

Übungen zur Vorlesung
Mathematische Modelle der Erdbebenforschung
Sommersemester 2016
Blatt 1

Abgabe zu Beginn der Vorlesung am Donnerstag, dem 28. April 2016.

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Sei $\mathcal{B} := \{X \in \mathbb{R}^3 \mid |X| < 1\}$ und

$$\Phi_t(X) := e^{-(X_1^2 + X_2^2)t} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ (t+1)X_3 \end{pmatrix}$$

für alle $X \in \mathcal{B}$ und alle $t \in \mathbb{R}_0^+$.

- Prüfen Sie, ob die Annahme 1.3 erfüllt ist.
- Bestimmen Sie Materialgeschwindigkeit und -Beschleunigung von Φ .
- Stellen Sie $\Phi_t(X)$ zu den Zeiten $t = 0$ und $t = 2$ in der X_1 - X_2 -Ebene sowie der X_1 - X_3 -Ebene dar.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Sei $A = (a_{ij})_{i,j=1,\dots,n}$ eine zeitabhängige Matrix mit $a_{ij} \in C^{(1)}(\mathbb{R})$ für alle $i, j \in \{1, \dots, n\}$. Zeigen Sie, dass

$$\frac{d}{dt}(\det A) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left(\frac{d}{dt} a_{jk} \right) \det A_{jk} \cdot (-1)^{j+k}$$

gilt, wobei die $(n-1) \times (n-1)$ -Matrix A_{jk} aus A durch Streichen der j -ten Zeile und der k -ten Spalte hervorgeht.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Sei $\mathcal{B} :=] - 2, 2[\times] - 1, 1[\times] - 2, 1[$, $\gamma > 0$ und

$$\Phi_t(X) := \begin{pmatrix} X_1 + \gamma t X_2^3 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}, \quad X \in \mathcal{B}, t \in \mathbb{R}.$$

- a) Prüfen Sie, ob Φ die allgemeine Annahme an Bewegungen erfüllt.
- b) Berechnen Sie folgendes: Green'scher und Finger'scher Deformationstensor, Material- und räumlicher Verzerrungstensor, Material- und räumlicher Deformationsratentensor.
- c) Zeichnen Sie $\Phi_t(X_1, X_2, 0)$ zu den Zeiten $t = 0$, $t = 2$ und $t = 4$. Verwenden Sie Linien in \mathcal{B} , um die Bewegung darzustellen ($\gamma = \frac{1}{4}$).

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Seien \mathcal{B} ein einfacher Körper und $F, G \in C^{(0)}(\mathcal{B})$ zwei skalare Funktionen. Zeigen Sie: Wenn $\int_{\mathcal{U}} F(X) dX = \int_{\mathcal{U}} G(X) dX$ für jede "nette Menge" $\mathcal{U} \subset \mathcal{B}$, dann gilt $F(X) = G(X)$ für alle $X \in \mathcal{B}$.

Anmerkung: $\mathcal{U} \subset \mathcal{B}$ heißt "nett", wenn \mathcal{U} offen ist und einen stückweisen $C^{(1)}$ -Rand hat.