

## Übungsblatt 11

**Aufgabe 1** Sei  $G = (N, \{a, b\}, P, S)$  mit  $\{A, S\} \subseteq N$ . Sei

$$I = [S \rightarrow a \bullet Ab, \{ab, aa\}]$$

ein Item des erweiterten Topdown-Kellerautomaten für  $G$  mit Lookahead 2.

(a) Geben Sie den Lookahead für die Expansion-Schritte zu  $I$  an.

**Lösung:**

$$\text{First}_2(b) \odot_2 \{ab, aa\} = \{ba\}$$

(b) Seien außerdem  $A \rightarrow \varepsilon \mid a$  die einzigen Produktionen für  $A$  in  $P$ . Geben Sie die Zeile der Vorausschautabelle für  $I$  an.

**Lösung:**

Zu jeder Produktion  $A \rightarrow \alpha$  bestimmen wir  $\text{First}_2(\alpha) \odot_2 \{ba\}$ :

$$A \rightarrow \varepsilon: \text{First}_2(\varepsilon) \odot_2 \{ba\} = \{ba\}$$

$$A \rightarrow a: \text{First}_2(a) \odot_2 \{ba\} = \{ab\}$$

also erhalten wir folgende Vorausschautabelle:

	$aa$	$ab$	$ba$	$bb$	$a$	$b$	$\varepsilon$
$[S \rightarrow a \bullet Ab, \{ab, aa\}]$		$A \rightarrow a$	$A \rightarrow \varepsilon$				

**Aufgabe 2** Sei  $G = (\{E, C, F\}, \{a, +, \langle, \rangle\}, P, E)$ , wobei  $P$  gegeben ist durch:

$$E \rightarrow FC$$

$$C \rightarrow +FC \mid \varepsilon$$

$$F \rightarrow \langle E \rangle \mid a$$

(a) Geben Sie  $\text{First}_1$  für alle Nichtterminale von  $G$  an.

**Lösung:**

Für  $\text{First}_1$  ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}\text{First}_1(E) &= \text{First}_1(FC) \\ \text{First}_1(C) &= \text{First}_1(+FC) \cup \text{First}_1(\varepsilon) \\ \text{First}_1(F) &= \text{First}_1(\langle E \rangle) \cup \text{First}_1(a)\end{aligned}$$

Diese Aufgaben löst man am besten durch „Hinschauen“, anstatt den Algorithmus zur Berechnung der kleinsten Lösung exakt durchzuführen. Es gilt offensichtlich  $a \in \text{First}_1(F)$ . Außerdem gilt  $\langle \in \text{First}_1(F)$ , falls  $\text{First}_1(E) \neq \emptyset$  (was klar ist, da z.B.  $E \rightarrow FC \rightarrow^* a$  gilt). Insgesamt haben wir also schon mal  $\text{First}_1(F) = \{\langle, a\}$ . Als Nächstes sehen wir, dass  $\varepsilon \in \text{First}_1(C)$ . Außerdem gilt  $+ \in \text{First}_1(C)$ , falls  $\text{First}_1(F) \neq \emptyset$  und  $\text{First}_1(C) \neq \emptyset$ . Insgesamt gilt also  $\text{First}_1(C) = \{+, \varepsilon\}$ . Zuletzt erhalten wir  $\text{First}_1(E) = \text{First}_1(F) \odot_1 \text{First}_1(C) = \{\langle, a\}$ .

(b) Geben Sie  $\text{Follow}_1$  für alle Nichtterminale von  $G$  an.

**Lösung:**

Hier geht man am besten ähnlich wie bei  $\text{First}$  vor, was man bereits berechnet haben muss. Es ergibt sich folgendes Gleichungssystem für  $\text{Follow}_1$ :

$$\begin{aligned}\text{Follow}_1(E) &= \{\varepsilon\} \cup \text{First}_1(\langle) \odot_1 \text{Follow}_1(F) \\ \text{Follow}_1(C) &= (\text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(E)) \cup (\text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(C)) \\ \text{Follow}_1(F) &= (\text{First}_1(C) \odot_1 \text{Follow}_1(E)) \\ &\quad \cup (\text{First}_1(C) \odot_1 \text{Follow}_1(C))\end{aligned}$$

Man beachte, dass  $\varepsilon \in \text{Follow}_1(E)$  gilt, weil  $E$  das Startsymbol ist. Aus der ersten Gleichung schließen wir, dass  $\text{Follow}_1(E) = \{\varepsilon, \langle\}$ , falls  $\text{Follow}_1(F) \neq \emptyset$  (was klar ist, weil  $E \rightarrow FC$  und  $\text{First}_1(C) \neq \emptyset$ ). Aus der zweiten Gleichung schließen wir, dass  $\text{Follow}_1(C) = \text{Follow}_1(E) = \{\varepsilon, \langle\}$ . Für  $\text{Follow}_1(F)$  erhalten wir also

$$\text{Follow}_1(F) = \text{First}_1(C) \odot_1 \text{Follow}_1(E) = \{\varepsilon, +\} \odot_1 \{\varepsilon, \langle\} = \{\varepsilon, +, \langle\}.$$

(c) Geben Sie die Vorausschautabelle für stark LL(1) an.

**Lösung:**

Wir berechnen  $\text{First}_1(\alpha) \odot_1 \text{Follow}_1(X)$  für jede Produktion  $X \rightarrow \alpha$ :

$$\begin{aligned} E \rightarrow FC: \text{First}_1(FC) \odot_1 \text{Follow}_1(E) &= \{a, \langle \rangle \odot_1 \{\varepsilon, +\} \odot_1 \{\varepsilon, \rangle\} \\ &= \{a, \langle \rangle \} \end{aligned}$$

$$C \rightarrow +FC: \text{First}_1(+FC) \odot_1 \text{Follow}_1(C) = \{+\}$$

$$C \rightarrow \varepsilon: \text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(C) = \{\varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon, \rangle\} = \{\varepsilon, \rangle\}$$

$$F \rightarrow \langle E \rangle: \text{First}_1(\langle E \rangle) \odot_1 \text{Follow}_1(F) = \{\langle \rangle\}$$

$$F \rightarrow a: \text{First}_1(a) \odot_1 \text{Follow}_1(F) = \{a\}$$

Damit erhalten wir folgende Vorausschautabelle für stark LL(1):

	$a$	$+$	$\langle$	$\rangle$	$\varepsilon$
$E$	$E \rightarrow FC$		$E \rightarrow FC$		
$C$		$C \rightarrow +FC$		$C \rightarrow \varepsilon$	$C \rightarrow \varepsilon$
$F$	$F \rightarrow a$		$F \rightarrow \langle E \rangle$		

**Aufgabe 3** Sei  $G = (\{S, A\}, \{a, \langle, \rangle\}, P, S)$ , wobei  $P$  gegeben ist durch:

$$S \rightarrow \langle A \rangle \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow a \mid \varepsilon$$

(a) Geben Sie  $\text{First}_1$  für alle Nichtterminale von  $G$  an.

**Lösung:**

Für  $\text{First}_1$  ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\text{First}_1(S) = \text{First}_1(\langle A \rangle) \cup \text{First}_1(\varepsilon)$$

$$\text{First}_1(A) = \text{First}_1(a) \cup \text{First}_1(\varepsilon)$$

Wir erhalten also  $\text{First}_1(A) = \{a, \varepsilon\}$  und  $\text{First}_1(S) = \{\langle, \varepsilon\}$ .

(b) Geben Sie  $\text{Follow}_1$  für alle Nichtterminale von  $G$  an.

**Lösung:**

Für  $\text{Follow}_1$  ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\text{Follow}_1(S) = \{\varepsilon\}$$

$$\text{Follow}_1(A) = \text{First}_1(\rangle) \odot_1 \text{Follow}_1(S)$$

Wir erhalten also  $\text{Follow}_1(S) = \{\varepsilon\}$  und  $\text{Follow}_1(A) = \{\}$ .

(c) Geben Sie die Vorausschautabelle für stark LL(1) an.

**Lösung:**

Wir berechnen  $\text{First}_1(\alpha) \odot_1 \text{Follow}_1(X)$  für jede Produktion  $X \rightarrow \alpha$ :

$$\begin{aligned}
 S \rightarrow \langle A \rangle &: \text{First}_1(\langle A \rangle) \odot_1 \text{Follow}_1(S) \\
 &= \{\langle \rangle \odot_1 \{a, \varepsilon\} \odot_1 \{\rangle\}\} \odot_1 \{\varepsilon\} = \{\langle \rangle\} \\
 S \rightarrow \varepsilon &: \text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(S) = \{\varepsilon\} \odot_1 \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\} \\
 A \rightarrow a &: \text{First}_1(a) \odot_1 \text{Follow}_1(A) = \{a\} \odot_1 \{\rangle\} = \{a\} \\
 A \rightarrow \varepsilon &: \text{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \text{Follow}_1(A) = \{\varepsilon\} \odot_1 \{\rangle\} = \{\rangle\}
 \end{aligned}$$

Damit ergibt sich folgende Vorausschautabelle für stark LL(1):

	$a$	$\langle$	$\rangle$	$\varepsilon$
$S$		$S \rightarrow \langle A \rangle$		$S \rightarrow \varepsilon$
$A$	$A \rightarrow a$		$A \rightarrow \varepsilon$	