Universität Siegen
Department Mathematik
Arbeitsgruppe Geomathematik
Prof. Dr. V. Michel
S. Orzlowski, M. Sc.

8. Dezember 2014

Funktionalanalysis

Übungen Wintersemester 2014/2015
9. Blatt

Abgabe bis Montag, 15. Dezember 2014, vor Beginn der Vorlesung.

Aufgabe 34: (4 Punkte)

Betrachten Sie die topologischen Räume aus Aufgabe 32. Charakterisieren Sie in jedem dieser Räume die überdeckungskompakten und die folgenkompakten Mengen.
Hinweis: Betrachten Sie für den Raum aus Aufgabe 32b) die Resultate aus Aufgabe 2.

Aufgabe 35: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass der Raum $\mathrm{B}[a,b]$ versehen mit der Topologie $\mathcal{U}$ aus Beispiel 3.2.3. ein Hausdorff-Raum ist.

Aufgabe 36: (4 Punkte)

Seien (E, d_E) und (F, d_F) metrische Räume und $A\colon E \to F$ bijektiv. Außerdem sei A gleichmäßig stetig und A^{-1} stetig.

a) Beweisen Sie: Wenn F vollständig ist, so ist auch E vollständig.

b) Zeigen Sie mit Hilfe eines Gegenbeispiels, dass die Stetigkeit von A anstelle der gleichmäßigen Stetigkeit für diese Aussage nicht ausreichend ist.

Aufgabe 37: (4 Punkte)

Beweisen Sie: Für eine Abbildung f zwischen topologischen Räumen $(T_1, \mathcal{U}_1)$ und $(T_2, \mathcal{U}_2)$ sind äquivalent:

a) f ist stetig.

b) Für alle offenen $U \in \mathcal{U}_2$ ist $f^{-1}(U)$ offen, d. h. in $\mathcal{U}_1$.

c) Für alle abgeschlossenen $A \subset T_2$ ist $f^{-1}(A)$ abgeschlossen in T_1.