Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 13

Aufgabe 1 Sei $G = (\{E, C, F\}, \{a, +, \langle, \rangle\}, P, E)$, wobei P gegeben ist durch

$$\begin{aligned} E &\to FC \\ C &\to +FC \mid \varepsilon \\ F &\to \langle E \rangle \mid a \end{aligned}$$

Führen Sie den Algorithmus zum schnellen Berechnen von First_1 und Follow_1 durch.

Lösung:
Wir müssen zunächst $\mathrm{empty}(A)$ für alle Nichtterminale A bestimmen. Dies ist $\mathrm{empty}(C) = t$ und $\mathrm{empty}(F) = \mathrm{empty}(E) = f$. Als Nächstes bestimmen wir die Mengen $F_\varepsilon(A)$ für jedes Nichtterminal A. Dazu erhalten wir folgendes Ungleichungssystem:

$$\begin{aligned} F_\varepsilon(E) &\supseteq F_\varepsilon(F) \\ F_\varepsilon(C) &\supseteq F_\varepsilon(+) = \{+\} \\ F_\varepsilon(F) &\supseteq F_\varepsilon(\langle) \cup F_\varepsilon(a) = \{\langle, a\} \end{aligned}$$

Der Graph dazu ist

$$\begin{tikzcd} \emptyset & \{\langle, a\} & \{+\} \\ \boxed{E} & \boxed{F} \arrow[l] & \boxed{C} \end{tikzcd}$$

Jeder Knoten bildet eine eigene SZK. Wir können daher $\{\langle, a\}$ von F zu E propagieren und erhalten

$$\begin{tikzcd} \{\langle, a\} & \{\langle, a\} & \{+\} \\ \boxed{E} & \boxed{F} \arrow[l] & \boxed{C} \end{tikzcd}$$

Wir haben also $F_\varepsilon(E) = F_\varepsilon(F) = \{\langle, a\}$ und $F_\varepsilon(C) = \{+\}$. Nach Definition von F_ε gilt für jedes Nichtterminal A, dass

$$\mathrm{First}_1(A) = \begin{cases} F_\varepsilon(A) & \text{falls } \mathrm{empty}(A) = f, \\ F_\varepsilon(A) \cup \{\varepsilon\} & \text{falls } \mathrm{empty}(A) = t. \end{cases}$$

Damit erhalten wir $\mathrm{First}_1(E) = \mathrm{First}_1(F) = \{\langle, a\}$ und $\mathrm{First}_1(C) = \{+, \varepsilon\}$.

Für Follow_1 erhalten wir folgendes Ungleichungssystem

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Follow}_1(E) &\supseteq \{\varepsilon\} \cup F_\varepsilon(\rangle) = \{\varepsilon, \rangle\} \\
\mathrm{Follow}_1(C) &\supseteq \mathrm{Follow}_1(E) \cup \mathrm{Follow}_1(C) \\
\mathrm{Follow}_1(F) &\supseteq F_\varepsilon(C) \cup \mathrm{Follow}_1(E) \cup F_\varepsilon(C) \cup \mathrm{Follow}_1(C) \\
&= \{+\} \cup \mathrm{Follow}_1(E) \cup \mathrm{Follow}_1(C)
\end{aligned}
$$

Erklärung: Wir erhalten zum Beispiel aus der Produktion $E \to FC$ die Ungleichungen $\mathrm{Follow}_1(F) \supseteq F_\varepsilon(C)$ und $\mathrm{Follow}_1(F) \supseteq \mathrm{Follow}_1(E)$, weil $\mathrm{empty}(C) = t$. Als Graph erhalten wir

$$
\begin{tikzcd}
\{\varepsilon, \rangle\} & \{+\} & \emptyset \\
\boxed{E} \arrow[r] \arrow[rr, bend right] & \boxed{F} & \boxed{C} \arrow[l] \arrow[loop right]
\end{tikzcd}
$$

Erneut ist jeder Knoten seine eigene SZK. Nach Propagieren der Werte erhalten wir für Follow_1, dass

$$
\begin{tikzcd}
\{\varepsilon, \rangle\} & \{\varepsilon, \rangle, +\} & \{\varepsilon, \rangle\} \\
\boxed{E} \arrow[r] \arrow[rr, bend right] & \boxed{F} & \boxed{C} \arrow[l] \arrow[loop right]
\end{tikzcd}
$$

Aufgabe 2 Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, +\}, P, S),$$

wobei P gegeben ist durch

$$S \to SS+ \mid a.$$

(a) Konstruieren Sie den charakteristischen Automat $c(G)$.

Lösung:
Der Automat ist $(Q, \{S, a, +\}, \delta, q_0, F)$. Die Zustände sind die Items, also

$$
\begin{aligned}
Q = \{&[S' \to \bullet S], [S' \to S\bullet]\} \\
\cup\, \{&[S \to \bullet SS+], [S \to S\bullet S+], [S \to SS\bullet +], [S \to SS+\bullet]\} \\
\cup\, \{&[S \to \bullet a], [S \to a\bullet]\}.
\end{aligned}
$$

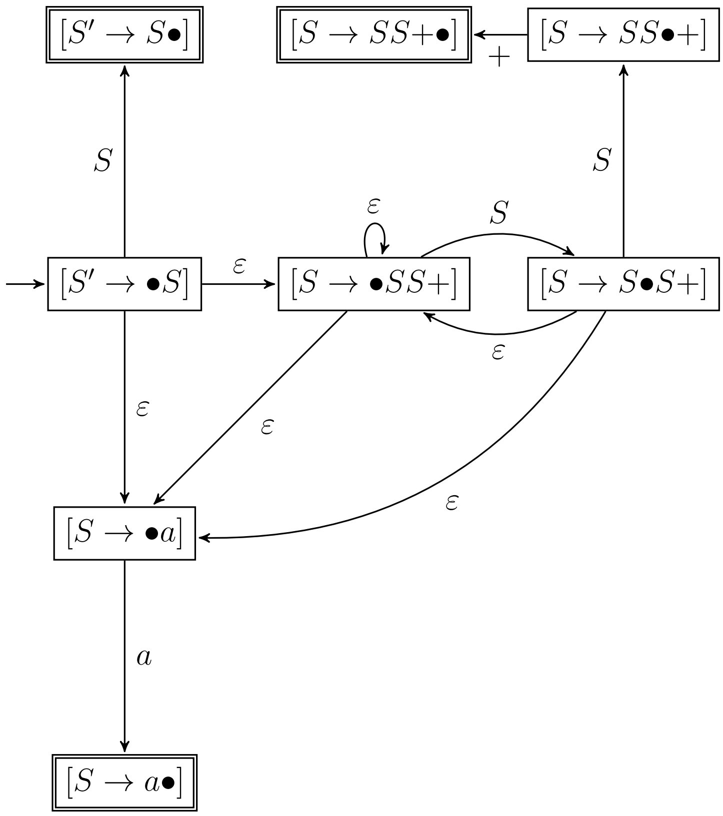
Der Anfangszustand ist $q_0 = [S' \to \bullet S]$ und die Endzustände sind

$$F = \{[S' \to S\bullet], [S \to SS{+}\bullet], [S \to a\bullet]\}.$$

Wir teilen die Übergänge δ auf in $\delta = \delta_1 \cup \delta_2$, wobei δ_1 und δ_2 gemäß der Regeln (1) und (2) auf Folie 204 gebildet werden:

$$\begin{aligned}
\delta_1 = {} & \{([S' \to \bullet S], S, [S' \to S\bullet])\} \\
& \cup \{([S \to \bullet SS+], S, [S \to S\bullet S+]), ([S \to S\bullet S+], S, [S \to SS\bullet +]), \\
& \quad ([S \to SS\bullet +], +, [S \to SS+\bullet])\} \\
& \cup \{([S \to \bullet a], a, [S \to a\bullet])\}, \\
\delta_2 = {} & \{([S' \to \bullet S], \varepsilon, [S \to \bullet SS+]), ([S' \to \bullet S], \varepsilon, [S \to \bullet a])\} \\
& \cup \{([S \to \bullet SS+], \varepsilon, [S \to \bullet SS+]), ([S \to \bullet SS+], \varepsilon, [S \to \bullet a])\} \\
& \cup \{([S \to S\bullet S+], \varepsilon, [S \to \bullet SS+]), ([S \to S\bullet S+], \varepsilon, [S \to \bullet a])\}.
\end{aligned}$$

Grafisch:



(b) Geben Sie die von $c(G)$ erkannte Sprache an.

Lösung:

Die Sprache ist $[\![S \mid (S^*a) \mid (S^*SS+)]\!]$.