

# **Veranstaltungskatalog für den Bachelor- und Masterstudiengang im Fach Mathematik**

Department Mathematik  
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät  
Universität Siegen

Stand 5. April 2023

Dieser Katalog definiert die Veranstaltungen und Kombinationen von Veranstaltungen, die im Rahmen der generischen Module im Bachelor- und Masterstudiengang Mathematik belegt werden können. Er dient weiter als Nachweis der Inhalte der im Rahmen der generischen Module studierten Veranstaltungen.

Eine Aktualisierung dieses Dokuments erfolgt jedes Semester zum Vorlesungsbeginn.

# Veranstungsverzeichnis

<b>Bachelorstudiengang</b>	<b>3</b>
Axiomatik der Zahlbereiche (2+1 SWS)	3
Commutative Algebra (4+2 SWS)	3
Einfache Finite Elemente (2+1 SWS)	3
Financial Engineering/Stochastik III (4+2 SWS)	4
Fourier-Analyse (4+2 SWS)	4
Geometrie (4+2 SWS)	4
Geometrie von Kurven und Flächen (4+2 SWS)	5
Kodierungstheorie I (2+1 SWS)	5
Kodierungstheorie II (2+1 SWS)	5
Konvexgeometrie (4+2 SWS)	6
Kryptographie I (2+1 SWS)	6
Kryptographie II (2+1 SWS)	6
Nichtlineare Optimierung (4+2 SWS)	6
Partielle Differentialgleichungen (4+2 SWS)	7
Statistical Analysis (4+2 SWS)	7
Topologie (4+2 SWS)	7
<b>Masterstudiengang</b>	<b>8</b>
Algorithmische Spieltheorie (4+2 SWS)	8
Amenable Gruppen (4+2 SWS)	8
Approximations- und Online-Algorithmen (4+2 SWS)	8
CFD: Computational Fluid Dynamics (2+1 SWS)	9
CM: Computational Mechanics (2+1 SWS)	9
Data Mining (2+1 SWS)	9
Differentialgeometrie (4+2 SWS)	9
Elliptische Kurven (4+2 SWS)	10
Elliptische partielle Differentialgleichungen (4+2 SWS)	10
FE-Software Design (2+1 SWS)	10
Funktionalanalysis II (4+2 SWS)	11
Funktionalanalysis III (4+2 SWS)	11
Geomathematik (4+2 SWS)	12
Geometrische Gruppentheorie (4+2 SWS)	12
Harmonische Analyse (4+2 SWS)	13
Höhere Kombinatorik (4+2 SWS)	13
Mathematische Modelle der Erdbebenforschung (4+2 SWS)	14
Numerik III (4+2 SWS)	15
Numerik IV (4+2 SWS)	15
Numerik inverser Probleme (4+2 SWS)	16
Optimale Steuerungen (4+2 SWS)	17
Statistical Computing (2+1 SWS)	18
Stochastisch Dynamische Optimierung (4+2 SWS)	18
Stochastische Integration und stochastische Differentialgleichungen (4+2 SWS)	19
Stochastische Prozesse der Finanz- und Versicherungsmathematik (4+2 SWS)	19

Symplektische Geometrie (4+2 SWS) . . . . .	19
Theorie und Numerik von Variationsungleichungen (2+1 SWS) . . . . .	19
Wahrscheinlichkeitstheorie (4+2 SWS) . . . . .	20

## Veranstaltungskatalog für den Bachelorstudiengang

### Axiomatik der Zahlbereiche (2+1 SWS)

- Verwendung: als Modulelement A.1 oder A.2 in einem der Module
- Weiterführung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–2 (4MATHBA54–55)
- Inhalte:
- Peano-Axiome der natürlichen Zahlen
  - angeordnete Ringe und die ganzen Zahlen
  - angeordnete Körper und die rationalen Zahlen
  - Vollständigkeit und die reellen Zahlen

### Commutative Algebra (4+2 SWS)

- Verwendung: als Modulelement B in einem der Module
- Weiterführung Algebra 1–2 (4MATHBA51–52)
- Inhalte:
- Localization and tensor products: Theorem of Cayley-Hamilton and Nakayama's Lemma, localization of rings and modules, local properties, chain conditions
  - Primary decomposition: Definition and existence in Noetherian rings, uniqueness results
  - Integral ring extensions: Lying over, going up, going down
  - Krull dimension, Noether normalization, Hilbert's Nullstellensatz, Krull's principal ideal theorem
  - Valuation rings and Dedekind domains

### Einfache Finite Elemente (2+1 SWS)

- Verwendung: als Modulelement A.1 oder A.2 im Modul
- Weiterführung Numerik/Optimierung (4MATHBA58)
- Inhalte: Verstehen von einfachen FiniteElementMethoden u.a. durch Anleitung zum eigenständigen Programmieren.

**Financial Engineering/Stochastik III (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B im Modul <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Weiterführung Stochastik (4MATHBA59)</li> </ul>
Inhalte:	Es sind folgende Themen geplant: · Individuelles und kollektives Modell der Risikotheorie · Risikoprozesse und Ruinwahrscheinlichkeiten · Risikomaße und Prämienprinzipien · Copulas und Vergleich von Risiken · Finanzmärkte und Derivate · Arbitragefreiheit und Martingalmaße · Cox-Ross-Rubinstein-Modell und die Black-Scholes-Formel · Stopp-Zeiten und Amerikanische Optionen · Martingalfolgen
Bemerkungen:	Das Modul heißt nach alter Prüfungsordnung Financial Engineering und nach neuer Prüfungsordnung Stochastik III. Es behandelt einerseits weitere Themen aus den Grundlagen der Stochastik, welche Stochastik I und II weiterführen (Martingaltheorie, Stoppzeiten, Poissonprozesse, Copulas, momentenerzeugende Funktionen etc.) und somit grundlegend sind für alle Mastervorlesungen in Stochastik und Statistik und andererseits Anwendungen dieser Methoden auf Fragestellungen der Versicherungs- und Finanzmathematik, weshalb es nach alter Prüfungsordnung »Financial Engineering« genannt wurde.

**Fourier-Analysis (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B im Modul <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Weiterführung Analysis/Modellierung (4MATHBA53)</li> </ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Konvergenz von Fourier-Reihen in Abhängigkeit der Regularität von Funktionen</li> <li>○ Fejer-Mittel</li> <li>○ Periodische Distributionen</li> <li>○ Gleichverteilung</li> </ul>

**Geometrie (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Weiterführung Geometrie/Topologie 1–2 (4MATHBA56–57)</li> </ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Euklidische Geometrie: Bewegungsgruppe, Volumen/Flächeninhalt, Orientierung, Dreiecksgeometrie, Kreisgeometrie</li> <li>○ Affine Geometrie: affine Gruppe, Teilverhältnis, Lineare affine Geometrie, Kegelschnitte</li> <li>○ Projektive Geometrie: projektive Ebene/projektiver Raum, projektive Gruppe, Doppelverhältnis, Lineare projektive Geometrie, Dualitätsprinzip, Kegelschnitte</li> </ul>

**Geometrie von Kurven und Flächen (4+2 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement B in einem der Module
- Weiterführung Geometrie/Topologie 1–2 (4MATHBA56–57)
- Inhalte:
- Kurven im  $\mathbb{R}^n$ :
    - Bogenlänge
    - Krümmung, Torsion
  - Flächen:
    - Fundamentalformen
    - Geodäten
    - Krümmung
    - Theorema Egregium
    - Satz von Gauß-Bonnet
    - Globale Eigenschaften von Flächen

**Kodierungstheorie I (2+1 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement A.1 oder A.2 in einem der Module
- Weiterführung Algebra 1–2 (4MATHBA51–52)
  - Weiterführung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–2 (4MATHBA54–55)
- Inhalte:
- eindeutig dekodierbare Codes
  - Noiseless Coding Theorem
  - Huffman-Codes
  - Kanäle
  - fehlerkorrigierende Codes
  - Schranken für Parameter von Codes

**Kodierungstheorie II (2+1 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement A.1 oder A.2 in einem der Module
- Weiterführung Algebra 1–2 (4MATHBA51–52)
  - Weiterführung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–2 (4MATHBA54–55)
- Inhalte:
- Dekodierung durch Message Passing
  - Low-Density-Parity-Check-Codes
  - Faltungskodes
- Bemerkungen: Vorkenntnisse in Kodierungstheorie etwa aus der Vorlesung »Kodierungstheorie I« sollten vorhanden sein.

**Konvexgeometrie (4+2 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement B in einem der Module
- Weiterführung Geometrie/Topologie 1–2 (4MATHBA56–57)
- Inhalte:
- Kurven im  $\mathbb{R}^n$ : Konvexe Mengen
  - Trennungseigenschaften
  - Extremdarstellungen
  - Randstruktur
  - Polytope
  - Hausdorff-Metrik
  - Satz von Brunn-Minkowski
  - Steiner-Formel

**Kryptographie I (2+1 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement A.1 oder A.2 in einem der Module
- Weiterführung Algebra 1–2 (4MATHBA51–52)
  - Weiterführung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–2 (4MATHBA54–55)
- Inhalte:
- klassische kryptographische Verfahren
  - symmetrische Kryptosysteme
  - Blockchiffren
  - RSA-Verfahren
  - ElGamal-Verschlüsselung
  - elliptische Kurven in der Kryptographie
  - kryptographische Protokolle

**Kryptographie II (2+1 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement A.1 oder A.2 in einem der Module
- Weiterführung Algebra 1–2 (4MATHBA51–52)
  - Weiterführung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–2 (4MATHBA54–55)
- Inhalte:
- gitterbasierte Kryptographie
  - kodebasierte Kryptographie
  - Protokolle in der Postquantenkryptographie
- Bemerkungen: Vorkenntnisse in Kryptographie etwa aus der Vorlesung »Kryptographie I« sollten vorhanden sein.

**Nichtlineare Optimierung (4+2 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement B im Modul
- Weiterführung Numerik/Optimierung (4MATHBA58)
- Inhalte: Theorie und Numerik von Aufgaben, die im Wesentlichen die Folgende Gestalt haben: Finde  $x_0$  in  $M$ , so dass  $f(x_0) \leq f(x)$  für alle  $x$  in  $M$ , wobei typischerweise  $M$  eine Teilmenge des  $\mathbb{R}^n$  ist.

**Partielle Differentialgleichungen (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B im Modul <ul style="list-style-type: none"><li>○ Weiterführung Analysis/Modellierung (4MATHBA53)</li></ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Beispiele und Klassifizierung partieller Differentialgleichungen</li><li>○ Das Cauchy-Problem, das Cauchy-Kowalevski Theorem</li><li>○ Hyperbolische Gleichungen</li><li>○ Parabolische Gleichungen</li><li>○ Elliptische Gleichungen</li></ul>
Bemerkungen:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Funktionalanalysis I

**Statistical Analysis (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B im Modul <ul style="list-style-type: none"><li>○ Weiterführung Stochastik (4MATHBA59)</li></ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Elemente der Schätz- und Testtheorie</li><li>○ Regressionsanalyse</li><li>○ Kategoriale Analyse</li><li>○ Diskriminanzanalyse</li></ul>
Bemerkungen:	Inhaltliche Voraussetzungen: Stochastik II+III

**Topologie (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"><li>○ Weiterführung Geometrie/Topologie 1–2 (4MATHBA56–57)</li></ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Topologische Räume und stetige Abbildungen</li><li>○ Trennungsaxiome</li><li>○ Konvergenz</li><li>○ Operationen mit topologischen Räumen</li><li>○ Kompaktheit</li><li>○ Zusammenhang</li><li>○ Metrisierbarkeit</li></ul>



## Veranstaltungskatalog für den Masterstudiengang

### Algorithmische Spieltheorie (4+2 SWS)

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–4 (4MATHMA31–34)</li> <li>○ Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)</li> </ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Bestimmung von Nash-Gleichgewichte, die Klasse PPAD</li> <li>○ Algorithmischer Mechanismenentwurf</li> <li>○ Preis der Anarchie, Preis der Stabilität</li> <li>○ Netzwerkentwurf</li> <li>○ Kombinatorische Auktionen</li> </ul>
Bemerkungen:	Kenntnisse in Optimierung und Diskrete Mathematik sind hilfreich, aber nicht notwendig.

### Amenable Gruppen (4+2 SWS)

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Algebra 1–4 (4MATHMA11–14)</li> </ul>
Inhalte:	<p>Amenable Gruppen sind unendliche Gruppen mit »nicht zu starkem Wachstum«. Diese unscheinbare Eigenschaft hat erstaunliche Konsequenzen; sie ist äquivalent zu:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Existenz einer Mittelfunktion (daher der Name),</li> <li>○ der Følner-Bedingung,</li> <li>○ der Nichtexistenz von paradoxen Zerlegungen,</li> <li>○ diverse Fixpunktsätze,</li> <li>○ ob Null im Spektrum des Markov-Operators liegt.</li> </ul> <p>Dieses wird ausführlich in der Vorlesung behandelt.</p>

### Approximations- und Online-Algorithmen (4+2 SWS)

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–4 (4MATHMA31–34)</li> <li>○ Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)</li> </ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Die Klassen P und NP, Laufzeit von Algorithmen</li> <li>○ Schedulingprobleme</li> <li>○ Bin-Packing</li> <li>○ Dynamisches Programmieren</li> <li>○ Techniken zur Online-Optimierung: wiederholt verdoppeln, Greedy-Algorithmen, Klassifikation, Randomisierung</li> <li>○ Analyse von Algorithmen, untere Schranken für optimale Lösungen</li> </ul>
Bemerkungen:	Kenntnisse in Optimierung und Diskrete Mathematik sind hilfreich, aber nicht notwendig.

**CFD: Computational Fluid Dynamics (2+1 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement A.1 oder A.2 in einem der Module
- Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)
- Inhalte:
- Spezialisierte Auswahl und entsprechende Vertiefung aus
  - Differenzenapproximation elliptischer Randwertprobleme
  - Diskretes Maximumprinzip für elliptische Randwertprobleme
  - Variationsmethoden für elliptische Randwertprobleme: schwache Formulierung, Galerkin- und Petrov-Galerkin-Approximationen, Finite-Elemente-Verfahren
  - Differenzenapproximation parabolischer Anfangs-Randwertprobleme
  - Diskretes Maximumprinzip für parabolische Anfangs-Randwertprobleme
  - Variationsmethoden für parabolische Anfangs-Randwertprobleme: Semidiskretisierung in Ort oder Zeit, raum-zeitliche Variationsmethoden
  - Differenzenapproximation hyperbolischer Differentialgleichungen
  - Charakteristikenmethode
  - Riemann-Löser und Finite-Volumen-Verfahren

**CM: Computational Mechanics (2+1 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement A.1 oder A.2 in einem der Module
- Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)
- Inhalte: Verstehen von FiniteElementMethoden u.a. anhand einfacher Beispiele aus der Festkörpermechanik.

**Data Mining (2+1 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement A.1 oder A.2 in einem der Module
- Vertiefung Stochastik 1–4 (4MATHMA61–64)
- Inhalte:
- Lernalgorithmen
  - Verfahren zur Modellreduktion in der linearen Regression
  - Neuronale Netze
  - Weitere Verfahren zur Klassifikation und Regression
- Bemerkungen: Die Veranstaltung kann nur zusammen mit »Statistical Computing« in einem Vertiefungsmodul Stochastik abgeprüft werden. Kenntnisse in Stochastik II und Stochastik III sind wünschenswert.

**Differentialgeometrie (4+2 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement B in einem der Module
- Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)
  - Vertiefung Geometrie/Topologie 1–4 (4MATHMA41–44)
- Inhalte:
- Mannigfaltigkeiten
  - Tensorrechnung
  - Differentialformen
  - lineare Zusammenhänge
  - Krümmungsbegriffe und ihre geometrische Bedeutung

**Elliptische Kurven (4+2 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement B in einem der Module
- Vertiefung Algebra 1–4 (4MATHMA11–14)
  - Vertiefung Geometrie/Topologie 1–4 (4MATHMA41–44)
- Inhalte: Bei den elliptischen Kurven geht es im Prinzip um die Arithmetik und Geometrie von Kurven dritten Grades. In der Vorlesung wird behandelt:
- warum die Kurven dritten Grades so eine Ausnahmestellung haben,
  - wie man mit Hilfe der Sekantenmethode eine Gruppenstruktur auf den Punkten erhält,
  - besondere Eigenschaften dieser Gruppe,
  - Lösungsverfahren für das Bestimmen von rationalen/ganzzahligen Punkten.

**Elliptische partielle Differentialgleichungen (4+2 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement B in einem der Module
- Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)
- Inhalte:
- Begriff der elliptischen partiellen Differentialgleichung und Beispiele
  - Sobolevräume
    - Definition
    - Aussagen über dichte Räume
    - Einbettungssatz und Sobolev-Lemma
  - Eigenschaften elliptischer Differentialoperatoren
    - Ungleichungen von Poincaré und Gårding
    - Randwertprobleme
    - Satz von Lax-Milgram
    - starke und schwache Lösungen
  - Speziell: Eigenschaften harmonischer Funktionen
    - Maximumprinzip
    - Gauß'scher Mittelwertsatz
    - Spezialfall eines sphärischen Rands: Poisson-Integralformel, Kugelflächenfunktionen
- Bemerkungen: inhaltliche Voraussetzungen: Pflichtveranstaltungen des Bachelor sowie Funktionalanalysis I

**FE-Software Design (2+1 SWS)**

- Verwendung: als Modulelement A.1 oder A.2 in einem der Module
- Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)
- Inhalte: Erarbeiten von Techniken zur Erstellung einer eigenen kleine FiniteElementProgrammBibliothek

**Funktionalanalysis II (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)</li> </ul>
Inhalte:	Ausgewählte Kapitel zu stark stetigen Operatorhalbgruppen und linearen Evolutionsgleichungen
Bemerkungen:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Funktionalanalysis I

**Funktionalanalysis III (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)</li> </ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Allgemeine Spektraltheorie beschränkter und abgeschlossener Operatoren: <ul style="list-style-type: none"> <li>· Eigenschaften des Spektrums und der Resolvente</li> <li>· Feinstruktur des Spektrums</li> <li>· Störungsergebnisse</li> <li>· Spektrale Eigenschaften des dualen Operators</li> </ul> </li> <li>○ Spektraltheorie kompakter Operatoren: <ul style="list-style-type: none"> <li>· Spektralsatz für kompakte Operatoren (Riesz-Theorie)</li> <li>· Theorie der Fredholmoperatoren</li> <li>· Fredholmsche Alternative</li> <li>· Spektralsatz für Operatoren mit kompakter Resolvente</li> </ul> </li> <li>○ Spektraltheorie normaler und selbstadjungierter Operatoren: <ul style="list-style-type: none"> <li>· Fundamentale Eigenschaften normaler, symmetrischer und selbstadjungierter Operatoren</li> <li>· Der Funktionalkalkül für normale und selbstadjungierte Operatoren</li> <li>· Der Spektralsatz für normale und selbstadjungierte Operatoren</li> </ul> </li> </ul>
Bemerkungen:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Funktionalanalysis I

**Geomathematik (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)</li> </ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Modellierung des planetaren Gravitationsfelds <ul style="list-style-type: none"> <li>· Newton'sches Gravitationspotential</li> <li>· analytische Eigenschaften (Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Harmonizität außen, Poissongleichung innen)</li> <li>· Grundlegende Eigenschaften harmonischer Funktionen (Maximumprinzip, Analytizität)</li> <li>· Randwertprobleme der Laplacegleichung (Dirichlet und Neumann); Fragen der Existenz, Eindeutigkeit und Stabilität der Lösung</li> <li>· Grundlagen der Potentialtheorie (Fundamentallösung, Einfach- und Doppelschichtpotentiale, Grenz- und Sprungrelationen)</li> <li>· Spezialfall Sphäre als Rand, Kugelflächenfunktionen</li> <li>· inverses Gravimetrieproblem</li> </ul> </li> <li>○ Modellierung des planetaren Magnetfelds <ul style="list-style-type: none"> <li>· Prä-Maxwell-Gleichungen</li> <li>· Gauß-Darstellung</li> <li>· Helmholtz-Zerlegung</li> <li>· solenoidale Vektorfelder, Miezerlegung</li> <li>· vektorielle Kugelflächenfunktionen</li> </ul> </li> <li>○ Wahl geeigneter Ansatzfunktionen für geomathematische Probleme</li> </ul>
Bemerkungen:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Funktionalanalysis I, Konstruktive Approximation

**Geometrische Gruppentheorie (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Vertiefung Algebra 1–4 (4MATHMA11–14)</li> <li>○ Vertiefung Geometrie/Topologie 1–4 (4MATHMA41–44)</li> </ul>
Inhalte:	<p>In dieser Vorlesung werden die Eigenschaften von Gruppen mit geometrischen und kombinatorischen Methoden untersucht. Speziell geht es um:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ den Cayley-Graphen einer Gruppe,</li> <li>○ Gruppenoperationen,</li> <li>○ Quasi-Isometrien,</li> <li>○ das Gruppenwachstum</li> </ul> <p>sowie spezielle Typen von Gruppeneigenschaften, die geometrisch beschrieben werden können, wie:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ hyperbolische Gruppen und</li> <li>○ amenable Gruppen.</li> </ul>

**Harmonische Analyse (4+2 SWS)**

Verwendung: als Modulelement B in einem der Module

- Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)

Inhalte: Summierbarkeit und Konvergenz von Fourier-Reihen und Fourier-Integrale (Analoge der Fejer-Mittel und der Hilbert-Transformation in mehreren Variablen, Satz von Plancherel), Maximaloperatoren und Differentiationstheoreme. Fourier-Multiplikatoren mit Anwendungen auf Regularitätseigenschaften elliptischer Operatoren und der Theorie der Funktionenräume (Sobolev- und Hölder-Lipschitz-Räume,  $H^p$ -Räume). Integraloperatoren mit oszillierenden Kernen und ihr Verhalten in Lebesgueräumen (Methode der stationäre Phase). Distributionentheorie. Regularität hyperbolischer Dgl. (z.B. der Wellengleichung). Ausblick auf die harmonische Analyse lokalkompakter Gruppen (z.B. Liescher-Gruppen, Kugelfunktionenentwicklungen und Bochner-Hecke Formel)

**Höhere Kombinatorik (4+2 SWS)**

Verwendung: als Modulelement B in einem der Module

- Vertiefung Diskrete Mathematik/Zahlentheorie 1–4 (4MATHMA31–34)

Inhalte: Kombinatorische Konzepte und Theorien, die über die Standardthemen (Permutationen, Variationen, Kombinationen) hinaus gehen. Das sind zum einen Teile der Strukturtheorie:

- Satzgruppe von Hall,
- Ramsey-Theorie,
- Blockpläne,

und zum anderen Teile der abzählenden Kombinatorik:

- Catalan-Zahlen,
- Partitionszahlen,
- Bell-Zahlen,
- Dedekind-Zahlen.

**Mathematische Modelle der Erdbebenforschung (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"><li>○ Vertiefung Analysis/Modellierung 1–4 (4MATHMA21–24)</li></ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Grundlagen der Kontinuumsmechanik<ul style="list-style-type: none"><li>· Euler- und Lagrange-Formalismus</li><li>· Erhaltungsgesetze</li><li>· Cauchy'scher Spannungstensor</li></ul></li><li>○ Spezialfall des Systems Erde, insbesondere relevante Kräfte</li><li>○ Linearisierung, insbesondere Hooke'sches Gesetz und Elastizitätstensoren</li><li>○ Grundlagen der Tensorrechnung</li><li>○ Ebene Wellen<ul style="list-style-type: none"><li>· Christoffel-Gleichung</li><li>· P- und S-Wellen</li></ul></li><li>○ Eigenschwingungen<ul style="list-style-type: none"><li>· Cauchy-Navier- und Helmholtz-Gleichung, Zusammenhang</li><li>· Hansen-Vektoren</li><li>· Basissysteme</li></ul></li><li>○ Darstellung seismischer Quellen<ul style="list-style-type: none"><li>· Notwendigkeit von Verwerfungen für die Existenz von Beben</li><li>· Grundlagen der Distributionen</li><li>· Momententensor und dessen Darstellung</li></ul></li><li>○ Theorie seismischer Strahlen<ul style="list-style-type: none"><li>· Eikonalgleichung</li><li>· Strahlparameter</li><li>· Herglotz-Wiechert-Formel</li><li>· Low Velocity Zones und Zones of Rapid Velocity Increase.</li></ul></li></ul>
Bemerkungen:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I, Konstruktive Approximation

**Numerik III (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>o Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)</li> </ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"> <li>o Differenzenapproximation elliptischer Randwertprobleme</li> <li>o Diskretes Maximumprinzip für elliptische Randwertprobleme</li> <li>o Variationsmethoden für elliptische Randwertprobleme: schwache Formulierung, Galerkin- und Petrov-Galerkin-Approximationen, Finite-Elemente-Verfahren</li> <li>o Differenzenapproximation parabolischer Anfangs-Randwertprobleme</li> <li>o Diskretes Maximumprinzip für parabolische Anfangs-Randwertprobleme</li> <li>o Variationsmethoden für parabolische Anfangs-Randwertprobleme: Semidiscretisierung in Ort oder Zeit, raum-zeitliche Variationsmethoden</li> <li>o Differenzenapproximation hyperbolischer Differentialgleichungen</li> <li>o Charakteristikenmethode</li> <li>o Riemann-Löser und Finite-Volumen-Verfahren</li> </ul>
Bemerkungen:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Numerik I+II

**Numerik IV (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>o Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)</li> </ul>
Inhalte:	<p>Ausgewählte Themen der modernen Numerik partieller Differentialgleichungen, z.B.:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>o FEM elliptischer Differentialgleichungen: Finite Elemente in mehreren Veränderlichen, Interpolationsabschätzungen, numerische Aspekte</li> <li>o adaptive Gittersteuerung bei der FEM</li> <li>o FEM für zeitabhängige Probleme</li> <li>o FEM für Variationsungleichungen</li> <li>o Spektralmethoden und p-FEM</li> <li>o Wavelet-Approximation von Differential- und Integraloperatoren</li> <li>o Modellreduktionstechniken bei parametrischen Differentialgleichungen</li> </ul>
Bemerkungen:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Numerik I+II (wünschenswert: Funktionalanalysis I)



**Numerik inverser Probleme (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"><li>o Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)</li></ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"><li>o Anwendungsbeispiele inverser und schlecht gestellter Probleme</li><li>o Grundbegriffe und Kriterien für Gut- und Schlechtgestellttheit</li><li>o Kompakte Operatoren zwischen vollständigen Räumen</li><li>o Pseudoinverse linearer Operatoren zwischen Hilberträumen</li><li>o Spektralsatz und Funktionalkalkül kompakter selbstadjungierter Operatoren</li><li>o Singulärwertzerlegung kompakter Operatoren</li><li>o Variationelle Regularisierung, z.B. Tikhonov-Phillips-Regularisierung</li><li>o Iterative Regularisierung, z.B. Landweber- und CG-Verfahren</li><li>o Regularisierung durch Diskretisierung bzw. Projektion</li><li>o Spezialverfahren für lineare Operatoren, z.B. TSVD</li><li>o Spezialverfahren für bestimmte Anwendungen, z.B. für die EIT</li><li>o Berücksichtigung struktureller Nebenbedingungen</li></ul>
Bemerkungen:	Inhaltlich Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Numerik I, wünschenswert sind Numerik III und Funktionalanalysis I

**Optimale Steuerungen (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"><li>o Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)</li></ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"><li>o Grundlagen der Variationsrechnung<ul style="list-style-type: none"><li>· Ableitung im Banachraum</li><li>· Hauptlemma der Variationsrechnung</li><li>· Euler-Lagrange-Differentialgleichungen und Erdmann'sche Eckenbedingungen</li><li>· Transversalitätsbedingung</li><li>· Hamilton-kanonische Differentialgleichungen</li><li>· Hamilton-Jacobi-Differentialgleichung</li></ul></li><li>o Linear-quadratische Probleme<ul style="list-style-type: none"><li>· Kalman-Riccati-Gleichung</li><li>· eindeutige Lösung des linear-quadratischen Problems</li><li>· zugehörige Hamiltonfunktion</li></ul></li><li>o allgemeine Probleme<ul style="list-style-type: none"><li>· Hamiltonfunktion</li><li>· Pontrjagin'sche Maximumprinzip</li><li>· Anwendungsbeispiele</li></ul></li><li>o Dynamische Programmierung<ul style="list-style-type: none"><li>· Bellman'sches Optimalitätsprinzip</li><li>· Hamilton-Jacobi-Bellman-Differentialgleichung</li></ul></li><li>o Ausgewählte numerische Verfahren</li><li>o Singuläre optimale Steuerungen</li></ul>
Bemerkungen:	inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-II, Gewöhnliche Differentialgleichungen, Funktionalanalysis I

**Statistical Computing (2+1 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement A.1 oder A.2 in einem der Module <ul style="list-style-type: none"><li>o Vertiefung Stochastik 1–4 (4MATHMA61–64)</li></ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"><li>o Erzeugung von Zufallszahlen</li><li>o lineare Kongruenzgeneratoren</li><li>o Erzeugung von Zufallsvariablen</li><li>o Inversionsmethode und Verwerfungsmethode</li><li>o Box-Muller Methode und Polarmethode für Normalverteilung</li><li>o Alias-Methode für diskrete Verteilungen</li><li>o Monte-Carlo-Simulation und Output-Analyse</li><li>o Varianzreduzierende Verfahren</li><li>o Antithetische Variablen und Kontrollvariablen</li><li>o Stratified Sampling und Importance Sampling</li><li>o Simulation multivariater Verteilungen</li><li>o Simulation von stochastischen Prozessen</li><li>o Fallstudien aus Zuverlässigkeitstheorie und Finanzmathematik</li></ul>
Bemerkungen:	Die Veranstaltung kann nur zusammen mit »Data Mining« in einem Vertiefungsmodul Stochastik abgeprüft werden. Kenntnisse in Stochastik II und Stochastik III sind wünschenswert.

**Stochastisch Dynamische Optimierung (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"><li>o Vertiefung Stochastik 1–4 (4MATHMA61–64)</li></ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"><li>o Anwendungsbeispiele von stochastischen dynamischen Optimierungsproblemen,</li><li>o Deterministische dynamische Optimierung,</li><li>o Lösungsverfahren mit Wertiteration,</li><li>o Kontrollmodelle mit unabhängigen Störungen,</li><li>o Markov-Ketten,</li><li>o Allgemeine endlich-stufige stochastische dynamische Optimierungsprobleme,</li><li>o stochastische dynamische Optimierung bei unendlichem Planungshorizont,</li><li>o numerische Lösungsverfahren.</li></ul>

**Stochastische Integration und stochastische Differentialgleichungen (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>o Vertiefung Stochastik 1–4 (4MATHMA61–64)</li> </ul>
Inhalte:	Wir lernen wie man stochastische Prozesse gegen stochastische Prozesse integriert. Zum einen handelt es sich dabei um eine spannende mathematische Theorie, die aber auch die Grundlage für die Bewertung von Optionen in Finanzmärkten (Nobelpreis 1997) bildet. Es sind folgende Themen geplant: Allgemeine Theorie stochastischer Prozesse, Stieltjes Integrale und stochastische Integration, Semimartingale, Quadratische Variation und Ito Formel, Stochastische Differentialgleichungen, Anwendung: Bewertung von Optionen (Finanzmathematik)
Bemerkungen:	Voraussetzungen: Stochastik I und II. Stochastik III ist wünschenswert.

**Stochastische Prozesse der Finanz- und Versicherungsmathematik (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>o Vertiefung Stochastik 1–4 (4MATHMA61–64)</li> </ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"> <li>o Stochastische Prozesse der Versicherungsmathematik <ul style="list-style-type: none"> <li>· Punktprozesse</li> <li>· Grundlagen der Extremwerttheorie</li> <li>· Großschäden und schwere Flanken</li> </ul> </li> <li>o Stochastische Prozesse der Finanzmathematik <ul style="list-style-type: none"> <li>· Martingale in stetiger Zeit</li> <li>· Wiener Prozess</li> </ul> </li> </ul>
Bemerkungen:	Inhaltliche Voraussetzungen: Stochastik II, Stochastik III

**Symplektische Geometrie (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>o Vertiefung Geometrie/Topologie 1–4 (4MATHMA41–44)</li> </ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"> <li>o symplektische Vektorräume</li> <li>o Differentialformen</li> <li>o symplektische Mannigfaltigkeiten</li> <li>o Poisson-Klammer</li> <li>o Lagrangesche Untermannigfaltigkeiten</li> </ul>

**Theorie und Numerik von Variationsungleichungen (2+1 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement A.1 oder A.2 in einem der Module <ul style="list-style-type: none"> <li>o Vertiefung Numerik/Optimierung 1–4 (4MATHMA51–54)</li> </ul>
Inhalte:	U.a. numerische Analyse von Hindernisproblemen (Minimierung unter Ungleichungsnebenbedingungen) mithilfe von Finiten Elementen.

**Wahrscheinlichkeitstheorie (4+2 SWS)**

Verwendung:	als Modulelement B in einem der Module <ul style="list-style-type: none"><li>○ Vertiefung Stochastik 1–4 (4MATHMA61–64)</li></ul>
Inhalte:	<ul style="list-style-type: none"><li>○ Ergänzungen zur Maß- und Integrationstheorie</li><li>○ Verteilungen, Verteilungskonvergenz, char. Funktion</li><li>○ Stetigkeitssatz von Levy</li><li>○ Allgemeiner Zentraler Grenzwertsatz (Lindeberg-Bedingung)</li><li>○ Martingale</li><li>○ Null-Eins-Gesetze und starkes Gesetz der großen Zahlen</li><li>○ Entropie</li></ul>
Bemerkungen:	Inhaltliche Voraussetzungen: Analysis I-III, Lineare Algebra I+II, Stochastik II und III. Funktionalanalysis I wäre nützlich.