

## Übungsblatt 5

**Aufgabe 1.** Zeichnen Sie jeweils folgende partielle Ordnungen:

(a)  $((\mathbb{Z}_1)_\perp \times (\mathbb{Z}_1)_\perp \times (\mathbb{Z}_1)_\perp, \sqsubseteq_{(\mathbb{Z}_1)_\perp \times (\mathbb{Z}_1)_\perp \times (\mathbb{Z}_1)_\perp})$

(b)  $((\mathbb{Z}_1)_\perp \rightarrow (\mathbb{Z}_2)_\perp, \sqsubseteq_{(\mathbb{Z}_1)_\perp \rightarrow (\mathbb{Z}_2)_\perp})$

**Aufgabe 2.** Geben Sie für jede Funktion von  $(\mathbb{Z}_1)_\perp \rightarrow (\mathbb{Z}_2)_\perp$  an, ob sie monoton ist.

**Aufgabe 3.** Sei  $\mathbb{B} = \{t, f\}$ . Für  $n \in \mathbb{N}$  nennen wir  $g': \mathbb{B}_\perp^n \rightarrow \mathbb{B}_\perp$  eine *Erweiterung* von  $g: \mathbb{B}^n \rightarrow \mathbb{B}$ , wenn  $g'(x_1, \dots, x_n) = g(x_1, \dots, x_n)$  für alle  $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{B}$ . Welche Erweiterungen folgender Funktionen sind monoton?

(a)  $\neg: \mathbb{B} \rightarrow \mathbb{B}$  (Negation) mit

$$\neg(x) = \begin{cases} t & \text{falls } x = f, \\ f & \text{falls } x = t. \end{cases}$$

(b)  $\wedge: \mathbb{B}^2 \rightarrow \mathbb{B}$  (Und) mit

$$\wedge(x, y) = \begin{cases} t & \text{falls } x = y = t, \\ f & \text{falls } x = f \text{ oder } y = f. \end{cases}$$

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie, dass  $(D \rightarrow E, \sqsubseteq_{D \rightarrow E})$  eine partielle Ordnung ist, wenn  $(E, \sqsubseteq_E)$  eine partielle Ordnungen ist.