

DIAGONAL

Zum Thema: Erinnerung

Zeitschrift der Universität Siegen

Diagonal. Zeitschrift der Universität Siegen

Redaktion

Diagonal. Zeitschrift der Universität Siegen, Ansprechpartner: Univ.-Prof. Dr. Volker Stein
c/o Universität Siegen, Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre, insb. Personalmanagement und
Organisation, Unteres Schloß 3, D-57072 Siegen

E-Mail: volker.stein@uni-siegen.de Internet: <http://www.pmg.uni-siegen.de>

Verantw. i. S. des niedersächs. Pressegesetzes: Univ.-Prof. Dr. Gero Hoch, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hildegard
Schröteler-von Brandt, Univ.-Prof. Dr. Angela Schwarz, Univ.-Prof. Dr. Volker Stein

Bezugsbedingungen

Erscheinungsweise: einmal jährlich

Erhältlich in Ihrer Buchhandlung oder bei Brockhaus Commission.

Es gilt die gesetzliche Kündigungsfrist für Zeitschriften-Abonnements. Die Kündigung ist schriftlich zu
richten an: Brockhaus Commission, Kreidlerstr. 9, D-70806 Kornwestheim, Tel.: 0049 07154/1327-0, Fax: -13,
v-r@brocom.de. Unsere allgemeinen Geschäftsbedingungen, Preise sowie weitere Informationen finden Sie
unter www.vandenhoeck-ruprecht-verlage.com.

Leider war es nicht in allen Fällen möglich, die Inhaberinnen und Inhaber der Bildrechte zu ermitteln.
Wir bitten deshalb gegebenenfalls um Mitteilung. Die Herausgeberinnen und Herausgeber sind bereit,
berechtigte Ansprüche abzugelten.

Redaktionsschluss für alle Beiträge: August 2022

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen

Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <https://dnb.de> abrufbar.

© 2022 Brill | V&R unipress, Theaterstraße 13, D-37073 Göttingen, ein Imprint der Brill-Gruppe
(Koninklijke Brill NV, Leiden, Niederlande; Brill USA Inc., Boston MA, USA; Brill Asia Pte Ltd, Singapore;
Brill Deutschland GmbH, Paderborn, Deutschland; Brill Österreich GmbH, Wien, Österreich)
Koninklijke Brill NV umfasst die Imprints Brill, Brill Nijhoff, Brill Hotei, Brill Schöningh, Brill Fink,
Brill mentis, Vandenhoeck & Ruprecht, Böhlau, V&R unipress und Wageningen Academic.
Tel.: 0049 551 5084-308, Fax: -422, www.vandenhoeck-ruprecht-verlage.com, info-unipress@v-r.de
Alle Rechte vorbehalten. Die in dieser Zeitschrift veröffentlichten Beiträge sind urheberrechtlich geschützt.
Jede Verwertung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen
schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Druck und Bindung: CPI books GmbH, Birkstraße 10, D-25917 Leck

Printed in the EU.

ISSN 0938-7161

ISBN 978-3-8471-1476-5

ISBN 978-3-8470-1476-8 (E-Book)

ISBN 978-3-7370-1476-2 (E-Library)



unipress

DIAGONAL
Zeitschrift der Universität Siegen

Jahrgang 2022

Herausgegeben vom Rektor der Universität Siegen

Gero Hoch / Hildegard Schröteler-von Brandt /
Angela Schwarz / Volker Stein (Hg.)

Erinnerung

Mit 47 Abbildungen

V&R unipress

Inhalt

Gero Hoch / Hildegard Schröteler-von Brandt / Angela Schwarz / Volker Stein Erinnern, um in der Welt zu bestehen: Editorial »Erinnerung«	7
Simon Forstmeier Psychologische Reminiszenzforschung: Grundlagen und Anwendungen	13
Stefanie Roos / Barbara Strumann Fragmentierte Erinnerungen – »The past affects the present even without being aware of it«	31
Julia Haberstroh Erinnerungen als Risiko und Chance für die Selbstbestimmung von Menschen mit Alzheimer Demenz	43
Felicitas Pielsticker / Christoph Pielsticker / Ingo Witzke Mathematisches Wissen erinnern – verschiedene Perspektiven auf nachhaltige Lernprozesse	55
Tanja Kilzer Den Schleier des Vergessens anheben: Erinnern und Gedenken an die Opfer der NS-»Euthanasie« und Zwangssterilisation. Erinnerungskultur, Gedenkstätten, Mahnmale und Gedenkorte innerhalb Deutschlands	81
Alexandra Flügel Erinnerung digital – Digitale Medien und die Praktiken des Geschichte Machens	111

Sandra Nuy / Mathias Scheicher »Critical Tourism«? – Reiseblogs als Medien der Erinnerung an die Shoah	125
Gustav Bergmann Wie wa(h)r es wirklich? Wie wird es gewesen sein? Über Erinnerung und Entwicklung	143
Andreas Zeising Erinnerungstopografie. Der Bismarckturm in Fröndenberg bei Unna	173
Tom Pinsker / Milan Weber Auf (Zeit-)Reisen durch Böhmens Wälder – Zur Erinnerung an das populäre Mittelalter im digitalen Spiel <i>Kingdom Come: Deliverance</i>	189
Claus Grupen / Hans-Jürgen Meyer Die kalte Koalition. Erinnerungen an den Ursprung einer technologischen Innovation	215
Nils Kopal / Bernhard Esslinger Wie wir unser geheimes Erbe entschlüsseln	223
Marius Albers Erinnerung und Dialekt am Beispiel des Dialektatlas Mittleres Westdeutschland (DMW)	235
Arnd Wiedemann / Yanik Bröhl Der Erfolgsbegriff im Wandel der Zeit	251
Minou Seitz / Michael Schuhen Wenn sich Erinnern zum Standard und etwas Vergessen zur Ausnahme wird – Überlegungen zum Rechtsanspruch auf Vergessenwerden aus Verbrauchersicht	269
Tobias Jost Humboldts Idee der Universität – im internationalen Wettbewerb unvergessen?!	279

Mathematisches Wissen erinnern – verschiedene Perspektiven auf nachhaltige Lernprozesse

1. Einleitung

Der Prozess des Erinnerns spielt in unserer Gesellschaft eine entscheidende Rolle. Beispielsweise trafen Gedächtnistechniken zur Erinnerung und sogar Handbücher zur sogenannten *Mnemotechnik* (Gedächtnistechnik) parallel zu technischen Erfindungen im 19. Jahrhundert auf eine enorme Begeisterung (Lieury 2013). Umso interessanter, dass bei uns Menschen ein aktives bewusstes Erinnern erst im Alter von drei bis vier Jahren auftritt (Markowitsch/Welzer 2005). Zentral für eine Weiterentwicklung von Vorstellungen vom Gedächtnis und auch vom Vergessensprozess waren Studien von Tulving und Pearlstone (1966). Geprägt wurde dadurch der Begriff *Abrufhilfen* (z.B. Assoziationen, Reime, Bilder), wodurch sich eine große Anzahl an Verfahren und Methoden der Mnemotechnik erklären lassen. Verfügen wir über eine Organisation von Abrufhilfen, lässt sich dies als Erinnerungs- oder Abrufschema bezeichnen (Lieury 2013).

Heutzutage werden gerne die als gegensätzlich geltenden Begriffe Erinnern und Vergessen betrachtet. Jeder kennt eine Situation aus dem Alltag, in der *sich gerade nicht erinnert* werden kann: Ein Name einer Person, der im Augenblick entfallen ist oder ein Wort, das in der derzeitigen Situation absolut nicht erinnert wird. In einer aktuellen Ausstellung »Das Gehirn. In Kunst & Wissenschaft« (28. Januar – 26. Juni 2022) der Bundeskunsthalle Bonn wird Vergessen als »das Misslingen der Erinnerung an eine bestimmte Information« (Kunst- und Aus-

* Dr. Felicitas Pielsticker, Studienrätin im Hochschuldienst, Universität Siegen, Fakultät IV (Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät), Department Mathematik – Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik.

Dr. med. Christoph Pielsticker, Facharzt für diagnostische, funktionelle und interventionelle Radiologie.

Univ.-Prof. Dr. Ingo Witzke, Universität Siegen, Fakultät IV (Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät), Department Mathematik – Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik.

stellungshalle der Bundesrepublik Deutschland GmbH 2022, S. 267) beschrieben. Angesprochen werden dafür viele verschiedene Gründe:

»Zum einen kann bereits der Vorgang der Einspeicherung gescheitert sein, z. B. aufgrund einer Überlastung des Kurzzeitgedächtnisses. Zweitens kann der Zugang zur Information unmöglich sein, obwohl dieses prinzipiell im Gedächtnis gespeichert ist. Drittens kann aber auch die Information selbst verloren sein. Traumatische Störungen, bei denen eine Person die Erinnerung an ein dramatisches Ereignis nicht überwinden kann, zeigen jedoch, dass Vergessen ein prinzipiell sinnvoller oder gar heilsamer Prozess sein kann.«
(Kunst- und Ausstellungshalle der Bundesrepublik Deutschland GmbH 2022, S. 267)

Mit Blick in die Bildungsforschung und Konzepte von Lernen würde es durchaus als praktisch erscheinen, wenn wir bewusst entscheiden und steuern könnten, *ich möchte mich jetzt erinnern* oder *das oder jenes möchte ich jetzt vergessen*. Beschäftigen wir uns mit dem Lernen von Fertigkeiten und Fähigkeiten spielen Erfahrungen und das Erinnern von Erfahrungen eine entscheidende Rolle. Vester (2004) beschreibt dazu in seinem bekannten Buch *Denken, Lernen, Vergessen* folgende Situation:

»Wir sitzen gerade an einer Beschäftigung, die uns ganz gefangen nimmt. Plötzlich schrillt das Telefon. Widerstrebend stehen wir auf, gehen hin, heben ab. Wir sind von unserer Arbeit noch zu sehr gefangen, als dass wir voll bei dem sein können, was uns durch die Ohrmuschel an Informationen zukommt. Unter anderem wird ein Name genannt. Wir sollen dringend Herrn Berthold schreiben. Wir glauben, uns alles merken zu können. Wir legen auf, gehen zu unserem Schreibtisch zurück. Wir wissen noch, irgendetwas sollen wir erledigen, wollen uns eine Notiz machen – und haben es vergessen. Es ist wie weggeblasen. Wir wissen nur noch, dass es dringend war. Also bleibt nichts anderes übrig, als unseren Bekannten noch mal anzurufen. Wir gehen zurück in die Telefonecke. Heben den Hörer ab – und plötzlich fällt es uns wieder ein: Richtig. Herrn Berthold sollten wir schreiben.« (Vester 2004, S. 143)

Was sich in dieser Situation zeigt, ist, dass die Erinnerung an den Name Berthold aus dem beschriebenen Alltag an den gesamten Kontext, das »ganze Drumherum« (Vester 2004, S. 143) gebunden ist. Das ist »eine ganz natürliche Hilfe beim Verankern und Abrufen eines Lernstoffs. Während der vergessene Name ja nur über einen Eingangskanal gespeichert wurde – über das Ohr –, war die Gesamtinformation über mehrere Eingangskanäle in unser Gehirn gelangt« (Vester 2004, S. 143). Begemann (1997) knüpft Situationen, die erlebt und erinnert werden, in seiner sonderpädagogischen Arbeit an den Ansatz des Subjektiven Erfahrungsbereichs nach Bauersfeld (1983). Danach wird eine Erinnerung an Einzelheiten häufig erst bewusst durch den Prozess des Erinnerns an die gesamte Situation (Begemann 1997). Wie in der oben beschriebenen Alltagssituation deutlich wird, werden Einzelheiten nicht isoliert gespeichert, sondern immer ganzheitlich in einen Kontext eingebettet:

»Mit der Erinnerung an eine Situation werden nicht nur die Einzelheiten bewusst, sondern auch die Gefühle wachgerufen, die man in der Situation hatte. Außerdem stehen die gesamten Handlungen wieder zur Verfügung, die man ausgeübt hat, so dass man in einer vergleichbaren Situation sofort wieder handlungsfähig ist.« (Begemann 1997, S. 106)

Erinnern ist entsprechend eines psychologischen Verständnisses wie Denken, Wissen und Kommunizieren, Teil der Gesamtheit von zusammenhängenden geistigen Aktivitäten (Myers 2008).

Auch in Bezug auf die Betrachtung mathematischen Lernens wird der Begriff des Erinnerns diskutiert. Nicht nur Bauersfeld (1998) geht in seiner interdisziplinären Betrachtung *Neurowissenschaft und Fachdidaktik – diskutiert am Beispiel der Mathematik* darauf ein, sondern zum Beispiel auch Brinkmann in ihrer Arbeit *Über Vernetzungen im Mathematikunterricht* (2013). Dabei sieht auch Brinkmann (2013) Informationen als nicht isoliert abgespeichert an, sondern als im Kontext, in ihrer Vernetztheit, in der die jeweilige Erfahrung gemacht wird, verfügbar und erinnerbar. In Bezug auf Vernetzung von Wissen diskutiert Brinkmann die Nutzung von sogenannten Merkstützen oder Merkhilfen. Dabei wird zum Beispiel auch auf die bereits oben erwähnte Mnemotechnik verwiesen. »Eine Anbindung von Merkhilfen an mathematische Inhalte erleichtert deren Erinnern« (Brinkmann 2013, S. 57). Dabei würden auch die für den Mathematikunterricht häufig diskutierten Visualisierungen als mögliche Merkhilfe dienen können. Ganz im Sinne des folgenden Zitates nach Konfuzius (551–479 v. Chr.): »Sage es mir, und ich vergesse es, zeige es mir, und ich erinnere mich, lass es mich tun, und ich behalte es« (Zitiert nach Puck 2010, S. 169).

Darauf aufbauend wollen wir in der nachfolgenden theoretischen Einbettung auf zwei Perspektiven eingehen, mit denen wir uns einer Betrachtung mathematischen Lernens als Erinnerungsprozess nähern möchten. Zunächst gehen wir mit dem Ansatz der Subjektiven Erfahrungsbereiche (SEB) nach Bauersfeld auf eine kognitionswissenschaftliche Perspektive ein. Anschließend werden wir diesen Ansatz um neurowissenschaftliche Erkenntnisse und damit eine zweite Perspektive erweitern. Im zweiten Abschnitt der theoretischen Einbettung werden wir die beiden Perspektiven zusammenführen. Abschließend wollen wir auf ein Fallbeispiel eingehen, mit welchem wir Erinnern von mathematischem Wissen zur Anwendung in unterschiedlichen Lebensbereichen beschreiben wollen.

2. Theoretische Einbettung

In diesem Abschnitt wollen wir auf eine Beschreibung von erinnerten und aktiviertem mathematischen Wissen eingehen. Dabei wollen wir ein Erinnern im Sinne aktueller Gedächtnisforschung als rekonstruktiven Prozess verstehen. Wie bereits in der obigen Situation geschildert, sind wir bei dem Versuch, uns an einen bestimmten Informationsbestandteil zu erinnern häufig nicht in der Lage diesen direkt abzurufen, vielmehr rekonstruieren wir uns die Information auf »Grundlage einer allgemeineren Form gespeicherten Wissen[s]« (Gerrig/Zimbardo 2008, S. 263). Eine Möglichkeit der Rekonstruktion erinnelter und aktivierter Wissensstrukturen bietet unsere Idee einer *integrativen kognitions- und neurowissenschaftlichen Erkenntnisdimension* (knE). Diese wollen wir im Folgenden anhand der kognitiven Dimension Subjektiver Erfahrungsbereiche (SEB) nach Bauersfeld (1983; 1985) in Erweiterung durch neurowissenschaftliche Erkenntnisse detaillierter beschreiben.

2.1 Kognitionswissenschaften am Beispiel der SEB

Die Kognitionswissenschaft entwickelte sich Anfang der 1960er Jahre mit einem losen Zusammenschluss von Wissenschaftlern unterschiedlicher Disziplinen, um der Frage nachzugehen, wie das menschliche Gehirn und Gedächtnis arbeiten. Für unsere Arbeit verstehen wir unter Kognitionswissenschaft das »interdisziplinäre Gebiet, das sich mit der Untersuchung der Informationsverarbeitung, ihren Prozessen und Zugangssystemen befasst« (Gerrig/Zimbardo 2008, S. 736).

Zunächst gehen wir auf die SEB ein. Dazu werden wir den Ansatz der SEB nach Bauersfeld (1983; 1985) beschreiben. Der SEB-Ansatz bietet Möglichkeiten zur Darstellung insbesondere kognitiver Aspekte von individueller Wissensaktivierung und -entwicklung. Lernen im Sinne des Ausbildens, Vernetzens und Strukturierens von Theorien über die Empirie kann mithilfe dieses deskriptiven Ansatzes beschrieben werden. Vereinfacht handelt es sich bei den SEB um individuelle kognitive und affektive Wissensstrukturen von Individuen, die kontextspezifisch aufgebaut werden. Dazu ist »jede subjektive Erfahrung [...] bereichsspezifisch, d. h. die Erfahrungen eines Subjekts gliedern sich in Subjektive Erfahrungsbereiche« (Bauersfeld 1985, S. 10). Mithilfe des Ansatzes der SEB kann eine kontextspezifische Ausprägung von Wissen, sowie auftretende Deutungskonflikte und verbundene Aushandlungsprozesse in Mikroanalyse abgebildet werden. Eine »entscheidende Grundlage für die Bildung eines SEB [sind] die Handlungen des Subjekts und der von ihm konstruierte Sinnzusammenhang« (Bauersfeld 1985, S. 14). Lernen kann im Sinne Bauersfelds »als Erwerb neuer

SEB« (1983, S. 2) beschrieben werden. Entweder durch eine Vermehrung von Erfahrungen, von SEB (quantitativ) oder durch eine Vernetzung und Verbindung von Erfahrungen (qualitativ) (Bauersfeld 1985). Nach Bauersfeld sind SEB kumulativ geordnet und bilden ein auf sich selbst bezogenes System – die »Society of mind« (Minsky 1985, S. 17). Minsky beschreibt die Society of Mind als ein

»scheme in which each mind is made of many smaller processes. These we'll call agents. Each mental agent by itself can only do some simple thing that needs no mind or thought at all. Yet when we join these agents in societies – in certain very special ways – this leads to true intelligence.« (Minsky 1985, S. 17)

In der von Minsky beschriebenen Society of Mind liegen die SEB nach Bauersfeld unverbunden, isoliert und bereichsspezifisch vor. Eine Vernetzung wird möglich, wenn ein neuer, eben ein »vermittelnder SEB« (Bauersfeld 1985, S. 16) ausgebildet wird. Bevor wir auf eine Verbindung des SEB-Konzepts und neurowissenschaftlicher Erkenntnisse zu sprechen kommen, werden wir den Prozess des Erinnerns zunächst vor dem Hintergrund höherer Hirnleistungen diskutieren. Auf eine Verbindung für das Lernen von Mathematik gehen wir ihm dritten Abschnitt mit der Diskussion der Idee einer integrativen kognitions- und neurowissenschaftlichen Erkenntnisdimension (knE) zur Rekonstruktion erinnelter und aktivierter Wissensstrukturen ein.

2.2 Höhere Hirnleistungen

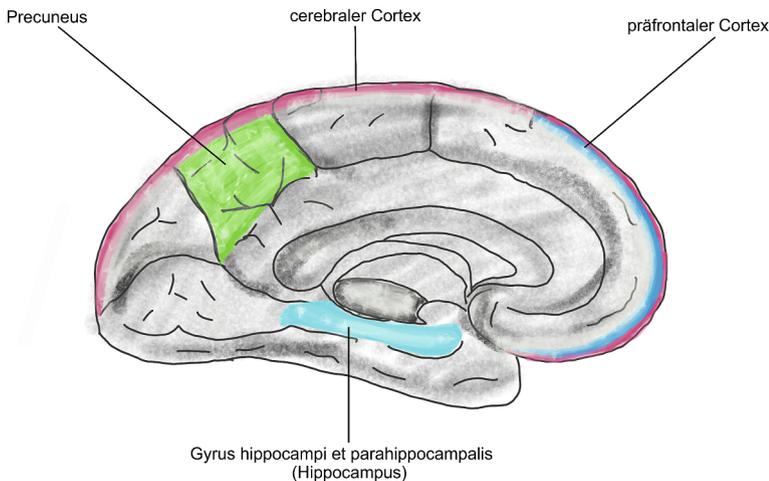
In diesem Abschnitt beschreiben wir einige höhere Hirnleistungen, die für ein Verständnis unserer Arbeit bedeutsam sind.

Unter Neurowissenschaften verstehen wir mit Gerrig und Zimbardo (2008, S. 739), die »wissenschaftliche Erforschung des Gehirns und der Verbindungen zwischen Gehirnaktivität und Verhalten«. Es geht somit um »die Untersuchung der Wechselwirkung zwischen Denkprozessen und Hirnfunktionen« (Myers 2008, S. 7–8).

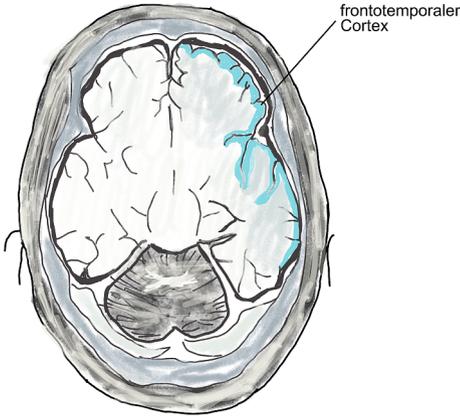
In unserem Gehirn sind Nervenzellen in verschiedenen Regionen miteinander vernetzt – das nennen wir »Zell-Ensembles« (Staffen/Kieslinger 2010, S. 21). Abgespeichert werden Informationen durch eine gemeinsame Aktivierung dieser Nervenzellen. Dies führt zu einer Verstärkung der synaptischen Verbindungen untereinander. Für ein Erinnern reicht dann die Aktivierung eines Teils des Zell-Ensembles, »um die ganze Einheit in Gang zu setzen« (Staffen/Kieslinger 2010, S. 21) – zum Beispiel wird ein Objekt auch erkannt, wenn nur ein bestimmter Teil des Objektes gesehen wird. Für einen Erinnerungsprozess spielen sowohl das Kurz-, als auch das Langzeitgedächtnis eine entscheidende Rolle. Zur Festigung einer Erinnerung im Kurzzeitgedächtnis, muss eine Erregungskon-

stellation im selben Zell-Ensemble kreisen, bis sich zwischen den Zellen strukturelle Anpassungen ereignen. Im Langzeitgedächtnis ist die oben beschriebene gemeinsame Aktivierung entscheidend. Denn soll eine Erinnerung gefestigt werden, muss »es zu Umbauprozessen im Bereich der Kontaktstellen zwischen den Zellen« (Staffen/Kieslinger 2010, S. 21) kommen. Auch beim Abrufen der Erinnerung handelt es sich wieder um eine gemeinsame Aktivierung des entsprechenden Zell-Ensembles. Dabei ist jedoch bis heute unklar, »wie [die] elektrischen Aktivitäten in den verschiedenen Hirnarealen wieder zusammenkommen, um eine einheitliche Wahrnehmung zu ermöglichen« (Staffen/Kieslinger 2010, S. 26). Für bildhafte Erinnerungen wird beispielsweise die Funktion des Hirnareals des Präcuneus (als the mind's eye; Abb. 1 a)) diskutiert (Piefke/Markowitsch 2010, S. 29). Interessant ist, bekannt aus pathologischen Fällen zu retrograden Amnesien, dass durch eine Schädigung des Hirnareals Hippocampus (Abb. 1 a) und Abb. 2) gegenwärtige Informationen nicht erinnert werden können, während jedoch Erinnerungen aus der Kindheit erhalten und das episodische Gedächtnis intakt bleiben.

Relevante Hirnstrukturen für das episodisch-autobiographische Gedächtnis sind für den Einspeicherungsprozess das limbische System (Abb. 2) und der präfrontale Cortex (Abb. 1 a)), für die Festigung und Ablagerung der cerebralen Cortex und limbische Regionen (Abb. 2) und für den Abruf der rechte fronto-temporale Cortex (Abb. 1 b)) sowie limbische Regionen (Markowitsch 2009).



a)



b)
 Abb. 1: Schematische Zeichnungen a) Hirnstrukturen im sagittalen Anschnitt, b) Hirnstrukturen im transversalen Anschnitt (Quelle: eigene Darstellung)

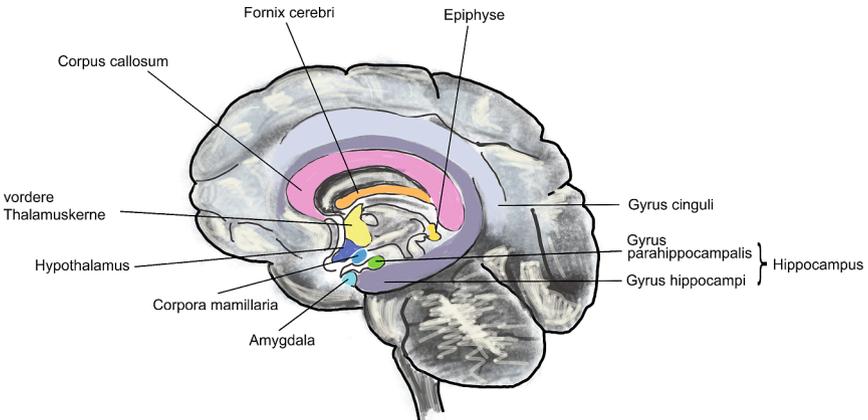


Abb. 2: Schematische Zeichnung *das limbische System* im sagittalen Anschnitt (Quelle: eigene Darstellung)

Soll eine Erinnerung vom Kurz- in das Langzeitgedächtnis überführt werden, setzt dies zunächst eine längere Beschäftigung mit der Information voraus, bevor sich dann ein durch Neurotransmitter aktiviertes Molekül in den Kern der Nervenzelle verlagert (Frick-Salzmann 2010). Dieses Molekül gibt dem Protein CREB dann die Anweisung, neue synaptische Verbindungen zu bilden und damit eine Spur im Langzeitgedächtnis zu entwickeln (Frick-Salzmann 2010). Dadurch kann sich der Bemerkung Powers (2006, S. 452) schnell angeschlossen werden: »Das Gehirn, das eine Erinnerung abrief, war nicht das Gleiche, das diese Erinnerung eingelagert hatte. Sogar das Abrufen einer Erinnerung veränderte das, was vorher da gewesen war. Jeder Gedanke veränderte und verfestigte neue

Bahnen«. Für kognitive Entwicklungsziele sind Hirnfunktionen wie ein Erinnern, ein Aktivieren von Wissen (Dekodierung) entscheidend (Puck 2010). Hofer (2010, S. 77) beschreibt den Prozess des Speicherns und späteren Erinnerns und Wiedererkennens von Erfahrungen in fünf Phasen:

- (1) Informationsaufnahme
- (2) Einspeichern (Enkodieren)
- (3) Festigen (Konsolidieren)
- (4) Ablagern
- (5) Abrufen

Dabei geht er mit Bezug auf Kühnel und Markowitsch (2009) auf Stress als möglichen Faktor ein, der einen Erinnerungsprozess behindern kann. Demnach haben Stresshormone ungünstige Wirkung auf das Hirnareal des Hippocampus. Stresshormone hemmen. Im Gehirn tritt eine verminderte Glukoseaufnahme auf, wodurch weniger Energie zur Verfügung steht. Durch eine Dauererregtheit kommt es gleichzeitig zu einer Toxizität des Glutamats. Gelerntes kann unter Stress nicht erinnert werden (Kühnel/Markowitsch 2009). Dabei kann sich beispielsweise auch ein Schlafmangel negativ auf die Verarbeitung von Erfahrenem auswirken, denn im Schlaf werden Erinnerungen gefestigt (Hofer 2010).

Für eine Rekonstruktion erinnerter und aktivierter Wissensstrukturen wollen wir nachfolgend auf die von uns entwickelte integrative kognitions- und neurowissenschaftliche Erkenntnisdimension (knE) zu sprechen kommen.

2.3 Integrative kognitions- und neurowissenschaftliche Erkenntnisdimension – knE

Wir wollen für unsere Arbeitsdefinition bewusst die singuläre Form nutzen, denn damit gibt das knE-Konzept die Möglichkeit, unterschiedliche Ansätze aus Kognitions- und Neurowissenschaften miteinander zu verbinden. Mit dem integrativ gedachten knE-Konzept sollen »externe« Beschreibungen von Verhalten und Handlungen in mathematischen Lernsituationen mit einer Beschreibung »interner« Prozesse (beispielsweise gemessene Hirnaktivität) zusammengebracht und in einen mathematikdidaktischen Diskurs eingebracht werden. Dazu wollen wir folgende Arbeitsdefinition zugrunde legen: Zu knE (\triangleq kognitions- und neurowissenschaftliche Erkenntnisdimension) zählen Beschreibungen und Analysen, die mit Blick auf die Mathematikdidaktik gleichzeitig eine kognitions- und eine neurowissenschaftliche Perspektive auf den Forschungsgegenstand einnehmen. In der Kombination wird eine ganzheitlichere Perspektive auf Lehren und Lernen von Mathematik ermöglicht (Pielsticker 2022; Pielsticker/Witzke 2022).

Es gibt bereits mehrere Arbeiten, die auf eine Bereitschaft zur Kombination und Integration hinweisen und den Versuch, »die Schnittstelle zwischen den kognitiven Neurowissenschaften und der Mathematikdidaktik zu überwinden« (Gössinger 2020, S. 3). Bauersfeld (1998) formuliert »Neurowissenschaft und Fachdidaktik – diskutiert am Beispiel der Mathematikdidaktik«, Ansari und Lyons (2016) gehen der Frage nach, »Cognitive neuroscience and mathematics learning: how far have we come?« und Gössinger (2020) diskutiert »Cognitive neuroscience meets mathematics education«. Es gibt bereits ein sehr bekanntes, rezipiertes und in der Forschung häufig aufgegriffenes Modell, welches sich interdisziplinär (z. B. auch zur Beschreibung anatomisch-funktionaler Vorgänge) mit dem Zahlenbegriff auseinandersetzt, das Triple-Code-Modell (Dehaene/Cohen 1997; Arsalidou et al. 2018). Es gibt bereits einige kognitionspsychologische Studien, welche medizinische Bildgebungstechnik für die Beschreibung aktivierten Wissens einsetzen und sich dazu gerne mathematischer Items zur Datenerhebung bedienen. Dabei könnten mathematikdidaktische Perspektiven (z. B. hinsichtlich Stoffdidaktik) einen wesentlichen Beitrag leisten. Bisher werden aus den Ergebnissen aus mathematikdidaktischer Sicht teilweise zumindest fragwürdige Verallgemeinerungen gezogen. Für knE fokussieren wir auf Grundlage unseres Erkenntnisinteresses insbesondere auf das (mathematische) Problemlösen (welches bspw. Rasch 2006 in seiner Arbeit »Verstehen abstrakter Sachverhalte. Semantische Gestalten in der Konstruktion mentaler Modelle« nur anreißt) zwischen den Polen, »konkret-isoliertes Denken« und »übergeordnetes Denken« zur tiefgehenden Analyse von Lernprozessen.

Bevor wir das integrativ gedachte knE-Konzept in einem nächsten Abschnitt an einem gewählten Fallbeispiel erläutern, wollen wir an dieser Stelle mit Blick auf eine Rekonstruktion erinnelter und aktivierter Wissensstrukturen auf drei der vier Thesen von Bauersfelds SEB-Ansatz eingehen. Es geht uns dabei um eine Verbindung des kognitionswissenschaftlichen SEB-Ansatzes und höherer Hirnleistungen aus neurowissenschaftlicher Perspektive. Eine Betrachtung und Diskussion dieser Verbindung ist interessant vor dem Hintergrund der Rekonstruktion erinnelter und aktivierter Wissensstrukturen. Durch die Verbindung und die neue Erkenntnisdimension innerhalb des knE-Konzepts kann eine breitere Argumentationsbasis zur Beschreibung gewonnen werden. Mit seinen Thesen bezieht sich Bauersfeld darauf, wie Lernen – oder allgemeiner, Kognition – im Sinne von subjektiven Erfahrungsbereichen beschrieben werden kann. Im Grunde werden nach Bauersfeld unsere Wahrnehmungen über die Umwelt, die uns umgibt und die darüber stattfindende Interaktion in von den Individuen konstruierten *Schubladen* abgespeichert. Erinnerung bedeutet in diesem Modell, dass eine dieser *Schubladen* (zumeist) unbewusst auf Grundlage eines spezifischen Reizes geöffnet und genutzt wird, um sich in einer spezifischen Situation adäquat zu verhalten. Nun beschäftigen sich Mathematikdidaktiker systematisch

damit Lehrerinnen und Lehrer Hinweise dafür zu geben, wie sie bestimmte Erinnerungen von Lernenden ansprechen können, damit diese neues mathematisches Wissen aufbauen können. So ist es zum Beispiel für die Algebra wichtig, über die Grundregeln der Arithmetik nicht nur theoretisch zu verfügen – also die geeignete Schublade, den geeigneten SEB bereits ausgeprägt zu haben –, sondern diese auch in der angemessenen Situation aktivieren und in neue Wissensentwicklungsprozesse einbringen zu können. Insbesondere wenn wir im Mathematikunterricht den Eindruck haben, die Schülerinnen und Schüler erfassen einen intendierten Inhalt nicht im gewünschten Verständnis, greifen Lehrkräfte häufig zu Veranschaulichungen von Sachverhalten. Geht es beispielsweise um Bruchzahlen wird auf Alltagssituationen (Zeit- und Inhaltsangaben wie eine viertel Stunde oder ein halbes Glas voll Apfelsaft) verwiesen oder es werden Anschauungsmittel (Modell von Tortenstücken) genutzt, um Kindern die Möglichkeit zu eröffnen, sich gezielt zu erinnern und diese Erinnerung bei der Konstruktion neuen Wissens einzusetzen. Sich erinnern und Erinnerung und vielmehr noch ein gezieltes Ansprechen davon sind also ein wesentliches Anliegen mathematischer Lehr- und Lernzusammenhänge.

Bauersfeld fasst die Denkprozesse im Konzept der sogenannten subjektiven Erfahrungsbereiche zusammen. Damit bezeichnet er Wissensschubladen, welche über gewisse Objekte und gewisse Handlungen, die dazu passen, definiert sind. Dies könnten in der Mathematik beispielsweise Objekte wie Würfel im Zusammenhang der Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten sein (Pielsticker 2020). Diese können dann zum Beispiel in Spielkontexten gewürfelt werden (Handlungen), um zufällige Anzahlen von Schritten zu bestimmen. Wir – so die Idee der subjektiven Erfahrungsbereiche – merken uns Objekte und zugehörige Handlungen eingebettet in weitere Informationen (beispielsweise Melodien, Gerüche und Emotionen) und legen diese in Wissensschubladen ab, die dann potenziell zu erneuter Aktivierung bereitstehen – das heißt erinnert werden können. Wie genau diese Aktivierungsprozesse, also das Erinnern abläuft, ist leider weder in den Kognitionswissenschaften noch in den Neurowissenschaften bisher hinreichend geklärt. Auch wir selbst kennen das, oftmals haben wir keinen bewussten Zugriff darauf welches Wissen wir in einer Situation aktivieren. Dies passiert häufig unbewusst. Für Bauersfelds für die Mathematikdidaktik prägenden Ansatz schauen wir auf drei von vier Thesen die Bauersfeld über das Konzept der subjektiven Erfahrungsbereiche formuliert hat (Bauersfeld 1985). Wir schauen darauf, wie die SEB zu charakterisieren sind, wie diese Wissensschubladen organisiert sind und was uns das über das Erinnern sagt.

»1. These: Jede subjektive Erfahrung ist bereichsspezifisch, d. h. die Erfahrungen eines Subjektes gliedern sich in Subjektive Erfahrungsbereiche.« (Bauersfeld 1985, S. 11)

Laut Bauersfeld werden Erfahrungen eines Individuums im Geist/ im Gehirn als subjektive Erfahrungsbereiche abgelegt. Diese sind also individuell geprägt und beziehen sich jeweils auf einen bestimmten Bereich. Dies bedeutet natürlich auch, dass unsere Erinnerung bereichsspezifisch abläuft. Wir können uns also immer dann gut an Wissen erinnern, wenn wir (unser Gehirn) im Abgleich eine ähnliche Situation erkennen. Dies bedeutet, dass unser Erinnerungsvermögen – so die mathematikdidaktische Perspektive – nicht rein kognitiv, sondern beispielsweise auch emotional oder motorisch geprägt ist, was damit aus evolutionsbiologischer Perspektive unser Überleben als Menschen gesichert hat. Durch die oben beschriebene Art des Erinnerns sind wir auch in Gefahrensituationen sehr schnell handlungsfähig, jedoch steht uns diese in komplexen kognitiven Problemlösesituationen, wie sie der Mathematikunterricht häufig bietet, im Weg. Dort erscheint das Individuum am erfolgreichsten, dass abwägend aus einer Fülle von Handlungsoptionen die angemessenste bewusst aussucht.

»2. These: Die Gesamtheit der subjektiven Erfahrung präsentiert sich in einer Anhäufung von nicht-hierarchisch geordneten Subjektiven Erfahrungsbereichen – die ›society of mind‹ (Minsky 1982) –, die um eine Aktivierung konkurrieren, und zwar umso wirksamer, je häufiger sie wiederaktiviert bzw. je intensiver sie gebildet worden sind.« (Bauersfeld 1985, S. 12).

In der zweiten These beschreibt Bauersfeld nun, wie ein System aus vielen subjektiven Erfahrungsbereichen – also einer Vielzahl von *Erinnerungsschubladen* – aufeinander abgestimmt funktioniert. Er hält sich dabei an Marvin Minskys *Society of Mind*, die auf Grundlage von Betrachtungen zu informatorischen neuronalen Netzen unter Berücksichtigung neurobiologischer Aspekte entwickelt wurde. Diese These bezieht sich relativ klar auf Erinnerungsprozesse und ist daher für das Anliegen dieses Artikels von großer Relevanz. Idee ist, dass insbesondere Aktivierungsprozesse als Erinnerung verstanden werden können. Dafür, welche Erinnerungen tatsächlich in einem Wahrnehmungs-, Denkprozess aktiviert werden, gibt der letzte Teil der These (»die um eine Aktivierung konkurrieren, und zwar umso wirksamer, je häufiger sie wiederaktiviert beziehungsweise je intensiver sie gebildet worden sind«) wichtige Hinweise. Dieser verweist zunächst darauf, dass zu wahrgenommenen Phänomenen und Denkprozessen, in denen wir uns an etwas erinnern, potenziell immer mehrere verschiedene SEB in Frage kommen. Diese konkurrieren tatsächlich um Aktivierung, das heißt bestimmen unsere Erinnerung, wenn sie entweder zuvor besonders häufig oder besonders intensiv aktiviert wurden. *Intensiver* ist dabei einerseits wohl auf eine emotionale Verknüpfung, andererseits beispielsweise auf eine Einbeziehung möglichst vieler Sinne (Eingangskanäle) beim tatsächlichen Machen der Erfahrung zu beziehen. Auch hier wird wiederum klar, dass uns unsere kognitive Struktur (zumindest manchmal) für komplexeres mathemati-

ches Problemlösen im Wege steht. Denn nach der oben beschriebenen Theorie aktivieren wir nicht den angemessensten oder den in einer Situation hilfreichsten SEB, sondern oftmals den, der sich in der Vergangenheit als am effektivsten gezeigt hat.

Dies ist auch für das Mathematiklernen mittlerweile als eine wesentliche Herausforderung identifiziert. So fällt es beispielsweise insbesondere in Aufgaben mit Realitätsbezug Kindern und Erwachsenen gleichermaßen schwer mathematisches Wissen, über das sie eigentlich verfügen, zu aktivieren – sich gezielt daran zu erinnern. So erschließt sich auch die Wendung aus These 2, »Anhäufung von nicht-hierarchischen [SEB]«: So verweisen die meisten kognitionspsychologischen wie neurowissenschaftlichen Erkenntnisse darauf, dass es kein die Erinnerung ordnendes Element in der Society of Mind gibt – im Gegenteil, die verschiedenen Hirnareale scheinen um Aktivierung zu konkurrieren. Minsky erklärt dies mit der stammesgeschichtlichen Entwicklung des Gehirns: So setzt sich unser Gehirn aus einer Vielzahl verschiedener Hirnareale zusammen, die sich in unterschiedlichen Entwicklungsepochen entwickelt haben und bei unseren Vorläufern (insbesondere Reptilien) nicht nur im Kopf zentriert, sondern über den Körper verteilt lokalisiert werden können. Seine Interpretation ist, dass das menschliche Gehirn prinzipiell *verschiedene Gehirne* in sich vereint. Die Meisterleistung und notwendige Bedingung für unser Gehirn ist es nun beim Erinnern diese verschiedenen Gehirne (Hirnareale) koordiniert zusammenzubringen. Dafür ist die von Minsky beschriebene Society of Mind notwendig – ganz besonders dann, wenn zu einem mathematischen Problem beispielsweise verschiedene Lösungswege auf Grundlage von erinnertem Vorwissen genutzt werden sollen. Unsere klinischen Interviewstudien zeigen, dass es Probanden sehr schwer fällt ein mathematisches Problem – ist einmal ein Lösungsweg eingeschlagen – nochmals anders anzugehen und anders zu denken. Hier, so unsere empirischen Erkenntnisse, die sich mit Bauersfeld an anderer Stelle geäußerten theoretischen Annahmen decken, erscheint es notwendig von außen einen Impuls – ja einen Denkanstoß – zu erhalten, der aus dem Kontext herausführt, in dem man sich *festgedacht* hat. Genau hier muss die Unterstützung durch Lehrkräfte ansetzen, es braucht geeignete Gedankenimpulse, beispielsweise durch Arbeits- und Anschauungsmittel, die wir zum Beispiel mit dem 3D-Drucker für den Mathematikunterricht erzeugen, die aus dem Bereich, in den man sich *festgedacht* hat, herausführen. Nur diese neuen Kontexte, eingebettet in neue Denk- und Betrachtungsweisen mathematischer Probleme – so unsere empirischen Erhebungen an der Universität Siegen erzielten Ergebnisse – ermöglichen dann eine Lösung herausfordernder Problemsettings.

»3. These: Die entscheidende Grundlage für die Bildung eines SEB sind die Handlungen des Subjekts und der von ihm konstruierte Sinnzusammenhang, genauer: deren Ausformungen in der sozialen Interaktion.« (Bauersfeld 1985, S. 14)

Auch wenn sich die dritte These eher auf die Bildung neuer SEB und nicht so sehr auf die Aktivierung bereits ausgearbeiteter SEB (also in der Interpretation dieses Artikels auf Erinnern) bezieht, gibt sie uns dennoch Einblicke, wie *erinnerungswürdiges Wissen* entsteht. Letztlich sind es Handlungen von Individuen in einem bestimmten (bereichsspezifischen) Sinnzusammenhang, so zum Beispiel die Durchführung von Wahrscheinlichkeitsexperimenten mit Würfeln zur Bestimmung von relativen Häufigkeiten. Ein solcher erfolgreich konstruierter SEB rahmt in der Folge das Verständnis des Kindes von Wahrscheinlichkeiten (Pielsticker 2020). Soziale Interaktion bestimmt dabei, so zeigen dies ebenfalls unsere empirischen Studien beispielsweise an Schulen des *Bildungsconnectors: Olpe (bc:Olpe)*, die Ausformung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes in wesentlichem Maße. So diskutierten beispielsweise Schülerinnen und Schüler einer 8. Klasse der Sekundarschule Olpe auf unseren Impuls hin systematisch über das sogenannte *unmögliche Ereignis* und konnten diesen komplizierten theoretischen Begriff in ihr Verständnis von Wahrscheinlichkeit übernehmen. Letztlich legitimiert dies die Rolle der Lehrkräfte – (schulisches) Lernen im Fach Mathematik braucht Kommunikation, Interaktion, Erklären und Fragen. Nur so können die komplexen Inhalte tatsächlich mit Bedeutung gefüllt werden, das heißt mit Bauersfeld, in einen Sinnzusammenhang gebracht werden – das zu These 2 beschriebene *Festdenken* in einem spezifischen Bereich wird damit überwunden und das Wissen kann in geeigneten neuen Situationen erinnert werden. So zum Beispiel, wenn ein frequentistischer Wahrscheinlichkeitsbegriff, welcher in Würfelexperimenten wie den oben angesprochenen gebildet worden ist, im Zusammenhang des theoretischen Wahrscheinlichkeitsbegriff (sogenannte *Laplace Wahrscheinlichkeit*, das heißt die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis wie das Fallen der 6 bei einem gewöhnlichen sechsseitigen Spielwürfel) aktiviert und erinnert wird und somit Zusammenhänge konstruiert und Unterschiede deutlich werden.

Letzten Endes, so möchten wir unsere Ausführungen zu These 3 verstanden wissen, ist der geeignete soziale Impuls der Lehrkraft zur Aktivierung hilfreichen (in SEB angeordneten) Wissens ein wesentliches Element für einen erfolgreichen (Mathematik-)Unterricht. Diese Zusammenhänge auf einer Grundlagenebene in Kombination kognitions- und neurowissenschaftlicher Zugänge besser zu verstehen, ist aus unserer Sicht der Schlüssel für geeignete Interventionen, die geeignetes Erinnern von bereits gelerntem mathematischem Wissen begünstigen.

3. Fallbeispiel – Wissen aktivieren und erinnern

Die empirische Fallstudie dieses Beitrags thematisiert die Wissensaktivierungsprozesse und Erinnerungsfähigkeiten von Teilnehmerinnen und Teilnehmern bei der Lösung mathematischer Probleme. In der Erhebung konzentrieren wir uns auf zwei verschiedene Denkstile, welche tatsächlich typisch für unterschiedliche Klassen von subjektiven Erfahrungsbereichen sind: Während *prädikatives Denken* in der Mathematik vorzugsweise Anwendung findet, wenn Probleme auf algorithmische Art und Weise nach spezifischen (statischen) Mustern angegangen werden, ist funktionales Denken immer dann notwendig, wenn dynamisch in Abhängigkeiten gedacht werden muss und (mathematische) Objekte mental bewegt werden müssen, um zu einer Lösung zu gelangen. Während also beispielsweise schriftliche Rechenverfahren oder Kurvendiskussionen prädikatives Denken (und damit prädikative Denker) bevorzugen, steht bei Aufgaben zum dynamischen funktionalen Denken (Vollrath 1989, zum Beispiel: Welcher Graph beschreibt einen Wasserfüllvorgang passend? Wie hängen Ausgangsfunktion und Ableitungsfunktion zusammen?) eher *funktionales Denken* im Vordergrund. Mit Blick auf den aktuellen Mathematikunterricht gibt es eine deutliche Tendenz dazu, dass prädikative Lernumgebungen deutlich häufiger im Unterricht auftreten als funktionale; mathematikdidaktische Studien legen hingegen nahe, dass die Möglichkeit funktionalen Denkens wesentlicher Indikator für die Fähigkeit darstellt, komplexe (unerwartete) mathematische Probleme zu lösen (Schwank 2000; 2003). Dabei ist mit These 3 nach Bauersfeld anzunehmen, da SEB über Handlungen definiert sind, die einen Sinnzusammenhang stiften, dass sich die beiden genannten Denkstile auf Klassen von spezifischen SEB beziehen (Schwank 2000; 2003). Welcher Denkstil letztendlich aktiviert wird hängt dabei mit These 2 wohl davon ab, ob dieser wiederholt, intensiv und vor allem (subjektiv empfunden) bereits erfolgreich auf Problemlöseprozesse angewendet werden konnte.

Im Original heißt es bei Schwank dazu wie folgt:

»Wir kennen einmal [a] die Empfänglichkeit eines Gehirns für Gleichheiten (etwas anspruchsvoller: für Ähnlichkeiten/Verwandtschaften), die in Gedanken genutzt werden können, um Elemente in einen systematischen, strukturellen Zusammenhang zu bringen, die Gleichartigkeit fungiert dabei als Ordnungskriterium; zum anderen [b] die Empfänglichkeit eines Gehirns für Unterschiedlichkeiten, die in Gedanken genutzt werden können, um Elemente durch einen diese Unterschiedlichkeiten bewirkenden Konstruktionsprozess (etwas anspruchsvoller: durch Verkettungen von mehreren unterschiedlichen Konstruktionsprozessen) auf die Reihe zu bringen, die Unterschiedlichkeit fungiert dabei als Herstellungskriterium. Um diese beiden verschiedenartigen kognitiven Herangehensweisen zu unterscheiden, führen wir die Begriffe »prädikatives Denken« respektive »funktionales Denken« ein. Hierbei erinnert »prädikativ« daran, dass

bei [a] das wiederholte Zutreffen von Prädikaten überprüft wird, und »funktional« daran, dass bei [b] das wiederholte Funktionieren der Konstruktionsschritte getestet wird.« (Schwank 2003, S. 70)

Als gegebenes Problem in unserer empirischen Studie erhalten die Teilnehmerinnen und Teilnehmer unserer Fallstudie nacheinander fünf Figurenserien, bestehend aus jeweils acht Figuren. Die Problemlösung besteht darin, durch eine neunte (logisch) passende Figur die Figurenserien zu ergänzen. Wir halten uns für unsere Figurenserien an die Untersuchungsmethode QuaDiPF (Qualitatives Diagnoseinstrument für Prädikatives versus Funktionales Denken) (Schwank 1998). Zu bemerken ist, dass die Ergänzungsproblemstellungen von QuaDiPF keine vorgegebenen möglichen und alternativen Lösungsfiguren anbieten, sondern eine Lösungsfigur eigenständig durch die Teilnehmerinnen und Teilnehmer konstruiert und begründet werden soll (Armbrust 2006).

3.1 Erhebungskontext und Datenerhebung

Bei dem im Folgenden beschriebenen Teilnehmer unserer Fallstudie, Jannis (Name geändert), handelt es sich um einen 23-jährigen Lehramtsstudenten mit den Fächern Biologie und Chemie. Der Teilnehmer befand sich zum Zeitpunkt der Erhebung im 3. Semester des Masters für das Lehramt für Gymnasien. Die komplette Erhebung wurde videodokumentiert und anschließend transkribiert (Meyer 2010). Mit einer qualitativen Auswertung der dargebotenen Lösungsfigur und Begründung des Lösungsweges wurde dann der entsprechende Denkstil der Teilnehmerinnen und Teilnehmer diagnostiziert.

Jannis wurde vor der klinische Erhebungssituation (Abb. 3) über soziale Medien angesprochen, ob er an einer Erhebung mit VR-Brille teilnehmen möchte, erhielt anschließend Ort und Raumnummer und den Zeitpunkt für die Datenerhebung genannt. Jannis hatte keine weiteren inhaltlichen Informationen zur Erhebungssituation. Es wurde auch peinlich genau darauf geachtet, dass alle inhaltlichen Hinweise aus dem Raum entfernt wurden, damit nicht im Vorfeld bereits eine inhaltliche Beeinflussung passierte oder bereits bestimmte Erfahrungsbereiche vom Teilnehmer aktiviert wurden. Zu Beginn der Datenerhebung gab es eine kurze organisatorische Einführung. Jannis erhielt Informationen, wie die VR-Brille zu tragen ist und eingestellt werden kann, welche Knöpfe des Joysticks während der Erhebung zu betätigen sind und wie der Verlauf der Erhebung aufgebaut ist. Auch wurde dem Teilnehmer vor Beginn der Datenerhebung mit VR-Brille eine Figurenserie als Beispielproblem gezeigt, um die Aufgabenstellung zu verdeutlichen. Danach wurde die VR-Brille aufgesetzt und mit der Datenerhebung begonnen. Die Datenerhebung mit der VR-Brille teilt sich in

drei Sessions. Dabei wurde die Brille über alle drei Sessions hinweg durchgängig getragen.



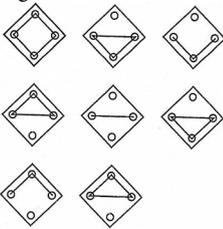
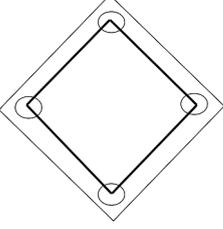
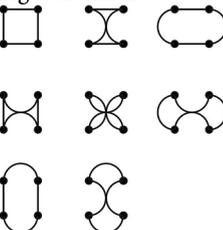
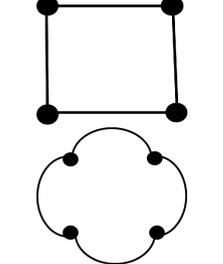
Abb. 3: Versuchsaufbau und Erhebungssituation mit VR (Quelle: eigene Fotografie)

Jannis hat für die gesamte Bearbeitung insgesamt circa 18 min gebraucht. Dabei umfasst die 3. Session die meiste Zeit.

Session 1: In dieser Session wurden den Teilnehmern einzeln fünf Serien von Figuren (stammen aus Schwank 1998) präsentiert. Die einzelnen Serien von Figuren standen in der VR-Brillen-Umgebung für jeweils 30 sec. zur Verfügung. Jannis sollte sich bereits in dieser ersten Session jeweils eine Lösungsfigur für die jeweilige Serie von Figuren überlegen. Dabei sollte nicht gesprochen werden.

Session 2: In einer zweiten Session hatte der Teilnehmer die Möglichkeit die einzelnen Serien von Figuren noch einmal einzeln durchzugehen und dabei seine Lösungsfigur und den Lösungsweg zu erläutern. Dabei gab es keine Zeitvorgabe. Nur Jannis sprach, durch die Interviewerin sollten keine Rückfragen gestellt werden. Die Interviewerin hat entlang der Erläuterungen von Jannis zu den einzelnen Serien von Figuren und der beschriebenen Lösungsfigur den Denkstil von Jannis analysiert. Das geschah parallel, damit in der 3. Session die Intervention mit speziellen Hinweisen gearbeitet werden konnte.

Session 3: In dieser dritten Session bekam Jannis noch einmal die gleichen fünf Serien von Figuren. Dieses Mal wurden die einzelnen Serien von Figuren mit speziellen Hinweisen gezeigt. Wurde für Jannis bei der ersten gezeigten Figurenserie ein prädikativ Denkstil diagnostiziert, so erhielt er für dieselbe Figurenserie in der 3. Session einen Hinweis zum funktionalen Denken. Zu zwei von fünf Figurenserien wurden die entsprechenden Hinweise zu den jeweiligen Denkstilen prädikativ und funktional aufgeführt (Tab. 1).

Serien von Figuren	Hinweis prädikativ Denken	Hinweis funktional Denken	Mögliche Lösungsfiguren
<p>Figurenserie 3</p> 	<p>Argumentiere über die symmetrischen Eigenschaften der Serie von Figuren.</p>	<p>Stell dir vor, es handelt sich um eine Draufsicht auf ein Brett mit vier Nägeln und einem gespannten Gummiband. Dieses Gummiband wird spalten- und zeilenweise bewegt.</p>	
<p>Figurenserie 4</p> 	<p>Achte auf die Linien, welche spalten- und zeilenweise gleichbleiben.</p>	<p>Stell Dir vor, Du kannst die Seiten der Serie von Figuren rein- und rausdrücken.</p>	

Tab. 1: Hinweise für die 3. Session für zwei verschiedene Figurenserien (Quelle der Figuren: Schwank 1998)

Diese beiden Figurenserien (Tab. 1) wurden für diesen Artikel ausgewählt, da ihre Lösung für Jannis tatsächlich eine Herausforderung darstellte. In dieser dritten Session sollte Jannis nun mit den entsprechenden Hinweisen und der jeweiligen Figurenserie noch einmal über seine Lösungsfigur und den Lösungsweg sprechen. Dabei wurde durch die Interviewerin notiert, ob Jannis zum einen bei seiner ersten Lösung geblieben ist und zum anderen, welchen Denkstil (prädikativ oder funktionales Denken) er in dieser dritten Session wählt.

3.2 Darstellung der Ergebnisse

Für den Teilnehmer Jannis konnte in der 2. Session durch die Interviewerin zunächst ein prädikativer Denkstil diagnostiziert werden. Dies kann mithilfe des Ansatzes der SEB dargestellt werden. Jannis verwendet für die Beschreibung seines Lösungsweges zur Lösungsfigur *prädikative Werkzeuge* (Schwank 1999). Er sucht nach Eigenschaften oder entdeckt eigene Gesetzmäßigkeiten in der gegebenen Problemstellung. Jannis versucht die Figurenserie zu strukturieren, indem er auf gegebene Objekte achtet, wie spezielle (geometrische) Formen innerhalb der Figurenserien (z. B. Punkte, Kreise, Sterne, Quadrate, etc.). Gleichzeitig beschreibt er im Sinne aktivierter und erinnelter SEB die an den Objekten ausgeführten Handlungen (z. B. dass in jeder Figur der gegebenen Figurenserie die mittlere Form gleich bleibt, die Form also auch für die Lösung erhalten bleiben muss, oder dass das Objekt in der Mitte überall ist). Jannis achtet darauf, dass sich eine (geometrische) Form in einer Zeile oder in einer Spalte immer an der gleichen Stelle befindet – statische Merkmale. Er achtet auf Muster und das, was entsprechend des Musters gleich *behandelt* wird. Jannis nimmt auf die Problemstellungen (Figurenserien) somit eine prädikative Perspektive ein und hat sich in diesem Sinne im prädikativen Denkstil *festgedacht*. Der Denkstil verweist wiederum auf eine Klasse von aktivierten und erinnerten SEB. Schwierigkeiten ergaben sich für Jannis bei den beiden Figurenserien (3. und 4.), welche in Tab. 1 abgebildet sind. Zunächst stellen wir die Ergebnisse aus der 2. Session dar.

Im Transkript (Tab. 2) stellt Jannis dar, dass er zu seinem Bedauern bei beiden Figurenserien keine Lösungsfigur angeben kann. Auch seinen Lösungsversuch verbalisiert er nicht. Da die Interviewerin in der 2. Session entsprechend des angelegten Forschungssettings nicht eingreifen sollte, wurde nicht weiter nach dem Lösungsweg gefragt.

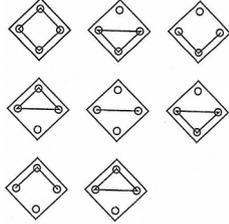
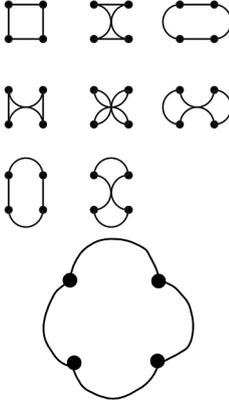
J	17:40	Ich komm nicht drauf.	<p>Figurenserie 3</p>
I	17:55	Dann darfst Du weitermachen.	
J	18:01	Hmm, da muss ich auch erst noch einmal gucken.	<p>Figurenserie 4</p>
J	18:43	Ja, also auch da habe ich erst einmal keine Lösung.	
I	18:46	Dann kannst Du erst einmal weitermachen.	

Tab. 2: Transkript zu den beiden schwierigen Figurenserien aus der 2. Session (Quelle der Figuren: Schwank 1998)

Im folgenden Transkriptauszug (Tab. 3) der 3. Session erhält Jannis zusätzlich zu der jeweiligen Figurenserie auch einen Hinweis entsprechend des prädikativen oder funktionalen Denkstils.

Für die dritte Figurenserie, bei der Jannis keine Lösungsfigur entwickeln konnte, erhält er im Sinne seines diagnostizierten Denkstils einen Hinweis zum prädikativen Denken (Tab. 3, 23:11). Trotzdem bleibt es ihm unmöglich, eine Lösungsfigur und einen Lösungsweg zu entwickeln.

Für die vierte Figurenserie erhält Jannis dann einen Hinweis im Sinne des funktionalen Denkens (Tab. 3, 23:50). Damit ist es Jannis möglich, eine Lösungsfigur zu entwickeln, zu beschreiben und zusätzlich seinen Lösungsweg zu verbalisieren.

J	23:11	Hmm.	<p>Argumentiere über die symmetrischen Eigenschaften der Serie von Figuren.</p> 
J	23:24	Also auch mit dem Hilfssatz komme ich irgendwie nicht auf die Lösung.	
I	23:27	Okay, dann machen wir weiter.	
J	23:50	<p>Ehm. ... Dann würde ich jetzt hier sagen, dass die fehlende Form ehm, praktisch, wenn man diese in der dritten Zeile und in der ersten Spalte die Form nimmt und jetzt mal nach rechts kopiert und dann noch rechts und links zwischen den beiden Punkten jeweils einen Halbkreis nach außen stülpt die Form. In der Mitte (spaltenweise) sind die Seiten rechts und links immer eingedrückt und ja in der dritten Spalte werden die nach außen rausgedrückt, d. h., jetzt würde man dann hier einfach, dass, was in der dritten Zeile, in der zweiten Spalte eingedrückt ist, nach außen rausdrücken.</p>	<p>Stell Dir vor, Du kannst die Seiten der Serie von Figuren rein- und rausdrücken.</p>  <p>Zeichnung der Lösungsfigur entlang Jannis Beschreibung.</p>
I	24:47	Okay und das letzte.	

Tab. 3: Transkript zu den beiden Figurenserien aus der 3. Session (Quelle der Figuren: Schwank 1998 und eigene Darstellung)

3.3 Diskussion der Ergebnisse

Der Lösungsprozess zu Figurenserie 4 (Tab. 1, 2 und 3) von Jannis lässt sich sehr prägnant im oben beschriebenen theoretischen Zusammenhang der verschiedenen Denkstile (*prädikativ* und *funktional*) mit Blick auf verschiedene Klassen von SEB beschreiben. Zur Lösung der jeweiligen Figurenserien erscheint es hilfreich, hinreichend ähnliche (insbesondere bezogen auf den Denkstil) SEB zu

aktivieren, um eine passende Lösungsfigur zu finden. Jannis gelingt dies für 3 von 5 Figurenserien problemlos – die Figurenserien 3 und 4 (an 3. und 4. Position der Reihenfolge der Figurenserien bei der Datenerhebung in allen drei Sessions), welche oben thematisiert werden, waren für Jannis dagegen herausfordernd. Für Serie 3 findet Jannis trotz Hilfestellung durch die Interviewerin (den *Hinweis/Impuls*, Tab. 1 und 3) keine Lösung, Serie 4 kann schließlich mit Hilfe eines Impulses korrekt gelöst werden. Schauen wir daher detaillierter auf Jannis Ausführungen zu Serie 4. Diese versucht Jannis zunächst wohl, im Stile der anderen vorangegangenen und hier nicht diskutierten Serien, prädikativ zu lösen. Jannis fokussiert dabei grundsätzlich auf statische Merkmale und Muster, die sich zeilenweise und spaltenweise verändern. Zum Beispiel beschreibt Jannis für die folgende Figurenserie (Abb. 4) gegebene Objekte und daran ausgeführte Handlungen, die gleichbleiben.

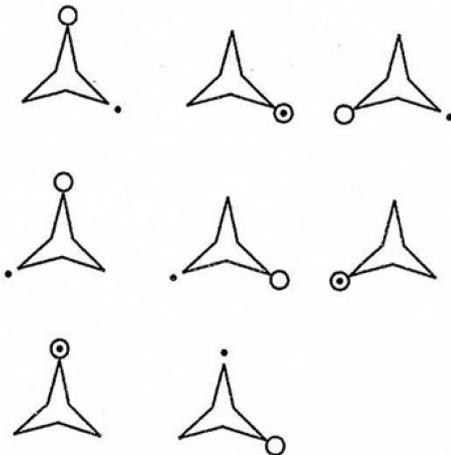


Abb. 4: Erste Figurenserie (Schwank 1998) innerhalb der Datenerhebung mit VR

Jannis beschreibt drei strukturierende Objekte, aus denen die Figurenserie (Abb. 4) besteht: Ein Punkt, ein Kreis und ein Stern in der Mitte. Zusätzlich beschreibt er Eigenschaften und durchgeführte Handlungen. Zum Beispiel bleibt der Stern immer gleich. In jeder Zeile befindet sich der Punkt an der gleichen Stelle und in jeder Spalte befindet sich der Kreis an der gleichen Stelle. Er aktiviert also eine Klasse von SEB, die es ihm erlaubt, die Figurenserie entsprechend statischer und gleichbleibender Merkmale zu strukturieren.

Dabei scheint er sich aber im prädikativen *festzudenken* und ist tatsächlich nicht in der Lage, eine Lösung für Serie 4 anzugeben (Tab. 2). Der Blick in Tab. 3 zeigt, dass erst ein Hinweis auf Handlungen, die das Einnehmen einer funktionalen Perspektive auf die Figurenserie nahelegen, ihn zu einer Formulierung der

(intendierten) Lösung bewegen kann. Er beschreibt nun explizit, wie er die Seiten der Figuren *reindrückt* und *rausdrückt* – der Impuls führt also dazu, dass Jannis einen anderen SEB aktiviert und erinnert, zwar bleiben die Figuren vordergründig die gleichen, durch den beschriebenen Perspektivwechsel kann nun aber an den Seiten *gezogen* und diese *gedrückt* werden als würde es sich um flexible Stangen handeln. Letztlich führt in dieser Situation also der Impuls (Tab. 1) zum beschriebenen Perspektivwechsel zu einer Erinnerung an einen anderen SEB – welcher tatsächlich funktional erschlossen werden kann. Dieser Kontextwechsel ermöglicht eine neue Denkfigur und löst die Denkblockade im prädikativen Denken tatsächlich auf. Das heißt, der gezielte Impuls in sozialer Interaktion führt hier zu einer Neubewertung der Situation, die schließlich gelöst werden kann.

Es liegt nahe, dass dieser Effekt auch für Figurenserie 3 eingetreten wäre – hier wäre es interessant gewesen auch den Impuls (Tab. 1) zu einem Perspektivwechsel zu einer funktionalen Perspektive zu geben – der prädikative Impuls konnte ihm jedenfalls nicht helfen. Auch hier hatte sich Jannis *festgedacht* – ein Lösen der Blockade wäre somit vielleicht durch die Erinnerung an *funktionale* SEB geglückt, auch wenn dies Spekulation bleiben muss.

4. Fazit

Das knE-Konzept soll im Habilitationsprojekt »Creating an explanatory epistemic dimension for mathematics education: An integrative cognitive-neuroscientific approach« der Autorin grundlagentheoretisch und empirisch für die mathematikdidaktische Forschung fundiert werden. Dabei sollen in der Kombination von kognitions- und neurowissenschaftlichen Zugängen systematisch neue Erkenntnisse zum Üben, Problemlösen, Verarbeitung von Darstellungen, Ausprägung und Anwendung von Denkstilen etc. gewonnen werden, welche ihrerseits wiederum die theoretische Ausschärfung von knE für die Mathematikdidaktik ermöglichen. Dabei geht es um eine Beschreibung von Aktivierungsmustern im Gehirn beim Mathematiktreiben. Die knE soll die mathematikdidaktische Diskussion um Einsichten darüber bereichern, wie unser Gehirn arbeitet, wenn wir (mathematisch) denken.

Beobachten zu können, wo, wann gedacht wird, ob in vernetzten oder singulären Bereichen, wie sich diese vernetzen und wie sich diese »Denkverortungen« zum Beispiel durch Üben verschieben, eröffnet neue Dimensionen zur Erklärung mathematischer Wissensaktivierungsprozesse. Folgendes Zitat von Minsky (1990) fasst eine Beschreibung von Lernen als einen Erinnerungsprozess und als einen Aktivierungsprozess von Wissensstrukturen im Rahmen von Vernetzung zusammen:

»Es ist [...] schlecht, wie wir zulassen, dass Lehrer die Mathematik unserer Kinder zu schmalen und fragilen Türmen und Ketten formen, statt zu widerstandsfähigen querverbundenen Netzen. Eine Kette kann an jedem Glied zerbrechen, ein Turm kann beim leichtesten Stoß umfallen. Und das ist es, was in einer Mathematikstunde mit dem Geist eines Kindes geschieht, dessen Aufmerksamkeit nur einen Augenblick lang von einer hübsch geformten Wolke am Himmel abgelenkt wird.« (Minsky 1990, S. 193)

Literatur

- Armbrust, Stephan (2006): Die Werkzeuge »CoDyLa« und »QuaDiPF-Eye« zur Untersuchung funktionalen/ prädikativen Denkens sowie ihre empirische Erprobung. Schriftenreihe des Forschungsinstituts für Mathematikdidaktik Nr. 39. Osnabrück.
- Arsalidou, Marie/Pavliw-Levac, Matthew/Sadeghi, Mahsa/Pascual-Leone, Juan (2018): Brain areas associated with numbers and calculations in children: meta-analyses of fMRI studies. *Developmental Cognitive Neuroscience* 30, S. 239–250.
- Bauersfeld, Heinrich (1983): Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In: Bauersfeld, Heinrich/Bussmann, Hans/Krummheuer, Götz (Hrsg.), *Lernen und Lehren von Mathematik. Analysen zum Unterrichtshandeln II*. Köln, S. 1–56.
- Bauersfeld, Heinrich (1985): Ergebnisse und Probleme von Mikroanalysen mathematischen Unterrichts. In: Dörfler, Willibald/Fischer, Roland (Hrsg.), *Empirische Untersuchungen zum Lehren und Lernen von Mathematik*. Wien, S. 7–25.
- Bauersfeld, Heinrich (1998): Neurowissenschaft und Fachdidaktik – diskutiert am Beispiel Mathematik. *Mathematica didactica* 21 (2), S. 3–25.
- Begemann, Ernst (1997): *Lebens- und Lernbegleitung konkret*. Bad Heilbrunn.
- Brinkmann, Astrid (2013): *Vernetzungen im Mathematikunterricht. Eine Untersuchung zu linearen Gleichungssystemen in der Sekundarstufe I*. Saarbrücken.
- Dehaene, Stanislas/Cohen, Laurent (1997): Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex* 33 (2), S. 219–250.
- Frick-Salzman, Annemarie (2010): Gedächtnissysteme. In: Schloffer, Helga/Prang, Ellen/Frick-Salzman, Annemarie (Hrsg.), *Gedächtnistraining. Theoretische und praktische Grundlagen*. Berlin, Heidelberg, S. 34–43.
- Gerrig, Richard J./Zimbardo, Philip G. (2008): *Psychologie*. München.
- Gössinger, Petra (2020): Kognitive Neurowissenschaft meets Mathematikdidaktik Interdisziplinäre Forschungsdesigns mit Perspektiven für die Didaktik der Mathematik. *R&E-Source* 14, S. 1–15.
- Hofer, Alexander (2010): Gedächtnisstörungen bei psychischen Erkrankungen. In: Schloffer, Helga/Prang, Ellen/Frick-Salzman, Annemarie (Hrsg.), *Gedächtnistraining. Theoretische und praktische Grundlagen*. Berlin, Heidelberg, S. 77–82.
- Ischebeck, Anja/Zamarian, Laura/Schocke, Michael/Delazer, Margarete (2009): Flexible transfer of knowledge in mental arithmetic – An fMRI study. *Neuroimage* 44 (3), S. 1103–1112.

- Kunst- und Ausstellungshalle der Bundesrepublik Deutschland GmbH (2022): *Das Gehirn. In Kunst & Wissenschaft*. München.
- Lieury, Alain (2013): *Ein Gedächtnis wie ein Elefant? Tipps und Tricks gegen das Vergessen*. Berlin, Heidelberg.
- Markowitsch, Hans J. (2009): *Dem Gedächtnis auf der Spur: Die Neuropsychologie des autobiographischen Gedächtnisses*. In: Schröder, Johannes/Brecht, Frank G. (Hrsg.), *Das autobiographische Gedächtnis. Grundlagen und Klinik*. Berlin, S. 9–25.
- Markowitsch, Hans J./Welzer, Harald (2005): *Das autobiographische Gedächtnis. Hirnorganische Grundlagen und biosoziale Entwicklung*. Stuttgart.
- Meyer, Michael (2010): *Wörter und ihr Gebrauch – Analyse von Begriffsbildungsprozessen im Mathematikunterricht*. In: Kadunz, Gert (Hrsg.), *Sprache und Zeichen*. Hildesheim, Berlin, S. 49–82.
- Minsky, Marvin (1982): *Learning meaning* (unveröffentlichtes Manuskript MIT Artificial Intelligence Laboratory). Cambridge, MA.
- Minsky, Marvin (1985): *The society of mind*. New York, NY.
- Minsky, Marvin (1990): *Mentopolis*. Stuttgart.
- Mock, Julia/Huber, Stefan/Bloechle, Johannes/Bahnmueller, Julia/Moeller, Korbinian/Klein, Elise (2019): *Processing symbolic and non-symbolic proportions: Domain-specific numerical and domain-general processes in intraparietal cortex*. *Brain Research* 1714, S. 133–146.
- Mölle, Matthias/Schwank, Inge/Marshall, Lisa/Klöhn, Anke/Born, Jan (2000): *Dimensional complexity and power spectral measures of the EEG during functional versus predicative problem solving*. *Brain and Cognition* 44 (3), S. 547–563.
- Myers, David G. (2008): *Psychologie*. Berlin, Heidelberg.
- Piefke, Martina/Markowitsch, Hans J. (2010): *Gedächtnisbildung und -umbildung*. In: Schloffer, Helga/Prang, Ellen/Frick-Salzmann, Annemarie (Hrsg.), *Gedächtnistraining. Theoretische und praktische Grundlagen*. Berlin, Heidelberg, S. 27–33.
- Pielsticker, F. (2020): *Mathematische Wissensentwicklungsprozesse von Schülerinnen und Schülern. Fallstudien zu empirisch-orientiertem Mathematikunterricht am Beispiel der 3D-Druck-Technologie*. Wiesbaden.
- Pielsticker, Felicitas (2022): *Formulation of an epistemological dimension combining cognitive science and neuroscientific approaches for mathematics education*. *Research Gate*. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.15649.68962>.
- Pielsticker, Felicitas/Pielsticker, Christoph/Witzke, Ingo (2022, erscheint): *Symbolic representation in mathematics: fMRI-based neuroeducation perspectives on the hypothesis that symbolism is a relief for our brain when thinking about fractions*. *didacticum*.
- Pielsticker, Felicitas/Pielsticker, Christoph/Witzke, Ingo (2020): *Classifications of neuroscientific-radiological findings on »practicing« in mathematics learning*. *International Journal of Psychological and Behavioral Sciences* 14 (12), S. 1302–1310.
- Pielsticker, Felicitas/Witzke, Ingo (2022, erscheint): *Eine kognitions- und neurowissenschaftliche Erkenntnisdimension für die Mathematikdidaktik*. *Beiträge zum Mathematikunterricht*.
- Powers, Richard (2006): *Das Echo der Erinnerung*. Frankfurt am Main.

- Puck, Monika (2010): Trainingsziele. In: Schloffer, Helga/Prang, Ellen/Frick-Salzmann, Annemarie (Hrsg.), *Gedächtnistraining. Theoretische und praktische Grundlagen*. Berlin, Heidelberg, S. 123–135.
- Rasch, Thorsten (2006): *Verstehen abstrakter Sachverhalte. Semantische Gestalten in der Konstruktion mentaler Modelle*. Berlin.
- Schwank, Inge (1998): *QuaDiPF: Qualitative diagnostical instrument for predicative versus functional thinking*. Test Set, Ver.A. Osnabrück.
- Schwank, Inge (1999): On predicative versus functional cognitive structures. In: Schwank, Inge (Hrsg.), *European Research in Mathematics Education I.II*. Osnabrück, S. 84–96.
- Schwank, Inge (2003): Einführung in prädikatives und funktionales Denken. *ZDM Mathematics Education* 35, S. 70–78.
- Staffen, Wolfgang/Kieslinger, Klaus Dieter (2010): *Biologie des Gehirns*. In: Schloffer, Helga/Prang, Ellen/Frick-Salzmann, Annemarie (Hrsg.), *Gedächtnistraining. Theoretische und praktische Grundlagen*. Berlin, Heidelberg, S. 19–26.
- Tulving, Endel/Pearlstone, Zena (1966): Availability versus accessibility of information in memory for words. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior* 5 (4), S. 381–391
- Vester, Frederic (2004): *Denken, Lernen, Vergessen. Was geht in unserem Kopf vor, wie lernt das Gehirn, und wann läßt es uns im Stich*. München.
- Vollrath, Hans-Joachim (1989): Funktionales Denken. *Journal für Mathematik-Didaktik* 10 (1), S. 3–37.
- Winter, Heinrich (1984): Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht. *Mathematik lehren* (2), S. 4–16.

