

Übungen zur Vorlesung
Mathematische Modelle der Erdbebenforschung
Wintersemester 2020/21
Blatt 12

Abgabe bis Montag, den 08. Februar 2021, 14 Uhr per E-Mail.

Aufgabe 45: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Strahlen bei einem konstanten Geschwindigkeitsfeld gerade Linien sind.

Aufgabe 46: (4 Punkte)

In der Datei seismogramm.pdf sehen Sie die Vertikalkomponente von seismischen Messungen eines Bebens im Bandasee (Epizentrum 5.5° S, 130.4° O). Die Seismogramme stammen von der BGR (Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe). Die Station CLL liegt in Collm (51.3077° N, 13.0026° O) in Sachsen. Zeichnen Sie den Großkreis, der durch Quelle und Empfänger verläuft. Unter einem Großkreis versteht man einen Kreis, dessen Mittelpunkt gleichzeitig der Mittelpunkt der Erde ist. Ergänzen Sie die Kreise für den Kern-Mantel-Rand (Radius 3480 km) und den Rand zwischen innerem und äußeren Kern (Radius 1221.5 km), wobei der Erdradius 6371 km beträgt. Skizzieren Sie dann die Strahlen, die laut Seismogramm an der Station CLL ankamen. Ignorieren Sie dabei die Endung „df“.

Aufgabe 47: (8 Punkte)

Sei $V(r) := \frac{1}{r+1}$ das Geschwindigkeitsfeld von P-Wellen und $R = 1$ der Radius der Erde. Schreiben Sie ein Computerprogramm, das die Strahlen mit Polygonzügen approximiert. Verwenden Sie dafür einen ebenen Kreis als Ausschnitt und den Nordpol als Quelle. Gehen Sie wie folgt vor:

- 1) Starten Sie am Nordpol.
- 2) Fahren Sie folgendermaßen iterativ fort:
 - 2a) Berechnen Sie den Inzidenzwinkel an der aktuellen Position und bestimmen Sie dann den Einheits-Langsamkeits-Vektor \mathbf{p} am selben Punkt.

2b) Fügen Sie dem Polygonzug eine Strecke von x nach $x + (\Delta t) \cdot \mathbf{p}$ hinzu.

2c) Verwenden Sie $x + (\Delta t) \cdot \mathbf{p}$ als nächsten Punkt und gehen Sie zurück zu 2a), falls die Oberfläche noch nicht erreicht wurde.

Plotten Sie die Strahlen für $\Delta t = 10^{-3}$ und 50 äquidistante Strahlparameter von 0.05 bis 2. Erklären Sie, warum 2 der maximale Strahlparameter ist. Beachten Sie außerdem die Symmetrie und die Umkehrpunkte in Ihrer Implementierung.