

Übungsblatt 5

Aufgabe 1. Zeichnen Sie jeweils folgende partielle Ordnungen:

(a) $((\mathbb{Z}_1)_\perp \times (\mathbb{Z}_1)_\perp \times (\mathbb{Z}_1)_\perp, \sqsubseteq_{(\mathbb{Z}_1)_\perp \times (\mathbb{Z}_1)_\perp \times (\mathbb{Z}_1)_\perp})$

(b) $((\mathbb{Z}_1)_\perp \rightarrow (\mathbb{Z}_2)_\perp, \sqsubseteq_{(\mathbb{Z}_1)_\perp \rightarrow (\mathbb{Z}_2)_\perp})$

Aufgabe 2. Geben Sie für jede Funktion von $(\mathbb{Z}_1)_\perp \rightarrow (\mathbb{Z}_2)_\perp$ an, ob sie monoton ist.

Aufgabe 3. Sei $\mathbb{B} = \{t, f\}$. Für $n \in \mathbb{N}$ nennen wir $g': \mathbb{B}_\perp^n \rightarrow \mathbb{B}_\perp$ eine *Erweiterung* von $g: \mathbb{B}^n \rightarrow \mathbb{B}$, wenn $g'(x_1, \dots, x_n) = g(x_1, \dots, x_n)$ für alle $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{B}$. Welche Erweiterungen folgender Funktionen sind monoton?

(a) $\neg: \mathbb{B} \rightarrow \mathbb{B}$ (Negation) mit

$$\neg(x) = \begin{cases} t & \text{falls } x = f, \\ f & \text{falls } x = t. \end{cases}$$

(b) $\wedge: \mathbb{B}^2 \rightarrow \mathbb{B}$ (Und) mit

$$\wedge(x, y) = \begin{cases} t & \text{falls } x = y = t, \\ f & \text{falls } x = f \text{ oder } y = f. \end{cases}$$

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass $(D \rightarrow E, \sqsubseteq_{D \rightarrow E})$ eine partielle Ordnung ist, wenn (E, \sqsubseteq_E) eine partielle Ordnungen ist.