Übungsblatt 14

Aufgabe 1 Betrachten Sie wieder die kontextfreie Grammatik

$$G = (\{S\}, \{a, +\}, P, S),$$

wobei P gegeben ist durch

$$S \to SS+ \mid a.$$

(a) Konstruieren Sie den Automaten LR(G).

Lösung:

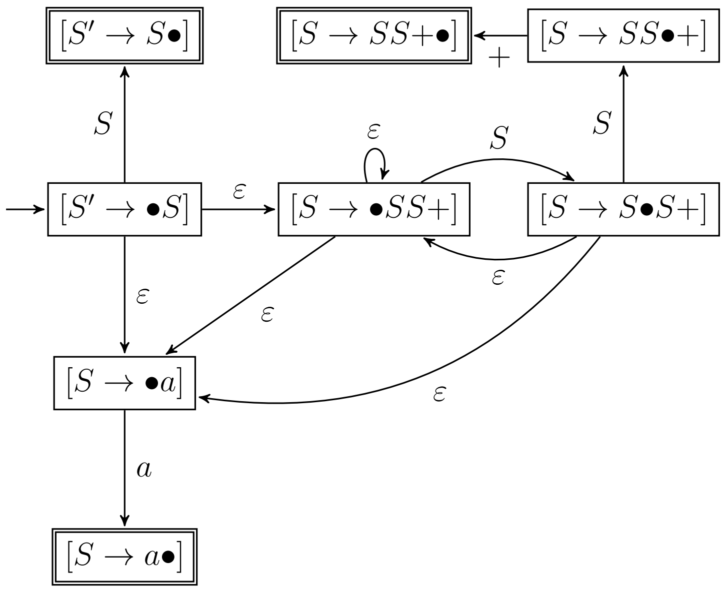
Wir verwenden den Automat $c(G)$ aus dem letzten Übungsblatt. Um LR(G) zu erhalten, müssen wir zunächst die ε-Übergänge entfernen.

Sei $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein Automat. Der *Epsilon-Abschluss* eines Zustands $p \in Q$ ist $E(p) = \{q \in Q \mid (p, \varepsilon) \vdash_A^* (q, \varepsilon)\}$, also alle Zustände, die man aus p erreicht, indem man nur ε-Übergänge macht. Zum Entfernen der ε-Übergänge (Konstruktion 1 auf Folie 32) erzeugen wir folgenden Automat (mit mehreren Startzuständen) $(Q, \Sigma, \delta', E(q_0), F)$, wobei

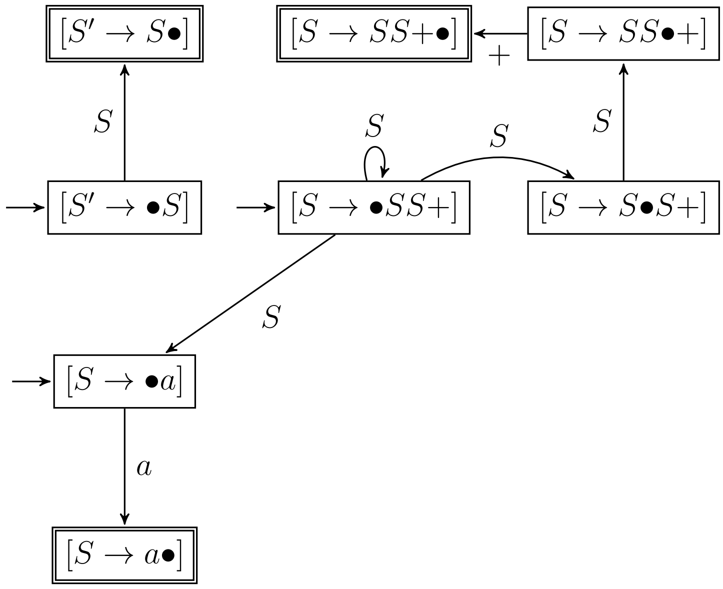
$$\delta' = \{(p, a, q) \in Q \times \Sigma \times Q \mid \exists q' \in Q.(p, a, q') \in \delta \wedge q \in E(q')\}.$$

Wir erzeugen also einen Übergang (p, a, q) genau dann, wenn es ein $q' \in Q$ gibt mit $(p, a) \vdash_A (q', \varepsilon) \vdash_A^* (q, \varepsilon)$.

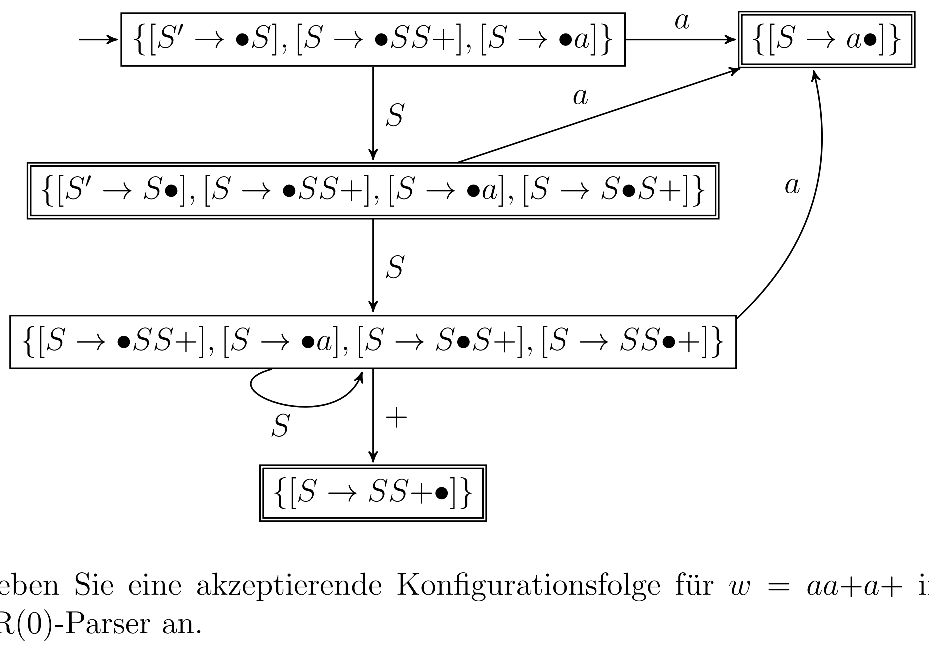
$c(G)$ aus dem letzten Übungsblatt ist:



Nach dem Entfernen der ε-Übergänge erhalten wir:



Als Nächstes machen wir den Automaten deterministisch mit der bekannten Potenzmengenkonstruktion und erhalten $\mathrm{LR}(G) = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$:



(b) Geben Sie eine akzeptierende Konfigurationsfolge für $w = aa{+}a{+}$ im LR(0)-Parser an.

Lösung:
Der LR(0)-Parser startet in der Konfiguration

$$(\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS{+}], [S \to \bullet a]\}, aa{+}a{+}).$$

Mit einem Shift-Übergang gelangen wir in

$$(\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}\{[S \to a\bullet]\}, a+a+).$$

Nun müssen wir einen Reduce-Übergang machen. Dazu sehen wir, dass $\{[S \to a\bullet]\}$ der letzte Zustand auf dem Keller ist. Da die rechte Seite a von $S \to a$ Länge 1 hat, müssen wir einen Zustand vom Keller entfernen. Von dem danach oben liegenden Zustand

$$\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}$$

müssen wir einen Übergang mit S, was die linke Seite von $S \to a$ ist, machen. Also gelangen wir in die Konfiguration

$$\begin{aligned}(&\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}\\ &\{[S' \to S\bullet], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+]\},\\ &a+a+).\end{aligned}$$

Mit einem Shift-Übergang erhalten wir

$$\begin{aligned}(&\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}\\ &\{[S' \to S\bullet], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+]\},\\ &\{[S \to a\bullet]\}\\ &+a+).\end{aligned}$$

Mit einem Reduce-Übergang erhalten wir

$$\begin{aligned}(&\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}\\ &\{[S' \to S\bullet], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+]\},\\ &\{[S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+], [S \to SS\bullet +]\},\\ &+a+).\end{aligned}$$

Mit einem Shift-Übergang erhalten wir

$$\begin{aligned}(&\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}\\ &\{[S' \to S\bullet], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+]\},\\ &\{[S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+], [S \to SS\bullet +]\}\\ &\{[S \to SS+\bullet]\},\\ &a+).\end{aligned}$$

Nun haben wir $\{[S \to SS+\bullet]\}$ oben auf dem Keller liegen, wobei $|SS+| = 3$, also müssen wir bei einem Reduce-Übergang drei Zustände entfernen und dann einen Übergang mit S aus $\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}$ machen. Wir erhalten also

$$\begin{aligned}(&\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}\\ &\{[S' \to S\bullet], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+]\},\\ &a+).\end{aligned}$$

Mit einem Shift-Übergang erhalten wir

$$\begin{aligned}(&\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}\\ &\{[S' \to S\bullet], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+]\},\\ &\{[S \to a\bullet]\}\\ &+).\end{aligned}$$

Mit einem Reduce-Übergang erhalten wir

$$\begin{aligned}(&\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}\\ &\{[S' \to S\bullet], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+]\},\\ &\{[S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+], [S \to SS\bullet +]\},\\ &+).\end{aligned}$$

Mit einem Shift-Übergang erhalten wir

$$\begin{aligned}(&\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}\\ &\{[S' \to S\bullet], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+]\},\\ &\{[S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+], [S \to SS\bullet +]\}\\ &\{[S \to SS+\bullet]\},\\ &\varepsilon).\end{aligned}$$

Mit einem Reduce-Übergang erhalten wir

$$\begin{aligned}(&\{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}\\ &\{[S' \to S\bullet], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+]\},\\ &\varepsilon).\end{aligned}$$

Nun liegt $q_0 = \{[S' \to \bullet S], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a]\}$ unten im Keller gefolgt von $\{[S' \to S\bullet], [S \to \bullet SS+], [S \to \bullet a], [S \to S\bullet S+]\}$, was das Item $[S' \to S\bullet]$ enthält. Somit können wir einen Finish-Übergang machen und erhalten (f, ε).