Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 5

Aufgabe 1
Eine Formel ist *in Skolemform*, wenn sie in BPF ist und keine Existenzquantoren enthält. Eine Formel ist *eine Skolemform einer Formel F*, wenn sie in Skolemform ist und zu F erfüllbarkeitsäquivalent ist. Geben Sie zu folgenden Formeln jeweils eine Skolemform an.

(a)
$$F = \exists x\Big(\big(\exists y R(x,y)\big) \to \exists r R(r, f(y,z))\Big) \wedge \forall x \neg \exists z \big(P(z) \wedge \forall w R(x,w)\big).$$

(b)
$$G = \forall x \forall y \forall z \big(R(x,y) \wedge R(y,z) \to R(x,z)\big) \\ \wedge \forall x \neg R(x,x) \wedge \exists x \forall y (x \neq y \to R(y,x)) \wedge \forall x \exists y R(y,x)$$

Aufgabe 2
Geben Sie zu folgenden Formeln jeweils ein Modell an:

(a) $\exists y \forall x (f(x) = g(x,y)) \wedge \exists x (f(x) \neq g(x,x))$

(b) $\forall x P(f(x,x)) \wedge \forall x \forall y ((x \neq y) \to \neg P(f(x,y)))$

(c) $\forall x (P(x) \vee Q(x,y)) \wedge \neg Q(y,y) \wedge \forall x ((x \neq y) \to \neg P(x))$

Aufgabe 3
Zeigen Sie die folgenden Behauptungen:

(a) $\exists x P(x) \vee \forall x Q(x,x) \models \exists x (P(x) \vee Q(x,x))$

(b) $\forall x (P(x) \to Q(x)) \models \forall x P(x) \to \forall x Q(x)$

(c) $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x) \equiv \exists x (P(x) \vee Q(x))$

(d) $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) \not\equiv \exists x (P(x) \wedge Q(x))$