Universität Siegen
Department Mathematik
AG Geomathematik
Univ.-Prof. Dr. V. Michel
B. Kretz, M. Sc.
K. Seibert, M. Sc.

21. Juni 2018

Übungen zur Vorlesung

Analysis II

Sommersemester 2018
Blatt 10

Abgabe am **Donnerstag, dem 28. Juni 2018** zu Beginn der Vorlesung.

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass für $h = (h_1, \dots, h_n) \in \mathbb{R}^n$, $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, und $k \in \mathbb{N}$ gilt

$$(h_1 + \cdots + h_n)^k = \sum_{\substack{\alpha \in \mathbb{N}^n \\ |\alpha| = k}} \frac{k!}{\alpha!} h^\alpha \,.$$

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Die Wirkung $W(x,t)$, die die Dosis x einer Arznei t Stunden nach Einnahme entfaltet, werde durch die Funktion

$$W(x,t) := x^2(a-x)t^2 \exp(-t), \quad 0 \leq x \leq a,\, t \geq 0,$$

dargestellt, wobei a die maximal zulässige Dosis ist. Bestimmen Sie x und t so, dass $W(x,t)$ maximal wird.

Aufgabe 3: (2+2=4 Punkte)

Bestimmen Sie die Tangentialhyperebenen an die folgenden Funktionen in den angegebenen Stellen und stellen Sie sie in Normalform (Gleichung, die die Normale auf der Hyperebene enthält) dar.

1) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, gegeben durch $f(x,y) := \exp(x^2)y^2$ im Punkt $(x_0, y_0) = (1,1)$,
2) $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, gegeben durch $f(x_1, x_2, x_3) := \sin(x_2 x_3) + 8x_1 x_3^3$ im Punkt $(x_1^0, x_2^0, x_3^0) = (1/6, \pi, 1/2)$.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ sei gegeben durch

$$f(x,y) := \begin{pmatrix} \exp(x)\cos(y) \\ \exp(x)\sin(y) \end{pmatrix}, \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

Bestimmen Sie alle Punkte im $\mathbb{R}^2$, für die die Funktion lokal invertierbar ist. Ist die Funktion auch global invertierbar, d.h. auf dem ganzen $\mathbb{R}^2$? Begründen Sie Ihre Antwort.