

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte Fallstudie 10: Bewertung eines In Arrear Swaps

Aufgabenteil a)

Die ZB-Abzinsfaktoren lassen sich aus der Nullkuponzinsstrukturkurve gemäß folgender Formel berechnen:

$$\text{ZB-AF}(0,t) = \frac{1}{(1+z_t)^t}$$

$$\text{ZB-AF}(0,1) = 0,9434$$

$$\text{ZB-AF}(0,2) = 0,8987$$

$$\text{ZB-AF}(0,3) = 0,8647$$

$$\text{ZB-AF}(0,4) = 0,8404$$

Ungerundete Werte:

$$Z_1 = 6,000000\% \rightarrow \text{ZB-AF}(0,1) = 0,943396$$

$$Z_2 = 5,486318\% \rightarrow \text{ZB-AF}(0,2) = 0,898686$$

$$Z_3 = 4,966588\% \rightarrow \text{ZB-AF}(0,3) = 0,864663$$

$$Z_4 = 4,443435\% \rightarrow \text{ZB-AF}(0,4) = 0,840379$$

t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4
-3.000.000	135.000	135.000	135.000	3.135.000
127.358,49	← • 0,9434			
121.322,54	← • 0,8987			
116.729,47	← • 0,8647			
2.634.589,49	← • 0,8404			
<u>0,00</u>				

Abb. 1: Barwert der Festzinsseite (ungerundete Werte)

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte Fallstudie 10: Bewertung eines In Arrear Swaps

t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4
-3.000.000	135.000	135.000	135.000	3.135.000
127.359,00	← • 0,9434			
121.324,50	← • 0,8987			
116.734,50	← • 0,8647			
2.634.654,00	← • 0,8404			
<u>72,00</u>				

Abb. 2: Barwert der Festzinsseite (gerundete Werte)

Aufgrund von Rundungsdifferenzen ergibt sich gemäß der Rechnung für den Area Swap ein Barwert von 72,00 EUR. Sofern die ZB-AF nicht auf 4 Nachkommastellen bei der Berechnung gerundet werden, ergibt sich ein Barwert von 0,00 EUR. Dies lässt sich daraus ableiten, dass der Festzinssatz in Höhe von 4,5% dem laufzeitgleichen Marktzinssatz entspricht.

Alternativ lässt sich die Barwertermittlung auch durch Duplizierung mit dem ZB-Master durchführen (Abb. 3). Der Barwert in Höhe von 0,00 EUR entspricht dem ungerundeten Barwert aus der Abb. 1., da das Tool ebenfalls mit ungerundeten Werten rechnet.

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte Fallstudie 10: Bewertung eines In Arrear Swaps

				Jahr 1	Jahr 2	Jahr 3	Jahr 4
Vorgegebener Cash-Flow				135.000,00	135.000,00	135.000,00	3.135.000,00
Barwert mit Abzinsfaktoren	3.000.000,00						
Barwert bei Duplizierung	3.000.000,00						
Differenz	0,00						

Geldspanne	0,00%	Geldsatz	6,00%	5,50%	5,00%	4,50%
Briefspanne	0,00%	Mittelwert	6,00%	5,50%	5,00%	4,50%
		Briefsatz	6,00%	5,50%	5,00%	4,50%

Tranche	Geschäftsart	Zinssatz	Volumen	Jahr 1	Jahr 2	Jahr 3	Jahr 4
10-Jahre	Anlage	5,75%	0,00	135.000,00	135.000,00	135.000,00	3.135.000,00
				0,00	0,00	0,00	0,00
9-Jahre	Anlage	5,50%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8-Jahre	Anlage	5,25%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7-Jahre	Anlage	5,00%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6-Jahre	Anlage	4,75%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5-Jahre	Anlage	4,50%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
							0,00
							3.135.000,00
4-Jahre	Refinanzierung	4,50%	3.000.000,00	-135.000,00	-135.000,00	-135.000,00	-3.135.000,00
							0,00
							0,00
3-Jahre	Anlage	5,00%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
							0,00
2-Jahre	Anlage	5,50%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
							0,00
1-Jahr	Anlage	6,00%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
							0,00
	Marktwert		3.000.000,00				

Abb. 3: Duplizierung der Festzinsseite mithilfe des Tools ZB-Master

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte Fallstudie 10: Bewertung eines In Arrear Swaps

Aufgabenteil b)

Die Berechnung erfolgt über die abgeänderte Modified Duration und die abgeänderte Convexity. Da beide um den gleichen Term gekürzt wurden, stimmt der Quotient mit dem Quotient aus ursprünglicher Modified Duration und ursprünglicher Convexity überein.

Kennzahlen in t=1:

$$\text{Abgeänderte Modified Duration: } MD = - \frac{3.150.000}{1,05} = - 3.000.000$$

$$\text{Abgeänderte Convexity: } CV = \frac{6.300.000}{1,05^2} = 5.714.285,71$$

$$\text{Quotient: } \frac{CV}{MD} = - \frac{5.714.285,71}{3.000.000} = - 1,904761905$$

Kennzahlen in t=2:

$$\text{Abgeänderte Modified Duration: } MD = - \frac{3.117.000}{1,039} = - 3.000.000$$

$$\text{Abgeänderte Convexity: } CV = \frac{6.234.000}{1,039^2} = 5.774.783,45$$

$$\text{Quotient: } \frac{CV}{MD} = - \frac{5.774.783,45}{3.000.000} = - 1,924927815$$

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte Fallstudie 10: Bewertung eines In Arrear Swaps

Kennzahlen in t=3:

Abgeänderte Modified Duration: $MD = - \frac{3.087.000}{1,029} = - 3.000.000$

Abgeänderte Convexity: $CV = \frac{6.174.000}{1,029^2} = 5.830.903,79$

Quotient: $\frac{CV}{MD} = - \frac{5.830.903,79}{3.000.000} = - 1,943634527$

Kennzahlen in t=4:

Abgeänderte Modified Duration: $MD = - \frac{3.057.000}{1,019} = - 3.000.000$

Abgeänderte Convexity: $CV = \frac{6.114.000}{1,019^2} = 5.888.125,61$

Quotient: $\frac{CV}{MD} = - \frac{5.888.125,61}{3.000.000} = - 1,962708538$

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte Fallstudie 10: Bewertung eines In Arrear Swaps

Aufgabenteil c)

notwendige Zinssatzkorrekturen:

Die aus der Kuponzinsstrukturkurve bekannten deterministischen Forward Rates sind um das Convexity Adjustment zu korrigieren. Folgende Anpassungen sind vorzunehmen:

$$\text{in } t=1: FR(1,1) + CVA = FR_k(1,1)$$

$$\text{in } t=2: FR(2,1) + CVA = FR_k(2,1)$$

$$\text{in } t=3: FR(3,1) + CVA = FR_k(3,1)$$

$$\text{in } t=4: FR(4,1) + CVA = FR_k(4,1)$$

Korrektur in t=1:

$$CVA = -\frac{1}{2} \cdot 0,05^2 \cdot 0,11^2 \cdot -1,904761905 \cdot 1 = 0,000028809$$

$$\rightarrow CVA = 0,3 \text{ BP} \rightarrow FR_k(1,1) = 5,003\%$$

Die für die Bewertung des In Area Swaps relevante korrigierte Forward Rate beträgt in t=1 5,003%.

Korrektur in t=2:

$$CVA = -\frac{1}{2} \cdot 0,039^2 \cdot 0,11^2 \cdot -1,924927815 \cdot 2 = 0,000035426$$

$$\rightarrow CVA = 0,4 \text{ BP} \rightarrow FR_k(2,1) = 3,904\%$$

Die korrigierte Forward Rate in t=2 beträgt 3,904%.

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte Fallstudie 10: Bewertung eines In Arrear Swaps

Korrektur in t=3:

$$CVA = -\frac{1}{2} \cdot 0,029^2 \cdot 0,11^2 \cdot -1,943634597 \cdot 3 = 0,000029667$$

→ CVA = 0,3 BP → $FR_k(3,1) = 2,903\%$

Die korrigierte Forward Rate in t=3 beträgt 2,903%.

Korrektur in t=4:

$$CVA = -\frac{1}{2} \cdot 0,019^2 \cdot 0,11^2 \cdot -1,962708538 \cdot 4 = 0,000017146$$

→ CVA = 0,2 BP → $FR_k(4,1) = 1,902\%$

Die korrigierte Forward Rate in t=4 beträgt 1,902%.

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte Fallstudie 10: Bewertung eines In Arrear Swaps

Aufgabenteil d)

Der Cash Flow der variablen Seite des In Area Swaps ergibt sich aus den korrigierten Forward Rates. Es handelt sich um eine Shortposition.

t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4
3.000.000	-150.086	-117.106	-87.089	-3.057.051
-141.590,97	← • 0,9434			
-105.241,72	← • 0,8987			
-75.302,62	← • 0,8647			
-2.569.083,13	← • 0,8404			
<u>108.781,57</u>				

Abb. 4: Barwert der variablen Seite (ungerundete Werte)

t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4
3.000.000	-150.090	-117.120	-87.090	-3.057.060
-141.594,91	← • 0,9434			
-105.255,74	← • 0,8987			
-75.306,72	← • 0,8647			
-2.569.153,22	← • 0,8404			
<u>108.689,40</u>				

Abb. 5: Barwert der variablen Seite (gerundete Werte)

Durch Diskontierung mit den ZB-Abzinsfaktoren ergibt sich für die variable Seite des In Area Swap ein Barwert von 108.781,57 EUR (ungerundet).

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte Fallstudie 10: Bewertung eines In Arrear Swaps

Aufgabenteil e)

Da der Plain Vanilla Swap und der In Area Swap die gleiche Ausstattung besitzen, hat die Festzinsseite beider Swaps den gleichen Barwert. Dieser beträgt 0,00 EUR (vgl. Aufgabe a). Unterschiede ergeben sich im Cash Flow der variablen Seite:

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4
In Area		$FR_k(1,1)$ 5,003%	$FR_k(2,1)$ 3,904%	$FR_k(3,1)$ 2,903%	$FR_k(4,1)$ 1,902%
Plain Vanilla		$SR(0,1)$ 6,000%	$FR(1,1)$ 4,975%	$FR(2,1)$ 3,935%	$FR(3,1)$ 2,890%
In Area		-150.086	-117.106	-87.089	-3.057.051
Plain Vanilla		-180.000	-149.254	-118.044	-3.086.687
Differenz		29.914	32.147	30.955	29.636

Abb. 6: Differenzen Cash Flow der variablen Seite (ungerundeten Werte)

	t = 0	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4
In Area		$FR_k(1,1)$ 5,003%	$FR_k(2,1)$ 3,904%	$FR_k(3,1)$ 2,903%	$FR_k(4,1)$ 1,902%
Plain Vanilla		$SR(0,1)$ 6,000%	$FR(1,1)$ 4,975%	$FR(2,1)$ 3,935%	$FR(3,1)$ 2,890%
In Area		-150.090	-117.120	-87.090	-3.057.060
Plain Vanilla		-180.000	-149.250	-118.050	-3.086.700
Differenz		29.910	32.130	30.960	29.640

Abb. 7: Differenzen Cash Flow der variablen Seite (gerundeten Werte)

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte Fallstudie 10: Bewertung eines In Arrear Swaps

Der Barwert des In Area Swaps beträgt insgesamt: $0,00 + 108.781,57 = 108.781,57\text{EUR}$
Dieser Wert ergibt sich ebenfalls durch Diskontierung des Differenzen Cash Flow mit den ZB-Abzinsfaktoren:

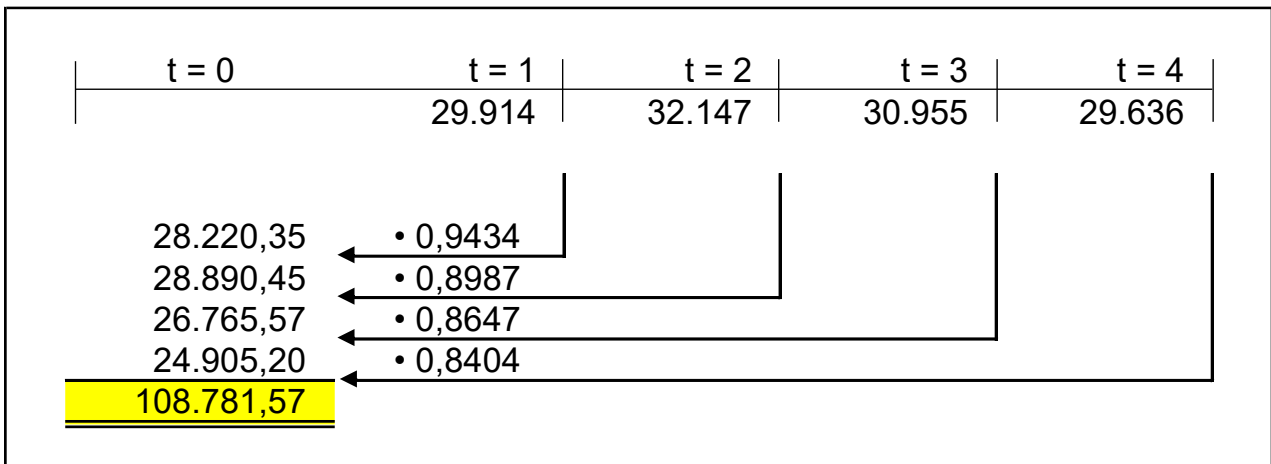


Abb. 8: Barwert des Differenzen-Cash Flow (ungerundete Werte)

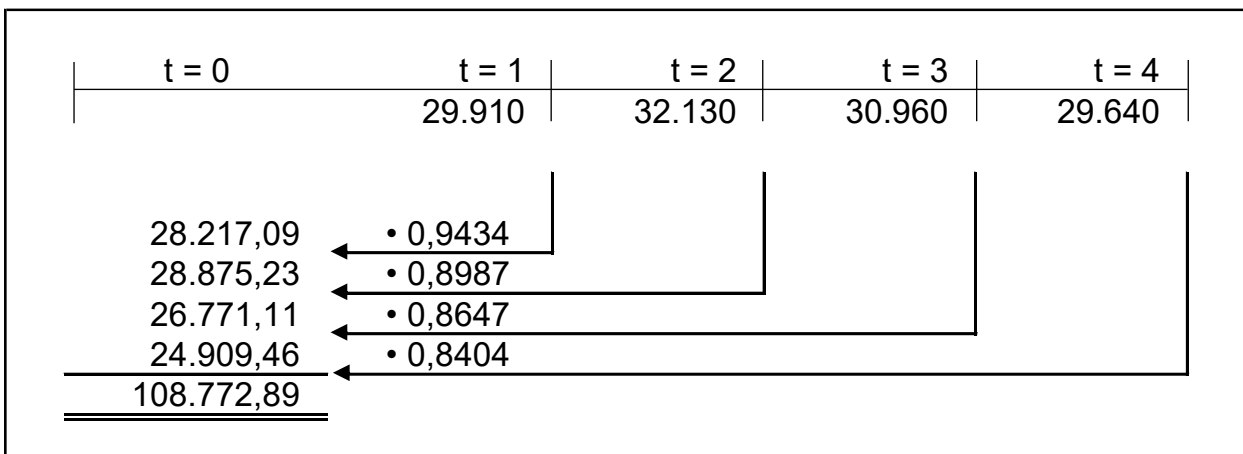


Abb. 9: Barwert des Differenzen-Cash Flow (gerundet Werte)

Die Gegenüberstellung des Differenzen Cash Flow mit dem Barwert des In Area Swap führt auf Basis einer ungerundeten Berechnungsgrundlage zur Deckungsgleichheit. Sofern Rundungen angewendet werden, weichen die Ergebnisse minimal voneinander ab.

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte Fallstudie 10: Bewertung eines In Arrear Swaps

Der ZB-Master ermittelt für den Differenzen Cash Flow durch Duplizierung ebenfalls einen Barwert von 108.781,57 EUR.

		Jahr 1	Jahr 2	Jahr 3	Jahr 4
Vorgegebener Cash-Flow		29.913,57	32.147,45	30.954,92	29.635,66
Barwert mit Abzinsfaktoren	108.781,57				
Barwert bei Duplizierung	108.781,57				
Differenz	0,00				

Geldspanne	0,00%	Geldsatz	6,00%	5,50%	5,00%	4,50%
Briefspanne	0,00%	Mittelwert	6,00%	5,50%	5,00%	4,50%
		Briefsatz	6,00%	5,50%	5,00%	4,50%

Tranche	Geschäftsart	Zinssatz	Volumen	Jahr 1	Jahr 2	Jahr 3	Jahr 4
10-Jahre	Anlage	0,00%	0,00	29.913,57	32.147,45	30.954,92	29.635,66
				0,00	0,00	0,00	0,00
9-Jahre	Anlage	0,00%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8-Jahre	Anlage	0,00%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7-Jahre	Anlage	0,00%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6-Jahre	Anlage	0,00%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5-Jahre	Anlage	4,00%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
							29.635,66
4-Jahre	Refinanzierung	4,50%	28.359,48	-1.276,18	-1.276,18	-1.276,18	-29.635,66
							29.678,75
3-Jahre	Refinanzierung	5,00%	28.265,47	-1.413,27	-1.413,27	-29.678,75	0,00
					29.458,00	0,00	
2-Jahre	Refinanzierung	5,50%	27.922,27	-1.535,73	-29.458,00		
				25.688,39	0,00		
1-Jahr	Refinanzierung	6,00%	24.234,33	-25.688,39			
	Marktwert		108.781,57	0,00			

Abb. 10: Barwert des Differenzen-Cash Flows durch Duplizierung mit dem ZB-Master

Der Cash Flow der Differenzen entspricht genau dem Barwert des In Area Swap. Marginale Abweichungen sind auf Rundungsfehler zurückzuführen. Dies bestätigt die Gegenüberstellung der gerundeten mit den ungerundeten Ergebnissen.

Kapitel 3 – Symmetrische Finanzprodukte

Fallstudie 10: Bewertung eines In Arrear Swaps

Der Barwert des ausstattungsgleichen Plain Vanilla Swap beträgt 0,00 EUR, da neben der variablen Seite auch die Festzinsseite einen Barwert von 0,00 EUR besitzt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Zins dem laufzeitspezifischen Marktzins entspricht.

Die Festzinsseite des In Arrear Swap bemisst ebenfalls einen Barwert von 0,00 EUR. Im Gegensatz zum Plain Vanilla Swap beläuft sich der Barwert der variablen Seite auf 108.781,57 EUR.

Der Barwert des Differenzen Cash Flow spiegelt diese Differenz wieder.