

Übungsblatt 12

Aufgabe 1 Sei $G = (N, \{a, b\}, P, S)$ mit $\{A, S\} \subseteq N$. Sei

$$I = [S \rightarrow a \bullet Ab, \{ab, aa\}]$$

ein Item des erweiterten Topdown-Kellerautomaten für G mit Lookahead 2.

- Geben Sie den Lookahead für die Expansion-Schritte zu I an.

Lösung:

$$\text{First}_2(b) \odot_2 \{ab, aa\} = \{ba\}$$

- Seien außerdem $A \rightarrow \varepsilon \mid a$ die einzigen Produktionen für A in P . Geben Sie die Zeile der Vorausschautabelle für I an.

Lösung:

Zu jeder Produktion $A \rightarrow \alpha$ bestimmen wir $\text{First}_2(\alpha) \odot_2 \{ba\}$:

$$A \rightarrow \varepsilon: \text{First}_2(\varepsilon) \odot_2 \{ba\} = \{ba\}$$

$$A \rightarrow a: \text{First}_2(a) \odot_2 \{ba\} = \{ab\}$$

also erhalten wir folgende Vorausschautabelle:

	aa	ab	ba	bb	a	b	ε
$[S \rightarrow a \bullet Ab, \{ab, aa\}]$		$A \rightarrow a$	$A \rightarrow \varepsilon$				

Aufgabe 2 Sei $G = (\{E, E', T\}, \{id, +, \langle, \rangle\}, P, E)$, wobei P gegeben ist durch:

$$E \rightarrow TE'$$

$$E' \rightarrow +TE' \mid \varepsilon$$

$$T \rightarrow \langle E \rangle \mid id$$

1. Geben Sie First_1 für alle Nichtterminale von G an.

Lösung:

Für First_1 ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}\text{First}_1(E) &= \text{First}_1(TE') \\ \text{First}_1(E') &= \text{First}_1(+TE') \cup \text{First}_1(\varepsilon) \\ \text{First}_1(T) &= \text{First}_1(\langle E \rangle) \cup \text{First}_1(id)\end{aligned}$$

Diese Aufgaben löst man am besten durch "Hinschauen", anstatt den Algorithmus zur Berechnung der kleinsten Lösung exakt durchzuführen. Es gilt offensichtlich $id \in \text{First}_1(T)$. Außerdem gilt $\langle \in \text{First}_1(T)$, falls $\text{First}_1(E) \neq \emptyset$ (was klar ist, da z.B. $E \rightarrow TE' \rightarrow^* id$ gilt). Insgesamt haben wir also schon mal $\text{First}_1(T) = \{\langle, id\}$. Als nächstes sehen wir, dass $\varepsilon \in \text{First}_1(E')$. Außerdem gilt $+ \in \text{First}_1(E')$, falls $\text{First}_1(T) \neq \emptyset$ und $\text{First}_1(E') \neq \emptyset$. Insgesamt gilt also $\text{First}_1(E') = \{+, \varepsilon\}$. Zuletzt erhalten wir $\text{First}_1(E) = \text{First}_1(T) \odot_1 \text{First}_1(E') = \{+, id\}$.

2. Geben Sie Follow_1 für alle Nichtterminale von G an.

Lösung:

Hier geht man am besten ähnlich wie bei First vor, was man bereits berechnet haben muss. Es ergibt sich folgendes Gleichungssystem für Follow_1 :

$$\begin{aligned}\text{Follow}_1(E) &= \{\varepsilon\} \cup \text{First}_1(\rangle) \odot_1 \text{Follow}_1(T) \\ \text{Follow}_1(E') &= (\text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(E)) \cup (\text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(E')) \\ \text{Follow}_1(T) &= (\text{First}_1(E') \odot_1 \text{Follow}_1(E)) \\ &\quad \cup (\text{First}_1(E') \odot_1 \text{Follow}_1(E'))\end{aligned}$$

Beachte, dass $\varepsilon \in \text{Follow}_1(E)$ gilt, weil E das Startsymbol ist. Aus der ersten Gleichung schließen wir, dass $\text{Follow}_1(E) = \{\varepsilon, \rangle\}$, falls $\text{Follow}_1(T) \neq \emptyset$ (was klar ist, weil $E \rightarrow TE'$ und $\text{First}_1(E') \neq \emptyset$). Aus der zweiten Gleichung schließen wir, dass $\text{Follow}_1(E') = \text{Follow}_1(E) = \{\varepsilon, \rangle\}$. Für $\text{Follow}_1(T)$ erhalten wir also

$$\text{Follow}_1(T) = \text{First}_1(E') \odot_1 \text{Follow}_1(E) = \{\varepsilon, +\} \odot_1 \{\varepsilon, \rangle\} = \{\varepsilon, +, \rangle\}$$

3. Geben Sie die Vorausschautabelle für stark $LL(1)$ an.

Lösung:

Wir berechnen $\text{First}_1(\alpha) \odot_1 \text{Follow}_1(X)$ für jede Produktion $X \rightarrow \alpha$:

$$\begin{aligned} E \rightarrow TE' : \text{First}_1(TE') \odot_1 \text{Follow}_1(E) &= \{id, \langle \rangle\} \odot_1 \{\varepsilon, +\} \odot_1 \{\varepsilon, \rangle\} \\ &= \{id, \langle \rangle\} \end{aligned}$$

$$E' \rightarrow +TE' : \text{First}_1(+TE') \odot_1 \text{Follow}_1(E') = \{+\}$$

$$E' \rightarrow \varepsilon : \text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(E') = \{\varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon, \rangle\} = \{\varepsilon, \rangle\}$$

$$T \rightarrow \langle E \rangle : \text{First}_1(\langle E \rangle) \odot_1 \text{Follow}_1(T) = \{\langle \rangle\}$$

$$T \rightarrow id : \text{First}_1(id) \odot_1 \text{Follow}_1(T) = \{id\}$$

Damit erhalten wir folgende Vorausschautabelle für stark $LL(1)$:

	id	$+$	\langle	\rangle	ε
E	$E \rightarrow TE'$		$E \rightarrow TE'$		
E'		$E' \rightarrow +TE'$		$E' \rightarrow \varepsilon$	$E' \rightarrow \varepsilon$
T	$T \rightarrow id$		$T \rightarrow \langle E \rangle$		

Aufgabe 3 Sei $G = (\{S, A\}, \{a, \langle, \rangle\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch:

$$S \rightarrow \langle A \rangle \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow a \mid \varepsilon$$

1. Geben Sie First_1 für alle Nichtterminale von G an.

Lösung:

Für First_1 ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\text{First}_1(S) = \text{First}_1(\langle A \rangle) \cup \text{First}_1(\varepsilon)$$

$$\text{First}_1(A) = \text{First}_1(a) \cup \text{First}_1(\varepsilon)$$

Wir erhalten also $\text{First}_1(A) = \{a, \varepsilon\}$ und $\text{First}_1(S) = \{\langle, \varepsilon\}$.

2. Geben Sie Follow_1 für alle Nichtterminale von G an.

Lösung:

Für Follow_1 ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\text{Follow}_1(S) = \{\varepsilon\}$$

$$\text{Follow}_1(A) = \text{First}_1(\rangle) \odot_1 \text{Follow}_1(S)$$

Wir erhalten also $\text{Follow}_1(S) = \{\varepsilon\}$ und $\text{Follow}_1(A) = \{\rangle\}$.

3. Geben Sie die Vorausschautabelle für stark $LL(1)$ an.

Lösung:

Wir berechnen $\text{First}_1(\alpha) \odot_1 \text{Follow}_1(X)$ für jede Produktion $X \rightarrow \alpha$:

$$\begin{aligned} S \rightarrow \langle A \rangle &: \text{First}_1(\langle A \rangle) \odot_1 \text{Follow}_1(S) \\ &= \{\langle \rangle \odot_1 \{a, \varepsilon\} \odot_1 \{\}\} \odot_1 \{\varepsilon\} = \{\langle \rangle\} \\ S \rightarrow \varepsilon &: \text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(S) = \{\varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\} \\ A \rightarrow a &: \text{First}_1(a) \odot_1 \text{Follow}_1(A) = \{a\} \odot_1 \{\}\} = \{a\} \\ A \rightarrow \varepsilon &: \text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(A) = \{\varepsilon\} \odot_1 \{\}\} = \{\}\} \end{aligned}$$

Damit ergibt sich folgende Vorausschautabelle für stark $LL(1)$:

	a	\langle	\rangle	ε
S		$S \rightarrow \langle A \rangle$		$S \rightarrow \varepsilon$
A	$A \rightarrow a$		$A \rightarrow \varepsilon$	

Aufgabe 4 Sei $G = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, P, A)$, wobei P gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow Ba \mid Bb \\ B &\rightarrow \varepsilon \mid c \end{aligned}$$

Geben Sie eine $LL(1)$ -Grammatik G' mit $L(G) = L(G')$ an.

Lösung:

Es gilt, dass $L(G) = \{a, b, ca, cb\}$. Sei nun

$$G' = (\{A, B\}, \{a, b, c\}, P', A),$$

wobei P' gegeben ist durch

$$\begin{aligned} A &\rightarrow B \mid cB \\ B &\rightarrow a \mid b \end{aligned}$$

Es gilt $L(G) = L(G')$ und G' ist stark $LL(1)$, denn für die Produktionen von A erhalten wir

$$\begin{aligned} \text{First}_1(B) \odot_1 \text{Follow}_1(A) &= \{a, b\}, \\ \text{First}_1(cB) \odot_1 \text{Follow}_1(A) &= \{c\}. \end{aligned}$$