Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Compilerbau I
SS 2019

Übungsblatt 11

Aufgabe 1 Berechnen Sie die Vorausschautabellen für $k = 1$ zu folgenden Grammatiken. Welche der Grammatiken sind $LL(1)$-Grammatiken?

1. $G_1 = (\{E, E', F\}, \{\mathrm{id}, +, (,)\}, P_1, E)$, wobei P_1 gegeben ist durch:

$$E \to FE'$$
$$E' \to +FE' \mid \epsilon$$
$$F \to (E) \mid \mathrm{id}$$

Lösung:
Es gilt $\mathrm{First}_1(E) = \mathrm{First}_1(F) = \{\mathrm{id}, (\}$ und $\mathrm{First}_1(E') = \{\epsilon, +\}$.

Vorausschautabelle (nur die erreichbaren Zustände):

	id	+	(	)	ϵ
$[S' \to \bullet E, \{\epsilon\}]$	$E \to FE'$		$E \to FE'$		
$[E \to \bullet FE', \{\epsilon\}]$	$F \to \mathrm{id}$		$F \to (E)$		
$[E \to F \bullet E', \{\epsilon\}]$		$E' \to +FE'$			$E' \to \epsilon$
$[F \to (\bullet E), \{+, \epsilon\}]$	$E \to FE'$		$E \to FE'$		
$[E' \to + \bullet FE', \{\epsilon\}]$	$F \to \mathrm{id}$		$F \to (E)$		
$[E' \to +F \bullet E', \{\epsilon\}]$		$E' \to +FE'$			$E' \to \epsilon$
$[E \to \bullet FE', \{)\}]$	$F \to \mathrm{id}$		$F \to (E)$		
$[E \to F \bullet E', \{)\}]$		$E' \to +FE'$		$E' \to \epsilon$	
$[F \to (\bullet E), \{+,)\}]$	$E \to FE'$		$E \to FE'$		
$[E' \to + \bullet FE', \{)\}]$	$F \to \mathrm{id}$		$F \to (E)$		
$[E' \to +F \bullet E', \{)\}]$		$E' \to +FE'$		$E' \to \epsilon$	

Achtung: Die Tabelle kann für unerreichbare Zustände mehrere Einträge haben, obwohl die Grammatik $LL(1)$ ist, z.B.

$$M([E \to F \bullet E', \{+\}], +) = \{E' \to \epsilon, E' \to +FE'\}.$$

Aber: Ein Lookahead von $+$ ist bei E nicht möglich, denn $+ \notin \mathrm{Follow}_1(E)$.

2. $G_2 = (\{S, L, R\}, \{\mathrm{id}, +, =, \mathrm{num}\}, P_2, S)$, wobei P_2 gegeben ist durch:

$$S \to L = R \mid L++$$
$$L \to \mathrm{id}$$
$$R \to L \mid \mathrm{num}$$

Aufgabe 2 Sei $G = (\{S, F\}, \{a, +, (,)\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch:

$$S \to (S + F)$$
$$S \to F$$
$$F \to a$$

1. Berechnen Sie First_1 für jedes Nichtterminal.

   Lösung:

$$\begin{array}{lll}
0: & \text{First}_1(S) & \supseteq \emptyset \\
 & \text{First}_1(F) & \supseteq \emptyset \\
\hline
1: & \text{First}_1(S) & \supseteq \text{First}_1(F) \cup \text{First}_1((S+F)) \\
 & & \supseteq \emptyset \cup \text{First}_1(\{(\} \circ \emptyset \circ \{+\} \circ \emptyset \circ \{)\}) \\
 & & = \emptyset \\
 & \text{First}_1(F) & \supseteq \text{First}_1(a) = \{a\} \\
\hline
2: & \text{First}_1(S) & \supseteq \text{First}_1(F) \cup \text{First}_1((S+F)) \\
 & & \supseteq \{a\} \cup \text{First}_1(\{(\} \circ \emptyset \circ \{+\} \circ \{a\} \circ \{)\}) \\
 & & = \{a\} \\
\hline
3: & \text{First}_1(S) & \supseteq \text{First}_1(F) \cup \text{First}_1((S+F)) \\
 & & \supseteq \{a\} \cup \text{First}_1(\{(\} \circ \{a\} \circ \{+\} \circ \{a\} \circ \{)\}) \\
 & & = \{a\} \cup \{(\} = \{a, (\} \\
\hline
\end{array}$$

2. Geben Sie den erweiterten Itemkellerautomaten für $k = 1$ an.

   Lösung:
   Expansionsübergänge (nur die erreichbaren Zustände):

$$\begin{array}{l}
\{([S' \to \bullet S, \{\epsilon\}], \epsilon, [S' \to \bullet S, \{\epsilon\}][S \to \bullet F, \{\epsilon\}]), \\
([S' \to \bullet S, \{\epsilon\}], \epsilon, [S' \to \bullet S, \{\epsilon\}][S \to \bullet(S+F), \{\epsilon\}]), \\
\hline
([S \to \bullet F, \{\epsilon\}], \epsilon, [S \to \bullet F, \{\epsilon\}][F \to \bullet a, \{\epsilon\}]), \\
\hline
([S \to (\bullet S + F), \{\epsilon\}], \epsilon, [S \to (\bullet S + F), \{\epsilon\}][S \to \bullet F, \{+\}]), \\
([S \to (\bullet S + F), \{\epsilon\}], \epsilon, [S \to (\bullet S + F), \{\epsilon\}][S \to \bullet(S + F), \{+\}]), \\
([S \to (S + \bullet F), \{\epsilon\}], \epsilon, [S \to (S + \bullet F), \{\epsilon\}][F \to \bullet a, \{)\}]), \\
\hline
([S \to \bullet F, \{+\}], \epsilon, [S \to \bullet F, \{+\}][F \to \bullet a, \{+\}) \\
\hline
([S \to (\bullet S + F), \{+\}], \epsilon, [S \to (\bullet S + F), \{+\}][S \to \bullet F, \{+\}]), \\
([S \to (\bullet S + F), \{+\}], \epsilon, [S \to (\bullet S + F), \{+\}][S \to \bullet(S + F), \{+\}]), \\
([S \to (S + \bullet F), \{+\}], \epsilon, [S \to (S + \bullet F), \{+\}][F \to \bullet a, \{)\}])\} \\
\hline
\end{array}$$

3. Geben Sie die Vorausschautabelle für $k = 1$ an.

Lösung:
(Nur die erreichbaren Zustände:)

	a	$+$	$($	$)$	ϵ
$[S' \to \bullet S, \{\epsilon\}]$	$S \to F$		$S \to (S+F)$		
$[S \to \bullet F, \{\epsilon\}]$	$F \to a$				
$[S \to (\bullet S + F), \{\epsilon\}]$	$S \to F$		$S \to (S+F)$		
$[S \to (S + \bullet F), \{\epsilon\}]$	$F \to a$				
$[S \to \bullet F, \{+\}]$	$F \to a$				
$[S \to (\bullet S + F), \{+\}]$	$S \to F$		$S \to (S+F)$		
$[S \to (S + \bullet F), \{+\}]$	$F \to a$				

4. Woran erkennen Sie, dass es sich um eine $LL(1)$-Grammatik handelt?

   Lösung:
   Jede Zelle der Vorausschautabelle für die erreichbaren Zustände hat höchstens einen Eintrag.

5. Verwenden Sie die Vorausschautabelle, um eine akzeptierende Konfigurationsfolge für $w = (a + a)$ anzugeben.

Aufgabe 3 Sei $\mathcal{G}$ die Menge der kontextfreien Grammatiken. Wir nennen $G \in \mathcal{G}$ eine LL-Grammatik, wenn es ein $k \in \mathbb{N}$ gibt mit $G \in LL(k)$. Sei $\ell\colon \mathcal{G} \to \mathbb{N}_\perp$ mit

$$\ell(G) = \begin{cases} \min(\{k \in \mathbb{N} \mid G \in LL(k)\}) & \text{falls } G \text{ eine LL-Grammatik ist,} \\ \perp & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie ℓ für folgende Grammatiken:

1. $G_1 = (\{S\}, \{a\}, P_1, S)$, wobei P_1 gegeben ist durch $S \to a \mid \varepsilon$.
2. $G_2 = (\{S\}, \{a, b\}, P_2, S)$, wobei P_2 gegeben ist durch $S \to a \mid b$.
3. $G_3 = (\{S\}, \{a, b\}, P_3, S)$, wobei P_3 gegeben ist durch $S \to aa \mid ab$.
4. $G_4 = (\{S\}, \{a, b\}, P_4, S)$, wobei P_4 gegeben ist durch $S \to aa \mid bb$.
5. $G_5 = (\{S\}, \{a\}, P_5, S)$, wobei P_5 gegeben ist durch $S \to a$.
6. $G_6 = (\{S\}, \{a\}, P_6, S)$, wobei P_6 gegeben ist durch $S \to a \mid aa$.
7. $G_7 = (\{S\}, \{a\}, P_7, S)$, wobei P_7 gegeben ist durch $S \to aa \mid aaa$.
8. $G_8 = (\{S\}, \{a\}, P_8, S)$, wobei P_8 gegeben ist durch $S \to Sa \mid \varepsilon$.
9. $G_9 = (\{S\}, \{a\}, P_9, S)$, wobei P_9 gegeben ist durch $S \to aS \mid \varepsilon$.
10. $G_{10} = (\{S\}, \{a, +\}, P_{10}, S)$, wobei P_{10} gegeben ist durch $S \to S{+}S \mid a$.
11. $G_{11} = (\{S\}, \{a, +\}, P_{11}, S)$, wobei P_{11} gegeben ist durch $S \to SS{+} \mid a$.