Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 1

Aufgabe 1 Geben Sie einen geeigneten regulären Ausdruck für die ganzen Zahlen an. Achten Sie darauf, führende Nullen und -0 auszuschließen.

Lösung:
Sei $\Sigma = \{0, \ldots, 9, -\}$. Der reguläre Ausdruck ist dann

$$0 \mid -?[1-9][0-9]^* \in \mathcal{E}_\Sigma.$$

Aufgabe 2 Sei Σ ein endliches Alphabet. Zu $r \in \mathcal{E}_\Sigma$ und $m, n \in \mathbb{N}$ mit $m \leq n$ soll $r\{m,n\}$ für mindestens m und höchstens n Wiederholungen von r stehen.

(a) Definieren Sie $[\![r\{m,n\}]\!]$ formal.

Lösung:

$$[\![r\{m,n\}]\!] = \bigcup\{[\![r]\!]^i \mid m \leq i \leq n\}$$

(b) Zeigen Sie, dass sich $r\{m,n\}$ als abkürzende Schreibweise auffassen lässt.

Lösung:
Zunächst definieren wir für $i \in \mathbb{N}$ den Ausdruck $r^i := \underbrace{r \circ \cdots \circ r}_{i \text{ mal}}$, wobei wir $r^0 = \varepsilon$ setzen. Es gilt offensichtlich, dass $[\![r^i]\!] = [\![r]\!]^i$. Der Ausdruck $r\{m,n\}$ lässt sich dann schreiben als $r^m \mid r^{m+1} \mid \cdots \mid r^n$. Es gilt, dass

$$\begin{aligned} [\![r^m \mid r^{m+1} \mid \cdots \mid r^n]\!] &= [\![r^m]\!] \cup [\![r^{m+1}]\!] \cup \cdots \cup [\![r^n]\!] \\ &= \bigcup\{[\![r]\!]^i \mid m \leq i \leq n\} \\ &= [\![r\{m,n\}]\!]. \end{aligned}$$

Aufgabe 3 Sei Σ ein endliches, nicht leeres Alphabet. In der Vorlesung wird die Schreibweise $[a-b]$ für $a, b \in \Sigma$ verwendet, was „alle Symbole von a bis b“ bedeutet.

(a) Definieren Sie $[\![[a-b]]\!]$ formal. Welche Eigenschaft benötigen Sie für Σ?

Lösung:
Wir benötigen eine totale Ordnung $\leq \subseteq \Sigma \times \Sigma$. Da Σ endlich ist, lässt es sich auch als eine Menge $\Sigma = \{a_1, \ldots, a_n\}$ für $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ auffassen. Wir nehmen ohne Einschränkung der Allgemeinheit an, dass $a_1 < \cdots < a_n$. Sei $a = a_i$ und $b = a_j$ für $i, j \in \{1, \ldots, n\}$. Wir definieren dann

$$[\![[a - b]]\!] = \{a_i, a_{i+1}, \ldots, a_j\}.$$

(b) Zeigen Sie außerdem, dass auch $[a - b]$ sich als abkürzende Schreibweise auffassen lässt. Was sollte hier für a und b gelten?

Lösung:
Sei $a = a_i$ und $b = a_j$ wie in der vorherigen Aufgabe. Wenn $i > j$, dann gilt $[\![[a - b]]\!] = \emptyset$, wofür wir leider keinen regulären Ausdruck haben. Diesen Fall müssen wir also ausschließen. Sei deshalb $i \leq j$. Dann lässt sich $[a - b]$ auffassen als $a_i \mid a_{i+1} \mid \cdots \mid a_j$.