

# **Course catalogue for the Bachelor and Master programme in Mathematics**

Department of Mathematics  
School of Science and Technology  
University of Siegen  
as of 5th April 2023

This catalogue defines the courses and combination of courses which can be attended for the generic modules in the Bachelor and Master programme in mathematics. It also serves as documentation of the contents of such courses.

This document is updated every semester at the start of the lecture period.

Depending on the main language of instruction, course content descriptions may only be available in German.

# Course catalogue

<b>Bachelor programme</b>	<b>3</b>
Axiomatik der Zahlbereiche (2+1 h weekly)	3
Commutative Algebra (4+2 h weekly)	3
Einfache Finite Elemente (2+1 h weekly)	3
Financial Engineering/Stochastik III (4+2 h weekly)	4
Fourier-Analysis (4+2 h weekly)	4
Geometrie (4+2 h weekly)	4
Geometrie von Kurven und Flächen (4+2 h weekly)	5
Kodierungstheorie I (2+1 h weekly)	5
Kodierungstheorie II (2+1 h weekly)	5
Konvexgeometrie (4+2 h weekly)	6
Kryptographie I (2+1 h weekly)	6
Kryptographie II (2+1 h weekly)	6
Nichtlineare Optimierung (4+2 h weekly)	6
Partielle Differentialgleichungen (4+2 h weekly)	7
Statistical Analysis (4+2 h weekly)	7
Topologie (4+2 h weekly)	7
<b>Master programme</b>	<b>8</b>
Algorithmische Spieltheorie (4+2 h weekly)	8
Amenable Gruppen (4+2 h weekly)	8
Approximations- und Online-Algorithmen (4+2 h weekly)	8
CFD: Computational Fluid Dynamics (2+1 h weekly)	9
CM: Computational Mechanics (2+1 h weekly)	9
Data Mining (2+1 h weekly)	9
Differentialgeometrie (4+2 h weekly)	9
Elliptische Kurven (4+2 h weekly)	10
Elliptische partielle Differentialgleichungen (4+2 h weekly)	10
FE-Software Design (2+1 h weekly)	10
Funktionalanalysis II (4+2 h weekly)	11
Funktionalanalysis III (4+2 h weekly)	11
Geomathematik (4+2 h weekly)	12
Geometrische Gruppentheorie (4+2 h weekly)	12
Harmonische Analyse (4+2 h weekly)	13
Höhere Kombinatorik (4+2 h weekly)	13
Mathematische Modelle der Erdbebenforschung (4+2 h weekly)	14
Numerik III (4+2 h weekly)	15
Numerik IV (4+2 h weekly)	15
Numerik inverser Probleme (4+2 h weekly)	16
Optimale Steuerungen (4+2 h weekly)	17
Statistical Computing (2+1 h weekly)	18
Stochastisch Dynamische Optimierung (4+2 h weekly)	18
Stochastische Integration und stochastische Differentialgleichungen (4+2 h weekly)	19
Stochastische Prozesse der Finanz- und Versicherungsmathematik (4+2 h weekly)	19

Symplektische Geometrie (4+2 h weekly) . . . . .	19
Theorie und Numerik von Variationsungleichungen (2+1 h weekly) . . . . .	19
Wahrscheinlichkeitstheorie (4+2 h weekly) . . . . .	20

## Course catalogue for the Bachelor programme

### Axiomatik der Zahlbereiche (2+1 h weekly)

- utilisation: as module element A.1 or A.2 in one of the modules
- Weiterführung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–2 (4MATHBA54–55)
- contents:
- Peano-Axiome der natürlichen Zahlen
  - angeordnete Ringe und die ganzen Zahlen
  - angeordnete Körper und die rationalen Zahlen
  - Vollständigkeit und die reellen Zahlen

### Commutative Algebra (4+2 h weekly)

- utilisation: as module element B in one of the modules
- Weiterführung Algebra 1–2 (4MATHBA51–52)
- contents:
- Localization and tensor products: Theorem of Cayley-Hamilton and Nakayama's Lemma, localization of rings and modules, local properties, chain conditions
  - Primary decomposition: Definition and existence in Noetherian rings, uniqueness results
  - Integral ring extensions: Lying over, going up, going down
  - Krull dimension, Noether normalization, Hilbert's Nullstellensatz, Krull's principal ideal theorem
  - Valuation rings and Dedekind domains

### Einfache Finite Elemente (2+1 h weekly)

- utilisation: as module element A.1 or A.2 in the module
- Weiterführung Numerik/Optimierung (4MATHBA58)
- contents: Verstehen von einfachen FiniteElementMethoden u.a. durch Anleitung zum eigenständigen Programmieren.

**Financial Engineering/Stochastik III (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in the module <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Weiterführung Stochastik (4MATHBA59)</li> </ul>
contents:	Es sind folgende Themen geplant: · Individuelles und kollektives Modell der Risikotheorie · Risikoprozesse und Ruinwahrscheinlichkeiten · Risikomaße und Prämienprinzipien · Copulas und Vergleich von Risiken · Finanzmärkte und Derivate · Arbitragefreiheit und Martingalmaße · Cox-Ross-Rubinstein-Modell und die Black-Scholes-Formel · Stopp-Zeiten und Amerikanische Optionen · Martingalfolgen
remarks:	Das Modul heißt nach alter Prüfungsordnung Financial Engineering und nach neuer Prüfungsordnung Stochastik III. Es behandelt einerseits weitere Themen aus den Grundlagen der Stochastik, welche Stochastik I und II weiterführen (Martingalthorie, Stoppzeiten, Poissonprozesse, Copulas, momentenerzeugende Funktionen etc.) und somit grundlegend sind für alle Mastervorlesungen in Stochastik und Statistik und andererseits Anwendungen dieser Methoden auf Fragestellungen der Versicherungs- und Finanzmathematik, weshalb es nach alter Prüfungsordnung »Financial Engineering« genannt wurde.

**Fourier-Analysis (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in the module <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Weiterführung Analysis/Modellierung (4MATHBA53)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Konvergenz von Fourier-Reihen in Abhängigkeit der Regularität von Funktionen</li> <li>○ Fejer-Mittel</li> <li>○ Periodische Distributionen</li> <li>○ Gleichverteilung</li> </ul>

**Geometrie (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Weiterführung Geometrie/Topologie 1–2 (4MATHBA56–57)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Euklidische Geometrie: Bewegungsgruppe, Volumen/Flächeninhalt, Orientierung, Dreiecksgeometrie, Kreisgeometrie</li> <li>○ Affine Geometrie: affine Gruppe, Teilverhältnis, Lineare affine Geometrie, Kegelschnitte</li> <li>○ Projektive Geometrie: projektive Ebene/projektiver Raum, projektive Gruppe, Doppelverhältnis, Lineare projektive Geometrie, Dualitätsprinzip, Kegelschnitte</li> </ul>

**Geometrie von Kurven und Flächen (4+2 h weekly)**

- utilisation: as module element B in one of the modules
- Weiterführung Geometrie/Topologie 1–2 (4MATHBA56–57)
- contents:
- Kurven im  $\mathbb{R}^n$ :
    - Bogenlänge
    - Krümmung, Torsion
  - Flächen:
    - Fundamentalformen
    - Geodäten
    - Krümmung
    - Theorema Egregium
    - Satz von Gauß-Bonnet
    - Globale Eigenschaften von Flächen

**Kodierungstheorie I (2+1 h weekly)**

- utilisation: as module element A.1 or A.2 in one of the modules
- Weiterführung Algebra 1–2 (4MATHBA51–52)
  - Weiterführung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–2 (4MATHBA54–55)
- contents:
- eindeutig dekodierbare Codes
  - Noiseless Coding Theorem
  - Huffman-Kodes
  - Kanäle
  - fehlerkorrigierende Codes
  - Schranken für Parameter von Codes

**Kodierungstheorie II (2+1 h weekly)**

- utilisation: as module element A.1 or A.2 in one of the modules
- Weiterführung Algebra 1–2 (4MATHBA51–52)
  - Weiterführung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–2 (4MATHBA54–55)
- contents:
- Dekodierung durch Message Passing
  - Low-Density-Parity-Check-Kodes
  - Faltungskodes
- remarks: Vorkenntnisse in Kodierungstheorie etwa aus der Vorlesung »Kodierungstheorie I« sollten vorhanden sein.

**Konvexgeometrie (4+2 h weekly)**

- utilisation: as module element B in one of the modules
- Weiterführung Geometrie/Topologie 1–2 (4MATHBA56–57)
- contents:
- Kurven im  $\mathbb{R}^n$ : Konvexe Mengen
  - Trennungseigenschaften
  - Extremdarstellungen
  - Randstruktur
  - Polytope
  - Hausdorff-Metrik
  - Satz von Brunn-Minkowski
  - Steiner-Formel

**Kryptographie I (2+1 h weekly)**

- utilisation: as module element A.1 or A.2 in one of the modules
- Weiterführung Algebra 1–2 (4MATHBA51–52)
  - Weiterführung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–2 (4MATHBA54–55)
- contents:
- klassische kryptographische Verfahren
  - symmetrische Kryptosysteme
  - Blockchiffren
  - RSA-Verfahren
  - ElGamal-Verschlüsselung
  - elliptische Kurven in der Kryptographie
  - kryptographische Protokolle

**Kryptographie II (2+1 h weekly)**

- utilisation: as module element A.1 or A.2 in one of the modules
- Weiterführung Algebra 1–2 (4MATHBA51–52)
  - Weiterführung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–2 (4MATHBA54–55)
- contents:
- gitterbasierte Kryptographie
  - kodebasierte Kryptographie
  - Protokolle in der Postquantenkryptographie
- remarks: Vorkenntnisse in Kryptographie etwa aus der Vorlesung »Kryptographie I« sollten vorhanden sein.

**Nichtlineare Optimierung (4+2 h weekly)**

- utilisation: as module element B in the module
- Weiterführung Numerik/Optimierung (4MATHBA58)
- contents: Theorie und Numerik von Aufgaben, die im Wesentlichen die Folgende Gestalt haben: Finde  $x_0$  in  $M$ , so dass  $f(x_0) \leq f(x)$  für alle  $x$  in  $M$ , wobei typischerweise  $M$  eine Teilmenge des  $\mathbb{R}^n$  ist.

**Partielle Differentialgleichungen (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in the module <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Weiterführung Analysis/Modellierung (4MATHBA53)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Beispiele und Klassifizierung partieller Differentialgleichungen</li> <li>○ Das Cauchy-Problem, das Cauchy-Kowalevski Theorem</li> <li>○ Hyperbolische Gleichungen</li> <li>○ Parabolische Gleichungen</li> <li>○ Elliptische Gleichungen</li> </ul>
remarks:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Funktionalanalysis I

**Statistical Analysis (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in the module <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Weiterführung Stochastik (4MATHBA59)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Elemente der Schätz- und Testtheorie</li> <li>○ Regressionsanalyse</li> <li>○ Kategoriale Analyse</li> <li>○ Diskriminanzanalyse</li> </ul>
remarks:	Inhaltliche Voraussetzungen: Stochastik II+III

**Topologie (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Weiterführung Geometrie/Topologie 1–2 (4MATHBA56–57)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Topologische Räume und stetige Abbildungen</li> <li>○ Trennungsaxiome</li> <li>○ Konvergenz</li> <li>○ Operationen mit topologischen Räumen</li> <li>○ Kompaktheit</li> <li>○ Zusammenhang</li> <li>○ Metrisierbarkeit</li> </ul>



## Course catalogue for the Master programme

### Algorithmische Spieltheorie (4+2 h weekly)

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–4 (4MATHMA31–34)</li> <li>○ Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Bestimmung von Nash-Gleichgewichte, die Klasse PPAD</li> <li>○ Algorithmischer Mechanismenentwurf</li> <li>○ Preis der Anarchie, Preis der Stabilität</li> <li>○ Netzwerkentwurf</li> <li>○ Kombinatorische Auktionen</li> </ul>
remarks:	Kenntnisse in Optimierung und Diskrete Mathematik sind hilfreich, aber nicht notwendig.

### Amenable Gruppen (4+2 h weekly)

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Algebra 1–4 (4MATHMA11–14)</li> </ul>
contents:	<p>Amenable Gruppen sind unendliche Gruppen mit »nicht zu starkem Wachstum«. Diese unscheinbare Eigenschaft hat erstaunliche Konsequenzen; sie ist äquivalent zu:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Existenz einer Mittelfunktion (daher der Name),</li> <li>○ der Følner-Bedingung,</li> <li>○ der Nichtexistenz von paradoxen Zerlegungen,</li> <li>○ diverse Fixpunktsätze,</li> <li>○ ob Null im Spektrum des Markov-Operators liegt.</li> </ul> <p>Dieses wird ausführlich in der Vorlesung behandelt.</p>

### Approximations- und Online-Algorithmen (4+2 h weekly)

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–4 (4MATHMA31–34)</li> <li>○ Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Die Klassen P und NP, Laufzeit von Algorithmen</li> <li>○ Schedulingprobleme</li> <li>○ Bin-Packing</li> <li>○ Dynamisches Programmieren</li> <li>○ Techniken zur Online-Optimierung: wiederholt verdoppeln, Greedy-Algorithmen, Klassifikation, Randomisierung</li> <li>○ Analyse von Algorithmen, untere Schranken für optimale Lösungen</li> </ul>
remarks:	Kenntnisse in Optimierung und Diskrete Mathematik sind hilfreich, aber nicht notwendig.

**CFD: Computational Fluid Dynamics (2+1 h weekly)**

- utilisation: as module element A.1 or A.2 in one of the modules
- Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)
- contents: Spezialisierte Auswahl und entsprechende Vertiefung aus
- Differenzenapproximation elliptischer Randwertprobleme
  - Diskretes Maximumprinzip für elliptische Randwertprobleme
  - Variationsmethoden für elliptische Randwertprobleme: schwache Formulierung, Galerkin- und Petrov-Galerkin-Approximationen, Finite-Elemente-Verfahren
  - Differenzenapproximation parabolischer Anfangs-Randwertprobleme
  - Diskretes Maximumprinzip für parabolische Anfangs-Randwertprobleme
  - Variationsmethoden für parabolische Anfangs-Randwertprobleme: Semidiskretisierung in Ort oder Zeit, raum-zeitliche Variationsmethoden
  - Differenzenapproximation hyperbolischer Differentialgleichungen
  - Charakteristikenmethode
  - Riemann-Löser und Finite-Volumen-Verfahren

**CM: Computational Mechanics (2+1 h weekly)**

- utilisation: as module element A.1 or A.2 in one of the modules
- Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)
- contents: Verstehen von FiniteElementMethoden u.a. anhand einfacher Beispiele aus der Festkörpermechanik.

**Data Mining (2+1 h weekly)**

- utilisation: as module element A.1 or A.2 in one of the modules
- Vertiefung Stochastik 1–4 (4MATHMA61–64)
- contents:
- Lernalgorithmen
  - Verfahren zur Modellreduktion in der linearen Regression
  - Neuronale Netze
  - Weitere Verfahren zur Klassifikation und Regression
- remarks: Die Veranstaltung kann nur zusammen mit »Statistical Computing« in einem Vertiefungsmodul Stochastik abgeprüft werden. Kenntnisse in Stochastik II und Stochastik III sind wünschenswert.

**Differentialgeometrie (4+2 h weekly)**

- utilisation: as module element B in one of the modules
- Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)
  - Vertiefung Geometrie/Topologie 1–4 (4MATHMA41–44)
- contents:
- Mannigfaltigkeiten
  - Tensorrechnung
  - Differentialformen
  - lineare Zusammenhänge
  - Krümmungsbegriffe und ihre geometrische Bedeutung

**Elliptische Kurven (4+2 h weekly)**

- utilisation: as module element B in one of the modules
- Vertiefung Algebra 1–4 (4MATHMA11–14)
  - Vertiefung Geometrie/Topologie 1–4 (4MATHMA41–44)
- contents: Bei den elliptischen Kurven geht es im Prinzip um die Arithmetik und Geometrie von Kurven dritten Grades. In der Vorlesung wird behandelt:
- warum die Kurven dritten Grades so eine Ausnahmestellung haben,
  - wie man mit Hilfe der Sekantenmethode eine Gruppenstruktur auf den Punkten erhält,
  - besondere Eigenschaften dieser Gruppe,
  - Lösungsverfahren für das Bestimmen von rationalen/ganzzahligen Punkten.

**Elliptische partielle Differentialgleichungen (4+2 h weekly)**

- utilisation: as module element B in one of the modules
- Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)
- contents:
- Begriff der elliptischen partiellen Differentialgleichung und Beispiele
  - Sobolevräume
    - Definition
    - Aussagen über dichte Räume
    - Einbettungssatz und Sobolev-Lemma
  - Eigenschaften elliptischer Differentialoperatoren
    - Ungleichungen von Poincaré und Gårding
    - Randwertprobleme
    - Satz von Lax-Milgram
    - starke und schwache Lösungen
  - Speziell: Eigenschaften harmonischer Funktionen
    - Maximumprinzip
    - Gauß'scher Mittelwertsatz
    - Spezialfall eines sphärischen Rands: Poisson-Integralformel, Kugelflächenfunktionen
- remarks: inhaltliche Voraussetzungen: Pflichtveranstaltungen des Bachelor sowie Funktionalanalysis I

**FE-Software Design (2+1 h weekly)**

- utilisation: as module element A.1 or A.2 in one of the modules
- Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)
- contents: Erarbeiten von Techniken zur Erstellung einer eigenen kleine FiniteElementProgrammBibliothek

**Funktionalanalysis II (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)</li> </ul>
contents:	Ausgewählte Kapitel zu stark stetigen Operatorhalbgruppen und linearen Evolutionsgleichungen
remarks:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Funktionalanalysis I

**Funktionalanalysis III (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Allgemeine Spektraltheorie beschränkter und abgeschlossener Operatoren: <ul style="list-style-type: none"> <li>· Eigenschaften des Spektrums und der Resolvente</li> <li>· Feinstruktur des Spektrums</li> <li>· Störungsergebnisse</li> <li>· Spektrale Eigenschaften des dualen Operators</li> </ul> </li> <li>○ Spektraltheorie kompakter Operatoren: <ul style="list-style-type: none"> <li>· Spektralsatz für kompakte Operatoren (Riesz-Theorie)</li> <li>· Theorie der Fredholmoperatoren</li> <li>· Fredholmsche Alternative</li> <li>· Spektralsatz für Operatoren mit kompakter Resolvente</li> </ul> </li> <li>○ Spektraltheorie normaler und selbstadjungierter Operatoren: <ul style="list-style-type: none"> <li>· Fundamentale Eigenschaften normaler, symmetrischer und selbstadjungierter Operatoren</li> <li>· Der Funktionalkalkül für normale und selbstadjungierte Operatoren</li> <li>· Der Spektralsatz für normale und selbstadjungierte Operatoren</li> </ul> </li> </ul>
remarks:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Funktionalanalysis I

**Geomathematik (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Modellierung des planetaren Gravitationsfelds <ul style="list-style-type: none"> <li>· Newton'sches Gravitationspotential</li> <li>· analytische Eigenschaften (Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Harmonizität außen, Poissongleichung innen)</li> <li>· Grundlegende Eigenschaften harmonischer Funktionen (Maximumprinzip, Analytizität)</li> <li>· Randwertprobleme der Laplacegleichung (Dirichlet und Neumann); Fragen der Existenz, Eindeutigkeit und Stabilität der Lösung</li> <li>· Grundlagen der Potentialtheorie (Fundamentallösung, Einfach- und Doppelschichtpotentiale, Grenz- und Sprungrelationen)</li> <li>· Spezialfall Sphäre als Rand, Kugelflächenfunktionen</li> <li>· inverses Gravimetrieproblem</li> </ul> </li> <li>○ Modellierung des planetaren Magnetfelds <ul style="list-style-type: none"> <li>· Prä-Maxwell-Gleichungen</li> <li>· Gauß-Darstellung</li> <li>· Helmholtz-Zerlegung</li> <li>· solenoidale Vektorfelder, Miezerlegung</li> <li>· vektorielle Kugelflächenfunktionen</li> </ul> </li> <li>○ Wahl geeigneter Ansatzfunktionen für geomathematische Probleme</li> </ul>
remarks:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Funktionalanalysis I, Konstruktive Approximation

**Geometrische Gruppentheorie (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Algebra 1–4 (4MATHMA11–14)</li> <li>○ Vertiefung Geometrie/Topologie 1–4 (4MATHMA41–44)</li> </ul>
contents:	<p>In dieser Vorlesung werden die Eigenschaften von Gruppen mit geometrischen und kombinatorischen Methoden untersucht. Speziell geht es um:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ den Cayley-Graphen einer Gruppe,</li> <li>○ Gruppenoperationen,</li> <li>○ Quasi-Isometrien,</li> <li>○ das Gruppenwachstum</li> </ul> <p>sowie spezielle Typen von Gruppeneigenschaften, die geometrisch beschrieben werden können, wie:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ hyperbolische Gruppen und</li> <li>○ amenable Gruppen.</li> </ul>

**Harmonische Analyse (4+2 h weekly)**

- utilisation: as module element B in one of the modules
- Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)
- contents: Summierbarkeit und Konvergenz von Fourier-Reihen und Fourier-Integrale (Analoge der Fejer-Mittel und der Hilbert-Transformation in mehreren Variablen, Satz von Plancherel), Maximaloperatoren und Differentiationstheoreme. Fourier-Multiplikatoren mit Anwendungen auf Regularitätseigenschaften elliptischer Operatoren und der Theorie der Funktionenräume (Sobolev- und Hölder-Lipschitz-Räume,  $H^p$ -Räume). Integraloperatoren mit osziellierenden Kernen und ihr Verhalten in Lebesgueräumen (Methode der stationäre Phase). Distributionentheorie. Regularität hyperbolischer Dgl. (z.B. der Wellengleichung). Ausblick auf die harmonische Analyse lokalkompakter Gruppen (z.B. Liescher-Gruppen, Kugelfunktionenentwicklungen und Bochner-Hecke Formel)

**Höhere Kombinatorik (4+2 h weekly)**

- utilisation: as module element B in one of the modules
- Vertiefung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–4 (4MATHMA31–34)
- contents: Kombinatorische Konzepte und Theorien, die über die Standardthemen (Permutationen, Variationen, Kombinationen) hinaus gehen. Das sind zum einen Teile der Strukturtheorie:
- Satzgruppe von Hall,
  - Ramsey-Theorie,
  - Blockpläne,
- und zum anderen Teile der abzählenden Kombinatorik:
- Catalan-Zahlen,
  - Partitionszahlen,
  - Bell-Zahlen,
  - Dedekind-Zahlen.

**Mathematische Modelle der Erdbebenforschung (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules ○ Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)
contents:	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Grundlagen der Kontinuumsmechanik<ul style="list-style-type: none"><li>· Euler- und Lagrange-Formalismus</li><li>· Erhaltungsgesetze</li><li>· Cauchy'scher Spannungstensor</li></ul></li><li>○ Spezialfall des Systems Erde, insbesondere relevante Kräfte</li><li>○ Linearisierung, insbesondere Hooke'sches Gesetz und Elastizitätstensoren</li><li>○ Grundlagen der Tensorrechnung</li><li>○ Ebene Wellen<ul style="list-style-type: none"><li>· Christoffel-Gleichung</li><li>· P- und S-Wellen</li></ul></li><li>○ Eigenschwingungen<ul style="list-style-type: none"><li>· Cauchy-Navier- und Helmholtz-Gleichung, Zusammenhang</li><li>· Hansen-Vektoren</li><li>· Basissysteme</li></ul></li><li>○ Darstellung seismischer Quellen<ul style="list-style-type: none"><li>· Notwendigkeit von Verwerfungen für die Existenz von Beben</li><li>· Grundlagen der Distributionen</li><li>· Momententensor und dessen Darstellung</li></ul></li><li>○ Theorie seismischer Strahlen<ul style="list-style-type: none"><li>· Eikonalgleichung</li><li>· Strahlparameter</li><li>· Herglotz-Wiechert-Formel</li><li>· Low Velocity Zones und Zones of Rapid Velocity Increase.</li></ul></li></ul>
remarks:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I, Konstruktive Approximation

**Numerik III (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Differenzenapproximation elliptischer Randwertprobleme</li> <li>○ Diskretes Maximumprinzip für elliptische Randwertprobleme</li> <li>○ Variationsmethoden für elliptische Randwertprobleme: schwache Formulierung, Galerkin- und Petrov-Galerkin-Approximationen, Finite-Elemente-Verfahren</li> <li>○ Differenzenapproximation parabolischer Anfangs-Randwertprobleme</li> <li>○ Diskretes Maximumprinzip für parabolische Anfangs-Randwertprobleme</li> <li>○ Variationsmethoden für parabolische Anfangs-Randwertprobleme: Semidiscretisierung in Ort oder Zeit, raum-zeitliche Variationsmethoden</li> <li>○ Differenzenapproximation hyperbolischer Differentialgleichungen</li> <li>○ Charakteristikenmethode</li> <li>○ Riemann-Löser und Finite-Volumen-Verfahren</li> </ul>
remarks:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Numerik I+II

**Numerik IV (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)</li> </ul>
contents:	<p>Ausgewählte Themen der modernen Numerik partieller Differentialgleichungen, z.B.:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ FEM elliptischer Differentialgleichungen: Finite Elemente in mehreren Veränderlichen, Interpolationsabschätzungen, numerische Aspekte</li> <li>○ adaptive Gittersteuerung bei der FEM</li> <li>○ FEM für zeitabhängige Probleme</li> <li>○ FEM für Variationsungleichungen</li> <li>○ Spektralmethoden und p-FEM</li> <li>○ Wavelet-Approximation von Differential- und Integraloperatoren</li> <li>○ Modellreduktionstechniken bei parametrischen Differentialgleichungen</li> </ul>
remarks:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Numerik I+II (wünschenswert: Funktionalanalysis I)



**Numerik inverser Probleme (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules ○ Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)
contents:	○ Anwendungsbeispiele inverser und schlecht gestellter Probleme ○ Grundbegriffe und Kriterien für Gut- und Schlechtgestelltheit ○ Kompakte Operatoren zwischen vollständigen Räumen ○ Pseudoinverse linearer Operatoren zwischen Hilberträumen ○ Spektralsatz und Funktionalkalkül kompakter selbstadjungierter Operatoren ○ Singulärwertzerlegung kompakter Operatoren ○ Variationelle Regularisierung, z.B. Tikhonov-Phillips-Regularisierung ○ Iterative Regularisierung, z.B. Landweber- und CG-Verfahren ○ Regularisierung durch Diskretisierung bzw. Projektion ○ Spezialverfahren für lineare Operatoren, z.B. TSVD ○ Spezialverfahren für bestimmte Anwendungen, z.B. für die EIT ○ Berücksichtigung struktureller Nebenbedingungen
remarks:	Inhaltlich Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Numerik I, wünschenswert sind Numerik III und Funktionalanalysis I

**Optimale Steuerungen (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules ○ Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)
contents:	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Grundlagen der Variationsrechnung<ul style="list-style-type: none"><li>· Ableitung im Banachraum</li><li>· Hauptlemma der Variationsrechnung</li><li>· Euler-Lagrange-Differentialgleichungen und Erdmann'sche Eckenbedingungen</li><li>· Transversalitätsbedingung</li><li>· Hamilton-kanonische Differentialgleichungen</li><li>· Hamilton-Jacobi-Differentialgleichung</li></ul></li><li>○ Linear-quadratische Probleme<ul style="list-style-type: none"><li>· Kalman-Riccati-Gleichung</li><li>· eindeutige Lösung des linear-quadratischen Problems</li><li>· zugehörige Hamiltonfunktion</li></ul></li><li>○ allgemeine Probleme<ul style="list-style-type: none"><li>· Hamiltonfunktion</li><li>· Pontrjagin'sche Maximumprinzip</li><li>· Anwendungsbeispiele</li></ul></li><li>○ Dynamische Programmierung<ul style="list-style-type: none"><li>· Bellman'sches Optimalitätsprinzip</li><li>· Hamilton-Jacobi-Bellman-Differentialgleichung</li></ul></li><li>○ Ausgewählte numerische Verfahren</li><li>○ Singuläre optimale Steuerungen</li></ul>
remarks:	inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-II, Gewöhnliche Differentialgleichungen, Funktionalanalysis I

**Statistical Computing (2+1 h weekly)**

utilisation:	as module element A.1 or A.2 in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Stochastik 1–4 (4MATHMA61–64)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Erzeugung von Zufallszahlen</li> <li>○ lineare Kongruenzgeneratoren</li> <li>○ Erzeugung von Zufallsvariablen</li> <li>○ Inversionsmethode und Verwerfungsmethode</li> <li>○ Box-Muller Methode und Polarmethode für Normalverteilung</li> <li>○ Alias-Methode für diskrete Verteilungen</li> <li>○ Monte-Carlo-Simulation und Output-Analyse</li> <li>○ Varianzreduzierende Verfahren</li> <li>○ Antithetische Variablen und Kontrollvariablen</li> <li>○ Stratified Sampling und Importance Sampling</li> <li>○ Simulation multivariater Verteilungen</li> <li>○ Simulation von stochastischen Prozessen</li> <li>○ Fallstudien aus Zuverlässigkeitstheorie und Finanzmathematik</li> </ul>
remarks:	Die Veranstaltung kann nur zusammen mit »Data Mining« in einem Vertiefungsmodul Stochastik abgeprüft werden. Kenntnisse in Stochastik II und Stochastik III sind wünschenswert.

**Stochastisch Dynamische Optimierung (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Stochastik 1–4 (4MATHMA61–64)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Anwendungsbeispiele von stochastischen dynamischen Optimierungsproblemen,</li> <li>○ Deterministische dynamische Optimierung,</li> <li>○ Lösungsverfahren mit Wertiteration,</li> <li>○ Kontrollmodelle mit unabhängigen Störungen,</li> <li>○ Markov-Ketten,</li> <li>○ Allgemeine endlich-stufige stochastische dynamische Optimierungsprobleme,</li> <li>○ stochastische dynamische Optimierung bei unendlichem Planungshorizont,</li> <li>○ numerische Lösungsverfahren.</li> </ul>

**Stochastische Integration und stochastische Differentialgleichungen (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Stochastik 1–4 (4MATHMA61–64)</li> </ul>
contents:	Wir lernen wie man stochastische Prozesse gegen stochastische Prozesse integriert. Zum einen handelt es sich dabei um eine spannende mathematische Theorie, die aber auch die Grundlage für die Bewertung von Optionen in Finanzmärkten (Nobelpreis 1997) bildet. Es sind folgende Themen geplant: Allgemeine Theorie stochastischer Prozesse, Stieltjes Integrale und stochastische Integration, Semimartingale, Quadratische Variation und Ito Formel, Stochastische Differentialgleichungen, Anwendung: Bewertung von Optionen (Finanzmathematik)
remarks:	Voraussetzungen: Stochastik I und II. Stochastik III ist wünschenswert.

**Stochastische Prozesse der Finanz- und Versicherungsmathematik (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Stochastik 1–4 (4MATHMA61–64)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Stochastische Prozesse der Versicherungsmathematik             <ul style="list-style-type: none"> <li>· Punktprozesse</li> <li>· Grundlagen der Extremwerttheorie</li> <li>· Großschäden und schwere Flanken</li> </ul> </li> <li>○ Stochastische Prozesse der Finanzmathematik             <ul style="list-style-type: none"> <li>· Martingale in stetiger Zeit</li> <li>· Wiener Prozess</li> </ul> </li> </ul>
remarks:	Inhaltliche Voraussetzungen: Stochastik II, Stochastik III

**Symplektische Geometrie (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Geometrie/Topologie 1–4 (4MATHMA41–44)</li> </ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ symplektische Vektorräume</li> <li>○ Differentialformen</li> <li>○ symplektische Mannigfaltigkeiten</li> <li>○ Poisson-Klammer</li> <li>○ Lagrangesche Untermannigfaltigkeiten</li> </ul>

**Theorie und Numerik von Variationsungleichungen (2+1 h weekly)**

utilisation:	as module element A.1 or A.2 in one of the modules <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)</li> </ul>
contents:	U.a. numerische Analyse von Hindernisproblemen (Minimierung unter Ungleichungsnebenbedingungen) mithilfe von Finiten Elementen.

**Wahrscheinlichkeitstheorie (4+2 h weekly)**

utilisation:	as module element B in one of the modules <ul style="list-style-type: none"><li>○ Vertiefung Stochastik 1–4 (4MATHMA61–64)</li></ul>
contents:	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Ergänzungen zur Maß- und Integrationstheorie</li><li>○ Verteilungen, Verteilungskonvergenz, char. Funktion</li><li>○ Stetigkeitssatz von Levy</li><li>○ Allgemeiner Zentraler Grenzwertsatz (Lindeberg-Bedingung)</li><li>○ Martingale</li><li>○ Null-Eins-Gesetze und starkes Gesetz der großen Zahlen</li><li>○ Entropie</li></ul>
remarks:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Stochastik II und III. Funktionalanalysis I wäre nützlich.