

Übungen zur Vorlesung  
**Geomathematik**  
Wintersemester 2019/20  
Blatt 2

Abgabe zu Beginn der Vorlesung am **Montag, den 28. Oktober 2019.**

**Aufgabe 5:** (4 Punkte)

Stellen Sie eine Definition für "regulär im Unendlichen" für den  $\mathbb{R}^n$ ,  $n \geq 3$ , auf, so dass

- die Definition mit der Definition im  $\mathbb{R}^3$  (siehe Vorlesung) übereinstimmt und
- die Fundamentallösung im  $\mathbb{R}^n$ ,  $N(y) := |y|^{-n+2}$  (siehe Aufgabe 3b), die Bedingung erfüllt.

Weisen Sie Letzteres nach (Achtung! In der Literatur ist diese Definition nicht einheitlich).

**Aufgabe 6:** (2+2=4 Punkte)

Seien  $D \subset \mathbb{R}^n$  und eine Funktion  $F : D \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen gelten.

- a) Wenn  $F$   $\alpha$ -Hölderstetig für  $\alpha > 0$  ist, dann ist  $F$  gleichmäßig stetig.
- b)  $F$  ist  $\alpha$ -Hölderstetig für  $\alpha > 1$  genau dann, wenn  $F$  konstant auf zusammenhängenden Teilmengen von  $D$  ist.

**Aufgabe 7:** (4 Punkte)

Seien  $D \subset \mathbb{R}^n$  und eine Funktion  $F : D \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben. Zeigen Sie, dass das Folgende gilt: Wenn  $F$  stetig differenzierbar und  $D$  ein kompakter Hyperquader  $\prod_{i=1}^n [a_i, b_i]$  ist, dann ist  $F$   $\alpha$ -Hölderstetig für  $\alpha = 1$ , d.h.  $F$  ist Lipschitzstetig.

**Aufgabe 8:** (4 Punkte)

Rechnen Sie nach, dass die Funktion

$$F(x) := \begin{cases} \frac{1}{\ln x}, & x \in ]0, \frac{1}{2}] , \\ 0, & x = 0, \end{cases} \quad x \in \left[0, \frac{1}{2}\right],$$

gleichmäßig stetig ist, aber für kein  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  eine  $\alpha$ -Hölderstetige Funktion ist.