

## Übungsblatt 13

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen primitiv rekursiv sind. Es dürfen primitiv rekursive Funktionen verwendet werden, die in der Vorlesung bereits besprochen wurden.

(a)  $f(n) = n!$

(b)  $g(n) = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

(c)  $k(n, m) = m^n$

(d)  $h(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} x_2 & \text{für } x_1 = 0 \\ x_3 & \text{sonst} \end{cases}$

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(m, n) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n+i} j^2$$

primitiv rekursiv ist.

**Aufgabe 3.** Bestimmen Sie  $\mu f$  für die folgenden Funktionen.

(a)  $f(n, x) = n + x$

(b)  $f(n, x) = n - x$

(c)  $f(n, x) = x - n$

(d)  $f(n, x, y) = x - n \cdot y$

**Aufgabe 4.** Beweisen Sie, dass folgende Funktionen  $\mu$ -rekursiv sind:

(a)  $f(x, y) = \lceil \log_y(x) \rceil$

(b)  $g(x, y) = \begin{cases} y & \text{wenn } x = 0, \\ \text{undefiniert} & \text{sonst.} \end{cases}$