Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte
Fallstudie 4: Durationsanalyse

Aufgabenteil a)

Um die Modified Duration zu berechnen, wird die Yield to Maturity benötigt. Diese lässt sich aus dem aktuellen Barwert der Anleihe berechnen:

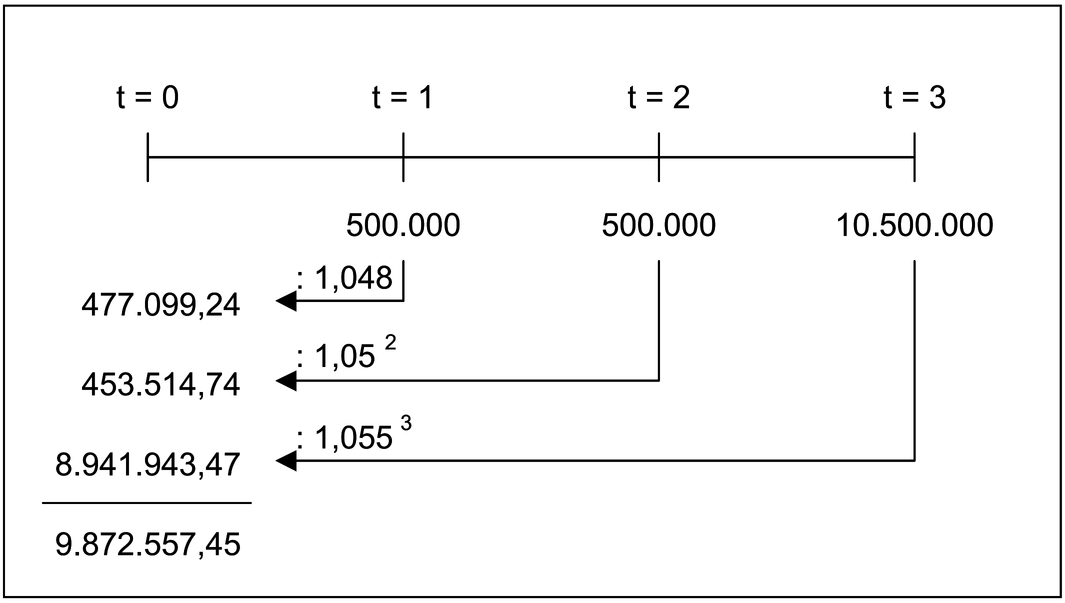


Abb. 1: Kalkulation des Barwerts der Anleihe

Aus diesem Barwert lässt sich durch Interpolation die Yield to Maturity berechnen. Alternativ kann mit der Excel-Funktion des Solvers die Yield to Maturity exakt bestimmt werden. Es resultiert daraus eine Yield to Maturity (R) von 5,4721 %.

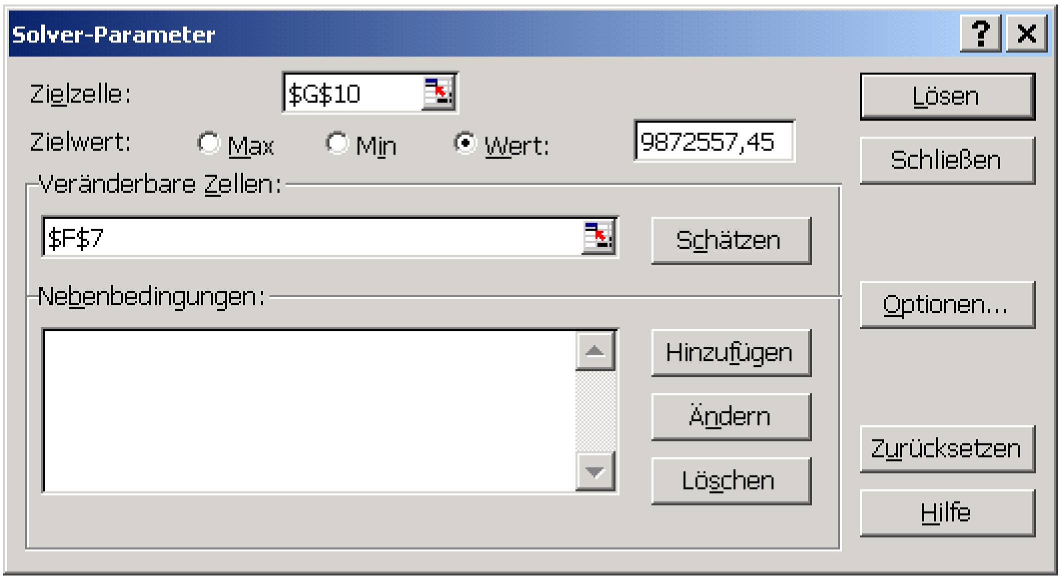
Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte
Fallstudie 4: Durationsanalyse

Über die Funktion des Solvers über „Extras“ ➔ „Solver“ kann man mit folgenden Eingaben die Yield to Maturity berechnen:

Zeitpunkt	Cash Flow	Nullkupon-zinsen	diskontierter Cash Flow	Cash Flow	Yield to Maturity	diskontierter Cash Flow
t=0						
t=1	500.000	4,80%	477.099,24	500.000	5,472126%	474.058,90
t=2	500.000	5,00%	453.514,74	500.000	5,472126%	449.463,68
t=3	10.500.000	5,50%	8.941.943,47	10.500.000	5,472126%	8.949.034,87
Summe			9.872.557,45			9.872.557,45

Für den folgenden Screenshot gilt aus obiger Tabelle:

- Als Zielzelle ist die Zelle ganz rechts unten anzugeben.
- Der Zielwert entspricht dem mit den Nullkuponzinsen berechneten Barwert.
- Die veränderbare Zelle ist die Zelle der Yield to Maturity.



Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte
Fallstudie 4: Durationsanalyse

Mit der kalkulierten Yield to Maturity lässt sich die Macaulay Duration berechnen:

Zahlungs-zeitpunkt	**Cash Flow im Zeitpunkt t**	**Barwert (Zins = 5,4721 %)**	**gewichtete Barwerte**
(1)	(2)	(3) = (2) · $1{,}054721^{-t}$	(4) = (1) · (3)
1	500.000	474.058,90	474.058,90
2	500.000	449.463,68	898.927,36
3	10.500.000	8.949.034,87	26.847.104,60
Summe	11.500.000	9.872.557,45	28.220.090,86

⇒ Macaulay Duration = 28.220.090,86 : 9.872.557,45 Mio. = 2,8584 Jahre

Als **Macaulay Duration** ergibt sich für diese Anleihe ein Wert von 2,8584 Jahren.

Die **Modified Duration** lässt sich jetzt wie folgt aus der Macaulay Duration kalkulieren:

$$MD = -\frac{D}{1+R} = -\frac{2{,}8584}{1{,}054721} = -2{,}7101$$

Als Modified Duration ergibt sich ein Wert von -2,7101.

Interpretation:

Steigt die Yield to Maturity um 1 Prozentpunkt, sinkt der Kurs der Anleihe um 2,7101%.

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte
Fallstudie 4: Durationsanalyse

Aufgabenteil b)

Die absolute Barwertänderung berechnet sich gemäß der folgenden Formel:

$$\Delta BW_{abs} = -MD \cdot \frac{BW}{100}$$
$$= -2{,}7101 \cdot \frac{9.872.557{,}45}{100} = -267.556{,}18$$

Steigt die Yield to Maturity um 1%, so sinkt der Barwert um 267.556,18 EUR.

Aufgabenteil c)

Berechnung der Convexity:

Zahlungs-zeitpunkt	Cash Flow im Zeitpunkt t	Barwert (Zins = 5,4721 %)	t · (t + 1)	gewichtete Barwerte
(1)	(2)	(3) = (2) · $1{,}054721^{-t}$	(4)	(5) = (3) · (4)
1	500.000	474.058,90	2	948.117,80
2	500.000	449.463,68	6	2.696.782,09
3	10.500.000	8.949.034,87	12	107.388.418,41
Summe	11.500.000	9.872.557,45		111.033.318,31

$$\Rightarrow CV = \frac{1}{9.872.557{,}45} \cdot \frac{1}{(1+0{,}054721)^2} \cdot 111.033.318{,}31 = 10{,}1099$$

Die Convexity der Anleihe beträgt 10,1099.

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte
Fallstudie 4: Durationsanalyse

Schätzung der Barwertveränderung mit der Convexity:

$$\begin{aligned}\Delta BW &= -MD \cdot BW \cdot \Delta R + \frac{1}{2} \cdot CV \cdot BW \cdot \Delta R^2 \\ &= -(-2{,}7101) \cdot 9.872.557{,}45 \cdot 0{,}01 + \frac{1}{2} \cdot 10{,}1099 \cdot 9.872.557{,}45 \cdot 0{,}01^2 \\ &= 272.546{,}72\end{aligned}$$

Unter zusätzlicher Berücksichtigung der Convexity ändert sich der Barwert der Anleihe bei einem Anstieg der Yield to Maturity um 272.546,72 EUR. Die wirkliche Barwertänderung bei einem Anstieg der Yield to Maturity liegt bei 272.629,54, sodass die Schätzung der Barwertänderung mit Hilfe der Convexity zu einer besseren Annährung führt als die Schätzung mit Hilfe der Modified Duration.

Aufgabenteil d)

Kalkulation der Effektive Duration

Zahlungszeitpunkt	**Cash Flow im Zeitpunkt t**	**Nullkuponzinssätze**	**Barwert (Zins = 5,4721 %)**	**gewichteter Barwert**
(1)	(2)	(3)	(4) = (3)$^{-t}$ · (2)	(5) = (1) · (4)
1	500.000	4,80 %	477.099,24	477.099,24
2	500.000	5,00 %	453.514,74	907.029,48
3	10.500.000	5,50 %	8.941.943,47	26.825.830,42
Summe	11.500.000		9.872.557,45	28.209.959,14

$$ED = \frac{28.209.959{,}14}{9.872.557{,}45} = 2{,}8574$$

Als Effective Duration ergibt sich für die Anleihe ein Wert von 2,8574. Sie liegt damit leicht unter dem Wert der Macaulay Duration.

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte
Fallstudie 4: Durationsanalyse

Aufgabenteil e)

Berechnung der Basispoint Values:

$BPV_t = t \cdot CF_t \cdot (1 + z_t)^{-t-1} \cdot 1\ BP$

$BPV_1 = 1 \cdot 500.000 \cdot (1{,}048)^{-2} \cdot 0{,}0001 = 45{,}52$

$BPV_2 = 2 \cdot 500.000 \cdot (1{,}050)^{-3} \cdot 0{,}0001 = 86{,}38$

$BPV_3 = 3 \cdot 10.500.000 \cdot (1{,}055)^{-4} \cdot 0{,}0001 = 2.542{,}73$

Berechnung der absoluten Barwertänderungen:

$\Delta BW_1 = - BPV_1 \cdot \Delta BP_1 = - 45{,}52 \cdot 50 = - 2.276{,}24$

$\Delta BW_2 = - BPV_2 \cdot \Delta BP_2 = - 86{,}38 \cdot 0 = 0$

$\Delta BW_3 = - BPV_3 \cdot \Delta BP_3 = - 2.542{,}73 \cdot (- 50) = 127.136{,}50$

$\Delta BW = 124.860{,}50$

Bei der angegebenen Änderung der Marktzinsen resultiert für die Anleihe ein Barwertgewinn mit Hilfe der Basis Point Values kalkuliert in Höhe von124.860,50 EUR.