

Übungsblatt 7

Aufgabe 1 Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, +, *\}, P, S),$$

wobei P gegeben ist durch

$$S \rightarrow SS+ \mid SS* \mid a.$$

- (a) Geben Sie die Sprache an, die von G erzeugt wird.
- (b) Sei $w = aa + a*$. Geben Sie zu w alle Syntaxbäume an. Geben Sie anschließend alle Links-, Rechts- und Reverse-Rechtsableitungen an.
- (c) Ist die Grammatik eindeutig?

Aufgabe 2 Zu $w = a_1 \dots a_n \in \Sigma^n$ sei $w^R = a_n \dots a_1$ das umgedrehte Wort. Geben Sie kontextfreie Grammatiken zu folgenden Sprachen an:

- (a) $L_1 = \{wcw^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- (b) $L_2 = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w = w^R\}$
- (c) $L_3 = \{a^m b^{2m} \mid m \in \mathbb{N}\}$
- (d) $L_4 = \{a^m b^{m+n} c^n \mid m, n \in \mathbb{N}\}$
- (e) $L_5 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i = j \vee j = k\}$

Sind Ihre Grammatiken eindeutig?

Aufgabe 3 Seien L_1 und L_2 kontextfreie Sprachen. Zeigen Sie, dass

- (a) $L_1 \cup L_2$,
- (b) $L_1 \circ L_2$ und
- (c) $\{w^R \mid w \in L_1\}$

kontextfrei sind.