

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 21: Bewertung von Swaptionen

Aufgabenteil a)

Aus Sicht der X-Bank wird eine Long Receiver-Swaption benötigt.

Das Auszahlungsprofil einer Receiver-Swaption lautet:

$$\max (\text{SwR} - \text{FR}, 0)$$

Um die Ausgleichszahlung festzustellen, wird die Forward Rate $\text{FR}(2,3)$ benötigt. Diese beträgt 4,59%.

Damit ist die Forward Rate größer als die Swap Rate von 4,5%. Der innere Wert der Receiver-Swaption beträgt Null EUR.

Aufgabenteil b)

Zur Bewertung der Receiver-Swaption wird das Black-Modell angewendet

$$\text{Receiver-Swaption} = \text{KV} \times \sum_{t=i+1}^n e^{-r_i \times t} [\text{Swap Rate} \times N(-d_2) - \text{FR} \times N(-d_1)]$$

Dabei ist $\sum_{t=3}^5 e^{-r_i \times t} = 0,9043 + 0,8603 + 0,8202 = 2,5848$ der Summendiskontierungsfaktor.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0,0459}{0,045}\right) + 0,124^2 \times \frac{2}{2}}{0,124 \times \sqrt{2}} = 0,2006$$

$$d_2 = 0,2006 - 0,124 \sqrt{2} = 0,0252$$

Die Volatilität von 12,4% ergibt sich aus der Matrix für eine Optionslaufzeit von 3 Jahren und einer Vorlaufzeit von 2 Jahren.

$$N(-d_2) = N(-0,0252) = 1 - 0,5120 = 0,4880$$

$$N(-d_1) = N(-0,2006) = 1 - 0,5793 = 0,4207$$

$$\begin{aligned} \text{Receiver-Swaption} &= 2.000.000 \cdot 2,5848 \cdot (0,045 \cdot 0,4880 - 0,0459 \cdot 0,4207) \\ &= 13.698,77 \text{ EUR} \end{aligned}$$

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 21: Bewertung von Swaptionen

Aufgabenteil c)

Der Zeitwert ergibt sich als Differenz des Gesamtwerts (13.698,77 EUR) und des inneren Wertes (Null EUR). Damit beträgt der Zeitwert der Swaption 13.698,77 EUR.

Aufgabenteil d)

An dieser Stelle benötigt die X-Bank nun eine Long Payer- Swaption. Das Auszahlungsprofil einer Payer-Swaption lautet:

$$\max (FR - SwR, 0)$$

Die Höhe der Ausgleichszahlung ist in $t=3$, $t=4$ und $t=5$ identisch:

$$\text{Ausgleichszahlung: } (0,0459 - 0,045) \cdot 2.000.000 = 1.800 \text{ EUR}$$

Aufgabenteil e)

Der innere Wert ergibt sich durch Multiplikation der Ausgleichszahlung mit dem Summendiskontierungsfaktor.

$$IW = 1.800 \cdot 2,5848 = 4.652,64 \text{ EUR}$$

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 21: Bewertung von Swaptionen

Aufgabenteil f)

Der Barwert des Forward Swap entspricht dem inneren Wert der Payer Swaption, wenn der Zins der Festzinsseite der Swap Rate entspricht. Das heißt die Swap Rate muss der deterministische laufzeitspezifischen Forward Rate entsprechen. Da die Forward Rate FR(2,3) im Beispiel 4,59% die Swap Rate aber nur 4,50% beträgt weichen Barwert und innere Wert voneinander ab.

Der Barwert der Festzinsseite kann mit Hilfe des ZB-Masters 1,0 berechnet werden. Dieser beträgt -1.872.919,81 EUR.



	Jahr 1	Jahr 2	Jahr 3	Jahr 4	Jahr 5
Vorgegebener Cash-Flow	0,00	0,00	-90.000,00	-90.000,00	-90.000,00
Barwert mit Abzinsfaktoren	1.872.919,80				
Barwert bei Duplizierung	1.872.919,80				
Differenz	0,00				

Abb. 1: Barwert der Festzinsseite eines Forward Swap

Damit hat der Forward Swap insgesamt einen Barwert von – 127.080,19 EUR.

Aufgabenteil g)

Aus Sicht der X-Bank wird nun eine Long Payer Swaption benötigt.

$$\text{Payer-Swaption} = 2.000.000 \cdot 2,5848 \cdot [0,0459 \cdot N(d1) - 0,045 \cdot N(d2)]$$

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 21: Bewertung von Swaptionen

$$N(d_1) = N(0,2006) = 0,5793$$

$$N(d_2) = N(0,0252) = 0,5120$$

$$\begin{aligned} \text{Payer-Swaption} &= 2.000.000 \cdot 2,5848 \cdot (0,0459 \cdot 0,5793 - 0,045 \cdot 0,5120) \\ &= 18.351,41 \text{ EUR} \end{aligned}$$

Aufgabenteil h)

Hier hat sich der Druckfehlerteufel eingeschlichen. Aufgabenteil h entspricht Aufgabenteil e.

Aufgabenteil i)

Der Zeitwert ergibt sich aus der Differenz von Gesamtwert und innerem Wert.

$$\begin{aligned} \text{Zeitwert} &= \text{Gesamtwert} - \text{innere Wert} \\ &= 18.351,41 - 4.652,64 \\ &= 13.698,77 \text{ EUR} \end{aligned}$$

Die Zeitwerte von Receiver und Payer Swaption sind identisch.