

Übungen zur Vorlesung  
**Mathematische Modelle der Erdbebenforschung**  
Wintersemester 2020/21  
Blatt 11

Abgabe bis Montag, den 01. Februar 2021, 14 Uhr per E-Mail.

**Aufgabe 41:** (4 Punkte)

Nach Angaben des United States Geological Survey (USGS) hatte der Momententensor eines Erdbebens bei El Salvador (Epizentrum:  $12.767^\circ$  N,  $88.827^\circ$  W; Tiefe: 39 km) am 13. Januar 2001, 17:33:31.35 UTC, die folgenden (Polar-)Komponenten

$$M_{rr} = -3.01, \quad M_{\vartheta\vartheta} = 1.36, \quad M_{\varphi\varphi} = 1.65, \quad M_{r\vartheta} = 0.57, \quad M_{r\varphi} = 0.34, \quad M_{\vartheta\varphi} = -1.64$$

mit der Skala  $10^{20}$  Nm.

Bestimmen Sie  $M_0$  und die Magnitude  $M_W$  für dieses Beben.

**Aufgabe 42:** (4 Punkte)

Sei

$$U(X, \omega) := e^{-i\omega\Psi(X)} \sum_{n=0}^{\infty} (i\omega)^{-n} \xi_n(X); \quad i^2 = -1;$$

wobei  $\Psi, \xi_n \in C^{(2)}(\mathcal{E}, \mathbb{R})$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  und  $\xi_0(X) \neq 0$  für alle  $X \in \mathcal{E}$  gelte. Ferner nehmen wir an, dass die Reihen

$$\sum_{n=0}^{\infty} (i\omega)^{-n} \frac{\partial^k}{\partial X_j^k} \xi_n; \quad j \in \{1, 2, 3\}, k \in \{0, 1, 2\};$$

gleichmäßig konvergent sind. Beweisen Sie: Die Anwendung dieses Ansatzes auf die Helmholtz-Gleichung

$$\Delta U + \frac{\omega^2}{(V(r))^2} U = 0, \quad r = |X|,$$

führt zu den Differentialgleichungen

$$|\nabla\Psi|^2 = \frac{1}{V^2}$$

und

$$2(\nabla\Psi) \cdot (\nabla\xi_n) + \xi_n \Delta\Psi = \Delta\xi_{n-1}, \quad n \geq 0,$$

wobei  $\xi_{-1} := 0$  gesetzt wurde.

**Aufgabe 43:** (4 Punkte)

Betrachten Sie eine ebene Verwerfung, die orthogonal zur Erdoberfläche ist und in Nord–Süd–Richtung orientiert ist. Ein dortiges Erdbeben sei mit einem links–lateralen Rutschen verbunden. Ermitteln Sie den „Beachball“ des zugehörigen Momententensors und zeichnen Sie die Orientierung der  $T$ –,  $B$ –, und  $P$ –Achsen ein.

**Aufgabe 44:** (4 Punkte)

Ein Momententensor sei gegeben durch

$$M = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} .$$

- a) Bestimmen Sie  $\hat{M}$ .
- b) Ermitteln Sie die  $T$ –,  $B$ –, and  $P$ – Achsen.