Universität Siegen
Department Mathematik
Arbeitsgruppe Geomathematik
Prof. Dr. V. Michel
S. Orzlowski, M. Sc.

22. Januar 2015

Funktionalanalysis

Übungen Wintersemester 2014/2015
13. Blatt

Abgabe bis Montag, 02. Februar 2015, vor Beginn der Vorlesung.

Aufgabe 50: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass $(\ell^1)^*$ und ℓ^∞ isometrisch isomorph zueinander sind.

Aufgabe 51: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass jeder endlich-dimensionale normierte Raum vollständig ist.

Aufgabe 52: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass jeder lineare Operator zwischen endlich-dimensionalen normierten Räumen stetig ist.

Aufgabe 53: (4 Punkte)

Sei M eine Teilmenge eines linearen Raums X. Die Menge

$$\operatorname{conv} M := \bigcap \{C \supset M \mid C \text{ ist konvex}\}$$

wird die konvexe Hülle von M genannt. Zeigen Sie

a) $\operatorname{conv} M$ ist konvex.

b) $\operatorname{conv} M = \left\{ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j \,\middle|\, x_1, \ldots, x_n \in M;\ \lambda_1, \ldots, \lambda_n \geq 0;\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1;\ n \geq 2 \right\}$.

c) Ist X versehen mit der Norm $\|\cdot\|$, dann ist der Abschluss $\overline{\operatorname{conv} M}$ der konvexen Hülle konvex.