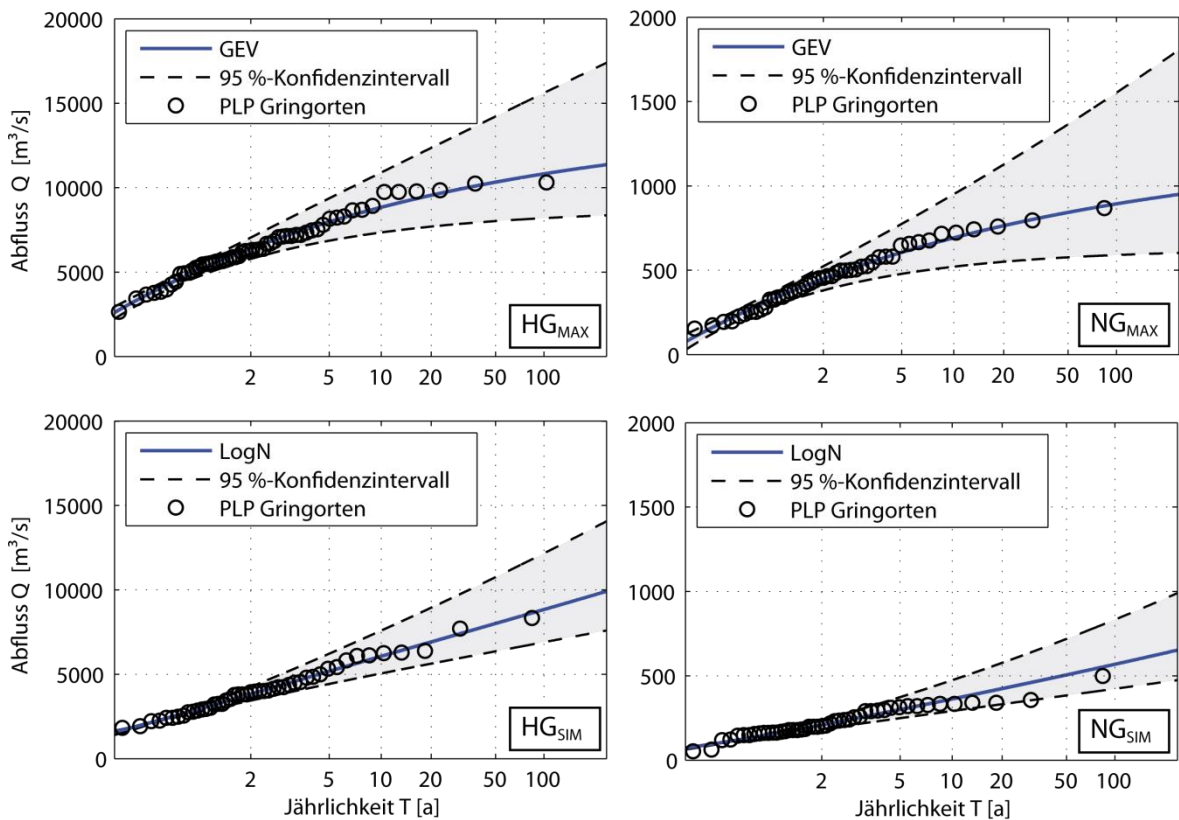


Abbildung 8-5: Angepasste Randverteilungsfunktionen mit dem 95 %-Konfidenzintervall der AMAX-Zeitreihe des Rheins HG_{MAX} (oben links), der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse der Sieg NG_{SIM} (unten rechts), der AMAX-Zeitreihe der Sieg NG_{MAX} (oben rechts) und die dazu zeitgleich aufgetretenen Abflüsse des Rheins HG_{SIM} (unten links)

Abbildung 8-5 verdeutlicht die Relevanz, die AMAX-Serie eines Gewässers mit den zeitgleich aufgetretenen Abflüssen des jeweils anderen Gewässers in der Statistik zu berücksichtigen. Ein hundertjähriger Abfluss ($P_U = 0,01$ 1/a) des Rheins auf Basis der AMAX-Zeitreihe (oben links) ergibt sich beispielsweise zu $HQ_{100} = 10.820$ m³/s, wohingegen das HQ_{100} auf Basis der zeitgleich zu den AMAX-Werten der Sieg aufgetretenen Abflüsse (unten links) lediglich $HQ_{100} = 9.120$ m³/s ergibt.

Als nächstes werden zwei bivariate Copula-Funktionen C_I und C_{II} (vgl. Abschnitt 5) an die Datenpaare HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} angepasst. Zur Veranschaulichung wird ebenfalls das Datenpaar HG_{MAX}/NG_{MAX} mit berücksichtigt, auch wenn nur 3 der 48 Beobachtungswerte zeitgleich aufgetreten sind. Die Schätzung der Copula-Parameter erfolgt unter Verwendung der MPL-Methode (vgl. Abschnitt 5.4.2). Die Anpassungsgüte wird für alle vier Copulas mit dem parametrischen Bootstrapping-Verfahren unter Verwendung des Cramér-von-Mises-Test (vgl. Abschnitt 5.5.1) bestimmt, so dass für jeden

Datensatz die geeignetste Copula ausgewählt werden kann. Tabelle 8-1 zeigt, dass nur die Gumbel-Copula geeignet ist den HG_{MAX}/NG_{SIM} -Datensatz ($\tau = 0,3562$) abzubilden, da sie als einzige einen p -Wert größer 0,05 aufweist. Die Ali-Mikhail-Haq-Copula kann für den Datensatz nicht verwendet werden, da sie nur für $-1/3 \leq \tau \leq 1/3$ definiert ist. Der Gumbel-Copula-Parameter ergibt sich hier zu $\theta_{Gumbel} = 1,631$.

Tabelle 8-1: Ergebnisse der Anpassungstests für die drei berücksichtigten Datensätze HG_{MAX}/NG_{SIM} , HG_{SIM}/NG_{MAX} und HG_{MAX}/NG_{MAX} für die Clayton-, Frank-, Gumbel- und Ali-Mikhail-Haq-Copula

Copula	Copula-Parameter θ	p -Wert (Bootstrapping GoF)
AMAX Rhein, zeitgleicher Abfluss Sieg (HG_{MAX}/NG_{SIM}), $\tau = 0,3562$		
Clayton	0,744	0,0015
Frank	3,632	0,0165
Gumbel	1,631	0,2803
Ali-Mikhail-Haq	nicht definiert	-
AMAX Sieg, zeitgleicher Abfluss Rhein (HG_{SIM}/NG_{MAX}), $\tau = 0,2766$		
Clayton	1,009	0,4171
Frank	2,923	0,5519
Gumbel	1,416	0,5759
Ali-Mikhail-Haq	0,9076	0,0918
AMAX Rhein, AMAX Sieg (HG_{MAX}/NG_{MAX}), $\tau = 0,4851$		
Clayton	0,933	0,5248
Frank	3,054	0,7831
Gumbel	1,470	0,8512
Ali-Mikhail-Haq	nicht definiert	-

Für den HG_{SIM}/NG_{MAX} -Datensatz ergeben sich, mit Ausnahme der Ali-Mikhail-Haq-Copula, hohe p -Werte für alle Copulas. Daher wird die Anpassungsgüte ergänzend zu dem formellen Anpassungstest optisch überprüft. Dafür werden mit den Copula-Parametern synthetische Werte generiert und mit den Quantilfunktionen der angepassten Randverteilungen in die realen Werte transformiert. Obwohl die Clayton Copula den niedrigsten p -Wert aufweist, wird sie ausgewählt ($\theta_{Clayton} = 1,009$), da sie die beste visuelle Anpassungsgüte aufweist. Für den fiktiven Fall HG_{MAX}/NG_{MAX} wird, ebenfalls nach zusätzlicher visueller Überprüfung, die Gumbel-Copula mit $\theta_{Gumbel} = 1,470$ ausgewählt.

Die unterschiedlichen Ergebnisse der verschiedenen Ansätze sind in Abbildung 8-6 ersichtlich. Betrachtet man beispielsweise die Ereignisse mit einer Eintrittswahrscheinlichkeit von $P_{\bar{U}} = 0,01$ 1/a bei denen die Copula ihre maximale Dichte hat, ergibt sich die Bemessungsabflusskombination für die Stichprobe HG_{MAX}/NG_{SIM} zu

$Q_{Rhein} = 10.304 \text{ m}^3/\text{s}$ und $Q_{Sieg} = 502 \text{ m}^3/\text{s}$. Die entsprechende Kombination derselben Eintrittswahrscheinlichkeit für die HG_{SIM}/NG_{MAX} Stichprobe resultiert hingegen zu $Q_{Rhein} = 6.442 \text{ m}^3/\text{s}$ und $Q_{Sieg} = 726 \text{ m}^3/\text{s}$. Für den Fall des (fiktiven) HG_{MAX}/NG_{MAX} -Datensatzes ergibt sich die entsprechende Abflusskombination sogar zu $Q_{Rhein} = 10.170 \text{ m}^3/\text{s}$ und $Q_{Sieg} = 823 \text{ m}^3/\text{s}$ und liegt damit deutlich über den beiden anderen Kombinationen. Da dieser Datensatz aber rein theoretischer Natur ist und nahezu alle Beobachtungswerte nicht gemeinsam aufgetreten sind, wird dieser Fall in den nachfolgenden Untersuchungen nicht weiter berücksichtigt.

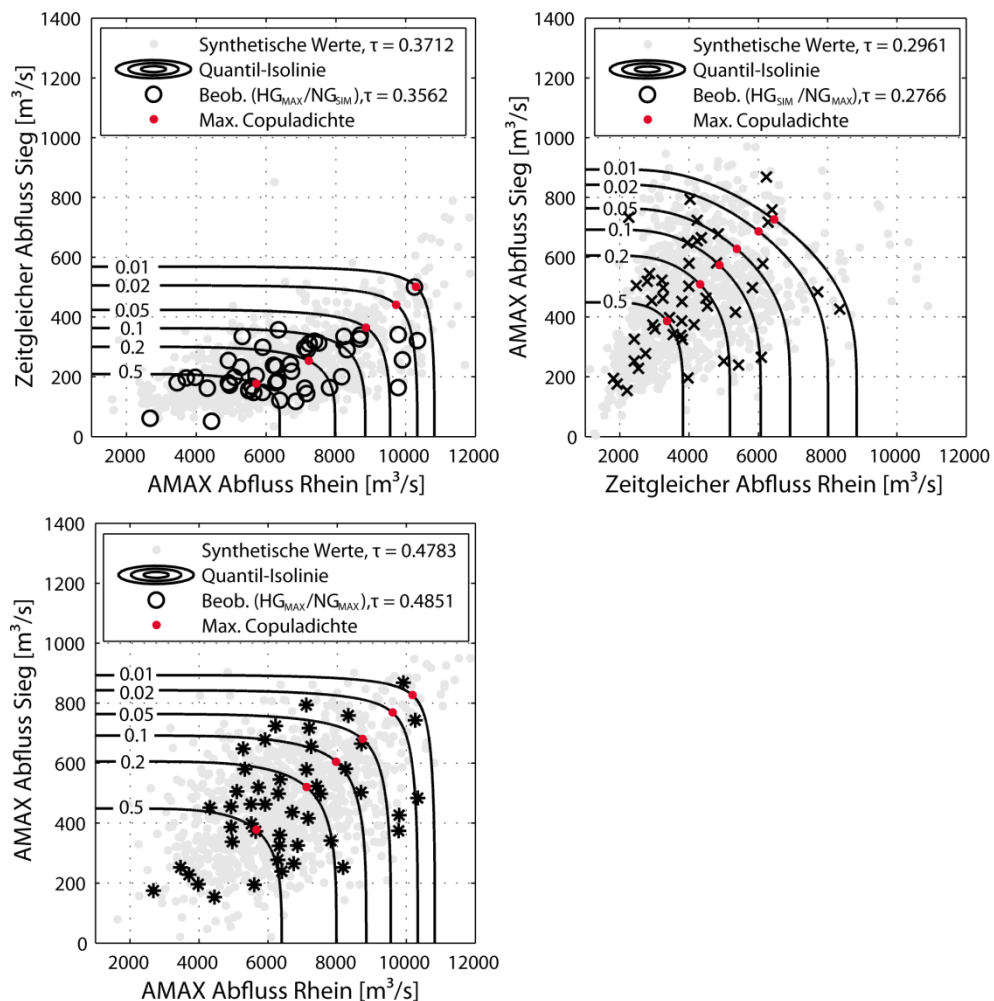


Abbildung 8-6: Ergebnisse der bivariaten Statistik für die Datensätze HG_{MAX}/NG_{SIM} (oben links), HG_{SIM}/NG_{MAX} (oben rechts) und den fiktiven Datensatz HG_{MAX}/NG_{MAX} (unten links)

Betrachtet man die ersten beiden Fälle HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} variieren die bemessungsrelevanten Abflusskombinationen dennoch stark voneinander. Deswegen ist es erforderlich eine Quantil-Isolinie zu definieren, die die Ergebnisse beider statistischen Analysen zusammenfasst. Das geschieht durch die Überlagerung der Quantil-Isolinien

beider Copulas, woraus sich eine bemessungsrelevante umhüllende Quantil-Isolinie nach Gleichung (8.6) ergibt.

In Deutschland werden Hochwasserschutzbauwerke bzw. Flussdeiche in Siedlungsgebieten i. d. R. auf Hochwasserereignisse mit einer Wiederkehrzeit von $T=100$ a bemessen (DWA, 2011). Daher wird die Überlagerung der Quantil-Isolinien am Beispiel von Abflusskombinationen mit einer jährlichen Eintrittswahrscheinlichkeit von $P_{\bar{U}}=0,01$ 1/a erläutert, was nach dem Ansatz der UND-Wiederkehrperiode (vgl. Abschnitt 5.6) einer bivariaten Jährlichkeit von $T^{\wedge}=100$ a entspricht. Abbildung 8-7 stellt die beiden überlappten Datensätze zusammenfassend dar. Die rote Linie repräsentiert die umhüllende Quantil-Isolinie beider Statistiken. Sie wird an den Rändern durch den 99,5 %-igen univariaten Bemessungswert (hier $P_{\bar{U}}=0,01$ 1/a) begrenzt. Die Begrenzung wurde gewählt, da Abflusskombinationen links von Punkt 1 bzw. unter Punkt 5 zu niedrigeren Wasserständen im gesamten Mündungsbereich führen und daher nicht in der nachfolgenden hydrodynamisch-numerischen Modellierung berücksichtigt werden sollen.

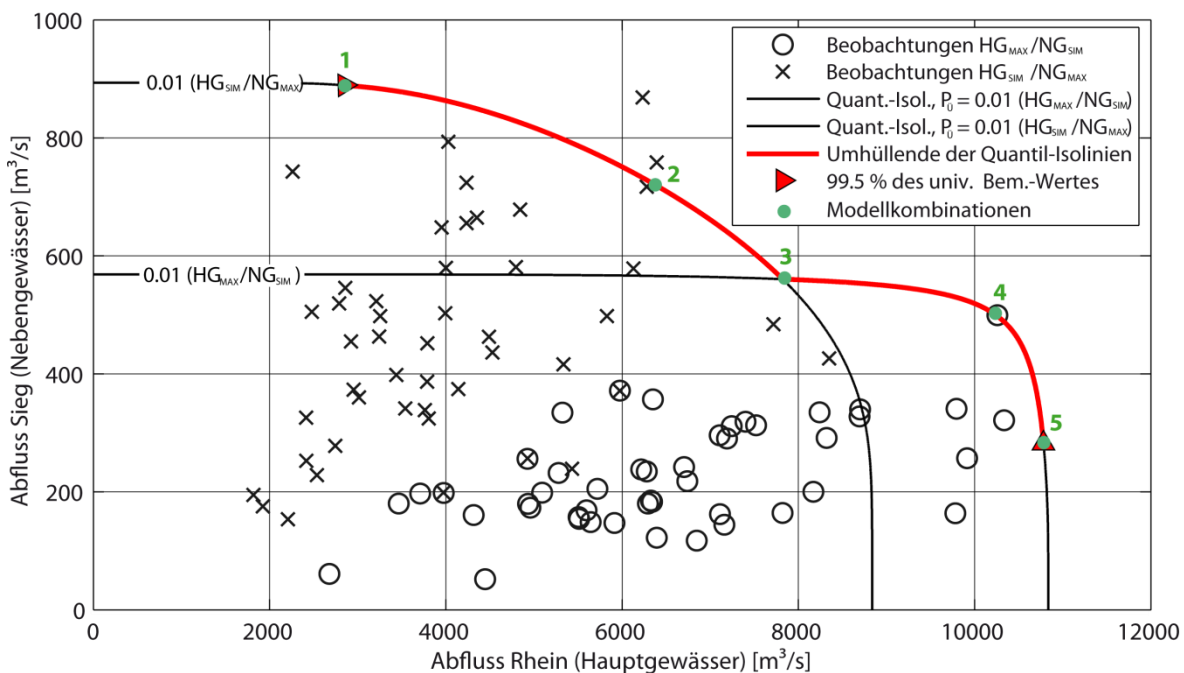


Abbildung 8-7: Überlappte Quantil-Isolinien und deren Umhüllende mit einer jährlichen Überschreitungswahrscheinlichkeit von $P_{\bar{U}}=0,01$ 1/a aus den beiden angepassten Copula-Modellen an die Datensätze HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX}

Wie auch bei einer herkömmlichen bivariaten Statistik, stellt sich die Frage nach der bemessungsrelevanten Abflusskombination, d. h. der Kombination, die zu den höchsten Wasserständen im Mündungsbereich führt. Dabei ist zu berücksichtigen, dass der Wasserstand eine Funktion der Abflüsse aus Haupt- und Nebengewässer sowie den

räumlich variablen hydraulischen Randbedingungen (z. B. Geometrie, Rauheit) ist. Daher können in verschiedenen Bereichen im Mündungsgebiet unterschiedliche Abflusskombinationen zu dem höchsten Wasserstand führen. Theoretisch können alle Kombinationen auf der Umhüllenden beider Quantil-Isolinien das bemessungsrelevante Ereignis darstellen. Hier werden beispielhaft fünf charakteristische Kombinationen ausgewählt (in Abbildung 8-7 als grüne Punkte 1 – 5 dargestellt) und in das hydrodynamisch-numerische Strömungsmodell eingesteuert. Die Punkte 1 und 5 stellen die äußere Begrenzung der Umhüllenden dar. Punkte 2 und 4 sind die Ereignisse auf denen die Copulas ihre maximalen Dichte aufweisen und außerdem die am äußersten gelegenen Punkte beider Quantil-Isolinien. Punkt 3 hingegen stellt den Schnittpunkt der beiden Quantil-Isolinien dar. Tabelle 8-2 fasst die Werte der ausgewählten Abflusskombinationen nochmals zusammen, die im nächsten Schritt als hydrologische Randbedingungen in das Strömungsmodell eingegeben werden.

Tabelle 8-2: Abflusskombinationen des Rheins und der Sieg als Eingabeparameter des zweidimensionalen hydrodynamisch-numerischen Strömungsmodells

Kombination Nr.	Abfluss Rhein [m³/s]	Abfluss Sieg [m³/s]
1	2.853	894
2	6.209	734
3	7.811	562
4	10.214	508
5	10.780	282

8.4.2 Numerische Strömungsmodellierung

Zur Erfassung aller hydraulischen Effekte innerhalb des Mündungsbereichs muss das hydrodynamische Strömungsmodell einen entsprechend großen Bereich beider Gewässer abdecken. Für die Netzgenerierung des Modells stehen sowohl ein digitales Geländemodell mit einer Rasterweite von 1 m (DGM1) als auch terrestrisch vermessene Daten zur Verfügung. Das DGM1 resultiert aus einer bundesweiten LIDAR-Befliegung (*engl. light detection and ranging*) und wird für den Untersuchungsbereich durch die Bezirksregierung Köln vertrieben. Da die LIDAR-Daten die Gewässersohlen überhaupt nicht oder nur unzureichend abbilden, werden für die Integration der Flussläufe des Rheins und der Sieg zusätzliche Höheninformationen benötigt. Für den Rhein werden daher Querprofile berücksichtigt, die von dem Wasser- und Schifffahrtsamt Duisburg-Rhein zur Verfügung gestellt wurden. Für das einmündende Gewässer Sieg werden terrestrisch vermessene

Querprofile verwendet, die ebenfalls von der Bezirksregierung Köln zur Verfügung gestellt wurden. Das Modell ist so aufgebaut, dass es etwa 6,0 km des Rheins (1,5 km unterhalb bis ca. 4,5 km oberhalb der Siegeinmündung) und ca. 7,3 km der Sieg abbildet (vgl. Abbildung 8-8). Zur möglichst genauen Abbildung der Geländeoberfläche werden zur Erstellung der beiden Flussschläuche die terrestrischen Vermessungsdaten verwendet und mit dem digitalen Geländemodell der Vorländer kombiniert. Die Rauheiten der verschiedenen Bereiche werden entsprechend einem digitalen Landnutzungsmodell (DLM) ausgewählt. Etwa 2,6 km oberhalb der Mündung an der Sieg (Gastronomiebetrieb „Zur Siegfähre“) wurden in den vergangenen Jahrzehnten regelmäßig Hochwassermarken festgehalten, sodass eine Vielzahl verschiedener Werte für die Modellkalibrierung zur Verfügung stehen. Hierzu werden vornehmlich Hochwasserereignisse der letzten 10 Jahre verwendet, da davon auszugehen ist, dass die geometrischen und hydraulischen Verhältnisse in dieser Zeit (z. B. Rauheiten aufgrund von Vegetation) im Mündungsgebiet weitestgehend den heutigen Verhältnissen entsprachen. Im Rahmen der Kalibrierung werden die Rauheiten derart modifiziert, dass die beobachteten und die modellierten Wasserstände näherungsweise gleich sind. Anhand von fünf ausgewählten Hochwasserereignissen wird mit dem kalibrierten Modell eine mittlere Abweichung von 6 cm zu den Beobachtungen erzielt.

Nach der erfolgreichen Kalibrierung werden die fünf ausgewählten Abflusskombinationen aus Tabelle 8-2 nacheinander als hydrologische Randbedingung in das Strömungsmodell eingesteuert. Für eine direkte Vergleichbarkeit der aus den Abflusskombinationen resultierenden Wasserstände, werden für alle Kombinationen stationäre Fließbedingungen berücksichtigt und alle Randbedingungen (mit Ausnahme der Zuflüsse) identisch angesetzt. Die Ergebnisse der Strömungsmodellierung sind in Abbildung 8-8 dargestellt. Da das Interesse dieser Untersuchungen weniger in absoluten Fließtiefen als vielmehr in der Identifikation von räumlich variierenden Bemessungswasserständen bzw. -abflüssen liegt, ist in Abbildung 8-8 nur die absolute Fließtiefe von Kombination 1 (links oben) dargestellt. Die Ergebnisse der Kombinationen 2 – 5 zeigen die Differenz der Fließtiefe für jede Zelle im Modell bezogen auf die Fließtiefe von Kombination 1. Grüne Bereiche zeigen dabei größere, weiße Bereiche gleiche und rote Bereiche geringere Fließtiefen.

Abflusskombination 1 führt zu moderaten Überschwemmungen entlang der Sieg, wohingegen entlang des Rheins kaum Überflutungen zu erkennen sind. Kombination 2 führt zu durchweg höheren Wasserständen (grüne Bereiche) im Rhein, aber geringeren

Wasserständen (rote Bereiche) in der Sieg. Nahezu identische Wasserstände (weiße Bereiche) zu Kombination 1 sind im unteren Teil der Sieg zu erkennen.

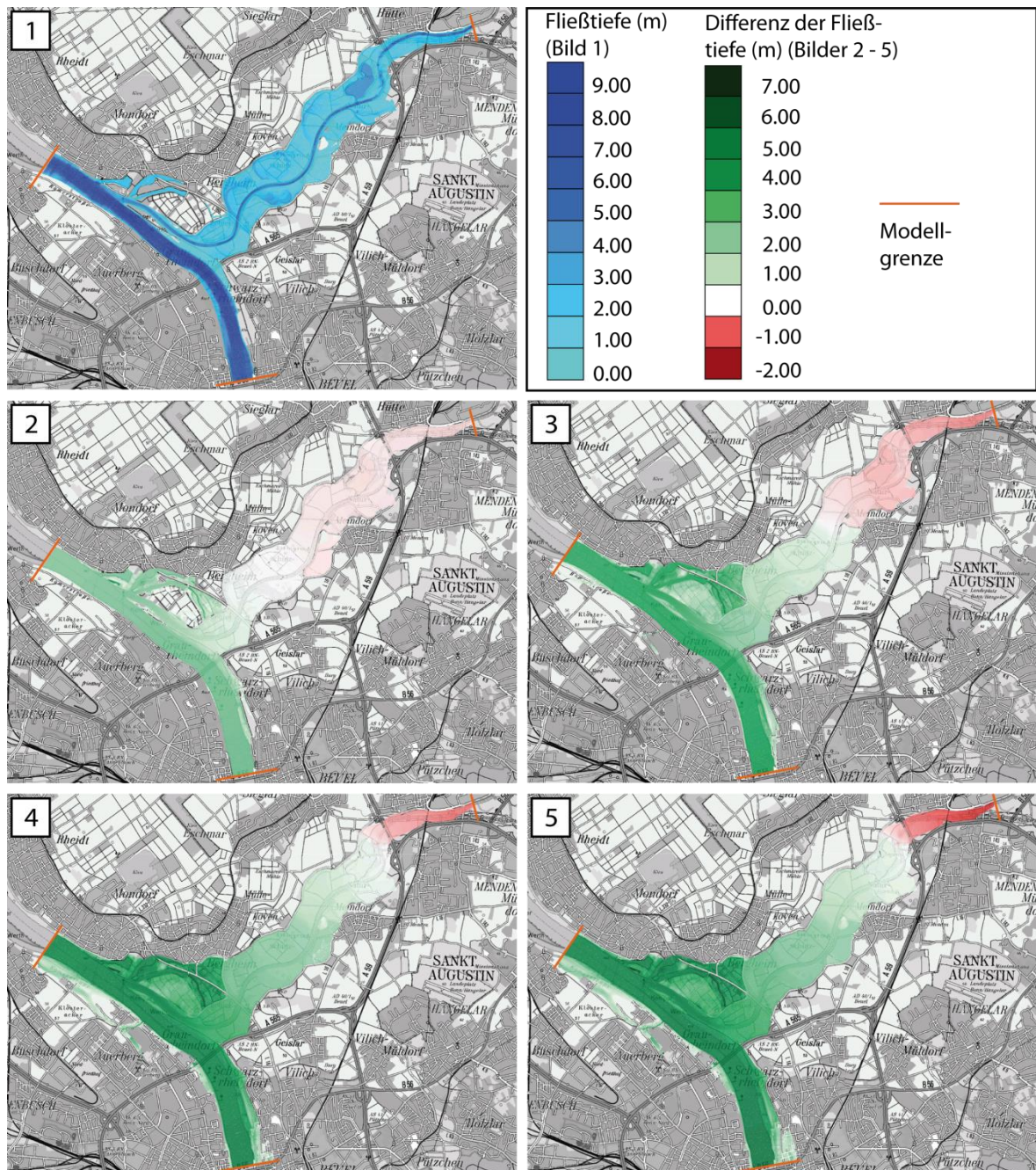


Abbildung 8-8: Ergebnisse der Strömungsmodellierung der fünf charakteristischen Abflusskombinationen aus den überlappenden Quantil-Isolinien

Die weiteren Kombinationen 3 – 5, d. h. mit steigenden Abflüssen im Rhein und abnehmenden Abflüssen in der Sieg, führen zu einer Verschiebung des weißen Bereichs flussaufwärts der Sieg. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Abfluss des Rheins ein Vielfaches des Abflusses der Sieg hat und somit einen deutlich größeren Einfluss auf die resultierenden Wasserstände in der Sieg besitzt. Abflusskombination 5 führt in den meisten

Bereichen des Mündungsgebietes zu den höchsten Wasserständen. Lediglich im obersten Teil der Sieg sind die Wasserstände im Vergleich zu Kombination 1 niedriger.

Zur Identifikation der räumlich anzusetzenden bemessungsrelevanten Abflusskombination ist ein Vergleich aller fünf Wasserstände an allen Gitternetzpunkten des Modells notwendig. Dazu werden die sich aus den Abflusskombinationen 1 – 5 resultierenden Wasserstände an jedem einzelnen Knotenpunkt des Strömungsmodells verglichen und die bemessungsrelevante Abflusskombination, d. h. die Kombination die zu dem höchsten Wasserstand führt, identifiziert.

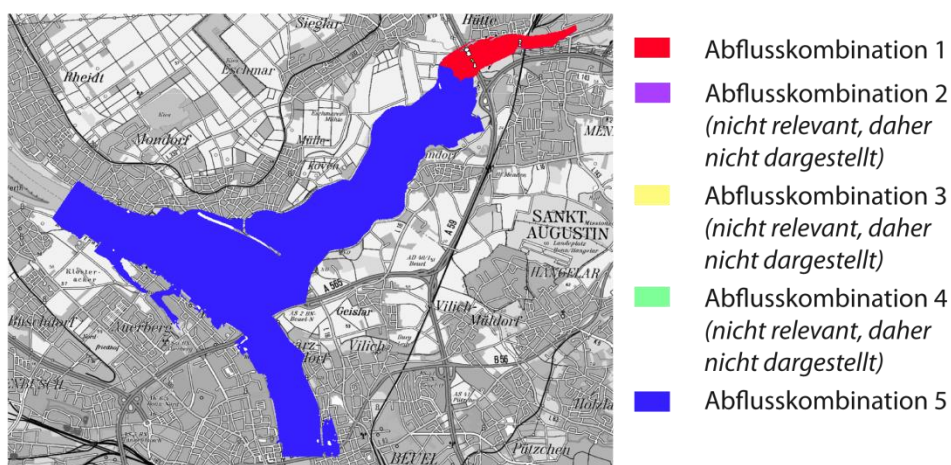


Abbildung 8-9: Bemessungsrelevante Abflusskombinationen (vgl. Abbildung 8-7) im Mündungsbereich des Rheins und der Sieg

Abbildung 8-9 zeigt, dass die Abflusskombination 5 ($Q_{\text{Rhein}} = 10.780 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_{\text{Sieg}} = 282 \text{ m}^3/\text{s}$) im Großteil des Mündungsbereich den bemessungsrelevanten Abflusszustand darstellt (blauer Bereich). Aufgrund des überproportional hohen Abflusses des Rheins im Vergleich zur Sieg sowie der relativ ebenen Topografie, führt ein großer Abfluss des Rheins bis ca. 4,3 km stromaufwärts der Sieg zu den größten Wasserständen. Nur im oberen Modellbereich (rot) endet der Einfluss des Rheins und Abflusskombination 1 ($Q_{\text{Sieg}} = 894 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_{\text{Rhein}} = 2.853 \text{ m}^3/\text{s}$) führt zu den höchsten Wasserständen. Obwohl Abflusskombinationen 2 – 4 die gleiche Eintrittswahrscheinlichkeit besitzen ($P_{\text{Ü}} = 0,01 \text{ 1/a}$), haben sie keine Bedeutung für die Dimensionierung von Hochwasserschutzbauwerken im Mündungsbereich.

8.5 Diskussion der Ergebnisse

Die vorgestellte Methodik stellt einen neuen Ansatz dar, mit dem Bemessungshochwasserabflüsse im Mündungsbereich von zwei Gewässern bestimmt werden können. Als wesentliche Voraussetzung zur Anwendung des Verfahrens sind wie bei nahezu allen statistischen Untersuchungen auch, langjährige Beobachtungsdaten der zusammenfließenden Gewässer notwendig. Mit der Verwendung eines hydrodynamisch-numerischen Strömungsmodells lassen sich die maßgebenden Bemessungswasserstände aus der Vielzahl der Abflusskombinationen ermitteln. Gegenüber der sehr konservativen Annahme, dass in beiden Gewässern zeitgleich ein Bemessungsereignis gleicher Jährlichkeit (z. B. HQ_{100}) auftritt, erlaubt die hier angewendete Methodik eine Berücksichtigung des nicht notwendigerweise zeitgleichen Auftretens der Bemessungsereignisse. Dies wiederum führt bei gleichen Sicherheitszielen tendenziell zu geringeren Bemessungswerten als der konservative Ansatz, was wiederum eine wirtschaftlichere Bemessung von Schutzbauwerken ermöglicht.

Darüber hinaus kann die Methodik auch zur statistischen Modellierung anderer Datensätze angewendet werden, bei denen die Maximalwerte der Parameter nicht notwendigerweise zeitgleich auftreten müssen. Als Beispiel sei hier die bivariate Modellierung von Abflussscheitel Q und Volumen V von Hochwasserereignissen in kleinen Einzugsgebieten zu nennen. Während hohe Abflussscheitel in kleinen Gewässern i. d. R. durch konvektive Niederschlagsereignisse ausgelöst werden, entstehen Hochwasserwellen mit großen Abflussvolumen häufig durch advektive Niederschläge.

Zudem ist die entwickelte Methodik nicht nur auf bivariate Untersuchungen beschränkt und kann grundsätzlich auf jeden n -dimensionalen Fall angewendet werden.

Des Weiteren haben die Untersuchungen gezeigt, dass weder Punkt 2 noch Punkt 4 in Abbildung 8-7, welche die Punkte der maximalen Copula-Dichten (vgl. Abschnitt 5.8) darstellen, zu einem bemessungsrelevanten Wasserstand im Mündungsbereich führen. Damit kann für das Fallbeispiel nachgewiesen werden, dass dieser Ansatz nicht zielführend für die Bemessung von Hochwasserschutzbauwerken in diesem Bereich ist. Das unterstreicht zudem nochmal die Notwendigkeit von numerischen (oder auch physikalischen) Modellen für die Auswahl geeigneter Bemessungskombinationen.

9 Entwicklung eines allgemeinen Ansatzes zur Abschätzung von kombinierten Hochwasserwahrscheinlichkeiten

9.1 Einführung

In dem vorangegangenen Abschnitt wurde eine Methodik vorgestellt, mit der bemessungsrelevante Abflusskombination aus Haupt- und Nebengewässer an einer Gewässermündung ermittelt werden können. Für die Anwendung dieses Verfahrens ist die Verfügbarkeit langjähriger und je nach Einzugsgebietsgröße, zeitlich hochaufgelöster Abflusszeitreihen beider zusammenfließender Gewässer erforderlich. Für die meisten Flussmündungen in Deutschland liegen solche Daten jedoch nicht vor, obwohl auch dort häufig der Bedarf an einem angemessenen Hochwasserschutz besteht.

Das Ziel der Untersuchungen in diesem Abschnitt liegt darin, eine Methodik zu entwickeln um belastbare Informationen zur kombinierten Eintrittswahrscheinlichkeit von Hochwasserereignissen an Flussmündungen zu erhalten, an denen keine langjährigen Pegelaufzeichnungen verfügbar sind. Der prinzipielle Ansatz basiert dabei auf den bekannten Vorgehensweisen zur Regionalisierung von hydrologischen Parametern, wie sie beispielsweise in Maidment (1993) oder Maniak (2010) beschrieben werden. Die Annahme bei herkömmlichen Regionalisierungsverfahren besteht darin, dass hydrologisch ähnliche Regionen (z. B. Einzugsgebiete) ein ähnliches Systemverhalten (z. B. bei der Abflussbildung) aufweisen. Somit können hydrologische Informationen von einem Ort mit entsprechend vorhandenen Messwerten über verschiedene Skalen hinweg auf einen anderen Ort übertragen werden, an dem keine Beobachtungen zur Verfügung stehen (Kleeberg, 1999).

Die grundsätzliche Überlegung hinter dem hier entwickelten Ansatz besteht darin, dass beim Zusammenfluss von ähnlich zu charakterisierenden Gewässern bzw. deren

Einzugsgebieten, ebenfalls eine ähnliche Wahrscheinlichkeit des zeitgleichen Auftretens von Hochwasserereignissen im Mündungsbereich besteht. Dafür ist es notwendig Einzugsgebiete von zusammenfließenden Gewässern zu klassifizieren und auf Basis einer entsprechenden Datengrundlage die notwendigen Informationen zur kombinierten Hochwasserwahrscheinlichkeit für jede Klasse zu gewinnen. Anschließend können die Informationen zur kombinierten Hochwasserwahrscheinlichkeit auf Mündungen ohne Datengrundlage entsprechend der Klassifizierungsmerkmale übertragen werden.

Allerdings werden bei diesem Ansatz keine hydrologischen, sondern statistische Kennwerte übertragen, mit denen die kombinierte Wahrscheinlichkeit von Hochwasserereignissen an Flussmündungen beschrieben werden kann. Dabei sollen keine tatsächlichen Hochwasserabflüsse übertragen werden, sondern vielmehr die Abhängigkeitsstruktur der Abflüsse aus Haupt- und Nebengewässer. Die Ergebnisse werden im Anschluss so aufbereitet, dass sie für tätige Planer in der Praxis leicht verständlich und einfach anwendbar sind.

Im nachfolgenden Abschnitt wird zunächst die Datengrundlage vorgestellt, die für die Untersuchungen zur Verfügung steht. Anschließend wird die Methodik entwickelt und ausführlich erläutert. Die abgeleiteten Ergebnisse werden darauf folgend vorgestellt und anhand eines Fallbeispiels validiert, bevor eine abschließende Diskussion der erzielten Ergebnisse erfolgt.

9.2 Untersuchungsgebiet und Datengrundlage

Die Untersuchungen werden zunächst nur auf Einzugsgebiete im Deutschen Mittelgebirgsraum angewendet. Diese räumliche Eingrenzung gewährleistet, dass im weitesten Sinne homogene Einzugsgebietstypen untersucht werden. Innerhalb des Untersuchungsgebietes werden Pegelpaare identifiziert, für die langjährige Abflussmessungen sowohl am Haupt- als auch am Nebengewässer vorliegen. Folgende Anforderungen werden dabei an die Abflusszeitreihen gestellt:

1. Abstand der Pegel zur Mündung ≤ 15 km,
2. keine (künstliche) Beeinflussung der Abflussmessungen, durch z. B. Stauanlagen im Oberlauf oder Rückstaueffekte durch die Mündung,
3. überschneidende Aufzeichnungsdauer beider Pegel mind. 20 Jahre.

Wie bereits in Abschnitt 6 erläutert, existiert keine einheitliche Festlegung ab wann ein Pegel als speicherbeeinflusst gilt. Daher wird ein Pegelpaar abgelehnt, wenn in einer der

beiden Zeitreihen ein Eintrag zur Speicher- oder Rückstaubeinflussung in den Stammdaten des Pegels zu finden ist.

Idealerweise sollten die Pegel an Haupt- und Nebengewässer oberhalb der Mündung gelegen sein. Um die Datengrundlage zu maximieren, wurden ebenfalls Mündungen ausgewählt, an denen Pegel an einem der beiden Gewässer oberhalb der Mündung und am Hauptgewässer unterhalb der Mündung gelegen sind. Sofern keine größeren Gewässer zwischen Mündung und unterhalb gelegenen Pegel einmünden, wird aus beiden Abflusszeitreihen durch einfache Differenzenbildung ein synthetischer Zufluss am unbepegelten Gewässer oberhalb der Mündung berechnet und für die Auswertungen verwendet.

Von den zuständigen Landesregierungen der Länder (Bayern, Baden-Württemberg, Hessen, Nordrhein-Westfalen, Rheinland-Pfalz, Sachsen, Saarland und Thüringen) sowie der BfG wurden entsprechende Abflusszeitreihen von Pegelpaaren zur Verfügung gestellt. Je nach Bundesland hatten die geprüften Abflussdaten unterschiedliche zeitliche Auflösungen von 15 min-, 60 min- oder 24 h-Mittelwerten. Abbildung 9-1 stellt die verwendete Datengrundlage im deutschen Mittelgebirge dar. Eine Markierung steht dabei für eine Flussmündung, d. h. zwei Abflusszeitreihen.

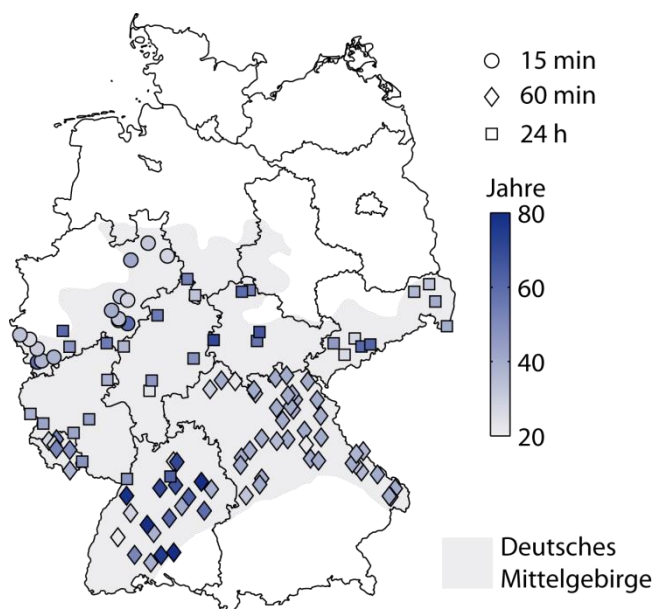


Abbildung 9-1: Langjährige Datenverfügbarkeit von Pegelpaaren an Flussmündungen im deutschen Mittelgebirge mit einer minimalen Aufzeichnungslänge von 20 a und einer zeitlichen Auflösung von 15 min, 60 min und 24 h

Insgesamt entsprechen 125 Pegelpaare den o. g. Anforderungen, wobei einige Abflusszeitreihen für mehrere Mündungen verwendet werden, sofern die Anforderungen erfüllt

sind. Eine tabellarische Auflistung aller verwendeter Pegelzeitreihen und deren Aufzeichnungslängen findet sich in Anhang A.1.

Das Kollektiv der Pegelpaare ist dabei recht homogen über das Untersuchungsgebiet verteilt, wobei sich die meisten Pegelpaare in Bayern und Baden-Württemberg befinden. Als zusätzliche Informationen liegen von allen Pegeln noch die Einzugsgebietsgrößen A_{EO} vor. Weitere charakterisierende Werte der Einzugsgebiete, wie Formen, Längsgefälle, Landnutzung etc. konnten von den Behörden für die Untersuchungen nicht zur Verfügung gestellt werden.

Die Abflusszeitreihen der Länder Sachsen, Thüringen und Hessen sowie einige Zeitreihen der BfG liegen für diese Untersuchungen nur als Tagesmittelwerte vor (vgl. Abbildung 9-1). Insgesamt beinhalten 32 Pegelpaare wenigstens eine Zeitreihe, bei der es sich um Tagesmittelwerte des Abflusses handelt. Es stellt sich somit die Frage, inwieweit diese 32 Zeitreihen aufgrund des möglichen Informationsverlustes und einer veränderten Abhängigkeitsstruktur, die mit der Diskretisierung einhergehen kann (vgl. Abschnitt 6), für die Untersuchungen verwendet werden sollten. Dazu wurde die im nachfolgenden Abschnitt 9.3 beschriebene Methodik zunächst ohne diese Pegelpaare durchgeführt. Im zweiten Schritt erfolgte das gleiche Vorgehen unter Berücksichtigung der entsprechenden Pegelpaare. Es hat sich gezeigt, dass die Ergebnisse unwesentlich voneinander abweichen, so dass die Pegelpaare zugunsten einer möglichst großen Datengrundlage in den Untersuchungen mit berücksichtigt werden.

9.3 Entwicklung der Methodik

Für die Entwicklung der Methodik werden die im vorangegangenen Abschnitt dargestellten Pegelpaare im Deutschen Mittelgebirgsraum ausgewertet. Dabei ist es vorteilhaft, die Anzahl der zu übertragenden Kennwerte zur Beschreibung der kombinierten Wahrscheinlichkeit von Hochwasserereignissen so gering wie möglich zu halten. Das liegt im Wesentlichen darin begründet, dass sich die prinzipiellen Unsicherheiten die mit einer Regionalisierung einhergehen (z. B. De Michele und Rosso, 2001; Kjeldsen und Jones, 2006) mit jedem zusätzlichen Kennwert weiter erhöhen.

Wie in den vorangegangenen Abschnitten 5, 7 und 8 bereits ausführlich dargestellt, eignen sich Archimedische Copulas sehr gut um die statistische Abhängigkeit von Merkmalswerten zu beschreiben. Daher ist es naheliegend Copulas bzw. den Copula-Parameter θ als Kennwert für die Übertragung zu verwenden. Zum einen bietet eine

Archimedische Copula wie sie in Abschnitt 5 beschrieben werden den Vorteil, dass sie nur einen Parameter besitzt, was die Beschreibung der statistischen Abhängigkeit mit nur einem Kennwert zulässt. Zum anderen werden bei der Verwendung von Copulas für die Zielsetzung in dieser Untersuchung keine Randverteilungen benötigt. Das ist darin begründet, dass das Ziel in der Übertragung der Abhängigkeit von Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der Hochwasserabflüsse beider zusammenfließender Gewässer liegt. Copulas bilden solche Abhängigkeiten zwischen Merkmalswerten (z. B. Hochwasserabflüssen) bzw. deren Transformation zu (u,v) in der Einheitsfläche $[0,1]^2$ ab (vgl. Abschnitt 5). Eine Copula-Funktion bildet somit auf einer Isolinie L_w der bivariaten Wahrscheinlichkeit w verschiedene Kombinationen der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten P_U der beiden gleichverteilten Merkmalswerte $u = F_X(x)$ und $u = F_Y(y)$ ab, wie in Abbildung 9-2 beispielhaft dargestellt. Verwendet wurde hier die Gumbel-Copula mit Werten des Parameters von $\theta = 2, 3, 4$ und einer Isolinie mit $w = 0.9$.

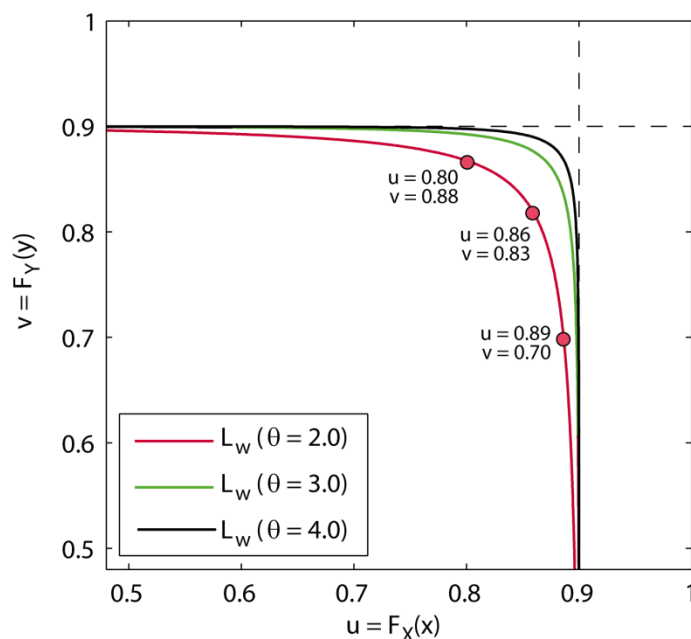


Abbildung 9-2: Beispielhafte Darstellung von Isolinien mit $w = 0,9$ der Gumbel-Copula für $\theta = 2,0, 3,0, 4,0$ im Einheitsraum $[0,1]^2$

Bei $\theta = 2$ (rote Linie) ergeben sich verschiedene Kombinationen von u und v (in Abbildung 9-2 als rote Punkte dargestellt), die eine bivariate Wahrscheinlichkeit von $w = 0,9$ ergeben. Bezogen auf einen Zusammenfluss aus Haupt- und Nebengewässer, wären für eine bivariate Wahrscheinlichkeit von $w = 0,9$, Abflüsse aus Haupt- und Nebengewässer mit den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten von $P_U = 0,89/0,72, 0,86/0,83$ und $0,80/0,88$ anzusetzen. Sofern es sich dabei um jährliche Unterschreitungs-

wahrscheinlichkeiten handelt, sind den Kombinationen von u und v eine bivariate Jährlichkeit von $T^{\wedge} = 10$ a zuzuordnen (vgl. Abschnitt 5.6, Gleichung (4.4)). Die univariaten Jährlichkeiten T berechnen sich hingegen zu $T = 9,1/3,5, 7,1/5,9$ und $5,0/8,3$ a.

9.3.1 Stichprobenbildung

Zunächst werden aus den langjährigen Abflusszeitreihen die Stichproben ermittelt, die für die weiteren statistischen Untersuchungen verwendet werden. Wie bereits bei der Vorgehensweise in den vorangegangenen Abschnitten 6 und 8, werden dazu für jedes Pegelpaar die unabhängigen AMAX-Abflüsse des Hauptgewässers ermittelt und die zeitgleich aufgetretenen Abflüsse im Nebengewässer (HG_{MAX}/NG_{SIM}). Zur Berücksichtigung des simultanen Abflusses im Hauptgewässer bei gegebenem Hochwasser im Nebengewässer werden analog zu HG_{MAX}/NG_{SIM} die unabhängigen AMAX-Werte des Nebengewässers gemeinsam mit den zeitgleich aufgetretenen Abflüssen im Hauptgewässer erfasst (HG_{SIM}/NG_{MAX}). Als Unabhängigkeitskriterium wird dabei je nach Einzugsgebietsgröße A_{EO} eine minimale Zeitspanne von $\Delta t = 5 - 10$ d zwischen zwei Hochwasserscheitelwerten berücksichtigt (Svensson et al., 2005). Zur Ermittlung der zeitgleich beobachteten Abflüsse (NG_{SIM}/HG_{SIM}), wird ebenfalls nach dem Ansatz nach Svensson et al. (2005) der maximal aufgetretene Wert innerhalb eines Zeitfensters $\pm \Delta t$ zu dem AMAX-Wert ermittelt. Dieses Vorgehen gewährleistet, dass auch Scheitelwerte erfasst werden, die kurz vor oder nach dem AMAX-Wert aufgetreten sind.

Zur einheitlichen statistischen Beschreibung der Abhängigkeiten der bivariaten Stichproben, wird nur die Gumbel-Copula für die Analyse verwendet, da sie als einzige Archimedische Copula eine *upper tail dependence* besitzt. Um zu gewährleisten, dass die Copula besonders den Bereich von bemessungsrelevanten Werten der Stichproben gut abbildet, wird der Copula-Parameter θ für alle Pegelpaare über den minimierten RMSE zwischen der parametrischen Schätzung der Kendall-Funktion $K_{C\theta}$ nach Gleichung (5.29) und der nicht-parametrischen Schätzung von K_{Cn} auf Basis der Stichproben nach Gleichung (5.31) für $w \geq 0,5$ ermittelt. Das bedeutet, dass θ so lange variiert wird, bis der minimale RMSE zwischen $K_{C\theta}$ und K_{Cn} für $w \geq 0,5$ erreicht ist. Die Anpassungsgüte der Copula für $K_{C\theta}(w < 0,5)$ ist von untergeordnetem Interesse, da Realisationen in diesem Bereich nicht als „extrem“ einzustufen sind und somit keine bemessungsrelevante Bedeutung haben.

So ergeben sich für HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} jeweils 125 Parameter der Gumbel-Copula. Sofern keine oder nur eine geringe *upper tail dependence* in einer Stichprobe existiert, wird so ein geringer Wert für θ berechnet. Für den Fall, dass eine ausgeprägte *upper tail dependence* vorliegt, impliziert dies eine stärkere Abhängigkeit der oberen Stichprobenwerte und es resultiert somit ein höherer θ -Wert. Dies wiederum führt dann zu einer höher anzusetzenden Wahrscheinlichkeit des zeitgleichen Auftretens von Hochwasserereignissen (vgl. Abbildung 9-2).

Der auf diesem Weg ermittelte Wertebereich der Copula-Parameter reicht von $\theta = 1$ bis 6,94, wobei der Großteil der Werte im Bereich von 1,5 bis 2,5 liegt. Abbildung 9-3 stellt die räumliche Verteilung der berechneten θ -Werte der Gumbel-Copula aller 125 Pegelpaare für die beiden Fälle HG_{MAX}/NG_{SIM} (links) und HG_{SIM}/NG_{MAX} (rechts) dar.

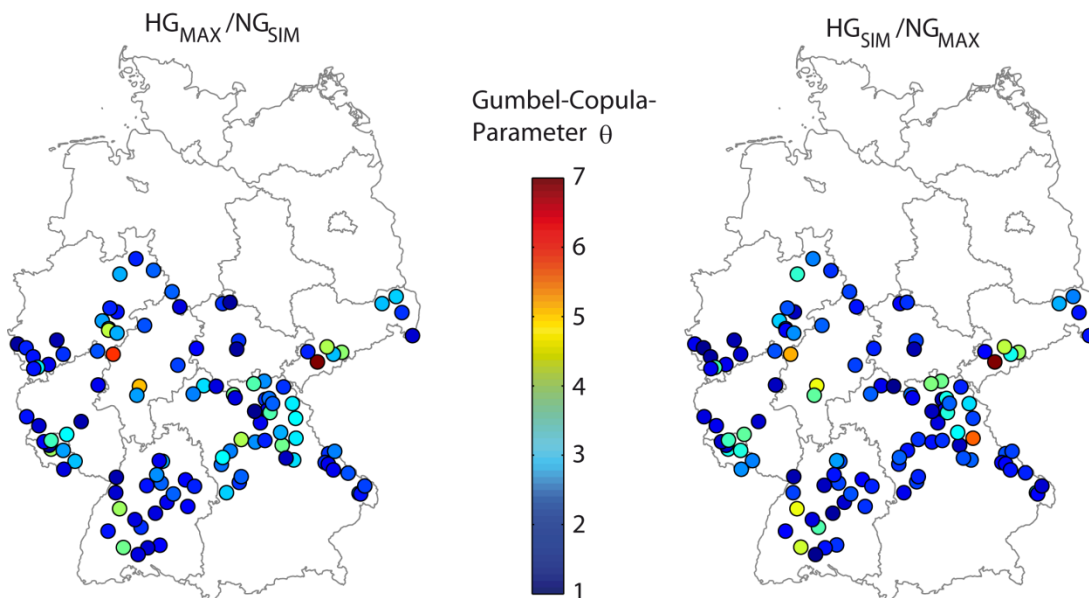


Abbildung 9-3: Räumliche Darstellung der berechneten θ -Werte der Gumbel-Copula der jeweils 125 Stichproben für die Fälle HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} im Deutschen Mittelgebirgsraum

Für die Übertragung der Copula-Parameter auf Mündungen ohne Abflussinformationen ist es im nächsten Schritt notwendig, die Merkmale festzulegen, nach denen die Pegelpaare klassifiziert werden sollen. Dabei sollte die Klassifizierung nach hydrologisch-plausiblen Gesichtspunkten der Hochwasserentstehung und unter Berücksichtigung der vorhandenen Zusatzdaten der Pegel stattfinden.

9.3.2 Festlegung der Klassen

Es ist davon auszugehen, dass das zeitgleiche Auftreten von Hochwasserereignissen stark von den Einzugsgebietscharakteristika der beiden zusammentreffenden Gewässer abhängt. So ist die in RP Stuttgart (2012) getroffene Annahme schlüssig, dass bei zwei kleinen Einzugsgebieten mit etwa der gleichen Größe, die Wahrscheinlichkeit von zeitgleich auftretenden Hochwasserabflüssen höher ist als wenn ein kleines Gewässer in ein großes Gewässer mündet (vgl. Abschnitt 3.1). Den Untersuchungen in NCHRP (2013) wird diese Überlegung ebenfalls zugrunde gelegt und eine Klassenbildung in Abhängigkeit der Einzugsgebietsgrößenverhältnisse von Haupt- und Nebengewässer $R_A = A_{EO,HG} / A_{EO,NG}$ [-] und der summierten Gesamtgröße beider Einzugsgebiete $A_{TOT} = A_{EO,HG} + A_{EO,NG}$ [km²] der zusammenfließenden Gewässer vorgenommen, wie in Tabelle 9-1 dargestellt. Aufgrund der plausiblen Argumentation zur Klassenbildung nach diesen Gesichtspunkten und aufgrund der Tatsache, dass für diese Untersuchung neben den Abflusszeitreihen lediglich die Einzugsgebietsgrößen A_{EO} der Pegel vorliegen, werden diese Kriterien ebenfalls zur Klassenbildung verwendet.

Tabelle 9-1: Einteilung der Klassen auf Basis der Einzugsgebietsgrößenverhältnisse R_A und der summierten Einzugsgebietsgrößen A_{TOT} der zusammenfließenden Gewässer

	$A_{TOT} \leq S_A$	$A_{TOT} > S_A$
$R_A \leq S_R$	Klasse I	Klasse III
$R_A > S_R$	Klasse II	Klasse IV

Somit ergeben sich insgesamt vier Klassen, denen jedes Pegelpaar auf Grundlage des Einzugsgebietsverhältnis R_A und der summierten Einzugsgebietsgröße A_{TOT} zugeordnet werden kann. S_R und S_A stellen dabei Schwellenwerte von R_A bzw. A_{TOT} dar, die zur Unterteilung der Klassen angesetzt werden.

Für die vorliegenden 125 Pegelpaare ergibt sich so ein Wertebereich von etwa 1 bis 500. Tabelle 9-2 stellt die Verteilung der Pegelpaare nach R_A dar.

Tabelle 9-2: Verteilung der Einzugsgebietsgrößenverhältnisse R_A der 125 verwendeten Pegelpaare im Deutschen Mittelgebirge

Verhältnis der Einzugsgebietsgrößen $A_{EO,HG}/A_{EO,NG}$ $R_A [-]$	Anzahl
1 – 2	36
2 – 5	45
5 – 10	14
10 – 100	24
100 – 500	6

Die Verteilung der Einzugsgebietsgrößen A_{EO} der Pegelpaare sind getrennt nach Hauptgewässer (HG), Nebengewässer (NG) und als Summe von Haupt- und Nebengewässer (A_{TOT}) zusammenfassend in Tabelle 9-3 aufgeführt.

Tabelle 9-3: Verteilung der Einzugsgebietsgrößen A_{EO} der Hauptgewässer (HG), Nebengewässer (NG) und die Summe von Haupt- und Nebengewässer A_{TOT} der verwendeten Pegelpaare

Einzugsgebietsgröße $A_{EO} [\text{km}^2]$	Anzahl HG	Anzahl NG	Anzahl für A_{TOT} HG + NG
1 – 10	0	4	0
10 – 100	19	54	8
100 – 500	48	57	49
500 – 1000	21	6	26
1000 – 10.000	31	4	35
10.000 – 100.000	4	0	5
> 100.000	2	0	2

Im nächsten Schritt gilt es die Schwellenwerte S_R und S_A zu bestimmen um die Pegelpaare bzw. die berechneten Copula-Parameter θ der entsprechenden Klasse zuzuordnen. Für jede Klasse wird dann im Anschluss der Mittelwert aller Copula-Parameter θ berechnet, der dann als repräsentativer Wert für jede Klasse angesetzt wird.

Das wesentliche Kriterium für die Bestimmung der Schwellenwerte S_R und S_A ist, dass der Mittelwert von θ in jeder Klasse, die Stichproben der Klasse möglichst genau widerspiegelt, d. h. dass die Summe der Residuen aus allen Klassen möglichst gering wird. Dabei ist der Umfang jeder Klassenstichprobe direkt abhängig von den Schwellenwerten S_R und S_A , da die Stichprobenwerte entsprechend der Festlegung von S_R und S_A den Klassen zugeordnet werden. Grundsätzlich sollte dabei jede Klasse aber eine repräsentative

Anzahl von θ -Werten aus den Beobachtungen beinhalten. Wenn beispielsweise $S_A = 100.001 \text{ km}^2$ gewählt würde, könnten nur noch insgesamt 2 Werte den Klassen III und IV zugeordnet werden (vgl. Tabelle 9-1 und Tabelle 9-3). Somit wären diese Klassen nicht als repräsentativ einzustufen. Daher wird festgelegt, dass jede Klasse wenigstens 15 Werte enthalten muss.

Die Bestimmung des idealen Schwellenwertes erfolgt numerisch für kontinuierlich steigende Werte von $S_R = 1$ bis 20 [-] mit einem Intervall von 0,1 [-] und von $S_A = 0$ bis 10.000 km^2 mit einem Intervall von 1 km^2 (bei größeren Werten von S_R oder S_A könnte die minimale Anzahl von 15 Werten nicht erreicht werden). Für jedes Wertepaar von S_R und S_A werden die Copula-Werte der Pegelbeobachtungen auf Basis der Einzugsgebietsgrößenverhältnisse R_A und der Gesamteinzugsgebietsgröße A_{TOT} des jeweiligen Pegelpaares entsprechend Tabelle 9-1 einer der Klassen zugeordnet. Als nächstes wird der Mittelwert der Copula-Parameter in jeder Klasse bestimmt und der RMSE zwischen dem jeweiligen Mittelwert und den Klassenwerten von θ berechnet. Der Mittelwert der RMSE-Werte aus allen vier Klassen ist dann das zu minimierende Maß. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Abbildung 9-4 grafisch für die beiden Fallunterscheidungen HG_{MAX}/NG_{SIM} (links) und HG_{SIM}/NG_{MAX} (rechts) dargestellt.

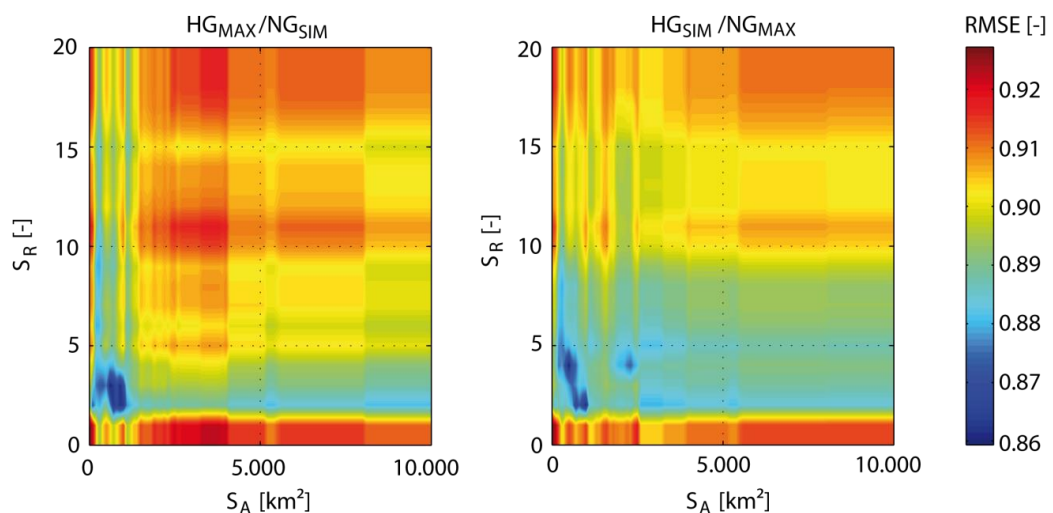


Abbildung 9-4: Mittlerer RMSE aller vier Klassen zwischen Mittelwert und Beobachtungen von θ in Abhängigkeit der Schwellenwerte S_R und S_A

Es ist zu erkennen, dass der mittlere RMSE bei beiden Fallunterscheidungen im Bereich von $S_R = 2$ bis 5 [-] und $S_A = 200$ bis 1000 km^2 die, wenn auch nur geringfügig, minimalen Werte annimmt (blaue Bereiche in Abbildung 9-4). Daher werden die Schwellenwerte auf $S_R = 4$ [-] und $S_A = 800 \text{ km}^2$ festgelegt.

Somit lassen sich für die beiden Fallunterscheidungen HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} jeweils für die Klassen I–IV die Gumbel-Copula-Parameter θ der Beobachtungen zuordnen und die entsprechenden Mittelwerte von θ für jede Klasse berechnen. Für den Fall HG_{MAX}/NG_{SIM} sind die Ergebnisse beispielhaft in Abbildung 9-5 dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass die Mittelwerte der Copula-Parameter in den Klassen I – III mit etwa $\theta = 2,6$ nahezu identisch sind. In Klasse IV hingegen, liegt der Mittelwert bei $\theta = 1,9$. Das impliziert, dass eine geringere Abhängigkeit von Hochwasserereignissen bei Mündungen in dieser Klasse vorliegt.

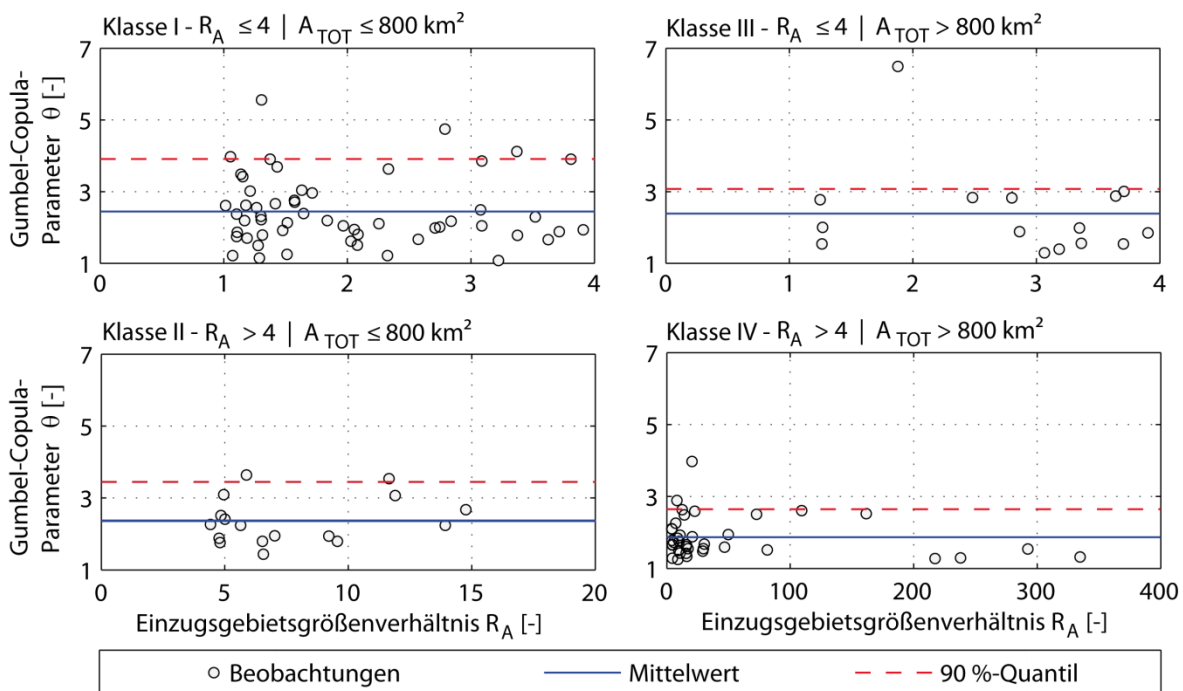


Abbildung 9-5: Mittelwerte und 90 %-Quantile der Gumbel-Copula-Parameter θ für die Klassen I – IV der HG_{MAX}/NG_{SIM} Stichproben

Die Parameter weisen insbesondere in Klasse I eine recht hohe Varianz auf. Dies kann u. a. daran liegen, dass die gewählten Parameter R_A und A_{TOT} nicht ausreichen, um eine homogene Klasseneinteilung zu gewährleisten. Da von den Landesregierungen und Pegelbetreibern für die Untersuchungen aber keine weiteren Einzugsgebietskennwerte zur Verfügung gestellt wurden, können an dieser Stelle keine weiteren Untersuchungen durchgeführt werden. Es ist jedoch darauf hinzuweisen, dass die Berücksichtigung weiterer Einzugsgebietsparameter und eine Erhöhung der Klassenanzahl zu einer weiteren Reduzierung der Anzahl von Copula-Parametern in jeder Klasse führt. Dies wiederum führt dann zu einer weiteren Erhöhung der Unsicherheiten aufgrund der geringeren Datengrundlage in jeder Klasse.

Um der recht hohen Varianz gerecht zu werden, wird zusätzlich zu dem Mittelwert von θ das 90 %-Quantil der Copula-Parameter θ in jeder Klasse bestimmt (in Abbildung 9-5 als rot gestrichelte Linien dargestellt). Dieser Wert kann für die konservativere Ermittlung kombinierter Hochwasserwahrscheinlichkeiten an Mündungen verwendet werden, an denen beispielsweise ein besonders hohes Schadenspotenzial besteht.

9.3.3 Ermittlung der jährlichen Eintrittswahrscheinlichkeiten der zeitgleich aufgetretenen Beobachtungen

Für die Zielsetzung dieser Untersuchung, die Ermittlung der kombinierten Hochwasserwahrscheinlichkeit an Flussmündungen, ist es von Bedeutung, dass ein bestimmter Hochwasserabfluss im Hauptgewässer zeitgleich mit einem bestimmten Abfluss des Nebengewässers auftritt. Daher ist die bivariate UND-Jährlichkeit T^{\wedge} (vgl. Abschnitt 5.6) als maßgebende Jährlichkeit anzusetzen. Allerdings besitzt die Ermittlung von T^{\wedge} nach Gleichung (4.4) nur dann Gültigkeit, wenn die Verteilungsfunktionen $F_X(x)$ und $F_Y(y)$ die jährlichen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten von X und Y abbilden (sofern der mittlere zeitliche Abstand μ_T zwischen den Stichprobenwerten 1 beträgt). In dem vorliegenden Fall handelt es sich in der bivariaten Stichprobe jedoch nur bei einer der Variablen X (HG_{MAX}/NG_{MAX}) um jährliche Maximalwerte und bei Y (HG_{SIM}/NG_{SIM}) um zeitgleich aufgetretene Beobachtungswerte. Somit sind die empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten von Y nicht mit den jährlichen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten gleichzusetzen, da die „wahre“ empirische Verteilungsfunktion von Y nur über die jährlichen Maximalwerte abgeleitet werden kann. Werden aus einer n Jahre langen Abflusszeitreihe eines Hauptgewässers beispielsweise n zeitgleich aufgetretene Abflüsse des Nebengewässers ermittelt, kann jeder n -te Wert in einem Jahr maximal den Wert des jährlichen Maximalabflusses annehmen. Es ist aber davon auszugehen, dass die jährlichen Maximalabflüsse im Haupt- und Nebengewässer nicht immer simultan auftreten (vgl. Abschnitt 8) und die zeitgleichen Abflüsse im Nebengewässer daher tendenziell geringer sind als die AMAX-Werte. Daher muss die Berechnung der Jährlichkeit T eines zeitgleich auftretenden Hochwassers im Nebengewässer NG_{SIM} unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der AMAX-Werte im Nebengewässer NG_{MAX} erfolgen. Für HG_{SIM} und HG_{MAX} gilt dies entsprechend genauso.

Dazu wird zunächst an jedem Pegelstandort die Wahrscheinlichkeitsverteilung über eine nicht-parametrische Kerndichteschätzung (engl. *kernel density*) mit einem Gauß-Kern und

einer optimierten Bandbreitenbestimmung nach Botev et al. (2010) für die AMAX-Zeitreihen am Haupt- und Nebengewässer ermittelt.

Im zweiten Schritt wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Stichproben der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse am Haupt- und Nebengewässer ebenfalls mithilfe einer Kerndichteschätzung bestimmt. Somit lassen sich die jährlichen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der jeweils zeitgleich aufgetretenen Abflüsse X_{SIM} (entweder NG_{SIM} oder HG_{SIM}) mit

$$P(X_{SIM} \leq x_{MAX}) = F_{MAX}(F_{SIM}^{-1}(p)), p \in [0,1] \quad (9.1)$$

Bestimmen. F_{MAX} stellt dabei die Verteilungsfunktion (hier cdf der Kerndichteschätzung) der AMAX-Stichprobe in einem Gewässer dar und F_{SIM}^{-1} die Quantilfunktion der zu den AMAX-Werten des jeweils anderen Gewässers zeitgleich aufgetretenen Abflüsse.

Die Vorgehensweise wird am Beispiel der Mündung des Gewässers Bära in die Donau (Baden-Württemberg) verdeutlicht. An der Bära stehen langjährige Abflussmessungen des Pegels Fridingen (Pegel-Nr. 9901156) zur Verfügung. An der Donau wird der Abfluss am Pegel Beuron (Pegel-Nr. 9900168) gemessen. Die überschneidende Aufzeichnungsdauer beider Pegel beträgt 75 Jahre. Zunächst wird der Fall HG_{MAX}/NG_{SIM} betrachtet, d. h. die jährlichen Maximalabflüsse der Donau und die zeitgleich aufgetretenen Abflüsse der Bära. Dazu wird die Stichprobe der 75 AMAX-Werte der Donau gebildet (HG_{MAX}) und die zeitgleich aufgetretenen Abflüsse der Bära bestimmt (NG_{SIM}). Da das Einzugsgebiet der Bära 134,5 km² beträgt, werden die zeitgleichen Abflüsse als Maximalwerte in einem Zeitfenster von $\Delta t = \pm 5$ d um die jeweiligen AMAX-Werte der Donau definiert (Svensson et al., 2005). Für den Fall HG_{SIM}/NG_{MAX} werden ebenso die Maximalwerte der Bära (NG_{MAX}) und die dazu zeitgleich aufgetretenen Abflüsse der Donau (HG_{SIM}) ermittelt.

Die Plotting Positionen nach Gringorten und die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Kerndichteschätzungen aller vier univariaten Stichproben (HG_{MAX} , HG_{SIM} , NG_{MAX} , NG_{SIM}) sind in Abbildung 9-6 dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung der simultanen Stichproben nicht der Verteilung der AMAX-Stichprobe entspricht. Auf Basis der Kerndichteschätzungen können dann die Wahrscheinlichkeiten der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse auf Basis der Verteilungsfunktion der AMAX-Werte korrigiert werden. An der Donau hat beispielsweise ein Abfluss von etwa 130 m³/s unter Berücksichtigung der Verteilungs-

funktion der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse eine jährliche Unterschreitungswahrscheinlichkeit von $P_U = 0,80$ 1/a, was einer (univariaten) Jährlichkeit von $T = 5$ a entspricht. Unter Berücksichtigung der Verteilungsfunktion der AMAX-Werte hingegen, entspricht die tatsächliche jährliche Unterschreitungswahrscheinlichkeit für denselben Abfluss aber nur $P_U = 0,59$ 1/a bzw. $T = 2,4$ a.

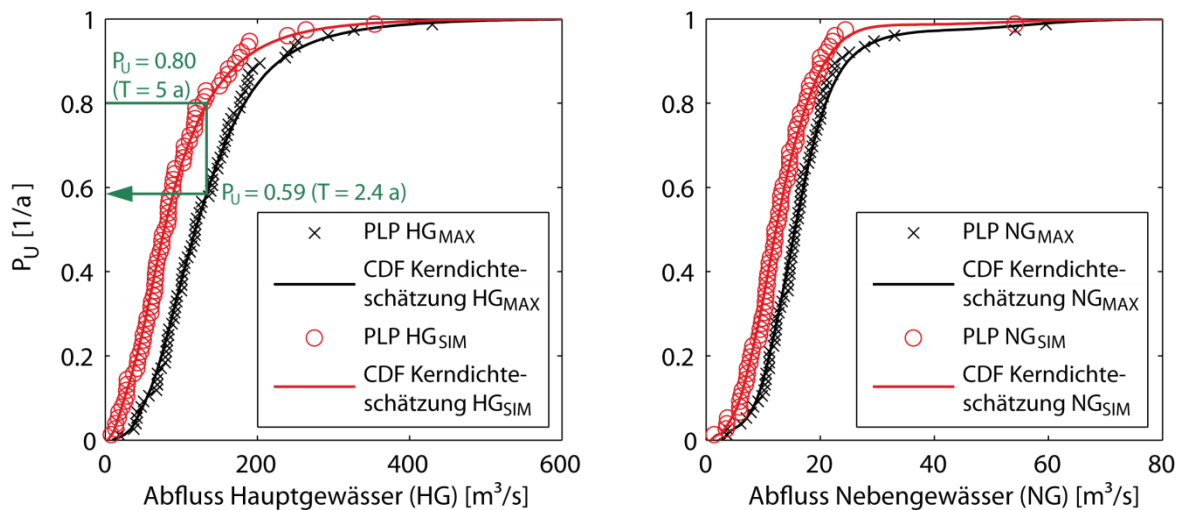


Abbildung 9-6: Ermittlung der empirischen jährlichen Unterschreitungswahrscheinlichkeit der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse an Gewässermündungen auf Basis von Kerndichteschätzungen für den Fall HG_{SIM} (links) und NG_{SIM} (rechts)

Diese Vorgehensweise wird für alle berücksichtigten Pegelpaare getrennt für jede Klasse wiederholt. Um eine zusammenfassende Beschreibung vieler Abflusszeitreihen von Pegelpaaren bzw. die daraus gewonnenen Stichproben innerhalb der Mündungsklassen zu erreichen, wird der Mittelwert der Abweichung der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten für jede Klasse numerisch für den Bereich $0 < P_U < 1$ mit einer Schrittweite von 0,001 bestimmt. Das Ergebnis ist beispielhaft für NG_{SIM} und HG_{SIM} der Klasse I in Abbildung 9-7 dargestellt.

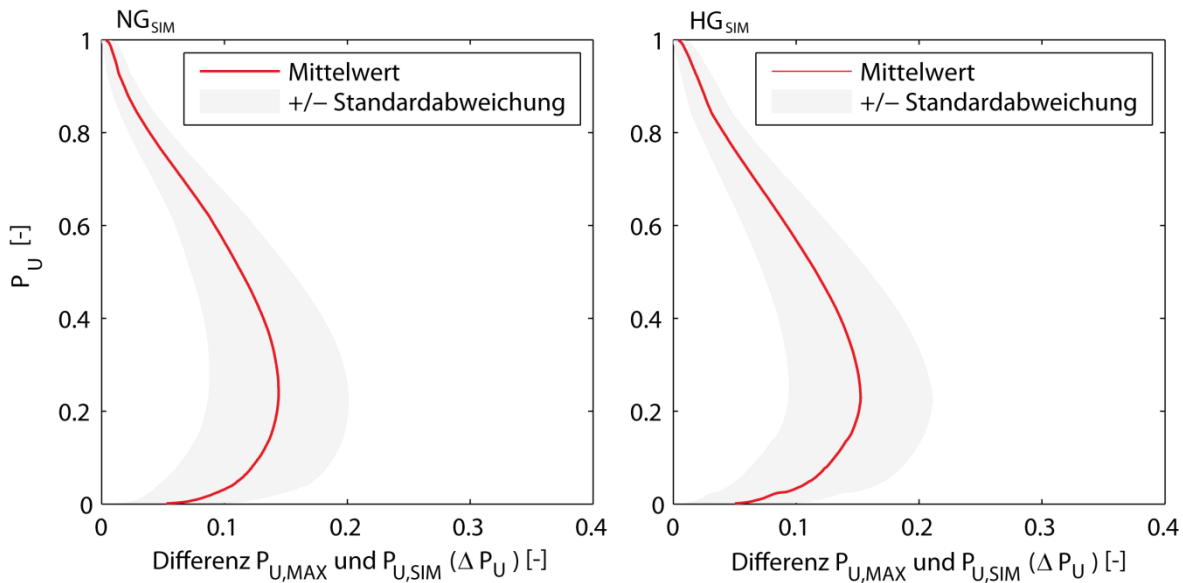


Abbildung 9-7: Exemplarische Darstellung der mittleren Abweichung (rot) \pm Standardabweichung (grau) der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten $P_{U,SIM}$ der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse NG_{SIM} (links) und HG_{SIM} (rechts) zu den Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der jeweiligen AMAX-Zeitreihe $P_{U,MAX}$ auf Basis von Kerndichteschätzungen für Klasse I

Es ist zu erkennen, dass die Differenz von $P_{U,MAX}$ und $P_{U,SIM}$ (ΔP_U) im Bereich von $P_U > 0,80$ relativ gering, d. h. im Bereich $\Delta P_U < 0,05$ ist. Da der Fokus in dieser Untersuchung auf Ereignissen mit einer Unterschreitungswahrscheinlichkeit von $P_U \geq 0,80$ ($T \geq 5$ a) liegt, sind die größeren Differenzen im Bereich $P_U < 0,80$ für das weitere Vorgehen nicht von Bedeutung.

Unter Verwendung der mittleren Abweichungen von $P_{U,MAX}$ und $P_{U,SIM}$ werden die Isolinien gleicher Jährlichkeiten der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse für jede Mündungsklasse anschließend korrigiert. Da $P_{U,MAX}$ grundsätzlich kleiner oder gleich sein muss als $P_{U,SIM}$, (die zeitgleich beobachteten Abflüsse können nur kleiner oder gleich den jährlichen Maximalabflüsse sein) werden die resultierenden Jährlichkeiten der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse somit ebenfalls geringer.

9.4 Bestimmung der kombinierten Hochwasserwahrscheinlichkeiten

Auf Basis der Mittelwerte der Copula-Parameter θ und der korrigierten Unterschreitungswahrscheinlichkeiten aus Abbildung 9-7, lassen sich im nächsten Schritt die Isolinien der T -jährlichen Abflüsse aus Haupt- und Nebengewässer einer bestimmten bivariaten Jährlichkeit T^\wedge für die Unterscheidungen HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} für alle vier Klassen ermitteln. Abbildung 9-8 stellt das Ergebnis für die bivariaten UND-Jährlichkeiten $T^\wedge = 5, 10, 20, 50, 100, 200$ a der Klasse I für HG_{MAX}/NG_{SIM} exemplarisch dar.

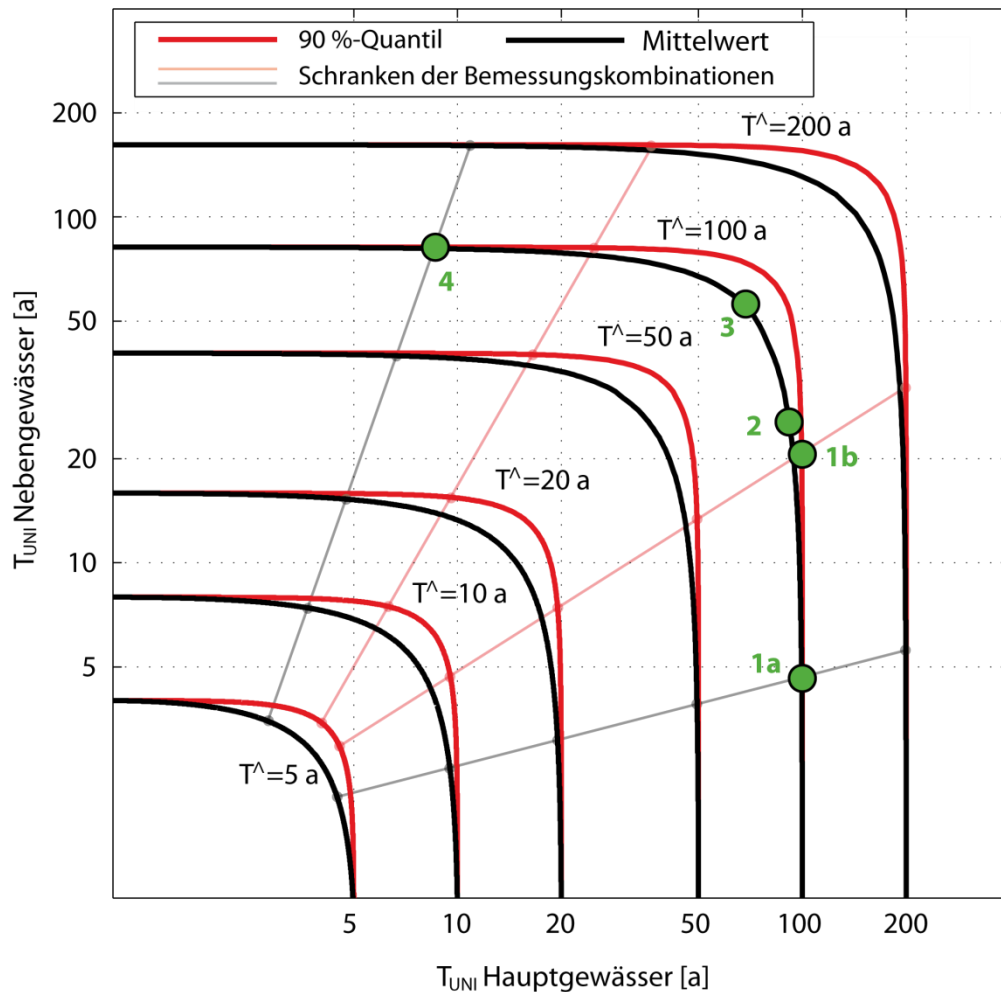


Abbildung 9-8: Beispielhafte Darstellung der Isolinien gleicher bivariater Jährlichkeiten $T^ = 5, 10, 20, 50, 100, 200$ a für die Klasse I und den Fall HG_{MAX}/NG_{SIM}

Für jede bivariate Jährlichkeit ergeben sich somit verschiedene Kombinationen von Abflüssen bestimmter univariater Jährlichkeiten T_{UNI} aus Haupt- und Nebengewässer. So ergibt beispielsweise die Abflusskombination $T_{UNI,HG} = 100$ a/ $T_{UNI,NG} = 5$ a (in Abbildung 9-8 als grüner Punkt 1a dargestellt) eine bivariate Jährlichkeit von $T^ = 100$ a. Ebenfalls die Kombination $T_{UNI,HG} = 90$ a/ $T_{UNI,NG} = 29$ a (Punkt 2), sowie $T_{UNI,HG} = 68$ a/ $T_{UNI,NG} = 55$ a (Punkt 3) und $T_{UNI,HG} = 81$ a/ $T_{UNI,NG} = 8$ a (Punkt 4) resultieren in derselben bivariaten Jährlichkeit. Für einen gegebenen Abfluss am Hauptgewässer von $T_{UNI} = 100$ a ist demnach ein statistisch sinnvoller Zufluss aus dem Nebengewässer der Jährlichkeit $T_{UNI,NG} = 5$ a anzusetzen. Zwar liefern Abflusskombinationen unterhalb von Punkt 1a und links von Punkt 4 ebenfalls bivariate Jährlichkeiten von $T^ = 100$ a, allerdings kann davon ausgegangen werden, dass diese Kombinationen zu geringeren Belastungsgrößen (z. B. Wasserstand) führen als die Punkte 1a und 4 und daher

nicht als bemessungsrelevant einzustufen sind (vgl. Abschnitt 8.4.1). Diese Bereiche sind durch die in Abbildung 9-8 dargestellten Schranken markiert.

Eine Berücksichtigung des 90 %-Quantils des Copula-Parameters führt zu einer entsprechend größeren Abhängigkeit der Hochwasserscheitelwerte und damit zu höheren T -jährlichen Abflusskombinationen aus beiden Gewässern. Somit ist ein statistischer Abfluss aus dem Nebengewässer von $T_{UNI,NH} = 21$ a anzusetzen, bei einem gegebenen Abfluss im Hauptgewässer von $T_{UNI,HG} = 100$ a (Punkt 1b in Abbildung 9-8). Es ist außerdem zu erkennen, dass die aus den Randverteilungen resultierenden Jährlichkeiten des Nebengewässers ($T_{UNI,NG}$) geringer ausfallen als die Jährlichkeiten im Hauptgewässer $T_{UNI,HG}$ der gleichen Isolinien. Dies ist die Folge der in Abbildung 9-7 dargestellten Anpassung der Unterschreitungswahrscheinlichkeiten der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse NG_{SIM} .

Welche der Kombinationen auf einer Isolinie das bemessungsrelevante Ereignis einer gewünschten bivariaten Jährlichkeit darstellt, ist abhängig von der jeweiligen Aufgabenstellung, sowie dem jeweiligen Mündungsgebiet. Für die Bemessung eines Deiches ist es beispielsweise notwendig ein hydrodynamisch-numerisches Modell aufzubauen und die verschiedenen Abflusskombinationen der Hochwasserereignisse in das Modell einzusteuern. Dabei ist zu berücksichtigen, dass nicht nur der Fall HG_{MAX}/NG_{SIM} berücksichtigt werden sollte, sondern auch die Kombinationen von HG_{SIM}/NG_{MAX} .

Die Bereitstellung der Ergebnisse in grafischer Form für alle vier Mündungsklassen und die beiden Fallunterscheidungen scheint ungeeignet, da die Werte der Jährlichkeiten nur ungenau abgelesen werden können. Daher ist es zielführender verschiedene Kombinationen von univariaten T -jährlichen Abflüssen aus Haupt- ($T_{UNI,HG}$) und Nebengewässer ($T_{UNI,NG}$) und deren resultierende bivariate Jährlichkeit T^{\wedge} tabellarisch anzugeben. In Tabelle 9-4 ist dies exemplarisch für die Klasse I und den Fall HG_{MAX}/NG_{SIM} aufgeführt.

Tabelle 9-4: Mögliche Abflusskombinationen der Mündungsklasse I für bivariate UND-Wiederkehrintervalle von $T^\wedge = 5, 10, 20, 50, 100$ und 200 a für den Fall HG_{MAX}/NG_{SIM} auf Basis des Mittelwertes (oben) und des 90 %-Quantils (unten) des Gumbel-Copula-Parameters θ

		Klasse I HG_{MAX}/NG_{SIM}							
	T^\wedge [a]	$T_{UNI,HG}$ [a]							
		5	10	20	50	100	200	Gleich	
Mittelwert	5	4	-	-	-	-	-	3	$T_{UNI,NG}$ [a]
	10	9	8	-	-	-	-	6	
	20	18	17	3	-	-	-	12	
	50	45	44	39	4	-	-	30	
	100	89	89	86	73	5	-	61	
	200	178	178	176	168	145	6	121	
90 %-Quantil		5	10	20	50	100	200	Gleich	$T_{UNI,NG}$ [a]
	5	4	-	-	-	-	-	4	
	10	9	9	-	-	-	-	7	
	20	18	18	8	-	-	-	14	
	50	45	45	44	15	-	-	36	
	100	89	89	89	86	23	-	72	
200	178	178	178	177	171	36	142		

Für ein bivariates Ereignis mit der Jährlichkeit $T^\wedge = 100$ a (in Tabelle 9-4 rot markiert) ergeben sich verschiedene Abflüsse aus Haupt- und Nebengewässer. So hat ein Abfluss im Hauptgewässer mit der univariaten Jährlichkeit von $T_{UNI,HG} = 5$ a und ein Abfluss im Nebengewässer der Jährlichkeit $T_{UNI,NG} = 89$ a eine bivariate Jährlichkeit von $T^\wedge = 100$ a. Aber auch die Kombination $T_{UNI,HG} = 10$ a/ $T_{UNI,NG} = 89$ a besitzt dieselbe bivariate Jährlichkeit. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, dass die erste Kombination zu geringeren Wasserständen im gesamten Mündungsbereich führt, da die Wiederkehrperiode im Hauptgewässer und damit der Abfluss geringer ist. Somit besitzt die erste Kombination für Bemessungszwecke keine Bedeutung.

Bei einem Abfluss im Hauptgewässer der Jährlichkeit $T_{UNI,HG} = 20$ a ist im Nebengewässer ein Abfluss der Jährlichkeit $T_{UNI,NG} = 86$ a notwendig um eine bivariate Jährlichkeit von $T^\wedge = 100$ a zu erreichen. Entsprechend gilt dies für die Kombinationen $T_{UNI,HG} = 50$ a/ $T_{UNI,NG} = 73$ a sowie für $T_{UNI,HG} = 100$ a/ $T_{UNI,NG} = 5$ a. Die Spalte „Gleich“ stellt den Wert der univariaten Jährlichkeit dar, den beide Abflüsse aufweisen müssen, um in der bivariaten Betrachtung eine entsprechende Jährlichkeit T^\wedge zu erreichen. Für das in Tabelle 9-4 dargestellte Beispiel würde das bedeuten, dass sowohl aus dem Haupt- als auch aus dem Nebengewässer ein Abfluss der Jährlichkeit $T_{UNI,HG} = T_{UNI,NG} = 61$ a auftreten

muss um eine bivariate Jährlichkeit von $T^{\wedge} = 100$ a zu erreichen. Für die mit (-) gekennzeichneten Felder existieren keine Abflusskombinationen, da die bivariate UND-Jährlichkeit immer größer oder gleich der größten der beiden univariaten Jährlichkeiten ist (vgl. Abschnitt 5.6, Gleichung (5.45)). So kann für $T^{\wedge} = 100$ a kein Abfluss aus Haupt- oder Nebengewässer auftreten mit $T_{UNI,HG} \geq 100$ a bzw. $T_{UNI,NG} \geq 100$ a.

Die Ergebnisse aller vier Mündungsklassen für die Jährlichkeiten $T^{\wedge} = 5, 10, 20, 50, 100$ und 200 a stehen tabellarisch für HG_{MAX}/NG_{SIM} und HG_{SIM}/NG_{MAX} im Anhang zur Verfügung.

9.5 Validierung der Ergebnisse anhand eines Fallbeispiels

Zur Validierung der in dem vorangegangenen Abschnitt erzielten Ergebnisse wird ein Fallbeispiel herangezogen, für das ausreichende Pegelaufzeichnungen zur Verfügung stehen. Es ist naheliegend dafür die bereits in Abschnitt 3.3 vorgestellte Mündung der Ilz und der Wolfsteiner Ohe zu verwenden, da an beiden Gewässern eine ausreichende Datengrundlage zur Verfügung steht.

Die Ilz besitzt am Pegel Schrottenbaumühle oberhalb der Mündung ein Einzugsgebiet von $A_{EO} = 364 \text{ km}^2$. Die zufließende Wolfsteiner Ohe weist hingegen eine Einzugsgebietsgröße von $A_{EO} = 372,5 \text{ km}^2$ auf. Das Gesamteinzugsgebiet A_{TOT} beider Gewässer berechnet sich somit zu

$$A_{TOT} = 364,0 \text{ km}^2 + 372,5 \text{ km}^2 = 736,5 \text{ km}^2 \quad (9.2)$$

und das Verhältnis R_A zu

$$R_A = \frac{372,5 \text{ km}^2}{364,0 \text{ km}^2} = 1,02 \text{ [-]} \quad (9.3)$$

Demnach ist die Mündung der Klasse I zuzuordnen und es sind die T -jährlichen Abflüsse nach Tabelle 9-4 anzusetzen.

Zur Validierung wird aus den Abflusszeitreihen zunächst die bivariate Stichprobe HG_{MAX}/NG_{SIM} , sowie die univariate Stichprobe NG_{MAX} bestimmt. Im nächsten Schritt werden die Parameter verschiedener theoretischer Verteilungsfunktionen für die univariaten Stichproben HG_{MAX} , NG_{SIM} und NG_{MAX} unter Verwendung der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt. Für HG_{MAX} und NG_{MAX} wurde das bereits in Abschnitt 3.3.1 durchgeführt (Abbildung 3-6, A und B). Für die Stichprobe NG_{SIM} eignet sich unter Berücksichtigung des geringsten RMSE zwischen empirischer und theoretischer

Verteilungsfunktion ebenfalls die GEV zur Modellierung am besten. Auch die visuelle Überprüfung in Abbildung 9-9 zeigt, dass das Kollektiv gut abgebildet wird.

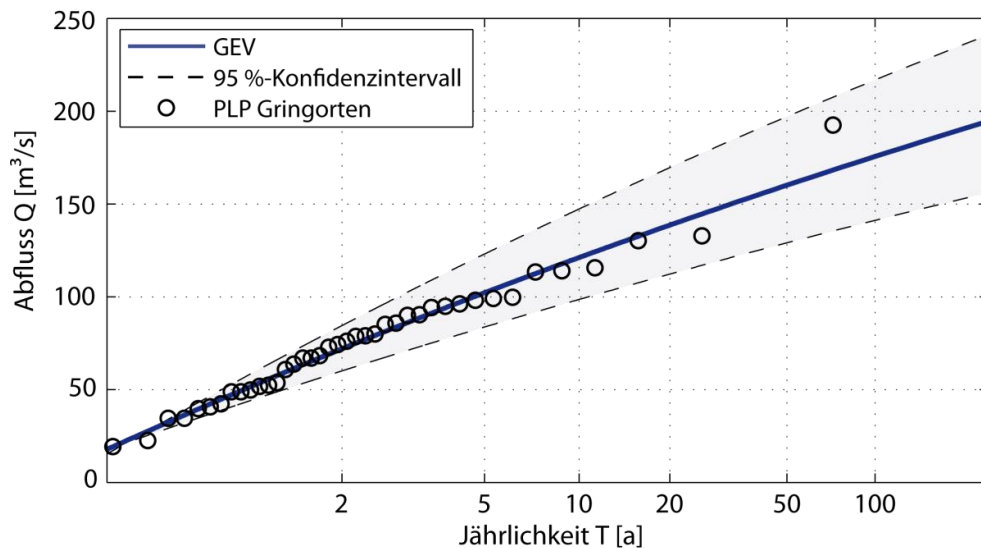


Abbildung 9-9: Angepasste Verteilungsfunktion mit dem 95 %-Konfidenzintervall und den Plotting Positionen (PLP) nach Gringorten für die zu den AMAX-Werte am Hauptgewässer (Ilz, Pegel Schrottenbaumühle) zeitgleich aufgetretenen Abflüsse (NG_{SIM}) am Pegel Fürsteneck (Wolfsteiner Ohe)

Im nächsten Schritt werden die Parameter der Gumbel-, Frank- und Clayton-Copula für die bivariate Stichprobe HG_{MAX}/NG_{SIM} mit der MPL-Methode geschätzt (vgl. Abschnitt 5.4.2). Anschließend wird über das parametrische Bootstrapping-Verfahren unter Berücksichtigung des Cramér-von-Mises-Tests (vgl. Abschnitt 5.5.1) die Copula ausgewählt, welche die Stichprobe am besten abbildet. In diesem Fall eignet sich die Gumbel-Copula am besten, wobei auf die Darstellung der detaillierten Ergebnisse des Anpassungstests an dieser Stelle verzichtet wird. Die visuelle Überprüfung mit synthetisch generierten Werten mit der Gumbel-Copula und die Transformation in den realen Raum über die Quantilfunktionen der Randverteilungen in Abbildung 9-10 zeigt, dass das Modell die Beobachtungen gut abbildet.

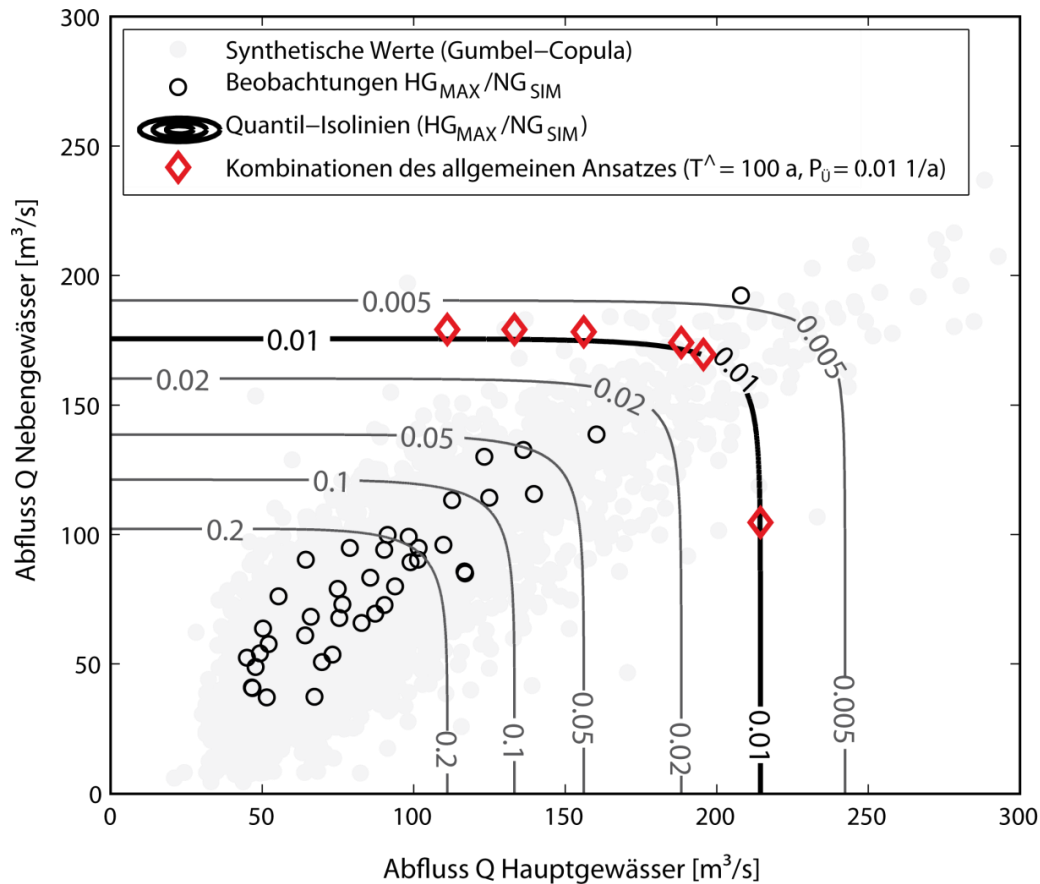


Abbildung 9-10: Validierung des allgemeinen Ansatzes zur Abschätzung der kombinierten Hochwasserwahrscheinlichkeit für den Fall HG_{MAX}/NG_{SIM} an der Mündung Ilz/Wolfsteiner Ohe für die bivariate Jährlichkeit $T^= 100$ a

Als nächstes werden aus den in Tabelle 9-4 angegebenen univariaten Jährlichkeiten, bzw. deren resultierenden jährlichen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten des Haupt- ($T_{UNI,HG}$ bzw. $P_{U,HG}$) und Nebengewässers ($T_{UNI,NG}$ bzw. $P_{U,NG}$) mit den entsprechenden Quantilfunktionen die entsprechenden Abflüsse berechnet. Die Ergebnisse können anschließend mit den Quantil-Isolinien aus der bivariaten Statistik verglichen werden. In Abbildung 9-10 ist das beispielhaft für Ereignisse mit einer UND-Wiederkehrperiode von $T^= 100$ a dargestellt.

Es zeigt sich, dass die bereitgestellten Abflusskombinationen des allgemeinen Ansatzes (in Abbildung 9-10 als rote Rauten dargestellt) nahezu vollständig auf der entsprechenden Quantil-Isolinie aus der bivariaten Untersuchung liegen. Es ist lediglich ein leichter vertikaler Versatz zu erkennen, der auf der Mittelwertbildung der empirischen Unterschreitungswahrscheinlichkeiten (vgl. Abschnitt 9.3.3) und den daraus resultierenden Ungenauigkeiten beruht.

9.6 Diskussion der Ergebnisse

Die kombinierte Wahrscheinlichkeit von Hochwasserereignissen am Zusammenfluss von zwei Gewässern ist abhängig von vielen einflussnehmenden Faktoren und kann daher nicht exakt mit statistischen Verfahren allgemeingültig beschrieben werden. Dies gilt ganz besonders dann, wenn keine langjährige Datengrundlage für die statistischen Untersuchungen der Abflüsse zur Verfügung steht. Das Ziel dieses Abschnitts ist die Erarbeitung eines allgemein gültigen Ansatzes, um die kombinierte Wahrscheinlichkeit von Hochwasserabflüssen an unbepegelten Flussmündungen abschätzen zu können. Dabei wird eine Methodik erarbeitet, die den Planern und Betreibern von Hochwasserschutzbauwerken einen statistisch belastbaren Ansatz zur Verfügung stellt. Die Ergebnisse basieren auf der Auswertung von 125 Pegelpaaren, verteilt über den deutschen Mittelgebirgsraum. Aus diesem Grund besitzen die Ergebnisse zunächst nur Gültigkeit für Flussmündungen in diesem Gebiet. Inwiefern der Ansatz auf das Tiefland, das Alpenvorland und das Hochgebirge übertragbar ist, muss in weiterführenden Studien untersucht werden.

Die im Anhang A.3 tabellarisch dargestellten Ergebnisse zeigen, dass die mittlere kombinierte Wahrscheinlichkeit, d. h. die Abflusskombinationen aus Haupt- und Nebengewässer, für die Klassen I–III nahezu identisch sind. Das ist darauf zurückzuführen, dass die Mittelwerte der Copula-Parameter der Klassen ebenfalls ähnliche Werte aufweisen (vgl. Abbildung 9-5). Nur für Klasse IV lassen sich deutliche Unterschiede der Kombinationen zu den anderen Klassen feststellen. Bei dem Vergleich der Abflusskombinationen der vier Klassen für ein Ereignis mit der bivariaten Jährlichkeit $T^{\wedge} = 100$ a wird diese Tatsache in Tabelle 9-5 nochmal verdeutlicht. Es ist zu erkennen, dass für Klasse I bei einem Abfluss im Hauptgewässer der univariaten Jährlichkeit $T_{UNI,HG} = 100$ a ein Abfluss der Jährlichkeit $T_{UN,NG} = 5$ a aus dem Nebengewässer anzusetzen ist (in Tabelle 9-5 rot markiert). Für die Klassen II und III wäre dementsprechend ein Abfluss von $T_{UNI,NG} = 4$ a zu berücksichtigen. Für die Klasse IV ergibt sich hingegen nur ein Abfluss im Nebengewässer von $T_{UNI,NG} = 1$ a.

Tabelle 9-5: Vergleich der univariaten T -jährlichen Abflusskombinationen auf Basis des Mittelwertes der Copula-Parameter der vier Klassen für $T^{\wedge} = 100$ a für den Fall $HG_{MAX} \setminus NG_{SIM}$

	T^{\wedge} [a]	$T_{UNI,HG}$							$T_{UNI,NG}$
		5	10	20	50	100	200	Gleich	
Klasse I	100	89	89	86	73	5	-	61	
Klasse II	100	91	91	87	73	4	-	60	
Klasse III	100	84	84	81	68	4	-	58	
Klasse IV	100	84	82	72	51	1	-	49	

Ähnlich stellen sich die Ergebnisse für die anderen angegebenen Jährlichkeiten im Hauptgewässer dar. Zu begründen sind diese Ergebnisse damit, dass bei dem Zusammenfluss von kleinen Gewässern, die eine etwa gleichgroße Einzugsgebietsgröße aufweisen (entsprechend der Klasse I), eine stärkere statistische Abhängigkeit der Hochwasserabflüsse besteht als beim Zusammenfluss von einem großen und einem kleinen Gewässer (Klasse IV).

Die Übertragung von hydrologischen Kennwerten auf Gebiete ohne entsprechende Datengrundlage, wie sie in dieser Untersuchung durchgeführt wurde, beinhaltet immer bestimmte Unsicherheitsquellen (z. B. De Michele und Rosso, 2001; Kjeldsen und Jones, 2006). Dies ist u. a. darin begründet, dass durch die einheitliche Beschreibung der Kennwerte nicht alle physikalischen Wechselwirkungen in einem System berücksichtigt werden können und die Übertragung daher häufig abschätzender Natur ist. In dieser Untersuchung war es notwendig, die Copula-Parameter und die Wahrscheinlichkeitsverteilung der zeitgleich aufgetretenen Abflüsse einheitlich durch entsprechende Mittelwertbildungen zu beschreiben, um sie auf Mündungsgebiete ohne Abflusszeitreihen übertragen zu können. Die sich daraus ergebenden Unsicherheiten wurden jedoch nicht quantifiziert und es sollten in Zukunft entsprechende Untersuchungen durchgeführt werden.

10 Schlussfolgerung

10.1 Zielerfüllung und Antworten auf die Forschungsfragen

In Abschnitt 1.2 wurden die wesentlichen Forschungsfragen dieser Arbeit formuliert, auf welche jetzt im Einzelnen Antworten gegeben werden.

1. Welchen Einfluss hat die Diskretisierungszeitspanne von Abflusszeitreihen auf die univariate und bivariate Ermittlung von hydrologischen Bemessungsgrößen?

Die Ermittlung von univariaten Hochwasserabflüssen bestimmter Jährlichkeiten unter Verwendung von Tagesmittelwerten des Abflusses führt, je nach gesuchter Bemessungsgröße, erst ab einer Einzugsgebietsgröße von $A_{EO} = 18.000$ bis 24.000 km^2 zu belastbaren Ergebnissen. Stundenmittelwerte des Abflusses hingegen können ab einer Einzugsgebietsgröße von $A_{EO} = 10$ bis 21 km^2 verwendet werden. Für die Verwendung von diskreten Abflusszeitreihen zweier zusammenfließender Gewässer in multivariaten Analysen lässt sich der Einfluss der Diskretisierung nicht ohne Weiteres aus den Einzugsgebietsgrößen beider Gewässer ableiten. Es ist jedoch festzustellen, dass sich die Abhängigkeitsstruktur der Daten mit größer werdender Diskretisierungszeitspanne verändert. Eine Beurteilung bis zu welchem Grad diskretisierte Zeitreihen für eine multivariate Analyse im Kontext der Mündungsproblematik verwendet werden können, fand aufgrund der geringen Datengrundlage nicht statt und sollte Bestandteil zukünftiger Untersuchungen sein.

2. Wie beeinflussen Instationaritäten in den zu modellierenden Variablen sowie in der Abhängigkeitsstruktur bivariate Bemessungsgrößen?

Instationaritäten in den Randverteilungen sowie in der Abhängigkeitsstruktur von bivariaten Stichproben können sich sehr stark auf die Größe von Bemessungswerten auswirken. Am Beispiel einer langjährigen Abflusszeitreihe des Pegels Worms am Rhein (192 Jahre) konnte gezeigt werden, dass lineare Trends der Randverteilungsparameter des jährlich maximalen Abflussscheitels (Q) und dem korrespondierenden Hochwasservolumen des Direktabflusses (V) einen deutlich stärkeren Einfluss auf die Größe der Quantil-Isolinien haben, als ein Trend in der Abhängigkeit.

3. Wie lassen sich hydrologische bzw. hydraulische Bemessungsgrößen an Flussmündungen bei hinreichend genauer Datengrundlage mithilfe multivariater Verteilungsfunktionen ermitteln?

Sofern oberhalb der zusammenfließenden Gewässer langjährige Abflusszeitreihen zur Verfügung stehen, können durch Stichprobenbildung zum einen aus den Maximalwerten des Hauptgewässers und den simultan erfassten Abflüssen des Nebengewässers und zum anderen und zum anderen aus den Maximalwerten des Nebengewässers und den simultan erfassten Abflüssen des Hauptgewässers zwei bivariate statistische Untersuchungen durchgeführt werden. Durch die Überlagerung der gesuchten Quantil-Isolinien lässt sich anschließend die umhüllende Quantil-Isolinie bestimmen. Hydrodynamisch-numerische Strömungsmodelle sind im Anschluss notwendig, um die bemessungsrelevante, d. h. die zu den höchsten Wasserständen führende Abflusskombination aus Haupt- und Nebengewässern zu identifizieren. Diese können jedoch im Mündungsbereich räumlich unterschiedlich ausfallen, da die sich einstellenden hydraulischen Beeinflussungen ebenfalls räumlich unterschiedlich stark ausfallen.

4. Lässt sich ein allgemeingültiger Ansatz ableiten, der es erlaubt die kombinierte Eintrittswahrscheinlichkeit an Flussmündungen ohne Pegeldata abzuschätzen?

Auf Grundlage einer breiten Datengrundlage aus 125 Pegelpaaren im deutschen Mittelgebirge lässt sich unter Verwendung multivariater statistischer Verfahren ein allgemeiner Ansatz ableiten, der eine Abschätzung der kombinierten

Eintrittswahrscheinlichkeit von Hochwasserabflüssen aus beiden zusammenfließenden Gewässern erlaubt. Dabei werden in dieser Arbeit die sehr einfachen Kennwerte Einzugsgebietsgrößenverhältnis und Gesamteinzugsgebietsgröße als Merkmale für die Einteilung der zusammenfließenden Gewässer in Klassen verwendet. Die Ergebnisse können tabellarisch für mögliche Hochwasserabflusskombinationen der Jährlichkeiten T aus Haupt- und Nebengewässer für die Mündungsklassen bereitgestellt werden.

10.2 Offene Fragen und weiterer Forschungsbedarf

Bei wissenschaftlichen Untersuchungen werden in der Regel nur im Vorfeld definierte Forschungsfragen beantwortet. Häufig bleiben bestimmte Aspekte unbeantwortet oder es ergeben sich im Laufe der Bearbeitung weitere Fragen. So ergaben sich auch im Rahmen dieser Arbeit weitere Fragen, die die Grundlage für zukünftige Untersuchungen legen können. Nachfolgend sind einige dieser Aspekte aufgeführt, die nach Ansicht des Verfassers weiteren Forschungsbedarf erfordern:

- Der Einfluss einer zeitlichen Diskretisierung von Abflusszeitreihen auf die Ergebnisse von univariaten und multivariaten statistischen Wahrscheinlichkeitsanalysen sollte auf einer breiteren Datengrundlage erneut durchgeführt werden. Insbesondere sollten weitere Zeitreihen größerer Einzugsgebiete in die Untersuchungen einbezogen werden, um noch belastbarere Ergebnisse zu erzielen. Zwar besitzt die Einzugsgebietsgröße einen maßgeblichen Einfluss auf sich einstellende Abflussänderungen (und damit auf den Informationsverlust infolge der Datendiskretisierung), dennoch sollten weitere einzugsspezifische Parameter in weitergehenden Untersuchungen berücksichtigt werden. Zu nennen sind beispielsweise das mittlere Längsgefälle, die Einzugsgebietsform, die Konzentrationszeit etc.

Darüber hinaus sind methodische Ansätze zu entwickeln, mit denen die Unsicherheiten der Ergebnisse quantifiziert werden können.

- Die Untersuchungen in Abschnitt 7 haben den Einfluss von Instationaritäten auf die Ermittlung von bivariaten Bemessungsgrößen aufgezeigt. Jedoch besitzen die Ergebnisse nur für den Fall Gültigkeit, dass sich die Abhängigkeitsstruktur der untersuchten Parameter nicht grundlegend ändert, d. h. sich beispielsweise eine obere Abhängigkeit von Ausreißern (*upper tail dependence*) über die Zeit in eine

untere Abhängigkeit (*lower tail dependence*) wandelt. Für diesen Fall sind methodische Ansätze zu erarbeiten, mit denen es Anwendern möglich ist, multivariate Bemessungswerte auch für zukünftige Systemzustände zu ermitteln.

- Für die Auswahl der bemessungsrelevanten Abflusskombination aus Haupt- und Nebengewässer wurde in dieser Arbeit (Abschnitt 8) der maximal resultierende Wasserstand verwendet, der mithilfe eines hydrodynamisch-numerischen Strömungsmodells bestimmt wurde. Weitergehende Untersuchungen sollten durchgeführt werden, um auch potenzielle Schadenswerte in der Auswahl des Bemessungsereignisses zu berücksichtigen. Eine mögliche Umsetzung bestünde ggf. in der mathematischen Verknüpfung von bivariaten Quantilfunktionen mit monetären Schadensfunktionen.
- Der in Abschnitt 9 vorgestellte Ansatz zur Abschätzung von Hochwasserabflüssen an Gewässermündungen basiert ausschließlich auf Abflusszeitreihen im deutschen Mittelgebirge. In weitergehenden Untersuchungen sollte die Methodik (bei entsprechend vorhandener Datengrundlage) auch auf andere Regionen in Deutschland, Europa und/oder auch global angewendet werden. Mögliche Unterschiede der Ergebnisse sind aufzuzeigen und entsprechend zu bewerten.
- Eine sinnvolle Erweiterung des in Abschnitt 9 aufgeführten Vorgehens ist die Berücksichtigung weiterer Einzugsgebietscharakteristika zur Klassenbildung. Während in diesen Untersuchungen aufgrund der vorliegenden Geoinformationen der untersuchten Einzugsgebiete lediglich die Einzugsgebietsgrößen (A_{EO}) sowie das Verhältnis der Einzugsgebietsgrößen (R_A) der zusammenfließenden Gewässer berücksichtigt werden konnte, erscheint es sinnvoll, weitere Parameter in die Untersuchungen mit einzubeziehen. Folgende Parameter können möglicherweise Berücksichtigung finden: Einzugsgebietsformen/Konzentrationszeiten, Schwerpunktabstand, Fließlängen etc.

11 Zusammenfassung

Die Ermittlung von Bemessungsabflüssen für die Dimensionierung von Hochwasserschutzbauwerken stellt Planer und Betreiber solcher Anlagen speziell im Bereich von Gewässermündungen vor besondere Herausforderungen. Dies liegt u. a. darin begründet, dass die gängigen univariaten statistischen Verfahren keine Anwendung finden können, da die Abflüsse aus beiden zusammenfließenden Gewässern berücksichtigt werden müssen. Nicht nur in Deutschland sind viele Städte und Siedlungen in direkter Nähe von Gewässermündungen entstanden, so dass sich eine Relevanz dieser Fragestellung für die Praxis ableiten lässt. In dieser Arbeit wird diese Problematik aufgegriffen und es werden methodische Ansätze zur belastbaren Abschätzung von Hochwasserabflüssen an Gewässermündungen vorgestellt. Darüber hinaus werden Untersuchungen durchgeführt, die sich zwar nicht direkt mit der Mündungsproblematik auseinandersetzen, jedoch nützliche Erkenntnisse für die Wahrscheinlichkeitsanalyse von hydro-meteorologischen Zeitreihen bereitstellen.

Zunächst wird untersucht, inwieweit sich die Diskretisierung von kontinuierlich gemessenen Abflusszeitreihen infolge des damit einhergehenden Informationsverlustes auf die univariate und multivariate Bestimmung von Bemessungswerten auswirkt. Als wesentlicher einflussnehmender Parameter wird dabei, neben der Diskretisierungszeitspanne, die Einzugsgebietsgröße der betrachteten Pegelmessstelle berücksichtigt. Es zeigt sich, dass Bemessungsabflüsse auf Basis von 60 min-Mittelwerten als Ausgangszeitreihe recht belastbar ermittelt werden können. Lediglich bei sehr kleinen Einzugsgebieten mit $A_{EO} < 20 \text{ km}^2$ werden mit Stundenmittelwerten die statistischen Bemessungsereignisse tendenziell unterschätzt. Bei einer Verwendung von Tagesmittelwerten zeigt sich, dass bei Einzugsgebieten mit einer Größe von etwa $A_{EO} < 24.000 \text{ km}^2$ der Informationsverlust durch die Diskretisierung derart groß ist, dass eine belastbare Bestimmung des Bemessungsabflusses nicht mehr möglich ist. Weiterhin

kann gezeigt werden, dass die Diskretisierung je nach gewähltem Zeitschritt einen deutlichen Einfluss auf die statistische Abhängigkeitsstruktur von Hochwasserscheitelwerten aus Haupt- und Nebengewässer bei bivariaten Betrachtungen haben kann.

Ein weiterer Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der Identifikation des Einflusses von Instationaritäten auf die bivariate Ermittlung von Bemessungswerten. Dabei werden mögliche Instationaritäten in den Parametern der Randverteilungen sowie in der Abhängigkeitsstruktur beider Parameter berücksichtigt. Dazu werden instationäre Extremwertmodelle als Randverteilungen für die Modellierung der Parameter verwendet und mit einem zeitabhängigen Copula-Modell kombiniert. Am Beispiel der beiden Parameter Hochwasserscheitelabfluss Q und Hochwasservolumen V kann anhand einer langjährigen Abflusszeitreihe des Pegels Worms (Rhein) gezeigt werden, dass Instationaritäten in den Ausgangszeitreihen einen beträchtlichen Einfluss auf bivariate Bemessungsereignisse, d. h. den Verlauf der Quantil-Isolinien haben können. In dem vorliegenden Fallbeispiel konnte ferner festgestellt werden, dass Trends der univariaten Verteilungsparameter einen deutlich stärkeren Einfluss auf die Quantil-Isolinien besitzen, als ein Trend in der Abhängigkeitsstruktur von Q und V . Dieses Erkenntnis kann jedoch nicht ohne Weiteres auf andere Datensätze übertragen werden.

Im eigentlichen Kernteil der Arbeit wird eine Methodik vorgestellt, mit der Bemessungshochwasserabflüsse an Gewässermündungen bestimmt werden können, sofern ausreichend lange Pegelaufzeichnungen beider zusammenfließender Gewässer vorhanden sind. Der Ansatz basiert auf der Überlagerung von Quantil-Isolinien, die aus zwei getrennten bivariaten Untersuchungen unter Verwendung von Copula-Funktionen und entsprechenden Randverteilungsfunktionen ermittelt werden. So kann in der statistischen Untersuchung berücksichtigt werden, dass Extremereignisse (hier Hochwasserscheitel aus beiden zusammenfließenden Gewässern) nicht notwendigerweise zeitgleich auftreten müssen, was wiederum zu einer wirtschaftlicheren Bemessung von Hochwasserschutzbauwerken führt. Weiterhin haben Untersuchungen mit einem hydrodynamisch-numerischen Strömungsmodell am Beispiel der Rhein-Sieg Mündung gezeigt, dass gebräuchliche Verfahren zur Auswahl einer bemessungsrelevanten Parameterkombination nicht notwendigerweise zu den höchsten Belastungszuständen führen.

An den wenigsten Gewässermündungen steht jedoch eine ausreichende Datengrundlage zur Verfügung. Aus diesem Grund wird ein allgemeiner Ansatz vorgestellt, der es erlaubt die kombinierte Wahrscheinlichkeit von Hochwasserabflüssen an Mündungen ohne

Pegelaufzeichnungen abzuschätzen. Basierend auf der Auswertung von 125 Pegelpaaren im Deutschen Mittelgebirge werden vier Mündungsklassen auf Basis der Gesamteinzugsgebietsgröße und dem Verhältnis beider Einzugsgebietsgrößen festgelegt. Die kombinierte Wahrscheinlichkeit des gemeinsamen Auftretens von Hochwasserereignissen aus Haupt- und Nebengewässer wird anschließend für jede Mündungsklasse individuell bestimmt und mögliche Abflusskombinationen mit gängigen Wiederkehrperioden bereitgestellt.

Diese Arbeit liefert somit einen entscheidenden Beitrag zur Verbesserung der Instrumente für die verlässliche Ermittlung von hydrologischen Belastungsgrößen. Die Verwendung der hier erarbeiteten Ergebnisse und methodischen Ansätzen ermöglicht somit eine wirtschaftlichere Dimensionierung von Hochwasserschutzbauwerken bei gleichzeitiger Gewährleistung eines angestrebten Sicherheitsniveaus.

12 Quellenverzeichnis

- Aghakouchak, A., Ciach, G. und Habib, E. (2010): Estimation of tail dependence coefficient in rainfall accumulation fields, *Advances in Water Resources* 33, 1142-1149.
- Akaike, H. (1973): Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, in: B. N. Petrov (Hrsg.) u. A.: Proceedings of the Second International Symposium on Information Theory Budapest: Akademiai Kiado, 267-281.
- Ali, M.M., Mikhail, N.N. und Haq, M.S. (1978): A class of bivariate distributions including the bivariate logistic, *Journal of Multivariate Analyses* 8, 405-412.
- Anderson, T.W. (1962): On the Distribution of the Two-Sample Cramer-von Mises Criterion. In: The Annals of Mathematical Statistics 33(3), Institute of Mathematical Statistics, 1148–1159.
- Arns, A., Wahl, T., Haigh, I., Pattiaratchi, C. und Jensen, J. (2013): Estimating extreme water level probabilities: a comparison of the direct methods and recommendations for best practice, *Coastal Engineering* 81, 51-66.
- Bacchi, B., Brath, A. und Kottegoda, N.T. (1992): Analysis of Relationships Between Flood Peaks and Flood Volumes Based on Crossing Properties of River Flo Processes, *Water Resources Research* 28(10), 2773-2782.
- Bárdossy, A. (2006): Copula-based geostatistical models for groundwater quality parameters, *Water Resources Research* 42(11), W11416.
- Bárdossy, A. (2011): Interpolation of groundwater quality parameters with some values below the detection limit, *Hydrology and Earth System Sciences* 15(9), 2763-2775.
- Baumgartner, A. und Liebscher, H.-J. (1996): Allgemeine Hydrologie, Quantitative Hydrologie, in: Lehrbuch der Hydrologie Bd. 1, 2. Auflage, Gebr. Borntraeger, Berlin-Stuttgart.

- Bayliss, A.C. (1999): Flood Estimation Handbook, Institute of Hydrology, Wallingford, UK.
- Beersma, J.J. und Buishand T.A. (2004): Joint probability of precipitation and discharge deficits in the Netherlands, *Water Resources Research* 40(12), W12508.
- Bender, J., Wahl, T. und Jensen, J. (2014): Multivariate design in the presence of non-stationarity, *Journal of Hydrology* 514, 123-130.
- Bender, J., Wahl, T., Müller, A. und Jensen, J. (2015): A multivariate design framework for river confluences, *Hydrological Sciences Journal* (online first), DOI: 10.1080/02626667.2015.1052816.
- Benson, M. A. (1968): Uniform flood-frequency estimating methods for Federal Agencies, *Water Resources Research* 4(5), 891-908.
- Berg, G. (2009): Copula goodness-of-fit testing: an overview and power comparison. *Europ. Journal of Finance* 15(7-8), 675-701.
- Beurton, S. und Thieken, A.H. (2009): Seasonality of floods in Germany, *Hydrological Sciences Journal* 54(1), 62-76.
- Bez.-Reg. Arnsberg (2002): Hochwasser-Aktionsplan Sieg, Weitergehende Hochwasservorsorge an der Sieg, Bezirksregierung Arnsberg (ehemals Staatliches Umweltamt Siegen), erhältlich unter: <http://www.bezreg-arnsberg.nrw.de/container/hochwasseraktionsplaene/hwsieg/b1/index.ht>
- BfG (2013): Das Juni-Hochwasser des Jahres 2013 in Deutschland, Bericht-1793, Bundesanstalt für Gewässerkunde (BfG) und Deutscher Wetterdienst (DWD).
- BfG (2015): FLYS - Flusshydrologischer Webdienst, Bundesanstalt für Gewässerkunde (BfG), online zugänglich unter: www.bafg.de/FLYS, zuletzt besucht am 25.01.2015.
- Bogardi, I., Duckstein, L. und Szidarovszky, F. (1975): Hydrological System Reliability at the Confluence of Rivers. Application of Mathematical Models in Hydrology and Water Resources Systems, Proceedings of the Bratislava Symposium. IASH-AISH Publication Number 115, International Association of Hydrological Sciences, 36-44, Tschechoslowakei.
- Bormann, H., Pinter, N. und Elfert, S. (2011): Hydrological signatures of flood trends on German rivers: Flood frequencies, flood heights and specific stages, *Journal of Hydrology* 404, 50-66.

- Botev, Z.I., Grotowski, J.F. und Kroese, D.P. (2010): Kernel density estimation via diffusion, *Annals of Statistics* 38, 2916-2957.
- Bouyé, E., Gausse, N. und Salmon M. (2000): Investigating Dynamic Dependence Using Copulae, Working Paper, City University Business School, London, England.
- Burauskaite-Harju, A. und Grimvall, A. (2013): Diagnostics for tail dependence in time-lagged random fields of precipitation, *Theoretical and Applied Climatology* 112, 629-636.
- Chambers, J.M. , Cleveland, W.S., Kleiner, B. und Tukey, P.A. (1983): Graphical Methods for Data Analysis, Wadsworth.
- Chebana, F. und Ouarda, T.B.M.J. (2009): Index flood-based multivariate regional frequency analysis, *Water Resources Research* 45(10), W1043.
- Chebana, F., Ouarda, T.B.M.J. und Duong, T.C. (2013): Testing for multivariate trends in hydrologic frequency analysis, *Journal of Hydrology* 486, 519-530.
- Chen, H. L. und Rao A. R. (2002): Testing Hydrologic Time Series for Stationarity, *Journal of Hydrologic Engineering* 7(2), 129-136.
- Chen, L., Guo, S., Yan, B., Liu, P. und Fang, B. (2010): A new seasonal design flood method based on bivariate joint distribution of flood magnitude and date of occurrence, *Hydrological Sciences Journal* 55(8), 1264-1280.
- Chen, L., Singh, V.P., Guo, S., Hao, Z. und Li, T. (2012): Flood Coincidence Risk Analysis Using Multivariate Copula Functions, *Journal of Hydrologic Engineering* 17(6).
- Cherubini, U., Luciano, E. und Vecchiato, W. (2004): Copula methods in finance, John Wiley, Sussex, England.
- Clayton, D. G. (1978): A model for association in bivariate life tables and its application in epidemiological studies of familial tendency in chronic disease incidence, *Biometrika* 65, 141-151.
- Cohn, T.A. und Lins, H.F. (2005): Nature's style: Naturally trendy, *Geophysical Research Letters* 32, L23402.
- Coles, S. (2001): An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values, Springer.
- Coles, S. G. und Tawn, J. A. (1991): Modelling Extreme Multivariate Events, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)* 53(2), 377-392.

- Coles, S., Heffernan, J. und Tawn, J. (1999): Dependence Measures for Extreme Value Analyses, *Extremes* 2(4), 339-365.
- Constantinescu, G., Miyawaki, S., Rhoads, B., Sukhodolov, A. und Kirkil, G. (2011): Structure of turbulent flow at a river confluence with momentum and velocity ratios close to 1: Insight provided by an eddy-resolving numerical simulation, *Water Resources Research* 47, W05507.
- Corbella, S., und Stretch, D.D. (2012): Multivariate return periods of sea storms for coastal erosion risk assessment, *Natural Hazards Earth System Sciences* 12, 2699-2708.
- Darling, D.A. (1957): The Kolmogorov-Smirnov, Cramér-von Mises Tests, *The Annals of Mathematical Statistics* 28(4), 823-838.
- De Michele, C. und Rosso, R. (2001): Uncertainty Assessment of Regionalized Flood Frequency Estimates, *Journal of Hydrologic Engineering* 6(6), 453-459.
- De Michele, C. und Salvadori, G. (2003): A Generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas, *Journal of Geophysical Research* 108(D2), 1984-2012.
- De Michele, C., Salvadori, G., Passoni, G. und Vezzoli, R. (2007): A multivariate model of sea storms using copulas, *Coastal Engineering* 54(10), 734-751.
- de Vries, C.G. und Zhou, C. (2006): Discussion of “Copulas: Tales and facts”, by Thomas Mikosch, *Extremes* 9(1), 23-25.
- de Waal, D.J. und van Gelder, P.H.A.J.M. (2005): Modelling of extreme wave heights and periods through copulas, *Extremes* 8, 345-356.
- Deheuvels, P. (1979): La fonction de dépendance empirique et ses propriétés. Un test non paramétrique d'indépendance, Académie Royale de Belgique – Bulletin de la Classe des Sciences – 5e Série, Vol. 65, Nr. 5, 274-292.
- Dias, A. und Embrechts, P. (2004): Dynamic copula models for multivariate high-frequency data in finance, Manuskript, ETH Zürich, Schweiz.
- Durrleman, V., Nikeghbali, A. und Roncalli, T. (2000): Which copula is the right one?, Tech. rep., Groupe de Recherche Opérationnelle, Crédit Lyonnais.
- DVWK (1999): Statistische Analyse von Hochwasserabflüssen, Merkblätter zur Wasserwirtschaft, Heft-Nr. 251, Deutscher Verband für Wasserwirtschaft und Kulturbau (DVWK), Bonn.

- DWA (2011): Deiche an Fließgewässern - Teil 1: Planung, Bau und Betrieb, Merkblatt M 507-1 der Deutschen Vereinigung für Wasserwirtschaft, Abwasser und Abfall e.V. (DWA).
- DWA (2012): Ermittlung von Hochwasserwahrscheinlichkeiten, Merkblatt M 552 der Deutschen Vereinigung für Wasserwirtschaft, Abwasser und Abfall e.V. (DWA).
- Embrechts, P., Klüppelberg, C. und Mikosch, T. (1997): Modelling extremal events, Vol. 33, Springer Science & Business Media.
- Favre, A.C., El Adlouni, S., Perrault, L., Thiemonge, N. und Bobee, B. (2004): Multivariate Hydrologic Frequency Analysis using Copulas, *Water Resources Research* 40, W01101.
- Frahm, G., Junker, M. und Schmidt, R. (2005): Estimating the tail-dependence coefficient: properties and pitfalls, *Insurance: Mathematics and Economics* 37(1), 80-100.
- Frank, M.J. (1979): On the simultaneous associativity of $F(x,y)$ and $x+y-F(x,y)$, *Aequationes Mathematicae* 19, 194-226.
- Genest, C. and Favre, A.C. (2007): Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask, *Journal of Hydrologic Engineering* 12(4), 347-368.
- Genest, C. und Rivest, L.P. (1993): Statistical inference procedures for bivariate Archimedean copulas, *Journal of the American Statistical Association* 88(423), 1034-1043.
- Genest, C., Ghoudi, K. und Rivest, L.P. (1995): A semiparametric estimation procedure of dependence parameters in multivariate families of distributions, *Biometrika* 82(3), 543-552.
- Genest, C., Quessy, J.F. und Rémillard, B. (2006). Goodness-of-fit procedures for copula models based on the probability integral transform, *Scandinavian Journal of Statistics* 33.
- Genest, C., Rémillard, B. und Beaudoin, D. (2009): Goodness-of-fit tests for copulas: A review and a power study, *Insurance: Mathematics and Economics* 44, 199-213.
- Genest, M. und Remillard, B. (2006): Diskussion von 'Copulas: Tales and Facts', von Thomas Mikosch, *Extremes* 9, 27-36.

- Gräler, B., van den Berg, M. J., Vandenberghe, S., Petroselli, A., Grimaldi, S., De Baets, B. und Verhoest, N. E. C. (2013): Multivariate return periods in hydrology: a critical and practical review focusing on synthetic design hydrograph estimation, *Hydrology and Earth System Sciences* 17, 1281-1296.
- Grimaldi, S. und Serinaldi, F. (2006): Asymmetric copula in multivariate flood frequency analysis, *Advances in Water Resources* 29(8), 1115-1167.
- Gringorten, I.I. (1963): A plotting rule for extreme probability paper, *Journal of Geophysical Research* 68(3), 813-814.
- Gumbel, E.J. (1960): Bivariate exponential distributions, *Journal of the American Statistical Association* 55, 698-707.
- Hamed, K.H. und Rao, R. (1998): A modified Mann-Kendall trend test for autocorrelated data, *Journal of Hydrology* 204, 182-196.
- Hartung, J. und Elpelt, B. (2006): *Multivariate Statistik: Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik*, 7. Auflage, Oldenbourg Verlag.
- He, H., Zhou, J., Yu, Q., Tian, Y.Q. und Chen, R.F. (2007): Flood frequency and routing processes at a confluence of the middle Yellow River in China, *River Research and Applications* 23, 407-427.
- Heffernan, J. E. und Tawn, J. A. (2004): A Conditional Approach for Multivariate Extreme Values, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Statistical Methodology)* 66(3), 497-546.
- Hurkmans, R.T.W.L., Terink, W., Uijlenhoet, R., Moors, E.J., Troch, P.A. und Verburg, P.H., (2009): Effects of land use changes on streamflow generation in the Rhine basin, *Water Resources Research* 45, W06405.
- Jensen, J (1985): Über instationäre Entwicklungen der Wasserstände an der deutschen Nordseeküste, *Mitteilungen Leichtweiß-Institut der TU Braunschweig*, Heft 88.
- Jensen, J., Mudersbach, C., Müller-Navarra, S., Bork, I., Koziar, C. und Renner, V. (2006): Modellgestützte Untersuchungen zu Sturmfluten mit sehr geringen Eintrittswahrscheinlichkeiten an der Deutschen Nordseeküste, *Kuratorium für Forschung und Küsteningenieurwesen (Hrsg.), Die Küste*, 71, 123-167, Westholsteinische Verlagsanstalt Boyens & Co., Heide i. Holstein.
- Joe, H. (1997): *Multivariate Models and Dependence Concepts*, Chapman & Hall, London.

- Karmakar, S. und Simonovic, S.P. (2008): Bivariate flood frequency analysis: Part 1 - Determination of marginals by parametric and nonparametric techniques, *Journal of Flood Risk Management* 1, 190-200.
- Karmakar, S. und Simonovic, S.P. (2009): Bivariate flood frequency analysis: Part 2 - A copula-based approach with mixed marginal distributions, *Journal of Flood Risk Management* 2(1), 32-44.
- Katz, R.W., Parlange, M.B. und Naveau, P. (2002): Statistics of extremes in hydrology, *Advances in Water Resources* 25, 1287-1304.
- Kendall, M.G. (1938): A New Measure of Rank Correlation, *Biometrika* 30(1-2), 81-89.
- Kendall, M.G. (1955): Rank Correlation Methods. Griffin, London.
- Khaliq, M.N., Ouarda, T.B.M.J., Ondo, J.-C., Gachon, P. und Bobee, B. (2006): Frequency analysis of a sequence of dependent and/or non-stationary hydro-meteorological observations: A review, *Journal of Hydrology* 329, 534-552.
- Kjeldsen, T.R. und Jones, D.A. (2006): Prediction uncertainty in a median-based index flood method using L moments, *Water Resources Research* 42, W07414.
- Kleeberg, H.-B. (1999): Zum Problem der Regionalisierung in der Hydrologie, – In: Kleeberg, H.-B. (Hrsg.), Hydrologie und Regionalisierung, DFG-Mitteilung, Wiley-VCH, Weinheim.
- Klein, B. (2009): Ermittlung von Ganglinien für die risikoorientierte Hochwasserbemessung von Talsperren, Dissertation, Schriftenreihe Hydrologie & Wasserwirtschaft Ruhr-Universität Bochum, Vol. 25.
- Klein, B., Schumann, A.H. und Pahlow, M. (2011): Copulas – A New Risk Assessment Methodology for Dam Safety, in Flood Risk Assessment and Management, Hrsg. A.H. Schumann), Springer.
- Laaha, G. und Blöschl, G. (2005): Low flow estimates from short stream flow records – a comparison of methods, *Journal of Hydrology* 306(1-4), 264-286.
- Lammersen, R., Engel, H., van de Langemheen, W. und Buiteveld, H. (2002): Impact of river training and retention measures in flood peaks along the Rhine, *Journal of Hydrology* 267, 115-124.
- Lang, M., Ouarda, T.B.M.J. und Bobee, B. (1999): Towards operational guidelines for over-threshold modelling, *Journal of Hydrology* 225, 103-117.

- LAWA (1997): Pegelvorschrift – Stammtext. Länderarbeitsgemeinschaft Wasser (LAWA). Bonn und Berlin.
- Li, F., van Gelder, P.H.A.J.M., Vrijling, J.K., Callaghan, D.P., Jongejan, R.B. und Ranasinghe, R. (2014): Probabilistic estimation of coastal dune erosion and recession by statistical simulation of storm events, *Applied Ocean Research* 47, 53-62.
- Loganathan, G.V., Kuo, C.Y. und Yannaccone, J. (1987): Joint Probability Distribution of Stream Flows and Tides in Estuaries, *Nordic Hydrology* 18, 237-246.
- Maidment, D.R. (1993): Handbook of Hydrology, 1. Edition, McGraw-Hill Professional, New York, USA.
- Makkonen, L. (2008): Extreme Value Analysis and Order Statistics – Bringing Closure to the Plotting Position Controversy. In: Communications in Statistics – Theory and Methods 37, 460-467.
- Malevergne, Y und Sornette, D. (2002): Minimising extremes, *Risk*, 15(11), 129-33.
- Mandelbrodt, B.B. und Wallis, J.R. (1968): Noah, Joseph, and Operational Hydrology, *Water Resources Research* 4(5), 909-918.
- Maniak, U. (2010): Hydrologie und Wasserwirtschaft - Eine Einführung für Ingenieure, 6. Auflage, Springer.
- Mann, H.B. (1945): Nonparametric tests against trend, *Econometrica* 13, 245-259.
- Mendez, F.J., Menendez, M., Luceno, A. und Losada, I.J. (2007): Analyzing monthly extreme sea levels with a time-dependent GEV Model, *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology* 24, 894-911.
- Merz, R., Blöschl, G. und Humer, G. (2008): Hochwasserabflüsse in Österreich – das HORA Projekt, *Österreichische Wasser und Abfallwirtschaft*, 60(9-10), 129-138.
- Mikosch, T. (2006): Copulas: Tales and facts, *Extremes* 9, 3-20.
- Mirabbasi, R., Fakheri-Fard, A. und Dinpashoh, Y. (2012): Bivariate drought frequency analysis using the copula method, *Theoretical and Applied Climatology* 108(1-2), 191-206.
- Morgenschweis, G. (2010): Hydrometrie – Theorie und Praxis der Durchflussmessung in offenen Gerinnen, Springer Verlag Berlin Heidelberg.
- Morris, C.D. und Calise, S.J. (1987): Bivariate Analysis of Concurrent Flooding. Hydrologic Frequency Modeling: Proceedings of the International Symposium on

- Flood Frequency and Risk Analysis, 14.-17. Mai 1986, Baton Rouge, Louisiana, Hrsg.: Singh, V. P., Reidel: Dordrecht, S. 615-632, Niederlande.
- Mudersbach, C. und Jensen, J. (2010): Non-stationary extreme value analysis of annual maximum water levels for designing coastal structures on the German North Sea coastline, *Journal of Flood Risk Management* 3, 52-62.
- Müller, A. und Scarsini, M. (2001): Stochastic comparison of random vectors with a common copula, *Mathematics of Operations Research* 26, 723-740.
- Nathan, R.J. und McMahon, T.A. (1990): Evaluation of automated techniques for baseflow and recession analyses, *Water Resources Research* 26(7), 1465-1473.
- NCHRP (2013): Estimating Joint Probabilities of Design Coincident Flows at Stream Confluences. National Cooperative Highway Research Program (NCHRP) Report 15-36, Washington, USA.
- Nelsen, R.B. (2006): An introduction to copulas. Lecture Notes in Statistics, 139, Springer, New York.
- Nujic, M. (1999): Praktischer Einsatz eines hochgenauen Verfahrens für die Berechnung von tiefengemittelten Strömungen, Mitteilungen des Instituts für Wasserwesen der Universität der Bundeswehr München, Nr. 64.
- Papula, L. (2011): Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 3: Vektoranalysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematische Statistik, Fehler- und Ausgleichsrechnung, 6. Auflage, Springer Verlag Heidelberg.
- Petrow, T. und Merz, B. (2009): Trends in flood magnitude, frequency and seasonality in Germany in the period 1951-2002, *Journal of Hydrology* 371, 129-141.
- Petrow, T., Delgado, J.M.M. und Merz, B. (2008): Trends der Hochwassergefährdung in Deutschland (1951 bis 2002) und Konsequenzen für die Bemessung, *Wasserwirtschaft* 11, 24-28
- Pironneau, P. (1989): Finite Element Methods for Fluids. Masson: Paris.
- Poon S., Rockinger M. und Tawn J. (2004): Extreme value dependence in financial markets: diagnostics, models, and financial implications. *Review of Financial Studies* 17(2), 581-610.
- Rao, A.R. und Hamed, K.H. (2000): Flood frequency analysis, CRC Press, New York.

- Raynal, J.A. und Salas, J.D: (1987): A Probabilistic Model for Flooding Downstream of the Junction of Two Rivers. *Hydrologic Frequency Modeling: Proceedings of the International Symposium on Flood Frequency and Risk Analysis*, 14.-17. Mai 1986, Baton Rouge, Louisiana, Hrsg.: Singh V. P., Reidel: Dordrecht, 595-601, Niederlande.
- Renard, B. und Lang, M (2007): Use of a Gaussian copula for multivariate extreme value analysis: Some case studies in hydrology, *Advances in Water Resources* 30(4), 897-912.
- Resnick, S.I. (1987): *Extreme values, regular variation, and point processes*, Berlin Heidelberg New York: Springer.
- RP Darmstadt (2013): Hochwasserrisikomanagementplan für das Einzugsgebiet Schwarzbach/Taunus, Regierungspräsidium Darmstadt, Abteilung Arbeitsschutz und Umwelt Wiesbaden, online verfügbar unter (Seite zuletzt besucht am 20.05.2015): http://www.hlug.de/fileadmin/dokumente/wasser/hochwasser/hwrmp/Schwarzbach/HWRMP_Schwarzbach_Textteil_Offenlage_SUP.pdf
- RP Stuttgart (2012): Hochwassergefahrenkarte Baden-Württemberg – Beschreibung der Vorgehensweise zur Erstellung von Hochwassergefahrenkarten in Baden-Württemberg.
- Sackl, B. und Bergmann, H. (1987): A bivariate flood model and its application, *Hydrologic Frequency Modelling*, 571-582.
- Salas, J. und Obeysekera, J. (2014): Revisiting the Concepts of Return Period and Risk for Nonstationary Hydrologic Extreme Events, *Journal of Hydrologic Engineering* 19(3), 554-568.
- Salvadori, G. und De Michele, C. (2004): Frequency analysis via copulas: theoretical aspects and applications to hydrological events, *Water Resources Research* 40, W12511.
- Salvadori, G., De Michele, C. und Durante, F. (2011): On the return period and design in a multivariate framework, *Hydrology and Earth System Sciences* 15, 3293-3305.
- Salvadori, G., Durante, F. und De Michele, C. (2013): Multivariate return period calculation via survival functions, *Water Resources Research* 49, 2308-2311.

- Salvadori, G., Tomasicchio, G.R. und D'Alessandro, F. (2014): Practical guidelines for multivariate analysis and design in coastal and off-shore engineering, *Coastal Engineering* 88, 1-14.
- Saunders, R. und Laud, P. (1980): The multidimensional Kolmogorov goodness-of-fit test, *Biometrika* 67(1), 237.
- Schmidt R. und Stadtmüller U. (2006): Non-parametric estimation of tail dependence. *Scandinavian Journal of Statistics* 33(2), 307-350.
- Schmidt, A.R. (2002): Analysis of stage-discharge relations for open-channel flows and their associated uncertainties, Dissertation, University of Illinois (USA).
- Schölzel, C. und Friederichs, P. (2008): Multivariate non-normally distributed random variables in climate research – introduction to the copula approach, *Nonlinear Processes in Geophysics* 15, 761-772.
- Schulte, M. und Schumann, A. (2014): Downstream-Directed Performance Assessment of Reservoirs in Multi-Tributary Catchments by Application of Multivariate Statistics, *Water Resources Management* 29, 419-430.
- Schumann, A. (2005): Hochwasserstatistische Bewertung des Augusthochwassers 2002 im Einzugsgebiet der Mulde unter Anwendung der saisonalen Statistik. *Hydrologie und Wasserbewirtschaftung* 49(4), 200-206.
- Schumann, A. (2007): Anwendung partieller wahrscheinlichkeitsgewichteter Momente zur Berücksichtigung historischer Ereignisse in der Extremwertstatistik, *Hydrologie und Wasserbewirtschaftung* 51(2), 73-81.
- Schwarz, G. (1978): Estimating the Dimension of a Model, *Annals of Statistics*, 461-464.
- Segers, J. (2006): Discussion of “Copulas: Tales and facts”, by Thomas Mikosch, Efficient estimation of copula parameters, *Extremes* 9(1), 51-53.
- Serinaldi, F. (2008): Analysis of inter-gauge dependence by Kendall's τ , upper tail dependence coefficient, and 2-copulas with application to rainfall fields, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment* 22, 671-688.
- Serinaldi, F. (2015): Dismissing return periods!, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment* 29, 1179-1189.
- Serinaldi, F. und Grimaldi, S. (2011): Synthetic design hydrograph based on distribution functions with finite support, *Journal of Hydrologic Engineering* 16(5), 434-446.

- Shiau, J.T. (2006): Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas, *Water Resources Management* 20, 795-815.
- Sivaplan, M., Blöschl, G., Merz, R. und Gutknecht, D. (2005): Linking flood frequency to long-term water balance: incorporating effects of seasonality, *Water Resources Research* 41, W06012.
- Sklar, A. (1959): Fonction de répartition à n dimensions et leurs marges, Publications de Institut de Statistique Université de Paris 8, 229-231.
- Smakhtin, V.U. (2001): Low flow hydrology: a review, *Journal of Hydrology* 240, 147-186.
- Spearman, C. (1904). The proof and measurement of association between two things, *American Journal of Psychology* 15, 72-101.
- Stedinger, J.R., Vogel, R.M. und Foufoula-Georgiou, E. (1993): Frequency Analysis of Extreme Events, Chapter 18, Handbook of Hydrology, D. Maidment (ed.), McGraw-Hill, Inc., New York, 1993.
- Storm, R. (2007): Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle, 12. Auflage, Hanser Fachbuchverlag, München.
- Svensson, C. und Jones, D.A. (2004): Dependence between sea surge, river flow, and precipitation in South and West Britain, *Hydrology and Earth System Sciences* 8(5), 973-992.
- Svensson, C., Kundzewicz, Z.W. und Maurer, T. (2005): Trend detection in river flow series: 2. Flood and low-flow index series, *Hydrological Sciences Journal* 50(5), 811-824.
- Szymkiewicz, R. (2010): Numerical Modeling in Open Channel Hydraulics, 1. Auflage, Springer Verlag, Dordrecht, Heidelberg, London, New York.
- Tawn, J. A. (1988): Bivariate Extreme Value Theory: Models and Estimation, *Biometrika* 75(3), 397-415.
- Vandenberghe, S., Verhoest, N. E. C., und De Baets, B (2010): Fitting bivariate copulas to the dependence structure between storm characteristics: A detailed analysis based on 105 year 10 min rainfall, *Water Resources Research* 46(1).
- Wahl, T., Mudersbach, C. und Jensen J. (2011): Assessing the hydrodynamic boundary conditions for risk analyses in coastal areas: A stochastic storm surge model, *Natural Hazards and Earth System Sciences* 11, 2925-2939.

- Wahl T., Mudersbach, C. und Jensen, J. (2012): Assessing the hydrodynamic boundary conditions for risk analyses in coastal areas: a multivariate statistical approach based on copula functions, *Natural Hazards and Earth System Sciences* 12, 495-510.
- Wang, C., Chang, N.B. und Yeh, G.T. (2009): Copula-based flood frequency (COFF) analysis at the confluence of river systems, *Hydrological Processes* 23, 1471-1486.
- Zhang, L. (2005): Multivariate hydrological frequency analysis and risk mapping. Dissertation an der Louisiana State University and Agricultural and Mechanical College, Department of Civil and Environmental Engineering, USA.
- Zhang, L. und Singh, V.P. (2006): Bivariate Flood Frequency Analysis Using the Copula Method, *Journal of Hydrologic Engineering* 11(2), 150-164.
- Zhang, L. und Singh, V.P. (2007): Trivariate flood frequency analysis using the Gumbel-Hougaard copula, *Journal of Hydrologic Engineering* 12(4), 431-439.
- Zheng, F., Westra, S., Leonard, M. und Sisson, S.A. (2014): Modelling dependence between extreme rainfall and storm surge to estimate coastal flooding risk, *Water Resources Research* 50(3), 2050-2071.

A Anhang

A.1 Verzeichnis der verwendeten Abflusszeitreihen

Nachfolgend sind alle verwendeten Abflusszeitreihen der 125 Pegelpaare aufgeführt, die für die Berechnung kombinierter Eintrittswahrscheinlichkeiten von Hochwasserereignissen verwendet wurden.

Nr.	Pegel	Gewässer	Pegelnummer	A_{EO} [km ²]	Betreiber	HG/ NG	Jahre
1	Muesse	Eder	4281319000100	125,0	LANUV	HG	35
	Aue	Preisdorf	4281334000100	8,5	LANUV	NG	
2	Muesse	Eder	4281319000100	125,0	LANUV	HG	60
	Raumland	Odeborn	4281490000100	84,7	LANUV	NG	
3	Bonn	Rhein	27100800	140901,0	WSA Köln	HG	47
	Menden	Sieg	2729100000100	2825,0	LANUV	NG	
4	Schleiden	Olef	2822870000100	123,0	LANUV	HG	45
	Hellenthal	Platißbach	2822849000100	36,4	LANUV	NG	
5	Schleiden	Olef	2822870000100	110,5	LANUV	HG	59
	Reifferscheid	Reifferschei- der Bach	2822869000100	49,0	LANUV	NG	
6	Kall-Sportplatz	Urft	2822700000200	131,1	LANUV	HG	37
	Schleiden	Olef	2822870000100	159,4	LANUV	NG	
7	Arloff	Erf	2741500000100	82,4	LANUV	HG	38
	Möschemer Mühle	Eschweiler Bach	2741490000200	32,0	LANUV	NG	
8	Zerkall 1	Rur	2823500000100	712,5	LANUV	HG	31
	Zerkall 2	Kall	2823490000100	74,5	LANUV	NG	
9	Eschweiler	Inde	2824590000400	232,2	LANUV	HG	27
	Luchem	Wehebach	2824890000300	62,5	LANUV	NG	
10	Herzogenrath 1	Wurm	2828300000200	96,3	LANUV	HG	34
	Herzogenrath 2	Broicher Bach	2828400000200	41,4	LANUV	NG	
11	Herrntrop	Hundem	2766250000100	60,7	LANUV	HG	24
	Varste	Silberbach	2766286000100	18,0	LANUV	NG	
12	Kickenbach	Lenne	2766199000100	187,0	LANUV	HG	34

Nr.	Pegel	Gewässer	Pegelnummer	A_{E0} [km ²]	Betreiber	HG/ NG	Jahre
	Herrntrop	Hundem	2766250000100	60,7	LANUV	NG	
13	Köln	Rhein	2730010	144232,0	WSA Köln	HG	61
	Opladen	Wupper	2736790000200	606,0	LANUV	NG	
14	Oeventrop	Ruhr	2761759000100	759,8	LANUV	HG	33
	Mueschede	Röhr	2761895000100	194,6	LANUV	NG	
15	Meschede	Ruhr	2761510000100	241,9	LANUV	HG	28
	Wenholthausen	Wenne	2761695000100	184,2	LANUV	NG	
16	Schledebrück 1	Wapelbach	3128300000100	67,7	LANUV	HG	41
	Schledebrück 2	Ölbach	3128490000200	79,8	LANUV	NG	
17	Blomberg	Diestelbach	4566900000100	59,3	LANUV	HG	28
	Schieder	Niese	4568900000100	69,3	LANUV	NG	
18	Ahmsen	Werre	4639000000100	593,0	LANUV	HG	32
	Brake	Johannisbach	4647000000100	207,1	LANUV	NG	
19	Roenkhausen	Lenne	2766530000100	884,0	LANUV	HG	40
	Glinge	Glingebach	2766543000100	5,5	LANUV	NG	
20	Wadern	Wadrill	1281120	71,3	LUA SL	HG	52
	Dagstuhl	Löster	1261120	61,8	LUA SL	NG	
21	Ottweiler	Blies	1022120	142,0	LUA SL	HG	49
	Hangard	Oster	1362120	112,1	LUA SL	NG	
22	Reinheim	Blies	1062220	1798,0	LUA SL	HG	38
	Walsheim	Hetschenbach	1221120	6,2	LUA SL	NG	
23	Losheim III	Losheimer Bach	1433120	15,0	LUA SL	HG	28
	Niederlosheim	Hölbach	1301120	13,6	LUA SL	NG	
24	Michelbach	Prims	1451130	336,5	LUA SL	HG	26
	Nunkirchen	Losheimer Bach	1351120	104,5	LUA SL	NG	
25	Lebach	Theel	1332220	87,2	LUA SL	HG	52
	Eppelborn	Ill	1341120	120,0	LUA SL	NG	
26	Zwickau- Poelbitz	Zwickauer Mulde	562070	1021,1	LFULG SN	HG	46
	Niedermuelsen 1	Mülsenbach	564201	49,6	LFULG SN	NG	
27	Aue 3	Zwickauer Mulde	562031	681,7	LFULG SN	HG	26
	Aue 1	Schwarzen- wasser	563790	362,9	LFULG SN	NG	
28	Altchemnitz 2	Zwönitz	564531	143,5	LFULG SN	HG	27
	Harthau	Würschnitz	564620	136,1	LFULG SN	NG	
29	Hopfgarten	Zschopau	567420	324,3	LFULG SN	HG	61
	Streckewalde	Preßnitz	567850	205,9	LFULG SN	NG	
30	Pockau 1	Flöha	568140	385,2	LFULG SN	HG	62
	Zoeblitz	Schwarze Pockau	568400	124,6	LFULG SN	NG	
31	Sprey	Spree	582080	1592,6	LFULG SN	HG	33
	Boxberg	Schwarzer Schöps	583200	641,7	LFULG SN	NG	

Nr.	Pegel	Gewässer	Pegelnummer	A_{EO} [km ²]	Betreiber	HG/ NG	Jahre
32	Groeditz 1	Löbauer Wasser	583121	203,3	LFULG SN	HG	40
	Kotitz	Kotitzer Wasser	583170	28,9	LFULG SN	NG	
33	Hartau	Lausitzer Neiße	660010	377,6	LFULG SN	HG	40
	Zittau 5	Mandau	662021	295,7	LFULG SN	NG	
34	Trado 3	Schwarze Elster	553013	166,0	LFULG SN	HG	36
	Schoenau	Klosterwasser	554120	105,6	LFULG SN	NG	
35	Vacha	Werra	420120	2246,0	TLUG	HG	71
	Unterbreizbach-Räsa	Ulster	427010	399,0	TLUG	NG	
36	Arnstadt	Gera	574200	174,7	TLUG	HG	57
	Eischleben	Wipfra	574500	163,1	TLUG	NG	
37	Erfurt-Möbisburg	Gera	574210	471,4	TLUG	HG	66
	Ingersleben	Apfelstaedt	574630	371,4	TLUG	NG	
38	Sundhausen	Helme	575400	200,6	TLUG	HG	54
	Nordhausen	Zorge	575500	303,6	TLUG	NG	
39	Wipperdorf	Wipper	575210	213,8	TLUG	HG	60
	Bleicherode	Bode	575250	104,0	TLUG	NG	
40	Untergriesheim	Jagst	9903470	1826,0	LUBW	HG	27
	Allfeld	Schefflenz	4420	60,0	LUBW	NG	
41	Stein	Kocher	9903465	1790,0	LUBW	HG	71
	Neuenstadt	Brettach	9904415	142,0	LUBW	NG	
42	Maxau	Rhein	23700205	50196,0	WSA Mannheim	HG	87
	Berghausen	Pfinz	9960682	231,0	LUBW	NG	
43	Maxau	Rhein	23700205	50196,0	WSA Mannheim	HG	48
	Ettlingen	Alb	9903301	150,0	LUBW	NG	
44	Bad Rotenfels	Murg	1301	466,0	LUBW	HG	79
	Baden-Baden	Oosbach	9902399	71,0	LUBW	NG	79
45	Schwarzenberg	Murg	3302	179,0	LUBW	HG	29
	Schönmünzach	Schönmünz	9903303	47,0	LUBW	NG	
46	Hausach	Kinzig	47419	672,0	LUBW	HG	21
	Harmersbach	Erlenbach	9944013	103,0	LUBW	NG	
47	Lauffen	Neckar	23800500	7916,0	WSA Stuttgart	HG	63
	Hausen	Zaber	443	109,0	LUBW	NG	
48	Murr	Murr	9900434	429,0	LUBW	HG	67
	Steinheim	Bottwar	9903414	76,0	LUBW	NG	
49	Schorndorf	Rems	431	418,0	LUBW	HG	30
	Beutelsbach-Bad	Schweizerbach	1436	30,0	LUBW	NG	
50	Schorndorf	Rems	431	341,0	LUBW	HG	63
	Haubersbronn	Wieslauf	9976183	77,0	LUBW	NG	

Nr.	Pegel	Gewässer	Pegelnummer	A_{Eo} [km ²]	Betreiber	HG/ NG	Jahre
51	Vaihingen	Enz	9903421	1662,0	LUBW	HG	71
	Talhausen	Glems	9903426	192,0	LUBW	NG	
52	Wendlingen-KLA	Neckar	1462	3237,0	LUBW	HG	40
	Plochingen	Fils	9904427	704,0	LUBW	NG	
53	Wendlingen-KLA	Neckar	1462	3047,0	LUBW	HG	41
	Wendlingen	Lauter	9902431	190,0	LUBW	NG	
54	Kirchentellinsfurt	Neckar	420	2317,0	LUBW	HG	62
	Wannweil	Echaz	9904419	133,0	LUBW	NG	
55	Kirchentellinsfurt	Neckar	420	2179,0	LUBW	HG	50
	Tübingen	Steinlach	9902489	138,0	LUBW	NG	
56	Kirchentellinsfurt	Neckar	420	2183,0	LUBW	HG	61
	Pfäffingen	Ammer	417	134,0	LUBW	NG	
57	Horb	Neckar	411	1113,0	LUBW	HG	81
	Bad Imnau	Eyach	9900462	331,0	LUBW	NG	
58	Horb	Neckar	411	1113,0	LUBW	HG	74
	Rangendingen	Starzel	9940670	123,0	LUBW	NG	
59	Owingen	Eyach	9904408	206,0	LUBW	HG	38
	Gruol	Stunzach	2471	76,0	LUBW	NG	
60	Horb	Neckar	411	912,0	LUBW	HG	81
	Hopfau	Glatt	9904410	201,0	LUBW	NG	
61	Villingen	Brigach	9976185	70,0	LUBW	HG	52
	Maria Tann	Kirnach	9901109	30,0	LUBW	NG	
62	Möhringen-Espenbrücke	Donau	194	836,0	RP Freiburg	HG	39
	Möhringen	Krähenbach	9916473	28,0	LUBW	NG	
63	Möhringen-Espenbrücke	Donau	194	864,0	RP Freiburg	HG	39
	Tuttlingen	Elta	192	81,0	RP Freiburg	NG	
64	Beuron	Donau	9900168	1312,0	LUBW	HG	75
	Fridingen	Bära	9901156	134,0	LUBW	NG	75
65	Sigmaringen	Donau	9957119	1525,0	LUBW	HG	81
	Unterschmeien	Schmeie	9901120	150,0	LUBW	NG	
66	Sigmaringen	Donau	9957119	1675,0	LUBW	HG	80
	Laucherthal	Lauchert	9901131	452,0	LUBW	NG	
67	Geislingen	Fils	1439	146,0	LUBW	HG	59
	Geislingen	Eyb	9976121	123,0	LUBW	NG	
68	Wöllstein	Kocher	9946349	222,0	LUBW	HG	39
	Abtsgmünd	Lein	473	246,0	LUBW	NG	
69	Gaildorf	Kocher	9904428	607,0	LUBW	HG	86
	Mittelrot	Fichtenberger Rot	9902444	126,0	LUBW	NG	
70	Bollendorf 2	Sauer	26200505	2608,4	LUA RP	HG	38

Nr.	Pegel	Gewässer	Pegelnummer	A_{EO} [km ²]	Betreiber	HG/ NG	Jahre
	Gemünd Our	Our	26260303	613,4	LUWG RP	NG	
71	Trier	Mosel	2650010	23857,0	WSA Trier	HG	43
	Kordel	Kyll	26600900	817,1	LUWG RP	NG	
72	Contwig	Schwarzbach	26420308	529,6	LUWG RP	HG	48
	Althornbach 2	Hornbach	26420603	424,5	LUWG RP	NG	
73	Heimbach Bhf.	Nahe	25400054	318,3	LUWG RP	HG	42
	Kronweiler	Schwoillbach	25410309	64,1	LUWG RP	NG	
74	Martinsteinst 2	Nahe	25400407	1108,4	LUWG RP	HG	44
	Kellenbach 2	Simmerbach	25440401	361,6	LUWG RP	NG	
75	Kalkofen Neu	Lahn	25800608	5304,0	WSA Koblenz	HG	38
	Kloster Arnstein	Dörsbach	25890102	113,2	LUWG RP	NG	
76	Betzdorf	Sieg	27200500	558,0	LUWG RP	HG	55
	Alsdorf	Heller	27220508	196,5	LUWG RP	NG	
77	Wahmbeck	Weser	43900105	12996,0	WSV	HG	53
	Helmarshausen	Diemel	44950055	1757,1	HLUG	NG	
78	Letzter Heller	Werra	41900206	5487,0	WSV	HG	34
	Bonaforth	Fulda	42900201	6932,0	WSV	NG	
79	Schmittlotheim	Eder	42800300	971,9	WSV	HG	55
	Dalwigkthal	Orke	42840453	230,1	HLUG	NG	
80	Kämmerzell	Fulda	42350057	561,0	HLUG	HG	49
	Lütterz	Lüder	42360550	181,5	HLUG	NG	
81	Haiger	Dill	25840253	63,0	HLUG	HG	37
	Dillenburg2	Dietzhölze	25840650	82,3	HLUG	NG	
82	Bad Vilbel	Nidda	24870055	1619,3	HLUG	HG	23
	Ober-Erlenbach	Erlenbach	24880208	71,3	HLUG	NG	
83	Bruchenbrücken	Wetter	24841250	513,1	HLUG	HG	47
	Friedberg	Usa	24841206	183,9	HLUG	NG	
84	Zwiesel, Großer Regen	Großer Regen	15214003	175,7	HLUG	HG	40
	Lohmannmühle	Kleiner Regen	15216009	115,9	HLUG	NG	
85	Sägmühle	Schwarzer Regen	15212700	839,3	BLFU	HG	36
	Viechtach Reibenmühle	Aitnach	15213500	54,0	BLFU	NG	
86	Pulling	Regen	15201001	1012,1	BLFU	HG	33
	Kötzting	Weißer Regen	15228008	224,4	BLFU	NG	
87	Chamerau	Regen	15202300	1356,5	BLFU	HG	40
	Kothmaißling	Chamb	15246000	405,3	BLFU	NG	
88	Gogl-Mühle	Chamb	15241006	60,8	BLFU	HG	37
	Leming	Freybach	15247002	67,2	BLFU	NG	
89	Furth im Wald	Chamb	15243001	249,5	BLFU	HG	37
	Ösbühl	Danglesbach	15247501	27,1	BLFU	NG	
90	Schmidmühlen	Vils	14606008	756,0	BLFU	HG	40
	Stettkirchen	Lauterach	14685004	237,3	BLFU	NG	

Nr.	Pegel	Gewässer	Pegelnummer	A_{EO} [km ²]	Betreiber	HG/ NG	Jahre
91	Münchshofen	Naab	14006000	4007,8	BLFU	HG	40
	Dietldorf	Vils	14608003	1100,0	BLFU	NG	
92	Linden Saußwasser	Saußwasser	17467000	30,2	BLFU	HG	40
	Unterkashof	Reschwasser	17466007	59,4	BLFU	NG	
93	Fürsteneck	Wolfsteiner Ohe	17464001	250,2	BLFU	HG	40
	Röhrnbach	Osterbach	17468002	119,9	BLFU	NG	
94	Schrottenbaum- mühle	Ilz	17404000	363,9	BLFU	HG	40
	Fürsteneck	Wolfsteiner Ohe	17464001	370,1	BLFU	NG	
95	Gressenwöhr	Vils	14601004	58,0	BLFU	HG	40
	Langenbruck	Frankenohe	14615009	40,9	BLFU	NG	
96	Amberg Vils	Vils	14604002	437,9	BLFU	HG	21
	Amberg Ammerbach	Ammerbach	14656006	74,5	BLFU	NG	
97	Unterköblitz	Naab	14002305	2010,4	BLFU	HG	40
	Trausnitz u. d. Mühle	Pfreimd	14364000	541,7	BLFU	NG	
98	Johannisthal	Tirschenreu- ther Waldnaab	14114003	297,2	BLFU	HG	40
	Erbendorf	Fichtelnaab	14124007	182,2	BLFU	NG	
99	Ansbach Fränkische Rezat	Fränkische Rezat	24211651	109,9	BLFU	HG	40
	Ansbach Hennenbach	Hennenbach	24213103	9,2	BLFU	NG	
100	Lentersdorf	Bibert	24218504	47,2	BLFU	HG	40
	Bruckberg	Haselbach	24219008	77,8	BLFU	NG	
101	Hohenstadt	Pegnitz	24223005	488,5	BLFU	HG	40
	Pommelsbrunn	Högenbach	24227006	102,3	BLFU	NG	
102	Lauf	Pegnitz	24224008	886,2	BLFU	HG	35
	Schnaittach Markt	Schnaittach	24228009	62,4	BLFU	NG	
103	Weißenburg	Schwäbische Rezat	24213602	29,2	BLFU	HG	40
	Weiboldshausen	Felchbach	24214300	38,2	BLFU	NG	
104	Hollfeld	Wiesent	24240503	136,0	BLFU	HG	40
	Plankenfels	Truppach	24244504	105,6	BLFU	NG	
105	Pottenstein	Püttlach	24246000	108,8	BLFU	HG	40
	Hungenberg	Ailsbach	24248006	53,6	BLFU	NG	
106	Hüttendorf	Regnitz	24201501	3864,4	BLFU	HG	40
	Erlangen	Schwabach	24238501	188,8	BLFU	NG	
107	Hüttendorf	Regnitz	24201501	3829,3	BLFU	HG	40
	Frauenkreuz	Gründlach	24235208	35,1	BLFU	NG	
108	Lorenzreuth	Röslau	53216003	121,1	BLFU	HG	40
	Marktredwitz	Kössein	53216954	70,5	BLFU	NG	
109	Oberkotzau	Sächsische Saale	56001003	231,0	BLFU	HG	40

Nr.	Pegel	Gewässer	Pegelnummer	A_{EO} [km ²]	Betreiber	HG/ NG	Jahre
	Rehau	Schwesnitz	56122008	84,0	BLFU	NG	
110	Bad Berneck Weißer Main	Weißer Main	24110508	54,3	BLFU	HG	40
	Bad Berneck Ölschnitz	Ölschnitz	24113459	99,8	BLFU	NG	
111	Wirsberg	Schorgast	24115002	43,5	BLFU	HG	40
	Adlerhütte	Koserbach	24118000	33,4	BLFU	NG	
112	Schlehenmühle	Roter Main	24122008	71,0	BLFU	HG	40
	Gampelmühle	Ölschnitz	24126009	62,2	BLFU	NG	
113	Bayreuth	Roter Main	24123000	266,8	BLFU	HG	40
	Untersteinach	Warme Steinach	24128004	73,5	BLFU	NG	
114	Ködnitz	Weißer Main	24111001	249,6	BLFU	HG	40
	Trebgast	Trebgast	24114000	63,8	BLFU	NG	
115	Neukenroth	Haßlach	24146505	129,8	BLFU	HG	40
	Friedersdorf	Buchbach	24147600	11,1	BLFU	NG	
116	Streitmühle	Rodach	24140509	56,0	BLFU	HG	40
	Langenau	Langenaubach	24143507	11,6	BLFU	NG	
117	Schenkenau	Itz	24163005	940,6	BLFU	HG	35
	Unternerzbach	Merzbach	24169001	11,5	BLFU	NG	
118	Heinersdorf	Rodach	24167006	113,6	BLFU	HG	40
	Autenhausen	Kreck	24168009	162,8	BLFU	NG	
119	Oberthulba	Thulba	24460306	65,0	BLFU	HG	30
	Schlimpfhof	Lauter	24461003	13,0	BLFU	NG	
120	Bad Königshofen im Grabfeld	Fränkische Saale	24401001	76,0	BLFU	HG	21
	Gollmuthhausen	Milz	24412008	158,2	BLFU	NG	
121	Salz	Fränkische Saale	24403007	930,7	BLFU	HG	40
	Schweinhof	Brend	24432504	111,1	BLFU	NG	
122	Salz	Fränkische Saale	24403007	1041,8	BLFU	HG	40
	Münnerstadt	Lauer	24441301	258,7	BLFU	NG	
123	Heroldingen	Wörnitz	11808006	1107,6	BLFU	HG	33
	Lierheim	Eger	11864007	395,2	BLFU	NG	
124	Thann	Altmühl	13402807	327,4	BLFU	HG	40
	Bechhofen	Wieseth	13424901	92,9	BLFU	NG	
125	Treuchtlingen	Altmühl	13406105	980,5	BLFU	HG	40
	Schambach	Schambach	13450300	91,8	BLFU	NG	

A.2 Berücksichtigte univariate Verteilungsfunktionen

Extremwertverteilung-Typ I (Gumbel-Verteilung)

Verteilungsfunktion

$$F(x) = \exp \left[-\exp \left(-\frac{x-c}{d} \right) \right]$$

Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{d} \exp \left(-\frac{x-c}{d} \right) \cdot \exp \left[-\exp \left(-\frac{x-c}{d} \right) \right]$$

Gültigkeitsbereiche

$$-\infty < x < \infty$$

$$d > 0$$

Pearson-Typ-III-Verteilung

Verteilungsfunktion

$$F(x) = \frac{\Gamma \left(a, \frac{x-c}{d} \right)}{\Gamma(a)} \quad \text{für } d > 0$$

$$F(x) = 1 - \frac{\Gamma \left(a, \frac{x-c}{d} \right)}{\Gamma(a)} \quad \text{für } d < 0$$

Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{\left(\frac{x-c}{d} \right)^{a-1} \cdot \exp \left(-\frac{x-c}{d} \right)}{|d| \cdot \Gamma(a)}$$

Gültigkeitsbereiche

$$a > 0, d \neq 0$$

$$x \leq c \quad \text{für } d < 0$$

$$x \geq c \quad \text{für } d > 0$$

Weibull-Verteilung (Dreiparametrisch)

Verteilungsfunktion

$$F(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x-c}{d}\right)^a\right\}$$

Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{a}{d} \left(\frac{x-c}{d}\right)^{a-1} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{x-c}{d}\right)^a\right\}$$

Gültigkeitsbereiche

$$0 \leq c \leq x$$

$$a, d > 0$$

Log-Normalverteilung

Verteilungsfunktion

$$F(x) = \Phi\left[\frac{\ln(x-c)-e}{d}\right]$$

Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(x-c) \cdot d} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x-c)-e}{d}\right)^2\right\}$$

Gültigkeitsbereiche

$$c < x < \infty$$

$$c < x_{\min}$$

$$d > 0$$

Log-Pearson-Typ-III-Verteilung

Verteilungsfunktion

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x') dx'$$

Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{\left(\frac{\ln(x)-c}{d}\right)^{a-1} \cdot \exp\left(-\frac{\ln(x)-c}{d}\right)}{x \cdot |d| \cdot \Gamma(a)}$$

Gültigkeitsbereiche

mit $y = \ln(x)$

bei $q_3(y) < 0, d < 0, x < \exp(c)$

bei $q_3(y) > 0, d > 0, x > \exp(c)$

A.3 Tabellarische Zusammenfassung der Ergebnisse des allgemeinen Ansatzes

		Klasse I HG_{MAX}/NG_{SIM}							
	T^{\wedge} [a]	$T_{UNI,HG}$ [a]							
		5	10	20	50	100	200	Gleich	
Mittelwert	5	4	-	-	-	-	-	3	$T_{UNI,NG}$ [a]
	10	9	8	-	-	-	-	6	
	20	18	17	3	-	-	-	12	
	50	45	44	39	4	-	-	30	
	100	89	89	86	73	5	-	61	
	200	178	178	176	168	145	6	121	
90 %-Quantil		5	10	20	50	100	200	Gleich	$T_{UNI,NG}$ [a]
	5	4	-	-	-	-	-	4	
	10	9	9	-	-	-	-	7	
	20	18	18	8	-	-	-	14	
	50	45	45	44	15	-	-	36	
	100	89	89	89	86	23	-	72	
200	178	178	178	177	171	36	142		

		Klasse II HG_{MAX}/NG_{SIM}							
	T^{\wedge} [a]	$T_{UNI,HG}$ [a]							
		5	10	20	50	100	200	Gleich	
Mittelwert	5	4	-	-	-	-	-	3	$T_{UNI,NG}$ [a]
	10	9	8	-	-	-	-	6	
	20	18	17	3	-	-	-	12	
	50	46	45	40	4	-	-	30	
	100	91	91	87	73	4	-	60	
	200	184	184	181	171	146	5	121	
90 %-Quantil		5	10	20	50	100	200	Gleich	$T_{UNI,NG}$ [a]
	5	4	3	-	-	-	-	4	
	10	9	9	-	-	-	-	7	
	20	18	18	7	-	-	-	14	
	50	46	46	44	12	-	-	35	
	100	91	91	91	86	18	-	71	
200	184	184	184	182	173	26	142		

		Klasse III <i>HG_{MAX}/NG_{SIM}</i>									
	T^{\wedge} [a]	$T_{UNI,HG}$ [a]									
		5	10	20	50	100	200	Gleich			
Mittelwert	5	4	-	-	-	-	-	3	$T_{UNI,NG}$ [a]		
	10	8	7	-	-	-	-	6			
	20	17	16	3	-	-	-	12			
	50	43	42	38	4	-	-	29			
	100	84	84	81	68	4	-	58			
	200	167	166	164	156	134	5	119			
90 %-Quantil		5	10	20	50	100	200	Gleich			
	5	4	-	-	-	-	-	3	$T_{UNI,NG}$ [a]		
	10	8	8	-	-	-	-	7			
	20	17	17	5	-	-	-	13			
	50	43	43	41	8	-	-	32			
	100	84	84	83	77	11	-	66			
	200	167	167	166	163	151	16	130			

		Klasse IV <i>HG_{MAX}/NG_{SIM}</i>									
	T^{\wedge} [a]	$T_{UNI,HG}$ [a]									
		5	10	20	50	100	200	Gleich			
Mittelwert	5	3	-	-	-	-	-	3	$T_{UNI,NG}$ [a]		
	10	7	6	-	-	-	-	5			
	20	15	14	1	-	-	-	10			
	50	41	39	29	1	-	-	24			
	100	84	82	72	51	1	-	49			
	200	173	171	161	141	104	1	96			
90 %-Quantil		5	10	20	50	100	200	Gleich			
	5	4	-	-	-	-	-	3	$T_{UNI,NG}$ [a]		
	10	7	7	-	-	-	-	6			
	20	16	15	6	-	-	-	13			
	50	41	41	40	10	-	-	34			
	100	84	84	83	79	15	-	67			
	200	173	173	173	171	162	23	132			

		Klasse I <i>HG_{SIM}/NG_{MAX}</i>								
	<i>T[^]</i> [a]	<i>T_{UNI,HG} [a]</i>								
		5	10	20	50	100	200	Gleich		
Mittelwert	5	4	-	-	-	-	-	3	<i>T_{UNI,NG} [a]</i>	
	10	8	7	-	-	-	-	6		
	20	17	16	3	-	-	-	12		
	50	43	42	37	3	-	-	29		
	100	85	85	81	67	4	-	57		
	200	171	171	167	157	132	4	113		
90 %-Quantil		5	10	20	50	100	200	Gleich		
	5	4	-	-	-	-	-	4	<i>T_{UNI,NG} [a]</i>	
	10	8	8	-	-	-	-	7		
	20	17	17	8	-	-	-	14		
	50	43	43	42	14	-	-	35		
	100	85	85	85	82	21	-	68		
	200	171	171	171	170	164	33	139		

		Klasse II <i>HG_{SIM}/NG_{MAX}</i>								
	<i>T[^]</i> [a]	<i>T_{UNI,HG} [a]</i>								
		5	10	20	50	100	200	Gleich		
Mittelwert	5	4	-	-	-	-	-	3	<i>T_{UNI,NG} [a]</i>	
	10	8	7	-	-	-	-	6		
	20	16	16	2	-	-	-	12		
	50	41	41	35	3	-	-	29		
	100	85	85	80	65	3	-	59		
	200	178	178	173	158	128	3	113		
90 %-Quantil		5	10	20	50	100	200	Gleich		
	5	4	-	-	-	-	-	3	<i>T_{UNI,NG} [a]</i>	
	10	8	8	-	-	-	-	7		
	20	16	16	7	-	-	-	14		
	50	41	41	40	12	-	-	36		
	100	85	85	85	81	18	-	71		
	200	178	178	178	177	166	27	139		

		Klasse III <i>HG_{SIM}/NG_{MAX}</i>								
	T^{\wedge} [a]	$T_{UNI,HG}$ [a]								
		5	10	20	50	100	200	Gleich		
Mittelwert	5	4	-	-	-	-	-	3	$T_{UNI,NG}$ [a]	
	10	8	7	-	-	-	-	6		
	20	17	17	3	-	-	-	12		
	50	45	44	39	4	-	-	29		
	100	90	90	87	73	5	-	58		
	200	184	184	181	172	148	6	116		
90 %-Quantil		5	10	20	50	100	200	Gleich		
	5	4	-	-	-	-	-	4	$T_{UNI,NG}$ [a]	
	10	8	8	-	-	-	-	7		
	20	17	17	11	-	-	-	15		
	50	45	45	45	22	-	-	37		
	100	90	90	90	90	37	-	72		
	200	184	184	184	184	182	64	145		

		Klasse IV <i>HG_{SIM}/NG_{MAX}</i>								
	T^{\wedge} [a]	$T_{UNI,HG}$ [a]								
		5	10	20	50	100	200	Gleich		
Mittelwert	5	3	-	-	-	-	-	2	$T_{UNI,NG}$ [a]	
	10	6	4	-	-	-	-	4		
	20	13	11	-	-	-	-	9		
	50	33	31	21	-	-	-	21		
	100	68	65	54	34	-	-	43		
	200	137	133	121	101	68	1	84		
90 %-Quantil		5	10	20	50	100	200	Gleich		
	5	3	-	-	-	-	-	3	$T_{UNI,NG}$ [a]	
	10	6	6	-	-	-	-	6		
	20	13	13	5	-	-	-	13		
	50	34	34	33	9	-	-	33		
	100	68	68	68	65	14	-	66		
	200	138	138	137	136	130	21	127		

Bisher erschienene Mitteilungen des Forschungsinstituts Wasser und Umwelt der Universität Siegen

Nr.	Titel	Autor(en)	Jahr
1	Untersuchungen zur Ermittlung von hydrologischen Bemessungsgrößen mit Verfahren der instationären Extremwertstatistik - Methoden und Anwendungen auf Pegelwasserstände an der Deutschen Nord- und Ostseeküste	Mudersbach, Christoph	2010
2	CoastDoc 2010 - Beiträge zum 1. Doktorandenseminar CoastDoc, Universität Siegen	Jensen, Jürgen (Editor)	2011
3	Expertenseminar Watershed Management and Rural Sanitation	Bormann, Helge (Editor)	2012
4	Statistical methods to assess the hydrodynamic boundary conditions for risk based design approaches in coastal engineering - Methods and application to the German North Sea coastline	Wahl, Thomas	2012
5	Towards sustainable water quality Management	Bormann, Helge und Althoff, Ingrid	2013
6	Proceedings of the 1 st International Short Conference on Advances in Extreme Value Analysis and Application to Natural Hazards (EVAN 2013)	Jensen, Jürgen (Editor)	2014
7	Regional to local assessment of extreme water levels Methods and application to the northern part of the German North Sea coastline	Arns, Arne	2014
8	Sea level variability and its role for coastal flood risk in the southeastern North Sea – Insights into past, present and future sea level changes	Dangendorf, Sönke	2015
9	Zur Ermittlung von hydrologischen Bemessungsgrößen an Flussmündungen mit Verfahren der multivariaten Statistik	Bender, Jens	2015

Herausgeber:
Forschungsinstitut Wasser und
Umwelt (fwu) der Universität Siegen
Paul-Bonatz-Straße 9-11
57076 Siegen