Abstract-Reader

zur

TAGUNG

Allgemeine Mathematik
„Mathematik verstehen – Philosophische und didaktische Perspektiven“

Universität Siegen, Artur-Woll-Haus

10.-12. Mai 2012

Allmendiger, Henrike beide
Spies, Susanne Universität Siegen

„Über die moderne Entwicklung und den Aufbau der Mathematik überhaupt“ Das Zwischenstück in der „Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus“ als Stilgeschichte und Kleinsches Programm

„In seinen reizvollen Vorlesungen über Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus hat Felix Klein Gegensätze verschiedener mathematischer Arbeitsrichtungen hervorgehoben, die als ‚verschiedene Entwicklungsreihen' des mathematischen Denkens zuletzt auch wieder auf Stile in der Entwicklungsgeschichte der Mathematik verweisen.“ (Max Bense: Konturen einer Geistesgeschichte der Mathematik I, 1946)

Max Bense bezieht sich hier auf das „Zwischenstück: Über die moderne Entwicklung und den Aufbau der Mathematik überhaupt“, welches als programmatischer Exkurs die Kapitel zur Arithmetik und Algebra in Felix Kleins berühmten Vorlesungen zur Elementarmathematik trennt. In dem er verschiedene Entwicklungsreihen ausweist, nimmt Klein dort eine Metaperspektive auf die Mathematikgeschichte ein, die an die mathematikästhetische Identifikation von Stilen in Kunst und Mathematik erinnert. So entdeckt Bense in Kleins „zur Reform des mathematischen Unterrichts“ bevorzugter Entwicklungsreihe B „alle Merkmale der Barockmathematik“ wieder. Die unterschiedenen mathematischen Denk- und Arbeitsweisen innerhalb der Entwicklung der Mathematik betonen somit einerseits die Perspektive auf die Mathematik als Kulturleistung und erlauben Klein andererseits Rückschlüsse auf den mathematischen Lernprozess. Soll die Schule also barock unterrichten?

Der Vortrag nähert sich dieser Frage, indem er das „Zwischenstück“ vor dem Hintergrund der Stilgeschichte einerseits und der Kleinschen Programmatik andererseits diskutiert.

Amiras, Lucas beide
Gerstberger, Herbert Pädagogische Hochschule Weingarten

Bericht aus einem interdisziplinären didaktischen Seminar

In didaktischen Vorschlägen wird vielfach empfohlen, mit dem Phänomen zu beginnen. Dazu scheint zunächst ein sensibler Umgang mit verschiedenen Alternativen zum Begriff des Phänomens erforderlich zu sein. Wir beziehen uns einerseits auf die Ansätze von Ch. S. Peirce, andererseits auf Vorschläge aus der die Protomathematik und Protophysik. Die darauf aufbauend zu entwickelnden Kompetenzen wurden domänenspezifisch in Theorie und Praxis behandelt.

Während unter Phänomen tendenziell etwas Gegebenes verstanden wird, werden in Lehr-Lern- Situationen Aspekte von Phänomenen reproduziert, um phänomenale Rezeption und Erfahrung systematisch zu ermöglichen. Damit liegt das didaktisch inszenierte Phänomen im gemeinsamen Bereich von datum, factum und perceptum. Den Studierenden werden anfangs derartige Inszenierungen vorgegeben und sie werden dann aufgefordert und angeleitet, solche selber herzustellen.

Basis und Organon der Rezeption von Naturphänomenen sind zunächst die Sinne. Jedoch sind diese nicht als von der Geschichte des Individuums unabhängige tabula rasa aufzufassen sondern mit persönlichen und kulturellen Prägungen verbunden. Daher ist bereits hier sowohl eine Erweiterung als auch eine Relativierung der Rezeptionsbasis vorauszusetzen.

Für einen Begriff des mathematischen Phänomens ist die Rezeptionsbasis in anderer Weise spezifisch: Sie beinhaltet die kognitiven Voraussetzungen des Individuums und mit deren Hilfe deutbare Diagramme. Hier greift das Peirce'sche Konzept des diagrammatic reasoning. Die oben genannten Inszenierungen sind in mathematischen Kontexten daher diagrammatischer Art.

Neben dem diagrammatischen Denken arbeiten wir mit den Peirce'schen Kategorien Erstheit, Zweitheit und Drittheit. Auch wenn Peirce sein phaneron als umfassenden Bewusstseinsinhalt verstanden hat, lässt sich aus seiner Kategorienlehre ein relationaler Phänomenbegriff ableiten, nämlich im Sinne einer auf die jeweilige Wahrnehmungs- und Kognitionsbasis bezogenen Erstheit. Wir verstehen und vermitteln die vom Phänomen ausgehenden Prozesse des Ordnens, Verknüpfens und Modellierens im Sinne des Übergangs von Erstheit zu Zweitheit und Drittheit, als geleitete und wissenschaftsorientierte Erfahrung.

Da unser Ansatz eher methodologisch als objektbezogen orientiert ist, stammen unsere Vorschläge und die Beiträge der Studierenden aus unterschiedlichen Teilbereichen wie zum Beispiel: Pascal'sches und Sierpinski-Dreieck, Brachystochrone; Gewölbe; Collatz-Vermutung; Oberflächenspannung; Numerische Effekte des Dezimalsystems.

Die didaktischen Konzepte des Seminars umfassen ästhetische Produktion incl. narrative Formen; Präsentationskompetenz; Modellierungskompetenz; Arbeit mit Phänobjekten; Projektarbeit.

Bengez, Zvi Technische Universität München

Erkenntisleitende Darstellungen?
Grenzen und Möglichkeiten der Transformation formaler Konstrukte in soziale Kontexte und alternativer Darstellungsmöglichkeiten am Beispiel des lambda-Kalküls.

Regeln in einem sozialen Kontext gelten gemeinhin als allgemeinverständlich. Dieselben Regeln ausgedrückt in einem formalen Rahmen erwehren sich der Verständlichkeit oder sogar des Verstehens. So erscheint es naheliegen zu versuchen formale Konzepte in einem sozialen Kontext einzukleiden um so dessen Kernanliegen verständlicher zu gestalten.

Die Frage die uns bewegt ist, ob es möglich ist einen so schwer zu fassenden Gegenstand wie die lambda-definierbaren Funktionen - durch die wir durch eine Uminterpretation (von extensionalen hin zu intensionalen Objekten) die Grenzen des Satzes von Rice verlassen - allgemein verständlich darzustellen? Um dies zu testen haben wir den lambda-Kalkül in ein soziales Regelwerk eingebettet und eine alternative Darstellungsform entwickelt, die es auch Kindern und Jugendlichen ermöglichen sollte sich mit der relevanten Thematik auseinanderzusetzen.

Die Grundidee ist hierbei, nicht nur den Formalismus in einen sozialen Kontext einzukleiden, sondern auch eine andere symbolische Darstellung zu benutzen. Unsere Idee basiert philosophisch auf zwei Konzepten. Zum einen auf einer anderen Lesart und Interpretation von Leibniz und andererseits auf der eigenes ausgearbeiteten Epistemik des „Besseren Verstehens“ (Philosophy of better understanding).

Im Rahmen eines Vortrages möchten wir kurz
a) die philosophische Konzeption vorstellen
b) die Vergleichsstudie aus dem Jahr 2012 (Israel, Japan, China, Deutschland) präsentieren
c) die Materialen und das didaktische Konzept vor dem Hintergrund der Epistemik zu diskutieren

Dörfler, Willi Universität Klagenfurt

Was würden Peirce oder Wittgenstein zu Kompetenzmodellen sagen? Semiotische und philosophische Überlegungen

In den Diskussionen um Bildungsstandards für den Mathematikunterricht und auch im Zusammenhang mit den großen Vergleichsuntersuchungen und anderen Tests fällt auf, dass weitgehend die Rolle und Relevanz des Rechnens oder allgemeiner des regelgeleiteten Operierens für das Lernen von Mathematik gering eingeschätzt wird und dessen Beherrschung auch nicht als vordringlich oder wichtig eingeordnet wird. Das zeigt sich ziemlich deutlich in den diversen Kompetenzmodellen, wo Kompetenzen wie Mathematisieren, Interpretieren, Anwenden im Vordergrund stehen bzw. hierarchisch höher eingestuft sind. Ein klarer Indikator für diese Tendenz sind auch die bekannten Testaufgaben. Man kann das auch so deuten, dass dahinter die Meinung steht, dass mathematische Zeichen und Symbole ihre Bedeutung vorwiegend oder sogar ausschließlich durch ihren Bezug auf außermathematische Gegenstände erhalten und daher die Lernenden diese Bedeutung auch auf diesem Wege entwickeln müssen bzw. nachweisen müssen. Es ist nun sehr instruktiv und bedenkenswert, diese Ausrichtung und normative Vorgabe für den MU mit Positionen bei Ch.S. Peirce und L. Wittgenstein zu kontrastieren. Trotz klarer Differenzen ist ganz klar, dass beide die Bedeutung mathematischer Zeichen innerhalb des Operierens mit ihnen nach den Regeln eines Zeichensystems verorten: Bedeutung nicht durch Referenz sondern durch Gebrauch in einer komplexen mathematischen Praxis. Bei Peirce wird dies durch das Konzept des Diagramms und des diagrammatischen Schließens präzisiert und er identifiziert mathematische Tätigkeit mit dem diagrammatischen Denken, das etwa das (kreative) Operieren mit Formeln und anderen symbolischen Ausdrücken einschließt. Berechnungen, Beweise und geometrische Konstruktionen sind ebenfalls diagrammatische Tätigkeiten. Lernen von Mathematik muss darnach zumindest das Erlernen der Diagramme und der Regeln für deren Manipulationen miteinschließen, also etwas altmodisch: Formeln und Regeln lernen und mit ihnen operieren. Wittgenstein sagt provokant: in der Mathematik ist alles Algorithmus und nichts Bedeutung. Dies gilt es natürlich zu spezifizieren und zu deuten, aber auch er sieht deutlich (im Gegensatz etwa zu Frege) die für Mathematik konstitutive Rolle des Operierens nach Regeln und spricht der Mathematik als Mathematik jede deskriptive Bedeutung ab. Bekannt ist dabei die von ihm verwendete Metapher des Schachspieles und die strikte Zurückweisung, dass symbolisches Operieren „bedeutungslos“ sei (es kann unbestritten für Lernende unsinnig sein, aber dies gilt auch für Anwendungen jeder Art). Beide Autoren weisen auch auf die Notwendigkeit des Äuswendiglernens“ für die Mathematik hin, ja Wittgenstein spricht sogar wieder provokant von „Abrichtung“. Damit ist eine dominante Ausrichtung an einem vagen Begriff von Verstehen herausgefordert: Kommt dieses erst im Verlauf des Einlernens der diagrammatischen Regeln und der Partizipation an einer regelgeleiteten Praxis des Experimentierens mit Diagrammen? Und wenn dies so wäre, wie motiviert man Lernende für eine solche Partizipation? Welche Rolle können dafür dann wieder die in den Kompetenzmodellen angesprochenen Bezüge der Mathematik zur „Welt“ spielen, in denen Wittgenstein wenn schon nicht die Bedeutung (meaning) von Mathematik so doch deren Relevanz und Rechtfertigung sieht.

Epple, Moritz Universität Frankfurt

Spuren der Verknüpfung:
Kulturelle Elemente in der mathematischen Wissensproduktion

Der Vortrag geht der Frage nach der Verbindung von mathematischer Wissensproduktion und anderen Bereichen der Kultur anhand einer bestimmten Klasse von historischen Dokumenten nach: Dokumenten, zu deren historischer Erklärung sowohl mathematikgeschichtliche wie auch kulturgeschichtliche Motive unverzichtbar sind. Zwei Beispiele solcher Dokumente werden vorgestellt und erläutert: eine kurze Passage aus den philosophischen Schriften von Jean d'Alembert und ein Manuskript von Felix Hausdorff. Die beiden Beispiele verweisen auf zwei unterschiedliche Formen, in denen mathematische Tätigkeit als kulturelle Praxis verstanden werden kann (bzw. in diesen beiden Fällen werden muss).

Fischer, Roland Universität Klagenfurt

Entscheidungs-Bildung und Mathematik

Ich vertrete ein Konzept „Fächerorientierte Allgemeinbildung“, bei dem nicht fachliches Problemlösen, sondern Entscheidungsfähigkeit – insbesondere über Problemlöseangebote – als primäres Ziel gesehen wird. Dabei ist sowohl individuelle wie gesellschaftliche Entscheidungsfähigkeit gemeint. Anhand konventioneller Inhalte der Schulmathematik soll gezeigt werden, wie dieses Ziel durch eine dialektische Herangehensweise angestrebt werden kann. Schließlich sollen Nutzen und Schaden durch Mathematik im Hinblick auf Entscheiden beleuchtet werden.

Griesel, Heinz Universität Kassel

Elementarmathematik als empirische Theorie der Lebenswirklichkeit
Hintergründe und Analysen zum Prozess des Aufbaus dieser Theorie beim Schüler

In dem Tandemprojekt der Universitäten Gießen und Siegen MATHEMATIK NEU DENKEN wird gefordert, dass die Elementarmathematik eine Komponente in der Ausbildung der Lehramtskandidaten sein sollte. Nach Burscheid und Struve lernen die Schüler diese Elementarmathematik als empirische Theorie kennen. Die Situation ist vergleichbar mit der, in welcher sich Newton im 17. Jahrhundert befand: Es müssen mathematische Begriffe erschaffen werden, mit denen die intendierten Anwendungen (Punktmechanik für Newton, Lebenswirklichkeit für die Schüler) beherrschbar sind. Der Unterschied besteht darin, dass Newton die Begriffe (z. B. Momentangeschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft sowie das Grundgesetz der Mechanik) eigenständig erfinden musste. Der Schüler dagegen muss die Begriffe (die Größen Anzahl, Länge, Flächeninhalt, Volumen, Masse, Zeitdauer, Anteil, das Messen dieser Größen und die Zahlen sowie Addition und Multiplikation) nicht eigenständig erfinden. Er muss sie wiedererfinden, u. z. mit Hilfe des Lehrers, der im Unterricht Anregungssituationen bereitstellt (Freudental: guided reinvention). Da es günstig ist, wenn die Schüler die Begriffe in aktiver Auseinandersetzung mit Problemen der Lebenswirklichkeit bilden (Prinzip des modellierenden Herauslösens eines Begriffs aus Umweltbezügen), sollten die Begriffe in semantischen Definitionen in enger ontologischer Anbindung an die Wirklichkeit eingeführt werden. Im Vortrag werden diese Definitionen angegeben und die Rechengesetze bewiesen.

Schüler können solche präzisierten Definitionen nicht vollziehen. Sie bilden Grundvorstellungen der Begriffe, deren Gehalt sich aus den präzisierten Definitionen ergibt. Die Beweise der Rechengesetze lassen sich mit Hilfe der Grundvorstellungen zu beweiskräftigen Begründungen (präformalen Beweisen) entwickeln. Im Vortrag werden hierzu Beispiele angegeben. Es wird auch gezeigt, worin die ontologische Bindung der Begriffe der Elementarmathematik besteht und dass die Verwunderung über die Anwendbarkeit der Mathematik, wie sie z. B. der Nobelpreistäger Wigner zum Ausdruck gebracht hat, unbegründet ist.

Hantke, Myriam-Sonja Universität zu Köln

Der Prozess der Unendlichkeit und der unendliche Prozess in Mathematik und Philosophie

In meinem Vortrag möchte ich nach dem ‚Prozess' in Mathematik und Philosophie fragen. Erst dann, wenn die philosophischen und begrifflichen Grundlagen geklärt sind, kann m.E. ‚Mathematik im Prozess' erst zur Frage werden.

Da ein Prozess immer schon etwas Unendliches impliziert bzw. selbst unendlich ist, so stellt sich die Frage nach dem Prozess und der Unendlichkeit. Die Unendlichkeit kann dabei auf verschiedene Weise verstanden werden.

G.W.F. Hegel unterschied zwischen der schlechten und der wahren Unendlichkeit. War für ihn die schlechte Unendlichkeit diejenige, die einen Prozess darstellt und im Gegensatz zur wahren Unendlichkeit steht, so vereint die wahre Unendlichkeit Endlichkeit und Unendlichkeit gleichermaßen in sich.

Georg Cantor griff (trotz seiner Kritik an Hegel) diese Unterscheidung auf. Er sprach vom Transfiniten (prozessuale Unendlichkeit) und von der absoluten Unendlichkeit. Jedoch traten mit der Beschäftigung mit der Unendlichkeit sehr bald zwei Antinomien auf, die er mittels dreier Theoreme aufzulösen versuchte.

Da Cantor versuchte, ein mathematisches Problem mittels der Mathematik zu lösen, so wird zu fragen sein, ob dazu nicht ein anderer Standpunkt eingenommen werden müsste. Kann Immanuel Kants ‚Transzendentalphilosophie' eine Antwort auf die mathematischen Antinomien geben? Ist die Beschränkung des menschlichen Wissens auf den ‚unendlichen Prozess' vielleicht die Lösung?

Abschließend soll mit Blick auf Kant gefragt werden, inwieweit ‚Mathematik im Prozess' eine Mathematik im Prozess der Unendlichkeit oder vielmehr einen unendlichen Prozess meint?

Heinzmann, Gerhard Universität Nancy

Mathematische Erkenntnis-prozesse: Die Rolle der Intuition Überlegungen zum pragmatischen Ansatz im Rechtfertigungskontext der Mathematik

Gerhard Heinzmann geht es darum, die Rolle der Intuition zu untersuchen, die zur Rechtfertigung und zum Verständnis mathematischer Erkenntnis triftig sein könnte. Er greift dabei einen als „konservativ" eingeschätzten Ansatz Poincarés auf, wonach die Intuition auch im Rechtfertigungskontext (d.h. beim Einsehen von Beweisen) eine Rolle spielt, während ihr ja im Formalismus nur eine Rolle im Entdeckungskontext zugesprochen wird. Heinzmann interpretiert hierbei im Anschluss an Kuno Lorenz das mathematische Argumentieren als Dialogprozess. Ein

Symptom einer intuitiven Sprachverwendung liegt demnach dann vor, wenn singulare und allgemeine Aspekte der Zeichenverwendung nicht trennbar sind, so dass eine situationsunabhängige Representation unmöglich ist und die Geltungsfrage damit nicht auf derselben Reflexionsebene zum Ausdruck gebracht werden kann.

Jahnke, Thomas Universität Potsdam

Die Regeldetri des Mathematikunterrichts
Plädoyer für einen mathematikhaltigen Mathematikunterricht

Schulmathematik ist ein eigentümliches Substrat. Die gängige Schulbuchliteratur zum Fach Mathematik liefert die Liturgie zu dem Ritual Mathematikunterricht, der weitgehend seine mathematische Substanz verloren hat. Durch Tradition und Gewöhnung erblindet nehmen die Beteiligten diese Absenz kaum wahr. Dem wird ein Plädoyer für einen mathematikhaltigen Mathematikunterricht entgegen gehalten.

Kaenders, Rainer Universität zu Köln
Kvasz, Ladislav Universität Prag
Weiss-Pidstrygach, Ysette Universität Mainz

Methoden der Entwicklung mathematischer Bewusstheit

In weiten Teilen kann die Frage, was es bedeutet, dass jemand Mathematik treiben kann, in der Sprache von Kompetenzen beantwortet werden. Doch lässt die Orientierung auf den messbaren Output beim Lernenden wesentliche und gerade der Mathematik eigene Aspekte dieser menschlichen Fähigkeit außer Betracht. So bietet die Mathematik selbst viele Niveaus des Denkens und Handelns, die bei mathematischer Beschäftigung wechselwirken und sich jeder mechanistischen Sichtweise entziehen – sie haben keinen absoluten Stellenwert sondern werden durch die Dynamik des Prozesses bestimmt. Mitunter ist dies in der Verwendung der mathematischen Sprache nachvollziehbar. Unter dem Überbegriff ‚Mathematische Bewusstheit‘ unternehmen wir den Versuch einer begrifflichen Annäherung an diese sich in der Sprache manifestierende Dynamik. Speziell in diesem Vortrag untersuchen wir aus tätigkeitstheoretischer Perspektive, wie in der Zone der nächsten Entwicklung eine Veränderung mathematischer Bewusstheit durch Interaktion, Denkanstöße und Hilfestellungen unterstützt werden kann.

Kollosche, David Universität Potsdam

Logik, Gesellschaft und Mathematikunterricht
Eine genealogische Untersuchung

Ich versuche mich an einer genealogischen Untersuchung der aristotelischen Logik, welche ich als Rahmen für eine Analyse der gesellschaftlichen Funktionen des gegenwärtigen Mathematikunterrichts an deutschen Sekundarschulen nutzen will. Dabei nutze ich neben antiken Quellen vor allem die religionswissenschaftliche Arbeit von Klaus Heinrich. Ich erläutere, warum die logische Ordnung von Phänomenen und Gedanken auf einige Menschen orientierungsstiftend, beruhigend und emanzipativ wirkt; während sie andere verwirrt, beunruhigt und entmächtigt. Dies stellt nicht nur die Hoffnung auf eine für alle emanzipative Logik in Frage, sondern zeigt auch politische und religiöse Dimensionen des Mathematikunterrichts auf, welche in der mathematikdidaktischen Forschung bisher kaum Beachtung fand.

Kröger, Desirée Universität Wuppertal

Die 'Anfangsgründe der Mathematik' von Abraham Gotthelf Kästner
Die Klassifikation der mathematischen Wissenschaften

Zu den gebräuchlichen und oftmals in Latein verfassten wissenschaftlichen Publikationsformen kam zu Beginn des 18. Jahrhunderts eine neue hinzu: Die sogenannte deutschsprachige Anfangsgründe-Literatur. Hier stand nicht der Austausch und die Diskussion wissenschaftlicher Inhalte im Zentrum der Betrachtung, sondern die Vermittlung des gesamten mathematischen Wissens. Diese umfangreichen mathematischen Lehrbücher wurden von Professoren verfasst, dienten in erster Linie als Vorlesungsgrundlage und waren auf die universitäre Lehre abgestimmt. Durch die Verwendung der Volkssprache und die Unterweisung in die mathematischen Wissenschaften von ihren Grundlagen an eigneten sie sich auch für autodidaktische Studien. Die Anfangsgründe-Literatur repräsentiert weniger das wissenschaftliche, sondern vielmehr das unterrichtete mathematische Wissen.

Die Ziele, die die Verfasser dieser Lehrbücher verfolgten, standen mit denen der Aufklärung in Einklang: Etablierung des Deutschen als Wissenschaftssprache, Beförderung der mathematischen Wissenschaften, Anhebung ihres Stellenwertes und Aufzeigen ihres Nutzens für die Gesellschaft. Aus diesem Grund finden wir in der Anfangsgründe-Literatur nicht nur die reinen mathematischen, sondern auch die angewandten mathematischen Disziplinen wie Mechanik, Astronomie und Baukunst.

Die Anfangsgründe eignen sich zur Beantwortung der Frage, wie sich die Mathematik im 18. Jahrhundert entwickelt hat. Exemplarisch hierfür werden die weit verbreiteten und viel genutzten „Anfangsgründe der Mathematik“ von Abraham Gotthelf Kästner (1719-1800) vorgestellt. Sie bieten in vielerlei Hinsicht einen interessanten Forschungsgegenstand: Stellenwert der Mathematik, Veränderung des Adressatenkreises durch die Volkssprache, didaktische und historische Betrachtungen – um nur einige Stichpunkte zu nennen. Anhand dieses Werkes soll zunächst rekonstruiert werden, welche Disziplinen die Mathematik im 18. Jahrhundert umfasste. Hierzu wird Kästners Klassifikation der mathematischen Wissenschaften in reine und angewandte Mathematik untersucht. Auf Basis dieser Erkenntnisse soll ein Vergleich mit anderen deutschen Lehrbüchern erfolgen, die in die Anfangsgründe-Literatur einzuordnen sind, beispielsweise die Werke von Johann Christoph Sturm, Christian Wolff, Wenceslaus Johann Gustav Karsten und Heinrich Wilhelm Clemm.

Aufgrund dieses Vergleichs soll herausgefunden werden, ob Konsens bezüglich der mathematischen Disziplinen im 18. Jahrhundert bestand, und, falls ja, wie die Klassifikation der mathematischen Disziplinen aussah.

Löffladt, Günter Cauchy-Forum-Nürnberg e. V.

Kulturgut Mathematik
Kommunikationsmittel für einen interdisziplinären Gedankenaustausch in der Wissensgesellschaft

Der Dialog „Öffentlichkeit und Wissenschaft“ im Allgemeinen und „Gesellschaft und Mathematik“ im Besonderen sind von fundamentaler Bedeutung für die zukünftige Entwicklung einer Wissensgesellschaft. Die Wissenschaftsgeschichte und hier im Speziellen die Mathematikgeschichte sind geradezu prädestiniert hier sowohl Transport- als auch Motivationsmittel zu sein, um für die beiden hauptsächlichen Gruppen, interessierte Laien und gesprächsbereite Wissenschaftler, eine entsprechende Plattform zu schaffen. Aber auch das Spannungsfeld zwischen Mathematikgeschichte und der zugehörigen Fachwissenschaft einerseits, sowie die Stellung der Mathematik im Spektrum der anderen Wissenschaften andererseits sollen angesprochen werden.

Lowsky, Martin Hans-Geiger-Gymnasium Kiel

Die Ableitung des Sinus ist der Kosinus oder: Wie autoritär ist die Mathematik?

Die Mathematik hat einen demokratischen Grundzug: Sie verkündet, jede ihrer Aussagen ergebe sich aus nachprüfbaren Beweisschritten. Die Mathematik liefert uns nicht nur Wissen, sondern sogar begründetes Wissen. Andererseits ist die Mathematik autoritär, weil sie den Menschen, der überprüfen will, oft intellektuell überfordert. Denn die Mathematik ist im Laufe ihrer Geschichte immer komplizierter geworden. Kurz gesagt: Die Mathematik ist so autoritär, dass sie uns auffordert, einen Satz einfach zu glauben. Diese Positionen wollen wir an dem bekannten einfachen Satz „$\sin' = \cos$“ besprechen. Wie plausibel erscheint der Satz einem mathematischen Anfänger? Und wie erstaunlich? Wie verlockend ist es, den Beweis zu erbringen? Welche unterschiedlichen Argumentationen gibt es im Beweis? Und vor allem: Welche Freude hat das mathematische Bewusstsein an solchen plakativ wirkenden Sätzen?

Müller, Tom Kueser Akademie für Europäische Geistesgeschichte

Mathematik, eine experimentelle Wissenschaft
Philosophische, historische und didaktische Perspektiven

Sowohl die Mathematikgeschichte als auch die zeitgenössische Forschungspraxis zeigen, dass die mathematische Forschung eine durchaus sehr experimentelle Tätigkeit darstellt. Im Rahmen des vorgeschlagenen Beitrages/Vortrages soll anhand historischer und aktueller Beispiele der experimentelle Charakter der mathematischen Forschung dargestellt und die Besonderheiten des mathematischen Experimentierens umrissen werden. Grundzüge experimenteller Mathematik finden sich bereits in den Schriften von Archimedes oder auch bei einem Denker wie Nikolaus von Kues, der Mathematik und Philosophie in besonderer Weise miteinander verknüpfte und mathematische Experimente direkt in einen erkenntnistheoretischen und theologischen Kontext setzte. Schließlich soll - über diese wissenschaftstheoretischen und -historischen Betrachtungen hinaus - ein Versuch unternommen werden, experimentelle Mathematik didaktisch zu verwerten und so - u.a. in Ergänzung der genetischen Methode Otto Toeplitz' - einen anderen Zugang zum Erlernen mathematischer Methoden und zum Aneignen „strukturellen“ Denkens zu eröffnen.

Petsche, Hans-Joachim Universität Potsdam

Vom „Combiniren im elementarischen Unterrichte“: Das innovative Potential der elementaren Kombinatorik zum Beginn des 19. Jhs.

Die Bildungsreform Preußens als Antwort auf die Napoleonische Fremdherrschaft erstreckt sich auch auf das Elementarschulwesen. Mit der umfassenden Rezeption Pestalozzis konnte das Wechselspiel von Anschauung und kombinatorischem Denken für Lesen, Rechnen und Geometrie fruchtbar gemacht und mit Fröbel auch auf das Vorschulalter ausgedehnt werden. Wurde so einerseits der Grundstein für eine Bildung gelegt, die den beispiellosen industriellen Aufstieg Deutschlands im letzten Drittel des 19. Jhs. ermöglichte, beflügelte die Auseinandersetzung mit der elementaren Kombinatorik der Pestalozzischen Anschauungsformen zugleich die Reflexion über die Grundlagen der Wissenschaft. Im Rückgriff auf Leibniz, im Kontext der Romantik (Novalis, v. Arnim, Schleiermacher, Weiss) sowie in Kontrast zu Hindenburg (Fischer, Lorenz, Krause, Graßmann) führte die Beschäftigung mit der Kombinatorik zu neuen Ansätzen in der Philosophie (Fries, Herbart), zur Reflexion über den Gegenstand der Mathematik (Lorenz, Krause, Fries, Graßmann, Riemann) wie auch zu neuen Theorieansätzen in der Pädagogik (Herbart, Scheibert, Diesterweg). Im Mittelpunkt des Beitrags steht die Rezeption der Formenlehre Pestalozzis und seines Schülers Schmid.

Prediger, Susanne Technische Universität Dortmund

Mathematik als Prozess Eine klassische Leitidee in aktueller mathematikdidaktischer Forschung und Entwicklung

„Mathematik ist keine Menge von Wissen. Mathematik ist eine Tätigkeit, eine Verhaltensweise, eine Geistesverfassung. ... Eine Geisteshaltung lernt man aber nicht, indem einer einem schnell erzählt, wie er sich zu benehmen hat. Man lernt sie im Tätigsein.“ (Hans Freudenthal 1982)

30 Jahre nach Entstehung dieses klassischen Zitats ist die Orientierung an der Leitidee „Mathematik als Prozess“ so aktuell wie nie zuvor. Die Prozessperspektive auf Lehren und Lernen von Mathematik bringt heute nicht nur als philosophisches Fernziel, sondern als konkretes Gestaltungsprinzip für Unterricht zunehmend fruchtbare Ansätze hervor, die im Vortrag an Beispielen aus dem Mathematikunterricht aufgezeigt werden sollen.

Darüber hinaus liefert die Prozessperspektive auch bei der empirischen Beforschung von Lehr-Lernprozessen einen interessanten Forschungsfokus, dessen Fruchtbarkeit an exemplarischen Einblicken aus Fallstudien verdeutlicht werden soll.

Rathgeb, Martin Universität Siegen

Boolesche Algebra bei George Boole und bei George Spencer Brown Voraussetzungen versus Anfänge: Entwicklung algebraischen Denkens

George Boole hat in „Mathematical Analysis of Logic“ (1847) und „Laws of Thought“ (1854) einen Kalkül niedergelegt, um die aristotelische Logik ins Kalkül ziehen und bspw. Syllogismen ausrechnen zu können. Zeitgenossen Booles blieb die Berechtigung seines Kalkulierens nicht nur in der ca. 80-seitigen, sondern auch noch in der ca. 425-seitigen Fassung verborgen; beide Werke galten als dunkel. – Edward Huntington hat 1904 drei Systeme von Postulaten vorgelegt und gezeigt, dass sie die ‚Algebra der Logik‘ jeweils vollständig und unabhängig axiomatisieren.

Die Logik galt nun nur noch als eine unter vielen möglichen Interpretationen dieser Algebra; ihre Struktur wird seit 1913 die Struktur Boolescher Algebren genannt und wird als spezieller Verband der Mathematik zugerechnet. – Seit den Achtzigern des 20. Jahrhunderts wird verschiedentlich darauf aufmerksam gemacht, dass Booles Algebra, sein ‚Logikkalkül', keine Boolesche Algebra ist, weshalb sie es nicht ist, was sie stattdessen ist und wie sie zu einem in sich schlüssigen Logikkalkül verbessert werden kann.

George Spencer Brown hat in „Laws of Form" (1969) einen ‚Indikationenkalkül' vorgelegt, der in einem seiner Teile eine Axiomatisierung der Struktur Boolescher Algebren ist und insgesamt einen erhellenden Blick auf die Grundlagen der Logik und die Möglichkeit ihrer Kalkülisierung zu nehmen erlaubt. Schlüssel dazu ist das Hand-in-Hand-Gehen von Zeichen und Sache bzw. Syntax und Semantik in einer Pragmatik des Zeichensetzens. Die ‚Denkgesetze', denen auch Booles Logikwerke galten, sind dahingehend lediglich Transformationen von ‚Gesetzen des Zeichengebrauchs' – insbesondere des ‚Bezeichnens' und ‚Unterscheidens'.

In meinem Vortrag will ich zeigen, inwiefern der interessierende Teil des Indikationenkalküls (k)eine Boolesche Algebra ist, wie er von Booles Algebraisierung abweicht und welcher Anfang den Strukturpostulaten, also den Voraussetzungen des Kalküls gesetzt ist. Das ist insbesondere der Versuch, algebraisches Denken anhand von wertäquivalenten Transformationen bzw. wertirrelevanten Ausdrücken innerhalb einer Arithmetik zu entwickeln und Schritt für Schritt als Darstellungsmittel (inkl. Rechtfertigung) zu etablieren: So gehen dem algebraischen Teil des Indikationenkalküls eine ‚strukturierte Arithmetik' und ‚verbale Algebra' voraus. Erst vor dem Hintergrund ‚arithmetischer Erfahrung' entsteht bei kanonischer Erweiterung der erlaubten Transformationen eine Algebra, die zunächst nur ‚für' die Arithmetik aufgestellt wird. In Fortführung dieses Abstraktionsprozesses wird der Algebra über diese reine ‚Repräsentations-Funktion' hinausgehend eine ‚Präsentations-Kompetenz' zugestanden, worauf im Vortrag allerdings kaum eingegangen werden kann.

Rosch, Jens Universität Frankfurt

Bildungsprobleme im Mathematikunterricht
Eine Fallstudie zum Lernen von Algebra

Der Erfolg schulischen Mathematikunterrichts lässt sich verschieden bemessen. Legt man bei seiner Beurteilung die Erwartung zugrunde, die Schüler mögen Mathematik verstehen lernen, so wird als dessen konstitutive Problematik das Vermittlungsproblem deutlich: Wie lässt sich Mathematik verstehen, wenn man noch gar nicht weiß, was Mathematik ist?

Methodisch führt diese Frage in den Grenzbereich von Pädagogik, Pragmatik, (Psycho-)Linguistik und Mathematik(-geschichte): Die Suche nach den Gelingensbedingungen fürs Verstehen mathematischer Gegenstände lässt sich als Forschungsperspektive im Rahmen empirischer Sozialforschung auffassen und am konkreten Gegenstand im jeweils konkreten Unterrichtsprozess stellen und beantworten.

Das entsprechende Bestimmungsproblem soll anhand erster Ergebnisse einer qualitativ-empirischen Untersuchung zu den allgemeinbildenden Wirkungen von Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I dargestellt und diskutiert werden.

Literatur:
A. Gruschka: Erkenntnis in und durch Unterricht. Wetzlar 2009.
G. Kadunz (Hrsg.): Sprache und Zeichen. Hildesheim; Berlin 2010.
J. Rosch: Das Problem des Verstehens im Unterricht. Frankfurt/M. 2010,
Eine Fallstudie zum Lernen von Algebra im Schulunterricht. In: Pädagogische Korrespondenz, H.44 (Herbst 2011), S. 83-103.

Säckl, Herwig Universität Regensburg

Zum professionellen Erfahrungsraum von Mathematiklehrern: Die historische Komponente

In der Diskussion um die Kuhnschen Konzepte (Paradigma, disziplinäre Matrix) führte der Wissenschaftshistoriker Fritz Krafft 1982 den Begriff des „historischen Erfahrungsraums“ ein, der mit seiner Komplexität genügend Weite und Struktur biete, um wissenschaftshistorische Entwicklungen angemessen zu beschreiben.

Der Begriff scheint zur Übertragung auf einen „professionellen Erfahrungsraum“ von Mathematiklehrern (gewiss nicht nur) geeignet, in dem zahlreiche Komponenten (u.a. Mathematik, Pädagogik, Fachdidaktik, Sozialwissenschaften, Ausbildung, schulische Situation), mit ihrer Verarbeitung/Wechsel-wirkung des jeweiligen Alltags-, Erfahrungs- und Forschungswissens gekoppelt sind.

Nach der entsprechenden Einführung wird die Rolle der historischen Komponente in diesem Erfahrungsraum mit einigen Beispielen zum schulischen Mathematik- unterricht aus Geometrie, Algebra und Analysis konkretisiert.

Schneider, Gregor Universität München

Über die Mathematik zur Philosophie Ist Platons Erkenntnisweg von der antiken Mathematik abhängig?

Im Dialog Politeia (509dff.,521cff.) lässt Platon die Figur des Sokrates die Ausbildung zur Ideenschau – und wie sie in essentieller Weise die mathematischen Wissenschaften einschließt – schildern. Meine erste These ist, dass dieser Erkenntnisweg – mag er grundsätzlich möglich sein oder nicht – zumindest nicht mittels der modernen Mathematik funktioniert. Zum einen verhindert der Grundaufbau der modernen Mathematik, dass die Ideen wie im Liniengleichnis dargelegt im mathematischen Bereich direkt gespiegelt werden und dass die mathematischen Ideen sich wiederum direkt im Wahrnehmbaren abbilden, was anhand Hilberts paradigmatischer Axiomatisierung der Geometrie aufgezeigt werden kann. Zum anderen gibt es zu den modernen mathematischen Begriffen von (natürlicher) Zahl und Menge keine Ideen nach Platons Auffassung und, insofern sie die grundlegenden Objekte der modernen Mathematik sind, ist diese nicht ideenfähig und eine letzte, bestimmte Erkenntnis von dem, was Zahl oder Menge für sich sind, nicht möglich.

Wie hat man sich nun das platonische Bildungsideal in seiner Anwendung vorzustellen? Wie sind Ideen, Mathematik und sichtbarer Seinsbereich nach Platon miteinander verzahnt? Meine zweite These ist, dass man recht betrachtet in Euklids Elementen ein Beispiel ‚platonischer Geometrie‘ hat. Denn die Tiefenstruktur der Definitionen (des ersten Buches) kann über die in der ersten sogenannten hypothesis des Dialogs Parmenides (137c-142a) vorgelegten Begriffe erfasst werden. Damit hat man aber ein konkretes Beispiel platonischer Pädagogik, in dem anschauliche Verständlichkeit (die Beschreibung anschaulich-geometrischer Objekte) mit mathematischer Exaktheit (den seriösen Grundzügen einer Proto-Topologie) und diese wiederum mit rein ideellem Inhalt (den höchsten Ideen) verschmolzen sind. Darüber hinaus ist dieses Beispiel ein starkes Indiz für die enge, im Detail zu betrachtende Verbindung des zweiten Teiles des Parmenides mit dem Liniengleichnis, womit sich das Höhlengleichnis auf natürliche Weise in das Liniengleichnis einbetten lässt, wie von Sokrates behauptet (Politeia 517ab).

Schnieder, Jörn Universität zu Lübeck

Ein philosophiedidaktisches Kompetenzmodell (nicht nur) für den Mathematikunterricht

Am Beispiel der Mathematik soll ein philosophiedidaktisch motivierter Vorschlag für ein fächerübergreifendes Kompetenzmodell vorgestellt und erläutert werden.

Als wesentliches Merkmal dieses Modells werden grundlegende Kompetenzen durch philosophische Denkmethoden (wie beispielsweise phänomenologische, analytische hermeneutische, dialektische, spekulative und konstruktivistische Methode) beschrieben, wie sie im Anschluss an klassische Positionen der Philosophie in der modernen Philosophiedidaktik ausgearbeitet worden sind. Wurden diese Methoden bisher nur zur didaktischen Analyse von Philosophieunterricht eingesetzt, so sollen sie jetzt im Sinne „elementarer Denkmethoden“ auch zur didaktischen Analyse aller Fächer angewendet werden.

In meinem Vortrag möchte ich zeigen, dass das übliche Kompetenzmodell für die Mathematik in nahe liegender Weise auf diese „elementaren Denkmethoden“ zurückführbar ist. Ferner will ich unterrichtspraktische Konsequenzen dieses Modells aufzeigen und verdeutlichen, welche Möglichkeiten sich für einen „verstehensorientierter Mathematikunterricht“ aus der Anwendung philosophiedidaktischer Werkzeuge, wie beispielsweise hermeneutischer und dialektischer Texterschließungsverfahren ergeben können. Schließlich soll plausibel gemacht werden, dass dieses Kompetenzmodell fächerübergreifend zur didaktischen Analyse aller Fächer - in Schule und Hochschule - anwendbar ist.

Schorcht, Sebastian Universität Siegen

Mathematikgeschichte als Prozess wahrnehmen Zum Potential von Aufgaben mit historischem Hintergrund in der Grundschule

Im Mathematikunterricht der Primarstufe finden sich Aufgaben mit historischem Hintergrund, was sich beispielsweise an den Schulbüchern festmachen lässt. Was können solche historische Themen im Mathematikunterricht der Grundschule bewirken? Und wie müssten sie dafür aufbereitet werden?

Anhand verschiedener Konkretisierungen des „historisch-genetischen Prinzips“ sowie Überlegungen zu Bildungszielen des Mathematikunterrichts aus der Mathematik- und Geschichtsdidaktik wird eine Position erarbeitet, welchen Stellenwert historische Beispiele im Unterricht einnehmen sollten. Dies wird anschließend zur Analyse und Konstruktion von Aufgabenbeispielen verwendet.

Siebel, Franziska TU Dortmund und Freie Montessori Schule Darmstadt

Verbundene und unverbundene Aufgabenformate Eine didaktische Analyse des algebraischen Potentials von Aufgaben

Arithmetische Aufgabenformate wie etwa Zahlenmauern, Zahlenketten, Rechendreiecken etc. besitzen ein großes algebraisches Potential. Mit ihnen kann nicht nur arithmetisches Handeln sondern auch algebraisches Denken gefördert werden. Hierfür ist es entscheidend, was für ein Lösungsprozess durch die spezifische Aufgabenstellung angeregt wird. Werden Aufgaben so gestellt, dass sie nicht ausschließlich durch mehrmaliges Anwenden von Grundrechenarten gelöst werden können sondern für die Lösung Einsicht in die Strukturen der Aufgabe nötig ist, können sie algebraischem Denken fördern. Unverbundene Aufgaben stellen eine zentrale Möglichkeit dar, den Blick auf Strukturen zu lenken.

Bednarz und Janvier haben 1996[1] verbundene Textaufgaben von unverbundenen unterschieden: Bei verbundenen Aufgaben hängen die Daten direkt miteinander zusammen. Sie lassen sich schrittweise lösen. Hingegen sind die Daten unverbundener Aufgaben nicht direkt miteinander verbunden, sodass im Lösungsprozess die zugrundeliegende Struktur genutzt werden muss. Es ist hilfreich, diese Unterscheidung auf arithmetische Aufgabenformate zu übertragen, denn so kann man anhand der Struktur der Aufgabe untersuchen, ob arithmetische oder algebraische Lösungsprozesse angeregt werden.

Im Vortrag soll durch eine Analyse von Aufgabenformaten aufgezeigt werden, wie die Art der Aufgabenstellung die Qualität des Lösungsprozesses (d.h. arithmetisches versus algebraisches Vorgehen) beeinflusst. Dazu sollen exemplarisch verschiedene Aufgabenformate analysiert werden und Bearbeitungen durch Kinder vorgestellt werden.

Spandaw, Jeroen Technische Universität Delft

Der Begriff der Wahrscheinlichkeit und seine Bedeutung im Schulunterricht

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik sind keine einfachen Unterrichtsthematiken. Selbst ausgebildete Mathematiker fühlen sich häufig unwohl, wenn es über die antrainierten Reflexe im Umgang mit stochastischen Fragen hinausgeht. Ein Grund dafür liegt in der für die Sache wesentlichen Janusköpfigkeit von mathematischem Modell und außermathematischem Kontext. Der Weg von real-weltlicher Situation zum mathematischen Modell ist steinig weil vieldeutig, und ist eine große pädagogische Herausforderung [Kaiser et al (2011)].

Aber es gibt eine zusätzliche Schwierigkeit: hier geht es um Unsicherheit (Zufall) und induktives Schließen, während Mathematik im allgemeinen mit Sicherheit (Apodiktizität) und Deduktion assoziiert ist. Und was ist überhaupt "Wahrscheinlichkeit"? Was bedeutet es eigentlich, wenn für morgen eine Regenwahrscheinlichkeit von 40

Während der vergangenen 250 Jahre wurden solche Fragen von Mathematikern und Philosophen auf viele unterschiedliche Weisen beantwortet. Der Philosoph David Hume (1711–1776) zum Beispiel behauptete, dass induktives Schließen prinzipiell unmöglich ist, und je nachdem, welcher Interpretation des Wahrscheinlichkeitsbegriffs man anhängt, wird die Antwort auf Humes These unterschliedlich ausfallen. Heute kennen wir zwei Grundpositionen: die frequentistische, die Wahrscheinlichkeiten als relative Häufigkeiten "auf lange Sicht" interpretiert, und die Baysianische, die sie als Quantifizierung unserer Erwartungen an die Welt begreift [Hacking (2009)].

Im Schulunterricht, zumindest in den Niederlanden, werden solche Fragen kaum oder gar nicht diskutiert. Dennoch halte ich sie für eminent wichtig gerade in der Schule, weil sie von so hoher praktische Relevanz sind. Beispielsweise sollte jeder die sogenannte "prosecutor's fallacy" kennen, die auf eine Verwechslung der bedingten Wahrscheinlichkeiten P(A|B) und P(B|A) beruht. (Der Name kommt aus der Gerichtswelt, wo eine solche Verwechslung schon oft verheerende Folgen hatte.)

[1] Bednarz, Nadine und Bernadette Janvier (1996): Emergence and development of algebra as a problem solving tool: Continuities and discontinuities with arithmetic. In: Bednarz, Nadine; Carolyn Kieran und Lesley Lee (Hrsg.) (1996): Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching. Kluwer, Dordrecht, S. 115-136.

Ein anderes Beispiel betrifft das Problem des Hypothesentests, Bestandteil des niederländischen Schulcurriculums. Im sogenannten Neyman-Pradigma berechnet man die Wahrscheinlichkeit der gemachten Beobachtungen unter der Bedingung der Nullhypothese. Aber will man nicht eigentlich die Wahrscheinlichkeit wissen für das Vorliegen der Nullhypothese unter der Bedingung der gemachten Beobachtungen? Frequentisten und Baysianer geben hier sehr unterschiedliche Antworten, die manchmal sogar zu diametral entgegengesetzten Schlüssen führen. In meinem Vortrag werde ich eine elementare Einführung in diese Fragestellungen geben, um dann ihre Relevanz für den Schulunterricht zu erörtern.

References

[1] Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R. and Stillman, G. (editors), Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, Proceedings if tge ICTMA 14, Springer 2011.

[2] Hacking, I., An Introduction to Probability and Inductive Logic, Cambridge 2009.

Tobies, Renate Universität Jena

Produktion von Mathematik im Industrielabor:
Techno- und Wirtschaftsmathematik als Schlüsseltechnologie

Techno- und Wirtschaftsmathematiker bezeichnen heute Mathematik als Schlüsseltechnologie. Sie bildet eine Brücke zwischen theoretischen (Natur) Wissenschaften und konkreten praktischen (technischen, wirtschaftlichen, medizinischen u.a.) Problemen; ein breiter kultureller Verflechtungsprozess, in dessen Zentrum das Modellieren von Problemen steht. Das mathematische Herangehen an das Lösen derartiger Probleme unterscheidet sich heute nicht prinzipiell von den Anfängen dieser Art im historischen Kontext, wenn auch neue Methoden und Instrumente verwendet werden können. Im Vortrag wird am konkreten historischen Beispiel mathematischen Problemlösens im Versuchslaboratorium der Osram GmbH gezeigt, wie mathematisches Wissen im inter- und transdisziplinären Kontext produziert wurde. Die Ergebnisse basieren auf einem von der DFG geförderten Projekt „Die Anfänge von Technomathematik in der elektrotechnischen Industrie“ und sind größtenteils publiziert in R. Tobies, *„Morgen möchte ich wieder 100 herrliche Sachen ausrechnen“ – Iris Runge bei Osram und Telefunken* (Boethius, Texte und Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften, hrsg. v. Menso Folkerts, Band 61). Mit einem Geleitwort von Helmut Neunzert. Franz Steiner Verlag: Stuttgart 2010, und erweitert als: *Iris Runge: A Life at the Crossroads of Mathematics, Science, and Industry.* With a Foreword by Helmut Neunzert (Science Networks. Historical Studies, Vol. 43). Birkhäuser (Springer): Basel 2012.

Vogel, Rose Universität Frankfurt am Main

Sortieren und Strukturieren
Ausgangspunkt mathematischen und spielerischen Handelns

Beobachtet man Kinder in der Beschäftigung mit Spielmaterialien, stellt das Sortieren eine elementare Aktivität dar. Die Gegenstände werden nach Farben, Formen oder der zugewiesenen Bedeutsamkeit für die fokussierten Spielaktivitäten durch die beteiligten Kinder sortiert. Den durch das Sortieren entstehenden Arrangements wird Bedeutung zugewiesen und sie erhalten Struktur in der Interaktion der Akteure. Die Struktur wiederum bildet die Grundlage für sich anschließende Spielaktivitäten, in denen ausgehandelte Regeln für eine gewisse Zeit das Geschehen bestimmen.

Alltägliches Handeln basiert ebenfalls auf den Aktivitäten des Sortierens und Strukturierens. So sind wir täglich z.B. im Supermarkt mit den Ergebnissen eines exzessiven Sortierens konfrontiert. Dieses Sortieren hilft beim Zurechtfinden und Finden der Lebensmittel und gleichzeitig kann es auch Irritationen hervorrufen, da die entstandene Struktur nicht zwingend mit den individuellen Sortierprozessen der Kundinnen und Kunden zur Passung kommt. Die dem Sortieren zugrunde gelegten Kategorien stammen aus der Strukturwelt der Lebensmittelindustrie und entsprechen nicht zwingend der Strukturwelt der Nutzerinnen und Nutzer.

Dokumentiertes mathematisches Handeln zeigt häufig ebenfalls den Charakter des Sortierens und Strukturierens. So werden Primzahlen oder andere Zahlen mit spezifischen Eigenschaften gefunden, indem Zahlen sortiert und in besonderer Weise strukturiert werden.

Ausgewählte Analysen spielerischen Handelns von Kindergartenkinder aus dem Projekt „erSTMaL“ (early Steps in Mathematics Learning, angesiedelt am IDeA-Zentrum Frankfurt/Main, ein interdisziplinäres Forschungszentrum im Rahmen der LOEWE-Offensive des Landes Hessen) zeigen, wie Sortieren und Strukturieren zum Ausgangspunkt mathematischen und spielerischen Handelns werden. Es wird dabei auch deutlich wie die allgemeinen mathematischen Grundaktivitäten des Sortierens und Strukturierens alltägliches Kinderhandeln im Spiel prägen.

Vohns, Andreas Universität Klagenfurt

Entscheidend ist, was hinten rauskommt?
Mathematische Handlungen im Bildungsprozess oder als Bildungsprodukte?

Dort wo Erziehung und Bildung outputorientiert gesteuert werden, fehlt selten der Kompetenzbegriff. Meint Kompetenz die längerfristige Verfügbarkeit über solche Fähigkeiten und Fertigkeiten, die den mathematischen Handlungen zu Grunde liegen, die wesentlicher Inhalt unterrichtlicher Praxis sind, so ist damit immer eine mehr oder minder materiale Bedeutung dieser Handlungen unterstellt und eine längerfristige Verfügung über sie im Sinne von Bildungsprodukten impliziert. Sehr wohl kann man fragen, ob solchen Handlungen nicht auch formale Wirkung zukommt, sie im Verlaufe der Schulzeit nicht eher die Grundlage von Erfahrungen über Mathematik darstellen, die für den Bildungsprozess unabdingbar erscheinen, aber deswegen noch lange nicht als Bildungsprodukte langfristig verfügbar gehalten werden müssen. Im Vortrag sollen die oben angeschnittenen Positionen näher erläutert und Konzeptionen mathematischer Bildung auf ihre Verortung hinsichtlich der Rolle mathematischer Handlungen im Prozess und als Produkt befragt werden sowie an Beispielen zur Rolle von mathematischen Handlungen im Umfeld des Messens der Frage nachgegangen werden, inwiefern sich deren Bedeutung im Laufe der Schulzeit verändert.

Wickel, Gabriele Universität Siegen

Praktische und theoretische Geometrie
in einem Vermessungslehrbuch aus dem 17. Jahrhundert
Annäherung an ein schwieriges Verhältnis

„For this I knowe bothe by experience, and reading, that he [the Learner; G.W.] which attempeth anie notable thinge in the Mathematicall sciences, or anie humane knowledge els withoute geometrie, dothe as one, that attempteth to flie without his winges.“

Mit diesem Urteil charakterisiert Thomas Hood in seinem Buch „Elementes of Geometrie“ (1590) den Zeitgeist, der im frühneuzeitlichen England der Geometrie die Bedeutung eines universellen Werkzeugs in Theorie und Praxis zuweist. Die politische und gesellschaftliche Situation im Elisabethanischen Zeitalter hat in besonderer Weise zum Entstehen eines Berufsstandes von „mathematical practitioners“ beigetragen, die unter anderem praktische Geometrie in ihren Lehrbüchern für ihre Leser aufbereitet haben.

Ein paradigmatisches Beispiel für ein solches Lehrbuch ist „The Surveyor“ von Aaron Rathborne, das 1616 in London erschienen ist. Der Autor nutzt darin die theoretische Geometrie u.a. die „Elemente“ Euklids als geometrische Theorie und als dienliches Werkzeug in vielfältiger Hinsicht: Aus dem systematischen und deduktiven Aufbau der „Elemente“ entwickelt Aaron Rathborne eine eigene, umfangreiche mathematische Grundlage in der theoretischen Geometrie; außerdem baut er die Elemente seiner praktischen Vermessungsanleitung in mathematisch-systematischer Weise auf. Gleichzeitig relativiert der Autor seinen theoretischen Anspruch indem er praktische Handlungsanweisungen gibt: So gilt ihm das Gesamtwerk als ein durch und durch praxisorientiertes Buch.

Anhand von ausgewählten Beispielen aus Rathbornes „The Surveyor“ wird das Spannungsfeld von theoretischer und praktischer Geometrie im beginnenden 17. Jahrhundert unter einer historischen Entwicklungsperspektive diskutiert.

Wille, Annika Universität Klagenfurt

Mathematik beim Schreiben denken
Wie sich Schülerinnen und Schüler in Dialogform mit Mathematik auseinandersetzen

Für Michail M. Bachtin ist der Sprechende nicht nur der Aktive und der Zuhörende der Passive. Hingegen spricht er von einem aktiven Verstehensprozess. Eine besondere Art des Schreibens im Mathematikunterricht ist das Schreiben selbst erdachter Dialoge und macht sich dies zu Nutze: Eine Schülerin oder ein Schüler schreibt einen Dialog zweier Protagonisten, die sich über eine mathematische Fragestellung unterhalten. So reflektiert der Lernende in doppelter Weise, da er zugleich der Schreibende als auch der aktiv Zuhörende ist, der dann gleich wieder auf sich selbst antwortet. Der so entstandene erdachte Dialog gibt einen besonderen Einblick in mathematische Lernprozesse.

Winkler, Reinhard Technische Universität Wien

Mathematische Prozesse im gegenseitigen Widerstreit

Bei der Untersuchung von Prozessen, in denen Mathematik im Spiel ist, ergibt sich die Notwendigkeit einer sorgfältigen Unterscheidung verschiedener Arten und Betrachtungsweisen solcher Prozesse. Zur Illustration erwähne ich als Beispiele historische Prozesse (im Kleinen als Episodisches, im Großen als Wechselspiel zwischen Weltgeschichte und Ideengeschichte des wissenschaftlichen Fortschritts), soziologische Prozesse (im Kleinen als Betrieb innerhalb der wissenschaftlichen Gemeinschaft, im Großen als Rolle und Wahrnehmung von Mathematik in der breiten Öffentlichkeit), psychologisch (im Kleinen als Fortschritt des lernenden oder des forschenden Individuums, im Großen aus Sicht einer allgemeinen Didaktik) und schließlich innermathematisch (im Kleinen als Argumentationskette in Beweisen oder als algorithmische Abfolge, im Großen als schrittweiser, systematischer Aufbau des mathematischen Lehrgebäudes). Schnell fällt auf, dass sich die Verschiedenheit solcher Prozesse nicht nur auf ihre innere Natur bezieht, sondern auch auf oft gegenläufige Wirkungen, die - beabsichtigt oder unbeabsichtigt - von ihnen ausgehen. Nicht alle der zu beobachtenden Wirkungen können gleichermaßen als wünschenswert gelten. Daher stellt sich die Aufgabe einer sorgfältigen und kritischen Analyse, möglicherweise mit bemerkenswerten Konsequenzen für den Mathematikunterricht an den Schulen und Universitäten sowie für die Praxis mathematischer Forschung. Dieser Aufgabe möchte ich mich in meinem Vortrag stellen.

Winter, Martin Universität Vechta

„Theorema Pythagoricum“
Ein Beitrag zum Mathematikunterricht eines humanistischen Gymnasiums im 19. Jahrhundert

Im Jahr 1855 erscheint im Jahresbericht des Nepomucenianum Coesfeld ein Artikel mit dem Titel "Theorema Pythagoricum multiplici ratione diversisque argumentis probatum“ mit 21 Beweisen zum Satz des Pythagoras. Mit diesem Beitrag in lateinischer Sprache profiliert sich der Mathematiklehrer Josef Buerbaum an einem humanistischen Gymnasium.

Zwenger, Thomas Universität Bonn

Zum Phänomen und Begriff der Geschichte

Trotz oder vielleicht gerade wegen der zentralen Rolle, die die Geschichte in Kultur und Gesellschaft spielt, haben wir im allgemeinen recht unklare Vorstellungen davon, was das eigentlich ist, die Geschichte. Dieses verworrene Verständnis von Phänomen und Begriff der Geschichte wird auch heute noch vollständig beherrscht von der „historistischen Geschichtsphilosophie“ des 19. Jahrhunderts und ihrem Mythos von der „historischen Erkenntnis.“ – Mein Vortrag will den Begriff der Geschichte als einer „symbolischen Form der Welterschließung“ (E. Cassirer) präzisieren und dabei den historistischen Mythos von der wissenschaftlichen Rationalität der Geschichtsschreibung kritisieren. Geschichte als symbolischer Ausdruck (Erzähl-Text) freier Selbstgestaltung menschlichen Lebens steht im Widerspruch sowohl zu naturgesetzlicher als auch zu logisch-abstrakter Regelhaftigkeit und ist als „Selbstaufklärung der Vernunft“ dem künstlerischen Ausdruck näher als der wissenschaftlichen Erkenntnis. Das gilt auch für Bereiche wie die Geschichte der Mathematik als einem herausragenden Beispiel der Freiheit menschlichen Denkens.