

Übungsblatt 2

Aufgabe 1

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen für beliebige Formeln F, G, H :

- (a) Wenn $F \vee G$ erfüllbar ist, dann ist auch F erfüllbar.
- (b) Wenn $F \wedge G$ erfüllbar ist, dann ist auch F erfüllbar.
- (c) Wenn $F \rightarrow G$ gültig ist, dann ist G erfüllbar.
- (d) Wenn $F \leftrightarrow G$ erfüllbar ist, dann ist $F \leftrightarrow G$ auch gültig.
- (e) Wenn $F \wedge G$ unerfüllbar ist, dann ist F unerfüllbar oder G unerfüllbar.
- (f) Wenn $F \vee G$ gültig ist, dann ist F erfüllbar oder G erfüllbar.
- (g) Wenn F und G gültig sind, dann gilt $F \equiv G$.
- (h) Wenn F und G erfüllbar sind, dann gilt $F \equiv G$.
- (i) Wenn F und G unerfüllbar sind, dann gilt $F \equiv G$.
- (j) Wenn F erfüllbar und G gültig ist, dann gilt $F \equiv G$ oder $\neg F$ ist erfüllbar.
- (k) Wenn $F \equiv G$ gilt, dann müssen F und G die gleichen atomaren Formeln enthalten.
 - (l) $(F \rightarrow G) \rightarrow H \equiv F \rightarrow (G \rightarrow H)$.
- (m) Aus $F \equiv G \vee H$ folgt $F \equiv G$ oder $F \equiv H$.
- (n) Aus $F \rightarrow G \equiv G \rightarrow F$ folgt $F \equiv G$.
- (o) Angenommen $F, G \models H$ und $F, H \models G$ und $G, H \models F$. Dann sind alle drei Formeln äquivalent zueinander.
- (p) Aus $F \wedge G \models H$ folgt $F \models G \rightarrow H$.
- (q) Aus $F \models G \rightarrow H$ folgt $F \wedge G \models H$.

Aufgabe 2

Seien F_1, F_2 und F_3 Formeln mit folgenden Wahrheitstafeln:

| A | B | C | F_1 | F_2 | F_3 |
|-----|-----|-----|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

Geben Sie $\text{DNF}(F_i)$ und $\text{KNF}(F_i)$ für $i \in \{1, 2, 3\}$ an.