

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 17: Bewertung von Anleiheoptionen

Aufgabenteil a)

Um den Kurs der Anleihe zum aktuellen Bewertungszeitpunkt zu berechnen, ist zuerst der Cash Flow aufzustellen und anschließend dessen Barwert zu berechnen:

In der Aufgabenstellung sind sowohl Kupon- als auch Nullkupon-Zinssätze angeben. Die erste Berechnungsvariante verwendet die (gerundeten) Nullkuponzinssätze:

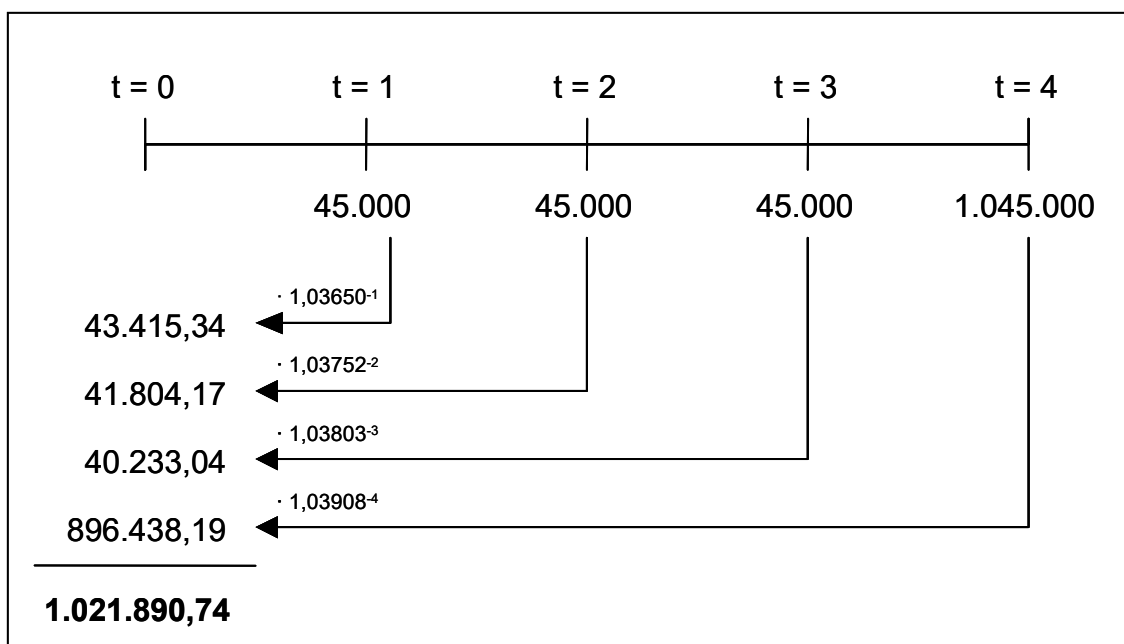


Abb. 1: Barwert der Anleihe (gerundete Werte)

Es ergibt sich ein Barwert von 1.021.890,74 EUR, der nun noch in den Kurs umgerechnet werden kann:

$$\text{Kurs} = \frac{1.021.890,74}{1.000.000,00} \cdot 100 = 102,19$$

Als Alternative seien als Bewertungsbasis die Kupon-Zinssätze genutzt. Diese können zuerst in die korrespondierenden Zerobond-Abzinsfaktoren umgerechnet werden:

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 17: Bewertung von Anleiheoptionen

Laufzeit LZ	Kuponzins $i(0,LZ)$	Zerobond-Abzinsfaktor ZB-AF(0,LZ)
1	3,65 %	0,964785
2	3,75 %	0,928984
3	3,80 %	0,894062
4	3,90 %	0,857820

In der Abbildung werden die Zerobond-Abzinsfaktoren wieder auf 4 Nachkommastellen gerundet dargestellt, gerechnet wird aber mit den exakten Werten.

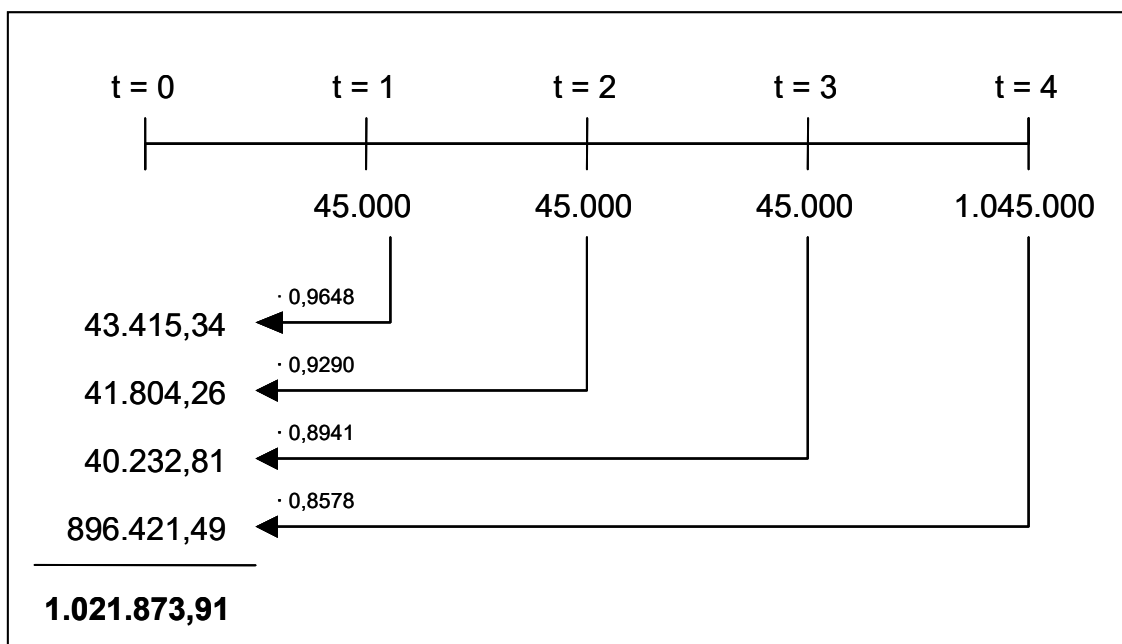


Abb. 2: Barwert der Anleihe (exakter Wert)

Der exakte Barwert liegt bei 1.021.873,91 EUR, aus dem sich wieder ein Kurs von 102,19 errechnet:

$$\text{Kurs} = \frac{1.021.873,91}{1.000.000,00} \cdot 100 = 102,19$$

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 17: Bewertung von Anleiheoptionen

Aufgabenteil b)

Der Forward Kurs der Anleihe wird ebenfalls in beiden Varianten berechnet. Da die Option eine Laufzeit von zwei Jahren hat, wird der Forward Kurs in $t=2$ gesucht:

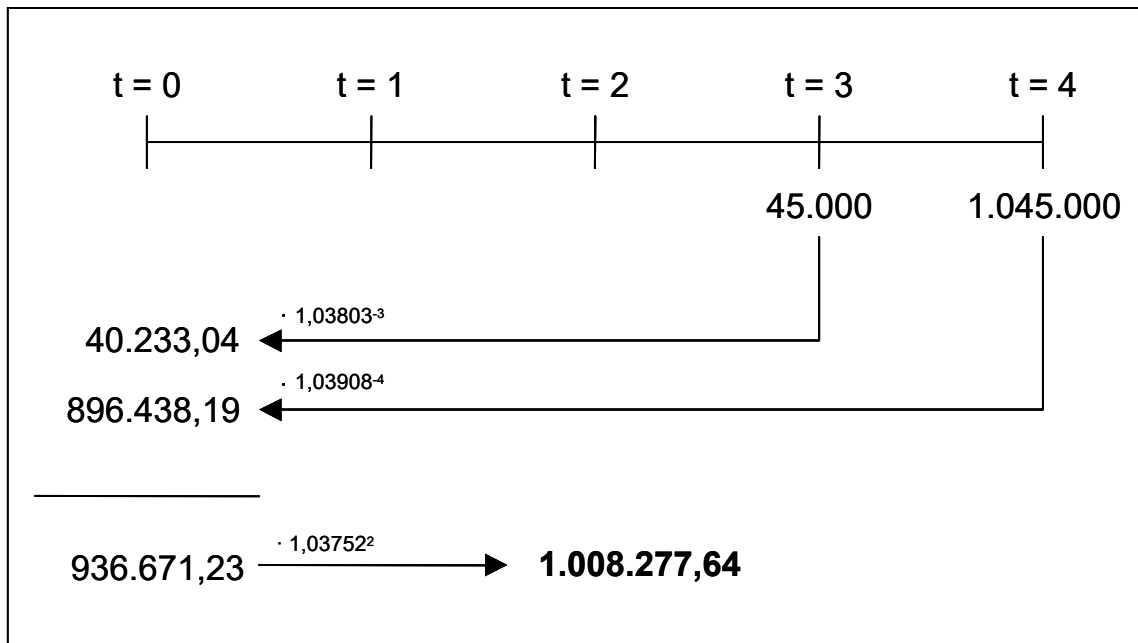


Abb. 3: Forward Kurs in $t=2$ (gerundete Werte)

$$\text{Forward Kurs} = \frac{1.008.277,64}{1.000.000,00} \cdot 100 = 100,83$$

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 17: Bewertung von Anleiheoptionen

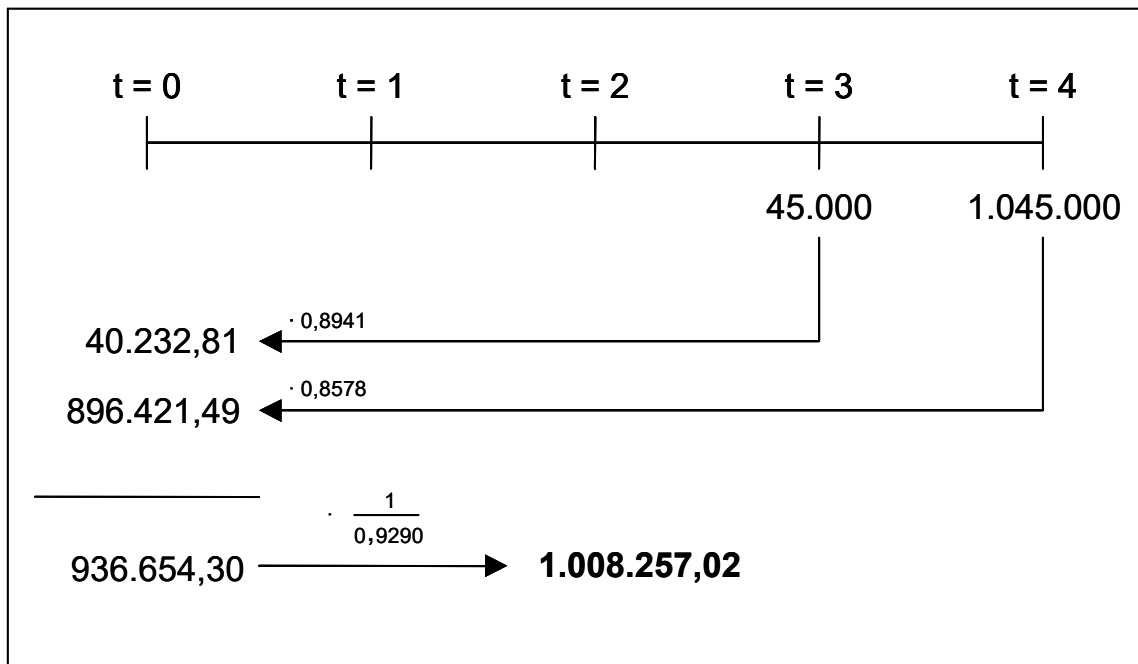


Abb. 4: Forward Kurs in $t=2$ (exakter Wert)

$$\text{Forward Kurs} = \frac{1.008.257,02}{1.000.000,00} \cdot 100 = 100,83$$

Da der Forward-Kurs auf 2 Nachkommastellen gerundet wird, ergeben sich bei den beiden Berechnungsvarianten keine Unterschiede.

Aufgabenteil c)

Da in der Aufgabe eine Calloption bewertet werden soll, errechnet sich der innere Wert aus der Differenz zwischen dem Forward-Kurs und dem Basispreis. Da der Basispreis annehmegemäß bei 100,00 liegt, ist für den Vergleich das Nominalvolumen der Anleihe (1.000.000,00 EUR) maßgeblich. Da sich sowohl der berechnete Forward- als auch der Basis-Wert der Anleihe auf den Zeitpunkt $t=2$ beziehen, sind diese noch auf $t=0$ zu diskontieren:

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 17: Bewertung von Anleiheoptionen

Ergebnis auf Basis gerundeter Werte:

$$\text{Innerer Wert} = (1.008.277,64 - 1.000.000) \cdot 1,03752^{-2} = 8.277,64 \cdot 1,03752^{-2} = 7.689,77$$

Ergebnis auf Basis exakter Werte:

$$\text{Innerer Wert} = (1.008.257,02 - 1.000.000) \cdot 0,9290 = 8.257,02 \cdot 0,9290 = 7.670,64$$

Aufgabenteil d)

Zu bewerten ist eine Anleihe-Calloption. Allgemein gilt:

$$C = ZB-AF(0,t) \cdot [F \cdot N(d_1) - X \cdot N(d_2)]$$

Verwendung der gerundeten Werte:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{1.008.277,64}{1.000.000,00}\right) + 0,025^2 \cdot \frac{2}{2}}{0,025 \cdot \sqrt{2}} = 0,250841$$

$$d_2 = 0,250841 - 0,025\sqrt{2} = 0,215486$$

$$\Rightarrow N(d_1) = N(0,25) = 0,5987$$

$$\Rightarrow N(d_2) = N(0,22) = 0,5871$$

Aus dem Nullkuponzins für 2 Jahre ist der korrespondierende Zerobond-Abzinsfaktor zu errechnen:

$$ZB-AF(0,2) = [1 + z(0,2)]^{-2} = (1 + 0,03752)^{-2} = 0,9290$$

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 17: Bewertung von Anleiheoptionen

$$C = 0,9290 \cdot [1.008.277,64 \cdot N(d_1) - 1.000.000,00 \cdot N(d_2)]$$

$$\begin{aligned} C &= 0,9290 \cdot [1.008.277,64 \cdot 0,5987 - 1.000.000,00 \cdot 0,5832] \\ &= 19.003,46 \text{ EUR} \end{aligned}$$

Unter Verwendung der gerundeten Werte ergibt sich für die Anleiheoption ein Gesamtwert von 19.003,46 EUR.

Verwendung der exakten Werte:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{1.008.257,02}{1.000.000,00}\right) + 0,025^2 \cdot \frac{2}{2}}{0,025 \cdot \sqrt{2}} = 0,250263$$

$$d_2 = 0,25026255 - 0,025\sqrt{2} = 0,214907$$

$$\Rightarrow N(d_1) = N(0,250263) = 0,598808$$

$$\Rightarrow N(d_2) = N(0,214907) = 0,585080$$

$$\text{Exakter ZB-AF}(0,2) = 0,928984$$

$$C = 0,928984 \cdot [1.008.257,02 \cdot N(d_1) - 1.000.000,00 \cdot N(d_2)]$$

$$\begin{aligned} C &= 0,928984 \cdot [1.008.257,02 \cdot 0,598808 - 1.000.000,00 \cdot 0,585080] \\ &= 17.346,02 \text{ EUR} \end{aligned}$$

Unter Verwendung der gerundeten Werte ergibt sich für die Anleiheoption ein Gesamtwert von 17.346,02 EUR. Man erkennt, welchen Einfluss das Runden von Zwischenergebnissen auf das Endergebnis hat. Zwischen dem gerundeten Wert von 19.003,46 EUR und dem exakt gerechneten Wert von 17.346,02 EUR liegen 1.657,13 EUR. Das macht einen Unterschied im Preis von knapp 10 % aus.

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 17: Bewertung von Anleiheoptionen

Aufgabenteil e)

Der Zeitwert ergibt sich als Differenz von Gesamtwert und innerem Wert. Zuerst sei wieder das Ergebnis unter Verwendung der gerundeten Werte und anschließend die Berechnung mit den exakten Werten durchgeführt.

Verwendung der gerundeten Werte:

$$\text{Zeitwert} = 19.003,46 \text{ EUR} - 7.689,77 \text{ EUR} = 11.313,69 \text{ EUR}$$

Der Zeitwert der Anleiheoption beträgt auf Basis der gerundeten Werte 11.313,69 EUR.

Verwendung der exakten Werte:

$$\text{Zeitwert} = 17.346,02 \text{ EUR} - 7.670,64 \text{ EUR} = 9.675,38 \text{ EUR}$$

Wird der Zeitwert der Anleiheoption mithilfe der exakten Werte gerechnet, ergibt sich ein Wert von 9.675,38 EUR.