

Übungsblatt 6

Sei Σ ein Alphabet. Zu $w = a_1 \cdots a_n \in \Sigma^n$, $n \geq 0$, sei $w^R = a_n \cdots a_1$ das umgedrehte Wort. Für $L \subseteq \Sigma^*$ schreiben wir $L^R = \{w^R \in \Sigma^* \mid w \in L\}$.

Aufgabe 1 Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, +, *\}, P, S),$$

wobei P gegeben ist durch

$$S \rightarrow SS+ \mid SS* \mid a.$$

Sei $w = aa + a*$.

- (a) Geben Sie zu w alle Syntaxbäume an.
- (b) Geben Sie alle Links- und Rechts-Rechtsableitungen an.

Aufgabe 2 Geben Sie kontextfreie Grammatiken zu folgenden Sprachen an:

- (a) $L_1 = \{w c w^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- (b) $L_2 = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w = w^R\}$
- (c) $L_3 = \{a^m b^{2m} \mid m \in \mathbb{N}\}$
- (d) $L_4 = \{a^m b^{m+n} c^n \mid m, n \in \mathbb{N}\}$
- (e) $L_5 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}, i = j \vee j = k\}$

Aufgabe 3 Seien $L_1 \subseteq \Sigma_1^*$ und $L_2 \subseteq \Sigma_2^*$ kontextfreie Sprachen. Zeigen Sie, dass folgende Sprachen kontextfrei sind:

- (a) $L_1 \cup L_2$
- (b) $L_1 \circ L_2$
- (c) L_1^R